

Contrat Été 2023

RÉSUMÉ FORMEL DE LA RECHERCHE

RÉALISÉ DANS LE CADRE
D'UN PROJET POUR

ISMER-UQAR

28/11/2023

Table des matières

1	Description du modèle en eau peu profonde	2
1.1	Équations du mouvement	2
1.2	Conservation de la masse	3
1.3	Résolution du gradient de pression	3
1.4	Conditions frontières	5
1.4.1	Conditions frontière sur les courants (No normal flow)	5
1.4.2	Conditions frontières sur la dérivée première (Free slip condition)	5
1.4.3	Condition sur les laplaciens et la fonction de courant	5
2	Description du couplage avec les vagues	6
2.1	La dérive de Stokes (Conceptuellement)	6
2.1.1	Les équations du mouvement	6
2.1.2	Conservation de la masse	6
2.2	Contrainte de cisaillement du vent à la surface	7
2.3	Champs échangés par les deux modèles	7
2.4	Interpolation géométrique	8
2.4.1	Du modèle « shallow water » au modèle Wavewatch	8
2.4.2	De Wavewatch au modèle « shallow water »	8
2.4.3	Interpolation grille C et grille A	8
2.5	Cheminement des étapes de couplage et d'interpolation	9
2.6	Rampe au moment du couplage	9
3	Paramètres physiques des équations	10
3.1	Vent à la surface des deux modèles	10
3.2	Tableau des quantités physiques intéressantes	10
3.3	Switches du modèles Wavewatch III	11
4	Faire fonctionner les modèles couplées	12
4.1	Compilation du modèle <i>shallow water</i>	12
4.1.1	Modifier le fichier « parameter.f90 »	12
4.1.2	Compilation du modèle avec l'exécutable « compile model »	13
4.2	Compilation du modèle Wavewatch III	13
4.2.1	Compilation du modèle avec l'exécutable « make oxygen »	13
4.3	Création des inputs et assimilation par Wavewatch III	13
4.3.1	Création d'un nouveau cas	13
4.4	Rouler les modèles en MPI	13

1 Description du modèle en eau peu profonde

1.1 Équations du mouvement

Formellement, pour chaque couche, les équations du mouvement du modèle *shallow water* sont données par

$$\frac{\partial \mathbf{u}_k}{\partial t} + (f + \zeta_k) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_k = -\nabla B_k + \mathbf{D}_k + \delta(k, 1) \cdot \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_a}{\rho_0 H_k} \right), \quad (1.1)$$

où la fonction de Bernoulli B_k est exprimée par

$$B_k = \rho_1^{-1} p_s + \rho_k^{-1} p_k + \mathbf{u}_k^2 / 2. \quad (1.2)$$

L'indice k représente l'indicateur numérique de la couche. \mathbf{u}_k est la vitesse du courant horizontal, f représente la fréquence de Coriolis (en *Rad/s*), ζ_k est la vorticité horizontale, $\boldsymbol{\tau}_a$ est la contrainte de cisaillement du vent à la surface, ρ_k est la densité de l'eau dans la couche courante et H_k est l'épaisseur fixe moyenne de cette dernière. La quantité p_s représente la pression de surface induite par la surface fixe (*rigid lid*) et le vecteur \mathbf{D}_k décrit la dissipation dans chaque couche, nous y reviendrons bientôt. Il est aussi courant d'utiliser la variable $\phi_k = \rho_1^{-1} p_k$.

Dans l'expression du gradient de la fonction de Bernoulli ∇B_k , la pression p_k est décomposée selon la couche, de sorte que

$$p_k = \begin{cases} p_s & \text{si } k = 1 \\ p_{k-1} + \rho_1 g'_k \eta_k & \text{autrement} \end{cases} \quad \text{où} \quad g'_k = g \left(\frac{\rho_k - \rho_{k-1}}{\rho_1} \right) \quad (1.3)$$

est la gravité réduite de la couche k .

⌚ *N.B.* Rapellons que, **dans notre propre nomenclature, la quantité « η_k » représente l'élévation de la surface d'une couche « k », en opposition à la nomenclature de K. Vallis (2006), où η_k représente l'élévation du bas de la couche k (voir figure 1).**

De leur côté, les termes de dissipation \mathbf{D}_k sont exprimés par

$$\mathbf{D}_k = \underbrace{-A_h \nabla^4 \mathbf{u}_k^{t-1}}_{\text{Hyperviscosité}} - \underbrace{\delta(k, nz) \cdot r \mathbf{u}_k^{t-1}}_{\text{Frottement au fond}}. \quad (1.4)$$

L'indicateur $t-1$ réfère au pas de temps précédent, car nous utilisons un schéma temporel de type *leapfrog*. L'absence d'indice temporel dénote donc le pas de temps courant d'une quantité, soit \mathbf{u}^t par exemple. Une meilleure description du pas de temps est fournie dans la section 1.3.

