

Rapport hebdomadaire – McGill

Semaine du 3 avril 2023

Charles-Édouard Lizotte

07/03/2023

Contents

1	DONE Débugger le modèle <i>shallow water</i> à 2 et 3 couches [1/1]	1
1.1	Workflow	1
1.2	DONE Rencontre avec David	1
1.3	Test à trois couches	2
2	DONE Installer et gérer le compte Oxygen fournit pas McGill	2
3	DONE Coder les mode barotropes et baroclines [3/3]	3
3.1	Rappel théorique : cas analytique du test à trois couches	3
3.2	DONE Installer LAPACK	3
3.3	DONE Implémenter l'algorithme pour trouver les valeurs propres	4
3.4	DONE Calculer les vorticités quasi-géostrophiques baroclines et barotropes	4
4	Bibliographie	4
5	Annexe	4

1 **DONE** Débugger le modèle shallow water à 2 et 3 couches [1/1]

1.1 Workflow

Commençons par relancer le modèle pour 5 ans à seulement deux couches. De la manière que j'ai tout recodé, il ne suffit qu'à redéfinir le nombre de couches nz à 2 et $H2$ à 3000 mètres. Les gravités réduites ont été formulées de sorte à retrouver la même vitesse pour les ondes barocliniques c_{bc} . En détail, à deux couches

$$g'_2 = c_{bc} \left(\frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2} \right) = g \left(\frac{\Delta \rho_{1,2}}{\rho_1} \right), \quad (1.1)$$

Donc il est assez simple d'imposer un différentiel de ρ entre les couches, dans le but de fixer la vitesses des ondes barocliniques.

N.B. Après quelques heures/journées de travail, j'ai trouvé des erreurs, mais pas les miennes. En gros, la *thickness* était calculée entre deux pas de temps différents. Faudrait en glisser un mot à Tianze sur son *git*. C'est fait, mais David m'a mentionné que Tianze ne risque malheureusement pas de répondre.

1.2 **DONE** Rencontre avec David

J'ai rencontré david pour lui parler du problème, j'ai quelques indices personnels qui pourraient expliquer la convergence dans la zone anti-cyclonique. Selon lui, c'est normal en *shallow water* ce genre de truc. Comme j'avais remarqué, en *SW*, il y a une *feedback loop* entre l'épaisseur de la couche supérieure et la valeur du forçage.

$$\text{Si } h \downarrow \Rightarrow \tau(h) \uparrow \Rightarrow u(\tau) \uparrow \Rightarrow -\nabla \cdot (\mathbf{u}h) \uparrow \quad (1.2)$$

Aussi, faut pas oublier que la vorticité et le courant se font advecter. C’est probablement de l’auto-advexion et je capotais probablement pour rien,  a reste à voir ça.

En gros, David a remarqué que j’avais initialement du bruit dans mes premières simulations mais pas dans les simulations subséquentes à 2 et trois couches. Personnellement, je ne croyais pas que c’était un enjeu, considérant qu’il y a souvent du bruit numérique et que les instabilités barocliniques finissent toujours par arriver de toute manière. Bref, David m’a convaincu du contraire :  a prend beaucoup de temps pour que ces instabilités finissent par émerger. J’ai donc reparti les simulations numériques avec le même bruit qu’avant (de l’ordre de $O(0.1)$). Les résultats étaient identiques, j’en déduis donc qu’il faut absolument **toujours** un peu de bruits.

1.3 Test à trois couches

Comme David l’a conseillé, on peut faire un simple test où les trois couches ont la même épaisseur et le même $\Delta\rho_{k,k-1}$. Ainsi les rayons de déformation sont données par des multiples du rayon de déformation du premier mode. Les paramètres de l’expérience sont affichés dans le tableau suivant. Les diagrammes de Hovmöler et les snapshot sont affichés en annexe de ce rapport.

Table 1: Valeur des différents paramètres de l’expérience de [Chen et al. \[2021\]](#), mais à 3 couches.

Paramètres	Symbole	Valeur
Taille du domaine	$L_x = L_y$	2000 km
Pas de temps	Δt	360 s
Paramètre de Coriolis	f	$7 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
Amplitude du vent	τ_{atm}	0.1 N m^{-2}
Coefficient de viscosité biharmonique	A_{bh}	$dx^4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
Coefficient de frottement au fond	r_{drag}	10^{-7} s^{-1}
Coefficient dissipation du Laplacien inverse	r_{InvLap}	$(2\pi/L_y)^2 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
�paisseur de la couche en surface	H_1	1000 m
�paisseur de la seconde couche	H_2	1000 m
�paisseur de la couche au fond	H_3	1000 m
Densité de l’eau (première couche)	ρ_1	1.0000 kg/m^3
Différence de densité entre les couches	$\Delta\rho$	$\frac{\rho_1 c_{bc}^2}{g} \left(\frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2} \right)$
Vitesse des ondes internes (semi-obsolète)	c_{bc}	2 ms^{-1}
Gravité réduite (seconde couche)	g_2'	$8 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$
Gravité réduite (troisième couche)	g_3'	$6 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$

2 DONE Installer et gérer le compte Oxygen fournit par McGill

L’administration m’a créé un compte, il faudrait vérifier tout ça.

