

太戈编程
etiger.vip

信奥算法

递推

动态规划

dynamic programming

依次

状态

计算

魔鬼步

魔鬼共有 n 级楼梯要走，魔鬼有他的步伐，每一步他只可以向上走 a 级楼梯或者 b 级楼梯，请问能否正好走到第 n 级？ $n \leq 90$

输入样例：

10
3 6

输出样例：

No

输入样例：

10
3 4

输出样例：

Yes

依次计算

能否正好走到第0级？

能否正好走到第1级？

能否正好走到第2级？

.....

能否正好走到第 n 级？

$f[0]$

$f[1]$

$f[2]$

$f[n]$



魔鬼步

$f[i]$ 记录能否正好走到第 i 级

bool
类型

输入样例：
10
3 6

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f[i]	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

输入样例：
10
3 4

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f[i]											

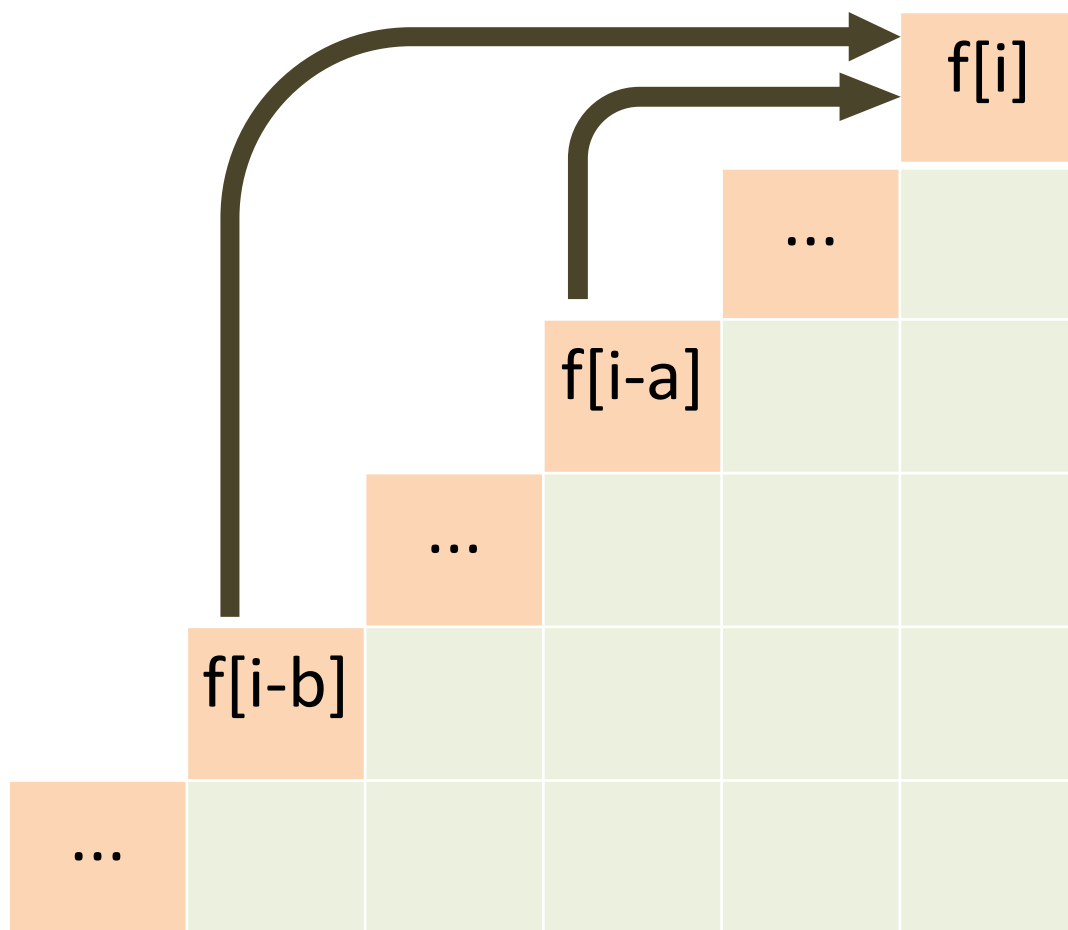
现场
挑战

请在电脑上填写
 $f[i]$ 各数值

魔鬼步

$f[i]$ 记录能否正好走到第 i 级

能否正好走到第 i 级
取决于
能否正好走到第 $i-a$ 级
能否正好走到第 $i-b$ 级



魔鬼步

$f[i]$ 记录能否正好走到第*i*级

能否正好走到第*i*级
取决于
能否正好走到第*i-a*级
能否正好走到第*i-b*级

若*i*==0

$$f[0] = 1$$

初始
条件

若*i*>=1

$$f[i] = f[i - a] \mid i \geq a \\ \text{or} \\ f[i - b] \mid i \geq b$$

状态
转移
方程

```
1  /*
2  f[i] 记录能否正好走到第i级
3  输入样例n=10, a=3, b=4
4      i=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
5  f[i]=1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1
6  */
```