⌚ *N.B.* Mentionnons que l'expression $\delta(k, i)$ réfère ici au delta de Dirac, qui s'apparente à une *switch* de valeur 1 lorsque $k = i$ et 0 autrement, soit

$$\delta(k, i) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = i, \\ 0 & \text{autrement.} \end{cases} \quad (1.5)$$

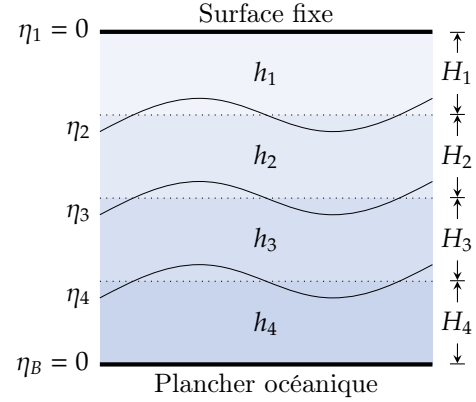


FIGURE 1 – Exemple de modèle « *shallow water* » à 4 couches.

1.2 Conservation de la masse

En eau peu profonde, l'équation de conservation de la masse est exprimée par

$$\frac{\partial h_k}{\partial t} = \nabla \cdot (h_k \mathbf{u}_k) + \underbrace{\delta(k=1) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{U}^b)}_{\text{Autre transport de surface}}, \quad (1.6)$$

où \mathbf{U}^b pourrait représenter n'importe quel transport de surface, tel que le transport de Stokes, le transport d'Ekman, comme dans [Chen et al. \(2021\)](#). De base, aucune quantité n'est précisée ici, donc gardons $\mathbf{U}^b = 0$.

1.3 Résolution du gradient de pression

Concrètement, le *timestepping* de type *leapfrog* pour les équations du mouvement est exprimé par

$$\mathbf{u}_k^{t+1} = \underbrace{\mathbf{u}_k^{t-1} + (2\Delta t) \cdot \mathbf{G}_k^t}_{\tilde{\mathbf{u}}_k} - \nabla \phi_s. \quad (1.7)$$

où \mathbf{G}^t est un vecteur valise qui contient tout le *RHS* des équations 1.1, mais sans le terme de pression de surface ($\nabla \phi_s$). Le terme \mathbf{G}_k^t est calculé au pas de temps courant de manière à s'incruster dans le *timestepping* de type *leapfrog*. Ainsi, l'expression

$$\tilde{\mathbf{u}}_k^{t+1} = \mathbf{u}_k^{t-1} + (2\Delta t) \cdot \mathbf{G}_k^t, \quad (1.8)$$

représente donc le nouveau courant sans la correction associée à la pression de surface, qui est pour l'instant inconnue.

Conceptuellement, on peut décomposer notre courant en deux sections, soit une composante *barotrope* et une composante *barocline*. La composante barotrope est le courant moyenné par l'épaisseur des couches, tandis que la composante barocline représente l'anomalie par rapport à cette moyenne, de sorte à retrouver

$$\tilde{\mathbf{u}}_{BT} = \frac{1}{H} \left(\sum_k^n d_k \tilde{\mathbf{u}}_k \right), \quad \tilde{\mathbf{u}}_{BC,k} = \tilde{\mathbf{u}}_k - \tilde{\mathbf{u}}_{BT}. \quad (1.9a)$$

Puis à l'aide de ce courant barotrope, on peut construire une vorticité barotrope

$$\tilde{\zeta}_{BT} = \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times \tilde{\mathbf{u}}_{BT}]. \quad (1.10)$$

Mais on peut aussi calculer la vorticité de notre futur courant, de sorte à retrouver

$$\begin{aligned} \zeta_{BT}^{t+1} &= \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times \mathbf{u}_{BT}^{t+1}], \\ \zeta_{BT}^{t+1} &= \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times (\tilde{\mathbf{u}}_{BT} + \nabla \phi_s)], \\ \zeta_{BT}^{t+1} &= \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times \tilde{\mathbf{u}}_{BT}] + \hat{\mathbf{k}} \cdot [\cancel{\nabla \times \nabla \phi_s}]^0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Comme le rotationnel d'un gradient est toujours nul, on arrive à la conclusion inévitable que

$$\zeta_{BT}^{t+1} = \tilde{\zeta}_{BT}. \quad (1.12)$$

La correspondance entre la vorticité relative est donnée par $\zeta = \nabla^2 \psi$, donc on obtient une nouvelle équation de Poisson donnée par

$\nabla^2 \psi_{BT} = \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times \tilde{\mathbf{u}}_{BT}] \quad \text{avec C.F. Dirichlet} \quad \psi_{BT} \Big|_{x_0, x_f} = \psi_{BT} \Big|_{y_0, y_f} = 0.$

(1.13)

Donc en trouvant ψ_{BT} à l'aide d'un solveur elliptique (Fishpack dans notre cas), on trouve aussi \mathbf{u}_{BT} à l'aide de la relation avec la fonction de courant,

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (1.14)$$

Puis finalement, on retrouve les courants mis-à-jour à l'aide de la relation

$$\mathbf{u}_k^{t+1} = \mathbf{u}_{BT} + \mathbf{u}_{BC,k} \quad (1.15)$$

$$= \nabla \times (\hat{\mathbf{k}} \psi_{BT}) + \mathbf{u}_{BC,k}, \quad (1.16)$$

où $\mathbf{u}_{BC} = \tilde{\mathbf{u}}_{BC}$ comme $\nabla \phi_s$ est une composante barotrope.

