

Leçon 918 - Systèmes formels de preuve en logique du premier ordre. Exemples.

2 décembre 2019

1 Extraits du Rapport

Rapport de jury 2018

Le jury attend du candidat qu'il présente au moins la déduction naturelle ou un calcul de séquents et qu'il soit capable de développer des preuves dans ce système sur des exemples classiques simples. La présentation des liens entre syntaxe et sémantique, en développant en particulier les questions de correction et complétude, et de l'apport des systèmes de preuves pour l'automatisation des preuves est également attendue. Le jury appréciera naturellement si des candidats présentent des notions plus élaborées comme la stratégie d'élimination des coupures mais est bien conscient que la maîtrise de leurs subtilités va au-delà du programme.

2 Cœur de la leçon

- Un système de preuve, et des preuves.
- Syntaxe et Sémantique, correction et complétude.

3 À savoir

- Calcul des séquents, déduction naturelle.
- Algorithme d'unification.
- Preuves par résolution.
- Automatisation des preuves.

4 Ouvertures possibles

- Élimination des coupures.
- Logique intuitionniste.
- Compacité.
- Méthodes des tableaux.
- Théories équationnelle et réécriture.
- Clauses de Horn, résolution et Prolog.

5 Conseils au candidat

- Il faut au moins deux systèmes différents. Trois, c'est trop.
- Éviter de mettre les règles du système principal en annexes. Des arbres de preuves peuvent y trouver leur place.

- Ne pas mettre tous les systèmes. Attention à bien justifier l'introduction des différents systèmes, on ne fait pas un catalogue.
- Les formules sont des termes, pas des mots avec parenthèses (pourquoi pas la notation polonaise inverse tant qu'on y est !)
- Ne pas proposer la correction en développement.
- Cette leçon ne porte pas sur les théories.
- La théorie de l'égalité peut apparaître comme une théorie, mais il vaut mieux éviter de la mettre directement dans le système de preuve.
- Attention à la notion d' α -renommage, dur à définir complètement correctement.
- Se méfier de la déduction naturelle, c'est difficile de l'utiliser sur des exemples.

6 Questions classiques

- Telle règle pourrait-elle être écrite différemment/est-elle admissible ?
- Discuter des difficultés de l'automatisation dans différents systèmes.
- Démontrer telle formule dans tel système.
- La logique du premier ordre est-elle décidable ?
- Motivation derrière les développements des systèmes à la Hilbert ?
- Connaissez vous des outils (programmes) permettant de travailler avec un système de preuve et faire des preuves formelles ?

7 Références

- [Go] Proof Theory and Automated Deduction - Jean GOUBAULT-LARRECQ - à la BU/LSV
Le must pour la logique
- [Da] Introduction à la logique - R. DAVID, K. NOUR, C. RAFFALLI - à la BU/LSV
L'autre must pour la logique
- [Dow] Les démonstrations et les algorithmes - Introduction à la logique et à la calculabilité - Gilles DOWEK - à la BU ?
Très bien pour prendre du recul.

8 Dev

- Le théorème de HERBRAND est hors-sujet, c'est de la sémantique.
- L'unification est vraiment border line.
- L'élimination des coupures est trop dur à faire passer dans le temps.
- ++ Complétude d'un système de preuve - ([Da], [Go]) - 918
Faire la complétude du système présenté. Il y a plusieurs preuves pour chaque système.
- ++ Interpolation - ([Da], [Go]) - 918
Selon le système de preuve.
- Développement d'un exemple de preuve en déduction naturelle ou en calcul des séquents.