This is done using a ssh client (present on mac, linux and windows by default), please ssh to your assigned computer. Your computer name is the name on the sticker on the computer tower. (jet) On m’a créé un compte AOS (*Atmospheric and Oceanic Sciences*), donc à partir de maintenant, je peux me connecter partout, tant que je suis sur le réseau de l’université McGill. Le VPN ne marchera pas tant que les problèmes bureaucratiques ne seront pas réglés.

Essentiellement, mon nom d’utilisateur est *celizotte*, je peux me connecter au service *Jump* en *bash*   l’aide de la commande

```
ssh celizotte@jump.meteo.mcgill.ca
```

et d’ici on peut se connecter sur Oxygen (le réseau à David?)   l’aide de la commande

```
ssh oxygen.meteo.mcgill.ca
```

On m’a aussi fourni un ordinateur dénommé *Jet*. Pour se connecter à Jet, il suffit d’utiliser la commande

```
ssh jet
```

une fois connecté sur Jump. Il faudrait d’ailleurs que je demande à David où est l’ordinateur... parce que je confirme qu’il n’est pas dans mon bureau.

3 DONE Coder les mode barotropes et baroclines [3/3]

3.1 Rappel théorique : cas analytique du test à trois couches

Étudions un cas facile pour se permettre de tester notre modèle numérique. Assumons trois couches homogènes de 1000 mètres d'épaisseurs avec un différentiel de densité constant (Voir tableau 2).

Table 2: Tableau regroupant les paramètres de notre cas trivial.

Paramètre	Variable	Valeur
Épaisseur 1ère couche	H_1	$H_{\text{tot}}/3 = H$
Épaisseur 2ème couche	H_2	$H_{\text{tot}}/3 = H$
Épaisseur 3ème couche	H_3	$H_{\text{tot}}/3 = H$
Densité première couche	ρ_1	ρ_1
Densité seconde couche	ρ_2	$\rho_1 + \Delta \rho$
Densité troisième couche	ρ_3	$\rho_1 + 2 \Delta \rho$

Aux dire de ce que nous avons découvert précédemment dans le dernier rapport, il est possible de créer une matrice représentant notre opérateur linéaire d'épaisseur à l'aide de la méthode des différences finies. Rappelons que la surface fixe et le fond plat ajoutent des contraintes sur les premiers et derniers éléments de notre matrice, de sorte que

$$\mathcal{L} - \Lambda = \begin{pmatrix} F_{(1,2)} - \lambda_i & -F_{(1,2)} & 0 \\ -F_{(2,2)} & F_{(2,3)} + F_{(2,2)} - \lambda_i & -F_{(2,3)} \\ 0 & -F_{(3,3)} & F_{(3,3)} - \lambda_i \end{pmatrix}$$

Sachant que les g'_j dépendent de $\Delta\rho_{(j,i)} = \rho_j - \rho_{j-1}$, on peut dire que $g'_2 = g'_3 = g'$. De plus, tous les H_i sont identiques, alors on peut simplifier les coefficient F , ce qui se traduit mathématiquement par

$$F_{(i,j)} = F \quad \forall \quad (i,j) : i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (3.1)$$

On résoud le problème aux valeurs propres en trouvant le déterminant de cette matrice,

$$0 = (F - \lambda_i) \left[(2F - \lambda_i)(F - \lambda_i) - F^2 \right] - F^2(F - \lambda_i). \quad (3.2)$$

L'équation 3.2 se factorise, on retrouve donc

$$\begin{aligned} 0 &= (F - \lambda_i) \left[(2F - \lambda_i)(F - \lambda_i) - 2F^2 \right], \\ 0 &= (F - \lambda_i) \left[(\lambda_i^2 + 2F^2 - 3F\lambda_i) - 2F^2 \right], \\ 0 &= \lambda_i(F - \lambda_i)(\lambda_i - 3F). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Pour finir, nos valeurs propres sont données par

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \frac{f_0^2}{g'H}, \quad \lambda_3 = \frac{3f_0^2}{g'H}. \quad (3.4)$$