1.4 Conditions frontières

1.4.1 Conditions frontière sur les courants (No normal flow)

Aux murs, nous appliquons la condition *no normal flow* (ou la condition d'imperméabilité). Cette condition de type Dirichlet est caractérisée par un courant normal nul aux frontières. Mathématiquement, la condition se traduit par

$$\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \quad (1.17)$$

où $\hat{\mathbf{n}}$ est le vecteur normal à la frontière. Numériquement, on peut énoncer que sur une grille cartésienne la condition *no normal flow* symbolise

$$(\text{Front. verticales}) \quad u[1, :] = u[nx, :] = 0, \quad (1.18a)$$

$$(\text{Front. horizontales}) \quad v[:, 1] = v[:, ny] = 0. \quad (1.18b)$$

Avec nos points fantômes, on peut étendre les extrémités des frontières et affirmer que ces derniers sont aussi reliés par les relations

$$(\text{Courant } u) \quad u[0, :] = u[1, :] \quad \text{et} \quad u[nx + 1, :] = u[:, ny], \quad (1.19a)$$

$$(\text{Courant } v) \quad v[:, 0] = v[:, 1] \quad \text{et} \quad v[:, ny + 1] = v[nx, :]. \quad (1.19b)$$

1.4.2 Conditions frontières sur la dérivée première (Free slip condition)

La seconde condition est la *free slip condition* (ou la condition de glissement libre). La *free slip condition* tient à l'hypothèse que la couche limite est si petite qu'on peut essentiellement l'ignorer, ce qui est souvent le cas pour l'étude des fluides à grande échelle. Concrètement, il n'y a **pas de contrainte de cisaillement au mur**, de sorte que

$$\left(\tau_x = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{\{xi, xf\}} = 0, \quad \text{et} \quad \left(\tau_y = \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_{\{yi, yf\}} = 0. \quad (1.20)$$

où μ est la viscosité (Tan, 2018). Ainsi, l'expression 1.20 force la condition frontière sur la dérivée première à satisfaire

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{\{xa, xf\}} = 0 \quad \forall y, \quad \text{et} \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{\{yi, yf\}} = 0 \quad \forall x.} \quad (1.21)$$

Ce qui se traduit concrètement par

$$(\text{Courant } u) \quad u[:, 0] = u[:, 1] \quad \text{et} \quad u[:, ny + 1] = u[:, ny], \quad (1.22a)$$

$$(\text{Courant } v) \quad v[0, :] = v[1, :] \quad \text{et} \quad v[nx + 1, :] = v[nx, :]. \quad (1.22b)$$

1.4.3 Condition sur les laplaciens et la fonction de courant

Au murs, on retrouve les quantités $\nabla^2 \mathbf{u}$, $\nabla^2 \mathbf{v}$, ζ et ψ . Pour se simplifier la tâche et faire comme dans l'article de (Duhaut et Straub, 2006), on applique

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla^2 \mathbf{v} = \psi = \zeta = 0 \Big|_{\text{au mur}}. \quad (1.23)$$

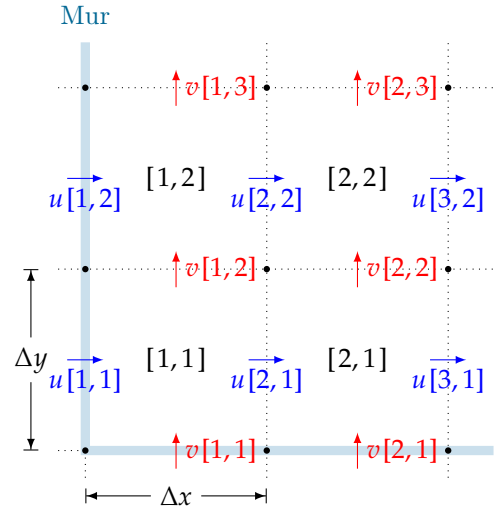


FIGURE 2 – Représentation de la grille numérique utilisée pour le modèle en eau peu profonde (type Arakawa-C)

2 Description du couplage avec les vagues

2.1 La dérive de Stokes (Conceptuellement)

Dans leur résumé, [Suzuki et Fox-Kemper \(2016\)](#) définissent la dérive de Stokes \mathbf{u}_S comme une contribution lagrangienne à notre écoulement, de sorte qu'on peut décrire ce courant lagrangien \mathbf{u}_L par

$$\mathbf{u}_L = \mathbf{u} + \mathbf{u}_S. \quad (2.1)$$

En somme,

- ⇒ Ce courant lagrangien \mathbf{u}_L se substitue dans les termes d'advection, de la même manière qu'un référentiel en mouvement ;
- ⇒ Les termes de Stokes-Coriolis, Craik-Leibovic et la nouvelle fonction de Bernoulli découlent donc directement de l'ajout de ce référentiel en mouvement.