定义状态

手算样例

请现场完成
第1-6行

老师检查

```

1  /*
2  f[i] 记录能否正好走到第i级
3  输入样例n=10,a=3,b=4
4      i=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
5  f[i]=1,0,0,1,1,0,1,1,1,1,1
6  */
7  #include<iostream>
8  using namespace std;
9  bool f[51];
10 int n,a,b;
11 int main(){
12     cin>>n>>a>>b;
13     f[0]=1;
14     for(int i=1;i<=n;i++){
15         f[i]=0;
16         if(i>=a) f[i]=(f[i] or f[i-a]);
17         if(i>=b) f[i]=(f[i] or f[i-b]);
18     }
19     for(int i=0;i<=n;i++)
20         cout<<i<<": "<<f[i]<<endl;
21     return 0;
22 }

```

定义状态

手算样例

跟着老师翻译
理解每一行

输出数组
观察结果

自然状态

定义状态的核心问题： $f[i]$ 代表什么含义？

原题问题： 能否正好走到第 n 级？

$f[n]$ 代表的就是原问题

能否正好走到第 n 级

$f[i]$ 代表的是原问题的子问题

能否正好走到第 i 级

抄原题
大法好！

最自然
的状态

问题分类

可行性问题

共有 n 级楼梯，只可以走 a 级或 b 级，
能否正好走到第 n 级？

计数问题

共有 n 级楼梯，只可以走 a 级或 b 级，
走到第 n 级共几种走法？

最优化问题

共有 n 级楼梯，只可以走 a 级或 b 级，
最高能走到第几级？

共有 n 级楼梯，只可以走 a 级或 b 级，
走到第 n 级，最少要几步？

走楼梯计数

共有 n 级楼梯，只可以走 a 级或 b 级，
走到第 n 级共几种走法？ $n \leq 90$

输入样例：

5

2 1

输出样例：

8

输入样例：

8

2 3

输出样例：

4

依次计算

走到第0级共几种方法？

$g[0]$

走到第1级共几种方法？

$g[1]$

走到第2级共几种方法？

$g[2]$

.....

走到第 n 级共几种方法？

$g[n]$



走楼梯计数

$g[i]$ 记录走到第 i 级共几种方法

long long
类型

输入样例:

5
2 1

i	0	1	2	3	4	5
g[i]	1	1	2	3	5	8

输入样例:

10
2 3

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g[i]											

现场
挑战

请在电脑上填写
 $g[i]$ 各数值

走楼梯计数

$g[i]$ 记录走到第*i*级共几种方法

到第*i*级共几种方法
取决于
到第*i-a*级共几种方法
到第*i-b*级共几种方法

若*i*==0

$$g[0] = 1$$

初始
条件

若*i*>=1

$$g[i] = g[i - a] | i \geq a \\ + \\ g[i - b] | i \geq b$$

状态
转移
方程

定义状态

手算样例

输出数组
方便调试

```
1  /*
2  g[i] 记录正好走到第i级有几种走法
3  输入样例n=10,a=2,b=3
4      i=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
5  g[i]=1,0,1,1,1,2,2,3,4,5,7
6  */
7  #include<iostream>
8  using namespace std;
9  long long n,a,b,g[100];
10 int main(){
11     cin>>n>>a>>b;
12     g[0]=1;
13     for(int i=1;i<=n;i++){
14         g[i]=0;
15         if(i>=a) g[i]+=g[i-a];
16         if(i>=b) g[i]+=g[i-b];
17     }
18     for(int i=0;i<=n;i++)
19         cout<<i<<": "<<g[i]<<endl;
20     return 0;
21 }
```

走楼梯最优化问题

共有 n 级楼梯，只可以走 a 级或 b 级，
最高能走到第几级？ $n \leq 90$

输入样例：

10
3 8

输出样例：

9

输入样例：

10
3 4

输出样例：

10

依次计算

共0级，最高能走到第几级？

共1级，最高能走到第几级？

共2级，最高能走到第几级？

.....

共 n 级，最高能走到第几级？

$h[0]$

$h[1]$

$h[2]$

$h[n]$



走楼梯最优化问题

int
类型

$h[i]$ 记录：共 i 级时最高能走到第几级

输入样例：
10
3 8

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h[i]$	0	0	0	3	3	3	6	6	8	9	9

输入样例：
10
3 4

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h[i]$											

现场
挑战

请在电脑上填写
 $h[i]$ 各数值

走楼梯最优化问题

$h[i]$ 记录：共 i 级时最高能走到第几级

若 $i=0$

$$h[0] = 0$$

初始
条件

若 $i \geq 1$

$$h[i] = \max\{\begin{aligned} &h[i-1], \\ &(h[i-a] + a) | i \geq a, \\ &(h[i-b] + b) | i \geq b \end{aligned}\}$$

状态
转移
方程

```
1  /*
2  h[i] 记录: 共i级时最高能走到第几级
3  输入样例n=10, a=3, b=4
4      i=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
5  h[i]=0, 0, 0, 3, 4, 4, 6, 7, 8, 9, 10
6  */
```

