Contrat Été 2023

CARNET DE BORD, UNIVERSITÉ MCGILL

RÉALISÉ DANS LE CADRE
D'UN PROJET POUR

ISMER–UQAR

12/05/2023

Rédaction
Charles-Édouard Lizotte
charles-edouard.lizotte@uqar.ca
ISMER-UQAR

Table des matières

1 Nouvelle formulation pour le gradient de pression

David nous a éclairé de sa lumière mardi à 21h43 et nous est arrivé avec un solution super simple mais efficace. En premier lieu, on se souvient qu'on définit notre pas de temps *leapfrog* de manière à ce que

$$\boldsymbol{u}^{t+1} = \underbrace{\boldsymbol{u}^{t-1} + (2\Delta t)\cdot \boldsymbol{G}^t}_{\tilde{\boldsymbol{u}}} + \nabla\phi. \tag{1.1}$$

On peut décomposer notre courant en deux composantes, soit barotrope et baroclines, de sorte à retrouver

$$\tilde{\boldsymbol{u}}_{BT} = \frac{1}{H}\sum_k^n d_k \tilde{\boldsymbol{u}}_k, \tag{1.2a}$$

$$\tilde{\boldsymbol{u}}_{BC} = \tilde{\boldsymbol{u}} - \tilde{\boldsymbol{u}}_{BT}. \tag{1.2b}$$

Puis à l'aide de ce courant barotrope, on peut construire une vorticité barotrope

$$\tilde{\zeta}_{BT} = \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times \tilde{\boldsymbol{u}}_{BT}]. \tag{1.3}$$

Mais on peut aussi calculer la vorticité de notre futur courant, de sorte à retrouver

$$\begin{aligned}
\zeta_{BT}^{t+1} &= \hat{\mathbf{k}} \cdot \left[\nabla \times \boldsymbol{u}_{BT}^{t+1}\right], \\
\zeta_{BT}^{t+1} &= \hat{\mathbf{k}} \cdot \left[\nabla \times \tilde{\boldsymbol{u}}_{BT} + \nabla\phi\right], \\
\zeta_{BT}^{t+1} &= \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times \tilde{\boldsymbol{u}}_{BT}] + \cancelto{0}{\hat{\mathbf{k}} \cdot \left[\nabla \times \nabla\phi\right]}.
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Comme le rotationnel d'un gradient est toujours nul, on arrive à la conclusion inévitable que

$$\zeta_{BT}^{t+1} = \tilde{\zeta}_{BT}. \tag{1.5}$$

La correspondance entre la vorticité relative est donnée par $\zeta = \nabla^2\psi$, donc on obtient une nouvelle équation de Poisson donnée par

$$\boxed{\nabla^2\psi_{BT} = \hat{\mathbf{k}} \cdot [\nabla \times \tilde{\boldsymbol{u}}_{BT}] \quad \text{avec C.F. Dirichlet} \quad \psi_{BT}\Big|_{x_0, x_f} = \psi_{BT}\Big|_{y_0, y_f} = 0,} \tag{1.6}$$

et en trouvant ψ_{BT} on trouve $\boldsymbol{u}_{BT}$.

Finalement, on retrouve

$$\boldsymbol{u}^{t+1} = \boldsymbol{u}_{BT} + \boldsymbol{u}_{BC}, \tag{1.7}$$

où $\boldsymbol{u}_{BC} = \tilde{\boldsymbol{u}}_{BC}$ car $\nabla\phi$ est une composante barotrope.

1.1 Avantages

Cette méthode a l'avantage de ramener le problème directement aux frontières, tout en oubliant complétement la composante de pression à trouver.

2 Bibliographie