2.1.1 Les équations du mouvement

Lorsqu'on ajoute cette contribution lagrangienne aux équations du mouvement pour un système Boussinesq et en retrouvant les équations *shallow water* à l'aide des approximations nécessaire, le système d'équations 1.1 devient plutôt

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = (f + \zeta) \hat{\mathbf{k}} \times \underbrace{(\mathbf{u} + \mathbf{u}_S)}_{\text{Courant Lagrangien}} = \underbrace{-\nabla B_S}_{\text{B.-Stokes}} + \underbrace{D + \frac{\tau_o}{\rho_1 H_1}}_{\text{Contr. des Vagues}}. \quad (2.2)$$

pour la première couche. L'introduction de τ_o dans l'équation 2.2 est confirmée par [Breivik et al. \(2015\)](#), mais nous y reviendrons à la section 2.2. La nouvelle fonction de Bernoulli prenant en compte de la dérive de Stokes est maintenant donnée par

$$B_S = B + \mathbf{u} \cdot (\mathbf{U}_S / H_k) + (\mathbf{U}_S^2 / H_S^2) / 2 + \phi_s, \quad (2.3)$$

où \mathbf{U}_S est le transport de Stokes fournit par le modèle de vagues.

Si l'on développe les termes de l'équation 2.2, on obtient

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} + \underbrace{(f + \zeta_1) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_1}_{\text{Craik-Leibovich}} + \underbrace{\zeta_1 \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S + f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S}_{\text{Stokes-Coriolis}} = -\nabla B_S + D + \frac{\tau_o}{\rho_1 H_1}, \quad (2.4)$$

ce qui laisse apparaître deux termes importants, soient Stokes-Coriolis et Craik-Leibovich. D'autres termes associés à la dérive de Stokes pourraient être implémentés (voir [Wu et al. \(2019\)](#) par exemple) si l'on considère aussi la vorticité associée à la dérive de Stokes dans léquation 2.4, mais ça ne fera pas partie de notre étude.

2.1.2 Conservation de la masse

L'article de [Wu et al. \(2019\)](#) est assez explicite sur l'addition du transport de Stokes dans l'équation de conservation de la masse. Sans faire la démarche, on peut obtenir l'équation de conservation de la masse en intégrant la composante verticale des équations du mouvement Boussinesq et en appliquant l'approximation hydrostatique, de sorte que

$$\frac{\partial h_k}{\partial t} = \nabla \cdot (h_k \mathbf{u}_k) + \underbrace{\delta(k, 1) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{U}_S)}_{\text{Transport de Stokes}}. \quad (2.5)$$

2.2 Contrainte de cisaillement du vent à la surface

Comme illustré dans l'article de Breivik *et al.* (2015), la contrainte de cisaillement du vent à la surface est modifié de 3 manières :

- ⇒ La rugosité de la surface est prise en compte à l'aide concept *friction velocity*, ($\tau_{fv} = \rho_a |\mathbf{u}_*| \mathbf{u}_*$),
- ⇒ Le champ de vague vient prendre du momentum au vent (τ_{IN}),
- ⇒ Le champ de vagues libère une partie de son énergie à la circulation sous-jacente (τ_{DS}).

On passe donc d'un stress atmosphérique fixe à un stress dépendant du champ de vagues, de sorte que l'on passe de

$$\tau_a = \rho_a c_D |\mathbf{u}_{10}| \mathbf{u}_{10} \quad \Rightarrow \quad \tau_{oc} = \tau_{fv} - (\tau_{IN} - \tau_{DS}). \quad (2.6)$$

À l'aide d'une *switch* de couplage δ_{COU} , la contrainte de cisaillement à la surface est donc exprimée par

$$\tau = \underbrace{\delta_{COU} \cdot \tau_{oc}}_{\text{Couplé}} + \underbrace{(1 - \delta_{COU}) \cdot \tau_a}_{\text{Non-couplé}}. \quad (2.7)$$

2.3 Champs échangés par les deux modèles

Le modèle *shallow water* envoie une seule quantité au modèle de vagues, soit

- ⇒ Le **courant de la première couche** (u_1, v_1).

Le modèle Wavewatch III envoie 4 quantités au modèle *shallow water*, soit

- ⇒ Le **transport de Stokes** \mathbf{U}_S ;
- ⇒ La **friction velocity** (vitesse de friction) \mathbf{u}_* ;
- ⇒ Le **momentum absorbé par le champ de vagues** τ_{IN} ;
- ⇒ Le **momentum dispersé par le champ de vagues** à la circulation sous-jacente τ_{IN} ;

Wavewatch pourrait aussi nous offrir plusieurs quantités intéressantes pour le couplage, j'en ai compilé une bonne partie dans le tableau 1 avec les informations retrouvées dans la documentation de Wavewatch, son code et la littérature adjacente. Comme il y a eu beaucoup d'incertitude quand à la nature des quantités, mentionnons que tous les τ fournis par Wavewatch III sont divisés par ρ_{Atm} . C'est mentionné explicitement dans la sous-routine du modèle *w3src3md.ftn*, mais pas dans la documentation.

TABLE 1 – Tableau d'investigation récapitulatif des outputs de Wavewatch III.