3.2 DONE Installer LAPACK

Une fois internet revenu chez moi (grosse tempête de verglas), j'ai pu installer LAPACK,

```
sudo apt-get install libblas-dev liblapack-dev
```

et pour trouver le *path*,

```
dpkg -L liblapack-dev
```

ce qui nous permet d'ajouter

```
lapack_path=/usr/lib/x86_64-linux-gnu/lapack
```

et de linker notre application Fortran avec

```
-lblas -L$lapack_path -llapack
```

3.3 DONE Implémenter l’algorithme pour trouver les valeurs propres

Consiste concrètement à recopier la matrice de l’opérateur linéaire du modèle QG de Louis-Philippe. Il fallait juste faire très attention, parce qu’on définissait les grime au plafond des couches et non au plancher. Les fonctions $F(i,j)$ n’étaient donc pas les mêmes. Une fois la matrice A créée, on mettait tout ça dans la fonction SEEVG et le tour est joué.

3.4 DONE Calculer les vorticités quasi-géostrophiques baroclines et barotropes

À partir des fonctions de courant baroclines ψ_{BC} , il est possible de retrouver des vorticité quasi-géostrophiques à l’aide de l’équation

$$q_{BT}^i = \nabla^2 \psi_{BT}^i + \Gamma^i \psi_{BT}^i, \quad (3.5)$$

citée dans le code de Louis-Philippe. Il faudrait donc implémenter ça, mais pour l’instant c’est en *stand by* parce que les deux ont confirmé que ce n’était pas tant nécessaire.

4 Bibliographie

References

Y. Chen, D. Straub, and L.-P. Nadeau. Interaction of nonlinear ekman pumping, near-inertial oscillations and geostrophic turbulence in an idealized coupled model. *Journal of Physical Oceanography*, 2021.

