

# Leçon 929 – Lambda-calcul pur comme modèle de calcul. Exemples.

2 décembre 2019

## 1 Extraits du Rapport

### Rapport de jury 2018

*Il s'agit de présenter un modèle de calcul : le lambda-calcul pur. Il est important de faire le lien avec au moins un autre modèle de calcul, par exemple les machines de Turing ou les fonctions récursives. Néanmoins, la leçon doit traiter des spécificités du lambda-calcul. Ainsi, le candidat doit motiver l'intérêt du lambda-calcul pur sur les entiers et pourra aborder la façon dont il permet de définir et d'utiliser des types de données (booléens, couples, listes, arbres).*

## 2 Cœur de la leçon

- Définitions : lambda-termes, alpha-équivalence, substitution.
- $\beta$ -redex,  $\beta$ -réduction, confluence.
- Expressivité : équivalence avec les fonctions primitives.

## 3 À savoir

- Représentation des données : entiers, booléens.
- Fonctions représentables.
- Stratégies d'évaluation (gauche, tête).
- Exemples : fonctions arithmétiques, conditionnelle.
- Exemples : fonctions récursives avec combinateur de point fixe.

## 4 Ouvertures possibles

- Types de données : couples, tuples, listes, arbres, et leurs primitives.
- Développements finis.
- Fonctions fortement représentables.
- Lien avec les langages fonctionnels (appel par valeur, nom, need)
- Systèmes numériques (nombres de Gödel, Parigot, Church) et conversions
- Indécidabilité sur les  $\lambda$ -termes (cf Krivine/Barendregt)

## 5 Conseils au candidat

- Ne pas sortir du cadre "modèle de calcul".
- Surtout ne pas parler de système de type.
- Bien doser le temps passé sur la substitution et l'alpha équivalence.
- Avoir en tête (ou dans ses notes) les petits exemples de bases (pour la non terminaison de la  $\beta$ -réduction, pour la différence entre fortement et faiblement normalisant,...)
- Voir le lien entre stratégie et appel par nom ou valeur (ou paresseuse) dans les langages de programmations (avec exemple concret de langages).
- Choisir un système numérique, et en connaître au moins un autre.

## 6 Questions classiques

- Quel est l'intérêt du  $\lambda$ -calcul (par rapport aux autres modèles de calcul) ?
- Donner un contre exemple à la forte confluence.
- Connaissez vous une autre forme de confluence que la confluence ou la confluence forte ?
- Citer un combinateur de point fixe.
- Le combinateur de point fixe donné fonctionne-t-il correctement en appel par valeur ?
- Écrire la factorielle en  $\lambda$ -calcul dans le système numérique de votre choix.
- Calculer la forme normale d'un terme donné.
- Quel est l'intérêt de la représentation forte (par rapport à la faible)
- Est-ce qu'un terme est  $\beta$ -équivalent à une unique forme de tête ?
- Connaissez vous l' $\eta$ -expansion ? À quoi peut-elle servir ?
- Connaissez-vous d'autres théorèmes de point fixe (même en dehors du  $\lambda$ -calcul) ?
- Peut-on décider si un terme a une forme normale ?

## 7 Références

- [Kri] Lambda-calcul, types et modèles - Jean-Louis KRIVINE - ?  
*Semble mieux que le Barendregt.*

## 8 Dev

- ++ Equivalence entre fonctions récursives et fonctions représentables - ([Kri], p. 24) - 912,929  
*Il suffit de faire le sens récursif est représentable, mais il faut savoir justifier facilement de l'autre direction. Être bien au clair sur le problème des fonctions partielles et des problèmes de terminaison. Savoir exprimer le lambda terme correspondant à une fonction recursive, e.g l'addition, à partir du résultat.*