Documentation			Code		Littérature
Nom de code	output tag	Description (ww3 shel.inp)	Variable	Unités	Symbole
UST	UST	<i>Friction velocity</i>	UST	ms^{-1}	\mathbf{u}_*
CHARN	CHA	<i>Charnok parameter</i>	CHARN	–	α
CGE	CGE	<i>Energy flux</i>	CGE	Wm^{-2}	$C_g E$
PHIAW	FAW	<i>Air-sea energy flux</i>	PHIAW	Wm^{-2}	?
TAUWI[X,Y]	TAW	<i>Net wave-supported stress</i>	TAUWIX/Y	m^2s^{-2}	τ_w ou τ_{IN}
TAUWN[X,Y]	TWA	<i>Negative part of the wave-supported stress</i>	TAUWNX/Y	m^2s^{-2}	$\tau_w < 0$
TAUO[X,Y]	TWO	<i>Wave to ocean momentum flux</i>	TAUOX/Y	m^2s^{-2}	τ_{DS}
PHIOC	FOC	<i>Wave to ocean energy flux</i>	PHIOC	Wm^{-2}	?
TUS[X,Y]	TUS	<i>Stokes transport</i>	TUSX/Y	m^2s^{-1}	\mathbf{U}_S
USS[X,Y]	USS	<i>Surface Stokes drift</i>	USSX/Y	m s^{-1}	\mathbf{u}_S

2.4 Interpolation géométrique

2.4.1 Du modèle « shallow water » au modèle Wavewatch

Le modèle Wavewatch III roule sur une grille **trois fois plus petite** que celle du modèle *shallow water*, entre autres pour sauver du temps de computation. Donc, lorsqu'on envoie le champ de courant (u_1, v_1) à Wavewatch III, on fait avant tout une moyenne de R^2 points où R est le ratio des deux grilles (3 dans notre cas). R^2 représente aussi la taille du *stencil*.

Mathématiquement, ça se traduit par

$$(u^{i,j}, v^{i,j}) = \sum_{\substack{k=1+(i-1) \times R \\ l=1+(j-1) \times R}}^{i \times R, j \times R} (u_{k,l}, v_{k,l}), \quad (2.8)$$

mais ça revient juste à faire la moyenne dans un carré de $R^2 = 3 \times 3$, comme on passe de la grosse grille à la petite grille (comme on peut le voir à la figure 3a).

Ⓢ $\mathcal{N.B.}$ L'indice en exposant réfère à la grille de résolution plus faible (donc celle qui sera envoyée à Wavewatch III) et l'indice au pied réfère à la grille à haute résolution, soit celle du modèle *shallow water*.

2.4.2 De Wavewatch au modèle « shallow water »

À l'inverse, lorsqu'on reçoit les champs de Wavewatch III, on utilise un *stencil* de taille R^2 qui fait la moyenne géométrique des points adjacents (comme illustré à la figure 3b). Par exemple, pour le modèle *shallow water*, la quantité au point $(4,4)$ $Q^{4,4}$ est calculée à l'aide d'une moyenne pondérée des points de Wavewatch, soit

$$Q_{4,4} = \left[1 \times Q^{1,1} + 2 \times Q^{1,2} + 2 \times Q^{2,1} + 4 \times Q^{2,2} \right] / 9 \quad (2.9)$$

où le tout est divisé par $R^2 = 9$ (voir figure 3b).

À la frontière, on réduit la taille du *stencil* de sorte à s'adapter à la forme du mur (voir figure 3c). Par exemple, pour le modèle *shallow water*, le point $(1,3)$ est calculé à l'aide de la moyenne pondéré des points de Wavewatch, soit

$$Q_{1,3} = \left[2 \times Q^{1,2} + 4 \times Q^{1,1} \right] / 6 \quad (2.10)$$

où le tout divisé par $2 \times 3 = 6$, soit la taille du *stencil* (voir figure 3c).

2.4.3 Interpolation grille C et grille A

Le modèle Wavewatch III est déployé sur une grille A, tandis que le modèle *shallow water* est construit sur une grille de type Arakawa-C, ce qui vient avec son lot de problème.