5 Annexe

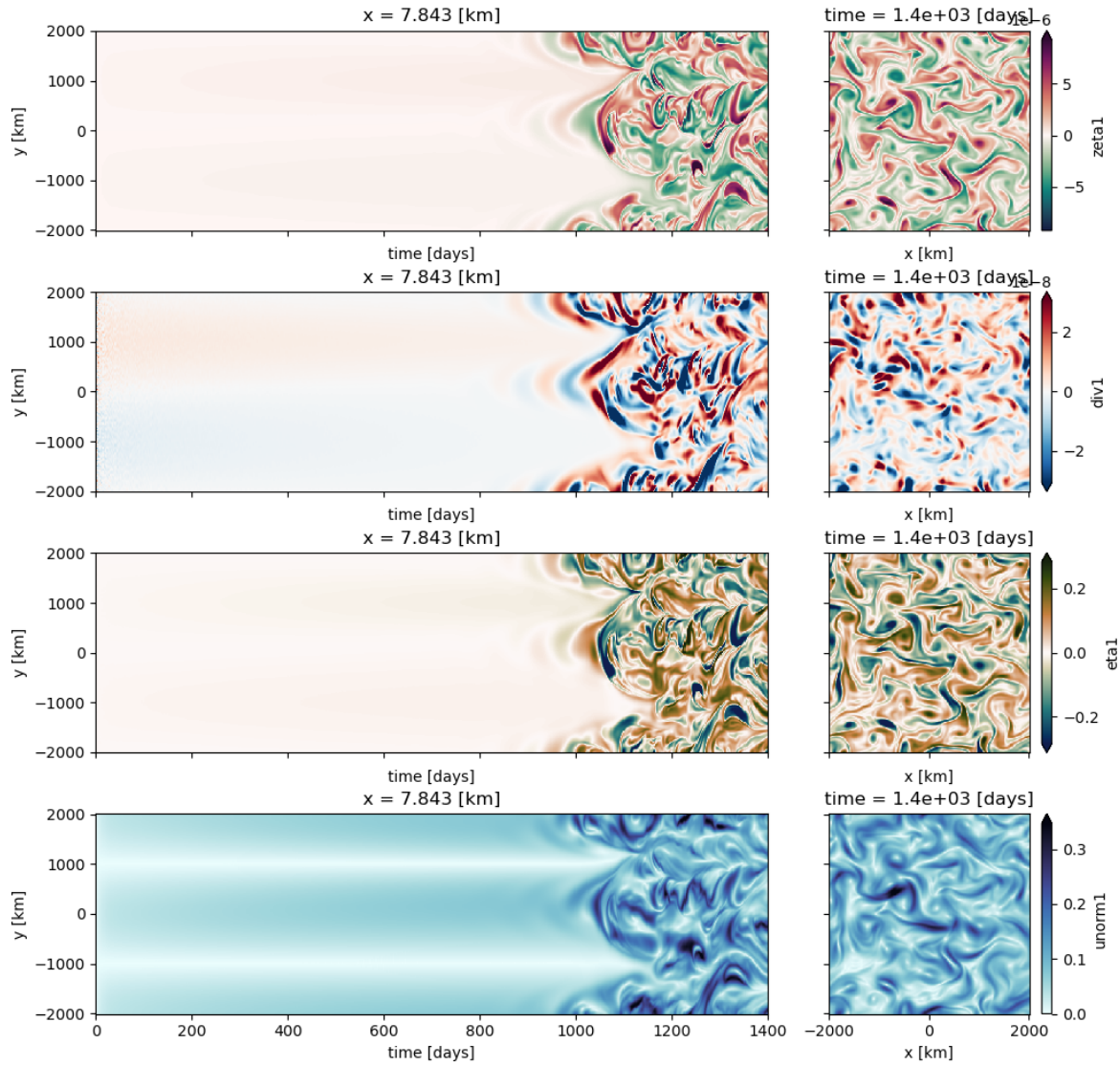


Figure 1: Résultats du test à trois couches (Première couches)

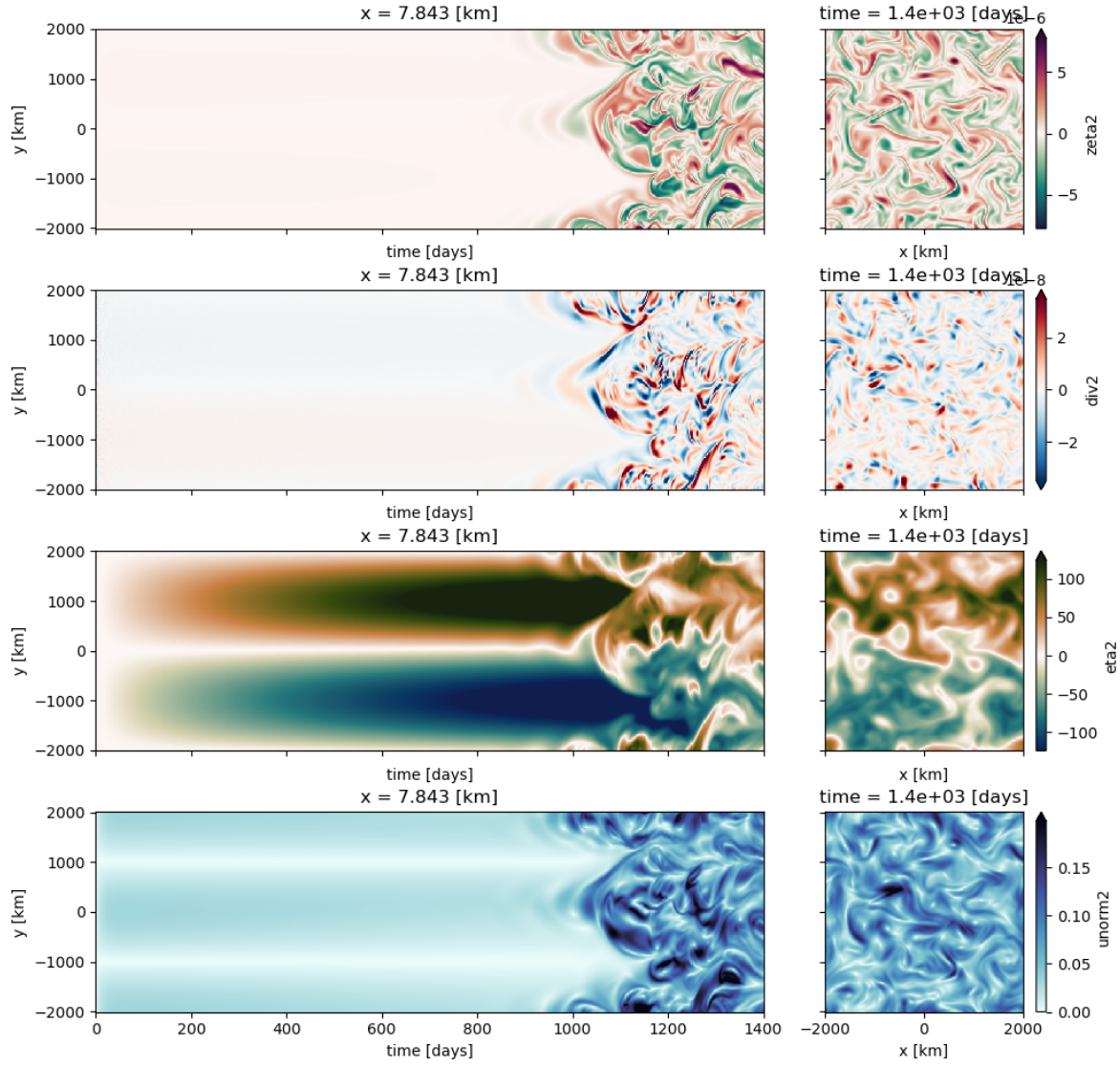


Figure 2: Résultats du test à trois couches (Seconde couches)