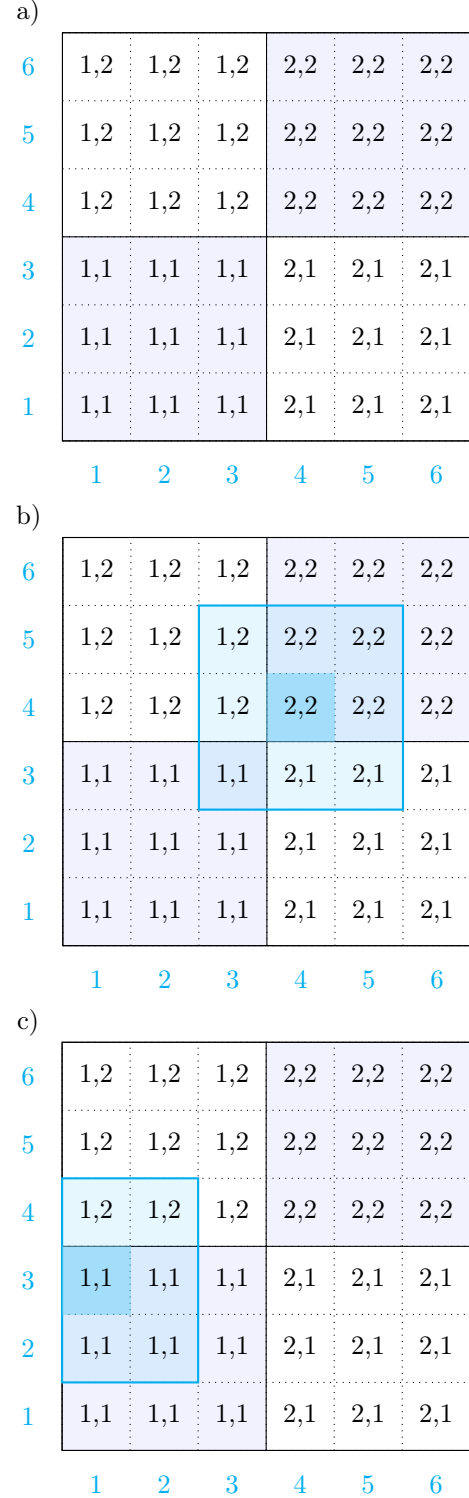


FIGURE 3 – En a), mise en relation de la grille du modèle «shallow water» (haute résolution, indicateurs bleus) par rapport à la grille de Wavewatch III (basse résolution, indicateurs noirs). En b) et c) « Stencil » utilisé pour réaliser l'interpolation géométrique à ratio R impair.

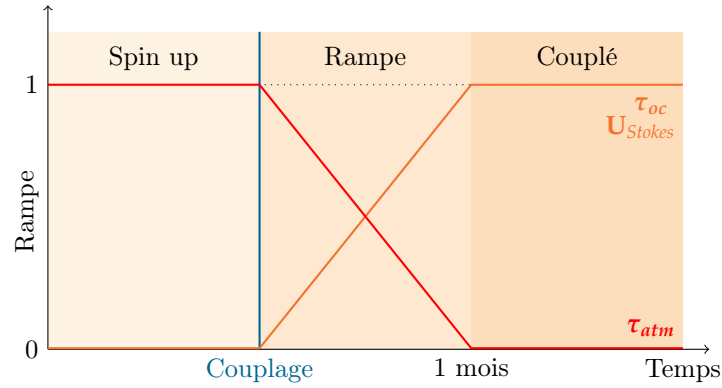


FIGURE 4 – Illustration conceptuelle de la rampe pour éviter le spin up du modèle de vagues.

Une fois l'interpolation géométrique exécutée, il est important de replacer les quantités sur la bonne grille. C'est pourquoi nous interpolons la valeur des champs. Par exemple, avant d'être moyenné puis envoyé à Wavewatch, le courant de surface du modèle *shallow water* u doit être interpolé de sorte à ce que

$$u_{i,j}^A = \left[u_{i,j}^C + u_{i-1,j}^C \right] / 2, \quad (2.11)$$

où l'exposant A réfère trivialement à la grille de type A et l'indice C réfère à la grille de type C.

On effectue l'étape inverse lorsqu'on reçoit les champs de Wavewatch III.

2.5 Cheminement des étapes de couplage et d'interpolation

Avant de réaliser l'échange des champs par canal MPI, l'ordre des étapes est le suivant :

1. Le modèle *shallow water* interpole les champs de courant de la première couche (u_1, v_1) sur une grille A :

$$(u_1^C, v_1^C) \implies (u_1^A, v_1^A), \quad (2.12)$$

2. Le modèle *shallow water* fait un moyennage des cases pour atteindre la résolution réduite de Wavewatch III (voir équation 2.8).
3. On envoie le courant à faible résolution sur une grille A à Wavewatch III par un canal MPI.
4. On reçoit les quantités de Wavewatch à basse résolution par le canal MPI.
5. On réalise l'interpolation géométrique sur les quantités pour avoir une meilleure résolution (voir équation 2.10 et 2.11).
6. On fait une interpolation pour passer d'une grille Arakawa-A vers une grille Arakawa-C, de sorte que

$$\left\{ \begin{pmatrix} \tau_{x,IN}^A, \tau_{y,IN}^A \\ u_*^A, v_*^A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau_{x,DS}^A, \tau_{y,DS}^A \\ U_S^A, V_S^A \end{pmatrix} \right\} \implies \left\{ \begin{pmatrix} \tau_{x,IN}^C, \tau_{y,IN}^C \\ u_*^C, v_*^C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau_{x,DS}^C, \tau_{y,DS}^C \\ U_S^C, V_S^C \end{pmatrix} \right\} \quad (2.13)$$

et le tour est joué...

Les deux modèles enchaînent ensuite sur leur *timestepping* et leur propre *RHS*.

2.6 Rampe au moment du couplage

Comme le modèle Wavewatch a un *spin up* assez **brutal**, on se permet de mettre une rampe de couplage étalée sur 1 mois (31 jours). D'un côté, ça permet de limiter la réponse du modèle *shallow water* à un changement brusque de régime. De l'autre, ça donne un peu de temps au modèle de vagues pour se stabiliser. Après toutes expériences que j'ai réalisées, je peux dire que le modèle de vagues prend un bon 4 jours avant de se stabiliser complètement

3 Paramètres physiques des équations

3.1 Vent à la surface des deux modèles

Le stress du vent à la surface est donné par

$$\tau = \underbrace{\frac{\tau_0}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right)\right)}_{\text{Variation } y} \cdot \underbrace{(1 + S \cdot \sin(f \cdot t))}_{\text{Variation temps}}, \quad (3.1)$$

où f est une fréquence en $[\text{rad s}^{-1}]$ – soit la fréquence de Coriolis dans notre cas. Comme Wavewatch III ne prend que la valeur du vent à 10 m d'altitude, il est important de transférer d'une contrainte de cisaillement à un vent dans nos *input*. En premier lieu, on connaît la relation

$$\tau_a = \rho_a c_D |\mathbf{u}_{10}| \mathbf{u}_{10}, \quad (3.2)$$

où ρ_a est la densité de l'air et c_D est le coefficient de trainée au dessus de l'océan. Si l'on assume la valeur de la contrainte de cisaillement (0.1 N m^{-2} dans notre cas), alors on peut facilement trouver le vent à 10m d'altitude. On commence par trouver la valeur de c_D à l'aide de la relation de Charnok (Charnock, 1955), tirée de Gill (1982, p.30),

$$c_D = \left[\frac{\kappa}{\ln(10/z_0)} \right], \quad \text{où} \quad z_0 = \frac{\gamma_{Ch} \tau_a}{g}. \quad (3.3)$$

Puis enfin, on retrouve u_{10} à l'aide de ρ_a et c_D . La valeur de ces constantes se retrouve dans le tableau de la section suivante.

Bien que cette formulation soit indépendante des vagues, elle nous permet de s'assurer que le modèle de vagues voit bien le vent qu'on veut lui donner avant tout.

3.2 Tableau des quantités physiques intéressantes

J'ai réunis dans le tableau suivant tous les paramètres physiques intéressants pour recréer les expériences.

	Paramètres	Symbole	Valeur	Unités
Modèles en eau peu profonde	Taille du domaine	$L_x = L_y$	2000	km
	Nombre de points	$n_x = n_y$	513	–
	Pas de temps	Δt	300	s
	Paramètre de Coriolis	f	7×10^{-5}	rad s^{-1}
	Amplitude du vent	τ_{atm}	0.1	N m^{-2}
	Coef. d’hyperviscosité	A_h	$dx^4 \times 10^{-5}$	s^{-1}
	Coef. de frottement au fond	r_{drag}	10^{-7}	s^{-1}
	Épaisseur de la couche en surface	H_1	482	m
	Épaisseur de la seconde couche	H_2	1042	m
	Épaisseur de la couche au fond	H_3	2475	m
	Densité de l’eau (première couche)	ρ_1	1026.42	kg m^{-3}
	Densité de l’eau (seconde couche)	ρ_2	1027.27	kg m^{-3}
	Densité de l’eau (troisième couche)	ρ_3	1027.87	kg m^{-3}
	Gravité réduite (seconde couche)	g_2'	8.01×10^{-3}	ms^{-2}
	Gravité réduite (troisième couche)	g_3'	5.80×10^{-3}	ms^{-2}
Modèles Wavewatch III	Taille du domaine (incluant terre)	$L_y = L_y$	~ 2023.39	km
	Nombre de points de grille	$n_x = n_y$	173	–
	Taille du domaine couplé	$L_y^* = L_x^*$	2000	km
	Nombre de points de grilles couplés	$n_x^* = n_y^*$	171	–
	Pas de temps global maximum	Δt_g	300	s
	Pas de temps max. (Cond. CFL x,y)	$\Delta t_{\text{CFL}}^{x,y}$	150	s
	Pas de temps max. (Cond. CFL x,y)	$\Delta t_{\text{CFL}}^{k,\theta}$	150	s
	Pas de temps min. des termes source	Δt_{Src}	50	s
	Coef. de réflexion au mur	R_0	0.1	–
	Densité de l’air	ρ_a	1.225	Kg m^{-3}
Vent	Stress maximum du vent	τ_0	0.1	N m^{-1}
	Écart de variation (<i>Step</i>)	S	0.05	–
	Accélération gravitationnelle	g	9.81	m s^{-2}
	Constante de Von Karmann	κ	0.4	?
	Coefficient de Charnok	γ_{Ch}	0.0185	–
	Densité de l’air	ρ_a	1.225	kg m^{-3}

3.3 Switches du modèles Wavewatch III

Le modèle Wavewatch III est modulable à l’aide de *switches*, voici celles qui ont été utilisées dans le cadre de cette recherche.