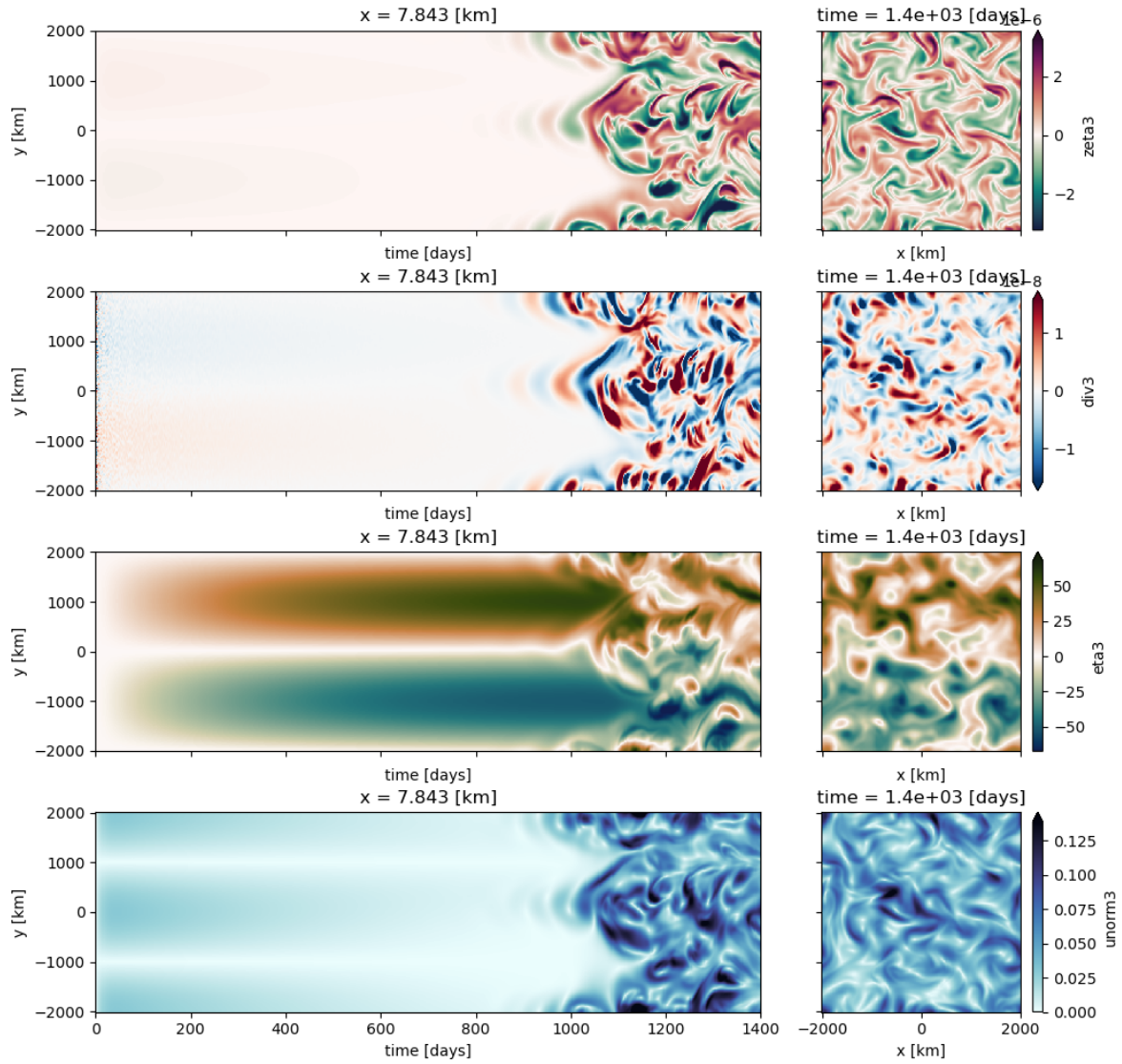


Figure 3: Résultats du test à trois couches (Troisième couches)