Nom	Description
F90	FORTTRAN-90 style date and time capturing and program abort.
NOGRB	No GRIB package included.
NOPA	Compilation as a stand-alone program.
LRB4	4 bytes words in direct acces files.
NC4	Use NetCDF4.
DIST	Distributed memory model.
MPI	Use MPI.
PR3	Propagation scheme : Higher-order schemes with Tolman (2002a) averaging technique.
UQ	Third-order (UQ) propagation scheme.
FLX0	Flux computation : No routine used ; flux computation included in source terms.
LN1	Linear input : Cavaleri and Malanotte-Rizzoli with filter.
ST3	Input and dissipation : WAM4 and variants source term package.
NL1	Non-linear interactions : Discrete interaction approximation (DIA).
BT0	Bottom friction : No bottom friction used.
DB0	No depth-induced breaking used.
TR0	No triad interactions used.
BS0	No bottom scattering used.
IS0	No-damping by sea-ice.
REF1	Enables reflection of shorelines and icebergs.
XX0	No supplemental source term used.
WNT1	Wind input interpolation (time) : Linear interpolation.
WNX0	Wind input interpolation (space) : No interpolation.
CRT0	Current input interpolation (time) : No interpolation.
CRX0	Current input interpolation (time) : No interpolation.
TRKNC	Activates the NetCDF API in the wave system tracking post-processing program.
O0	Output of namelists in grid preprocessor.
01	Output of boundary points in grid preprocessor.
02	Output of the grid point status map in grid preprocessor.

4 Faire fonctionner les modèles couplées

Voici les étapes à suivre pour faire rouler les deux modèles sur Oxygen.

4.1 Compilation du modèle shallow water

Avant tout, il faut aller dans le répertoire du modèle *shallow water*. Dans le cas qui nous intéresse, le modèle sur Oxygen se trouve au répertoire

```
>>> cd aos/home/celizotte/Desktop/Modele-shallow-water-multicouche/
```

⌘ *N.B.* À chaque fois qu'on modifie le modèle *shallow water*, il faut le recompiler.

4.1.1 Modifier le fichier « parameter.f90 »

Toutes les *switches* et les paramètres à modifier se retrouvent dans le fichier *parameters.f90*. Si l'on veut que le modèle soit couplé avec Wavewatch, il faut absolument utiliser la *switch* `COU = .true.`

Un exemple de fichier de paramètres pour les modèles couplés est fournit sous le nom de *parameters COU.f90*. Tandis qu’une version non-couplée est fournit sous le nom de *parameters tmp.f90*.

4.1.2 Compilation du modèle avec l’exécutable « compile model »

Une fois les paramètres modifiés à souhait, il faut compiler le modèle *shallow water* à l’aide de l’exécutable *compile model*. Lorsque ce dernier sera exécuté, il suffit de rentrer la valeur « 1 », pour signifier la compilation avec Oxygen.

```
>>> ./compile_model
!! Enter machine: 1) Oxygen (McGill computer); computer 2) Bepsi (personal computer); 3) Beluga
(Compute Canada)
>>> 1
!! Using setting for Oxygen with fishpack stored at ${fishpack_path} and lapack at ${lapack_path}
!! Parameters file copied from ${model_path} to ${case}
!! Compilation of $case/exec completed on the computer Oxygen.
```

Une fois compilé, l’exécutable du modèle « *exec* » se déplace automatiquement dans le dossier *newcase*, ainsi qu’une copie des paramètres utilisées pour la compilation.

4.2 Compilation du modèle Wavewatch III

La compilation du modèle *Wavewatch III* n’est nécessaire qu’une seule fois – à moins que vous modifiez le fichier de *switches*, ce qui arrive rarement.

4.2.1 Compilation du modèle avec l’exécutable « make oxygen »

4.3 Création des inputs et assimilation par Wavewatch III

4.3.1 Création d’un nouveau cas

4.4 Rouler les modèles en MPI

Références

- Ø. BREIVIK, K. MOGENSEN, J.-R. BIDLOT, M. A. BALMASEDA et P. A. JANSSEN : Surface wave effects in the NEMO ocean model : Forced and coupled experiments. *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 120(4):2973–2992, 2015.
- H. CHARNOCK : Wind stress on a water surface. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81(350):639–640, 1955.
- Y. CHEN, D. STRAUB et L.-P. NADEAU : Interaction of nonlinear ekman pumping, near-inertial oscillations and geostrophic turbulence in an idealized coupled model. *Journal of Physical Oceanography*, 2021.
- T. H. DUHAUT et D. N. STRAUB : Wind stress dependence on ocean surface velocity : Implications for mechanical energy input to ocean circulation. *Journal of physical oceanography*, 36(2):202–211, 2006.
- A. E. GILL : *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press : Elsevier, 1982.
- G. K. VALLIS : *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamic : Fundamentals and Large-scale Circulation*. Cambridge University Press, The Edinburg Building, Cambridge CB2 2RU, UK, second edition édn, 2006. ISBN 13 978-0-521-84969-2.
- N. SUZUKI et B. FOX-KEMPER : Understanding Stokes forces in the wave-averaged equations. *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 121(5):3579–3596, 2016.
- H. TAN : Applying the free-slip boundary condition with an adaptive cartesian cut-cell method for complex geometries. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 74(4):661–684, 2018. URL <https://par.nsf.gov/servlets/purl/10108399>.
- L. WU, Ø. BREIVIK et A. RUTGERSSON : Ocean-wave-atmosphere interaction processes in a fully coupled modeling system. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 11(11):3852–3874, 2019.