定义状态

手算样例

请现场完成
第1-6行

老师检查

```

1  /*
2  h[i] 记录: 共i级时最高能走到第几级
3  输入样例n=10,a=3,b=4
4      i=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
5  h[i]=0,0,0,3,4,4,6,7,8,9,10
6  */
7  #include<iostream>
8  #include<algorithm>
9  using namespace std;
10 int n,a,b,h[100];
11 int main(){
12     cin>>n>>a>>b;
13     h[0]=0;
14     for(int i=1;i<=n;i++){
15         h[i]=h[i-1];
16         if(i>=a) h[i]=max(h[i],h[i-a]+a);
17         if(i>=b) h[i]=max(h[i],h[i-b]+b);
18     }
19     for(int i=0;i<=n;i++)
20         cout<<i<<": "<<h[i]<<endl;
21     return 0;
22 }

```

跟着老师翻译
理解每一行

太戈编程
www.etiger.vip

最优化 vs 可行性

可行性问题

$f[i]$ 记录：能否正好走到第 i 级

最优化问题

$h[i]$ 记录：共 i 级时最高能走到第几级

已知 f 数组，
能否推导出 h 数组？

i	0	1	2	3	4	5	6
$f[i]$	1	0	0	1	0	1	1
$h[i]$	0	0	0	3	3	5	6

已知 h 数组，
能否推导出 f 数组？

i	0	1	2	3	4	5	6
$h[i]$	0	0	2	2	4	4	6
$f[i]$	1	0	1	0	1	0	1

大胃王

大胃王的胃容量是 n 升，眼前有2种饮料：
第1种饮料每瓶 a 升；第2种饮料每瓶 b 升。这些饮料都有无限多瓶。
大胃王可以选择其中若干瓶饮料来填充肚子。但是他做人有一个原则：浪费可耻。所以一旦他决定要喝某瓶饮料了，就一定会把这瓶喝完。请问大胃王最多能填充几升肚子的容量？

输入样例：

10
3 8

输出样例：

9

该问题属于哪类问题

最优化问题

大胃王问题
和
走楼梯最优化问题
有啥联系？



打游戏

小明沉溺于打手机游戏无法自拔，严重影响了他的身体健康。妈妈虽然仍然允许他适度地打游戏，但是加了一条限制条件：**不能连续两天都打游戏。**

输入第一行是一个正整数 n 代表天数，第二行为 n 个正整数代表这连续 n 天每天可以打游戏的小时数。输出一个正整数，代表小明这些天**最多能打多少小时**时间的游戏。 $n \leq 100$

输入样例：

4

3 1 1 2

输出样例：

5

该问题属于哪类问题

最优化问题

请写出 $f[n]$ 的含义

请写出 $f[i]$ 的含义



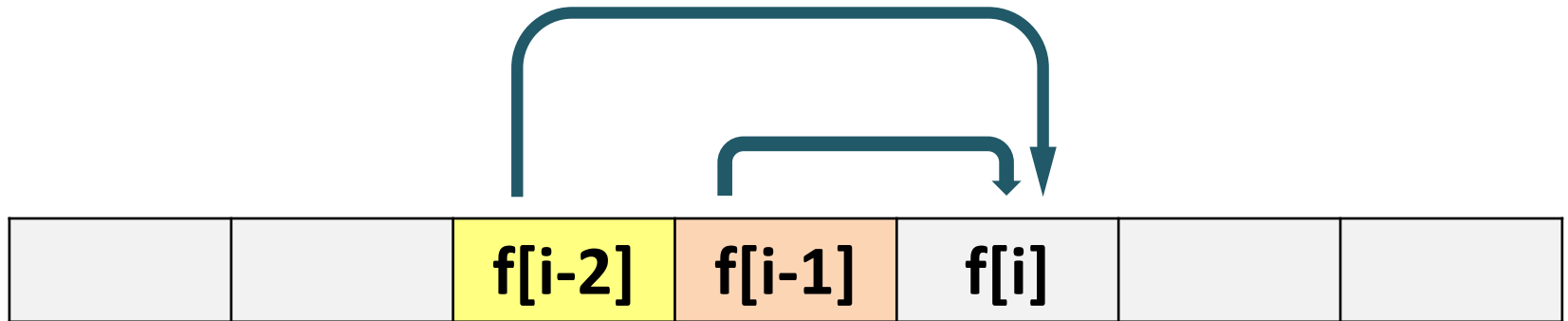
**邀你玩游戏
你拒绝**

打游戏



女朋友没了的话
你就可以专心打游戏了

$f[i]$ 代表前 i 天最多打多久



有两种可能

第 i 天不打

$f[i-1]$

第 i 天打

$f[i-2] + x[i]$

打游戏

$f[i]$ 代表前 i 天最多打多久

输入: $x[i]$ 代表第 i 天可以打几小时

若 $i==0$

$$f[0] = 0$$

若 $i==1$

$$f[1] = x[1]$$

初始
条件

若 $i \geq 2$

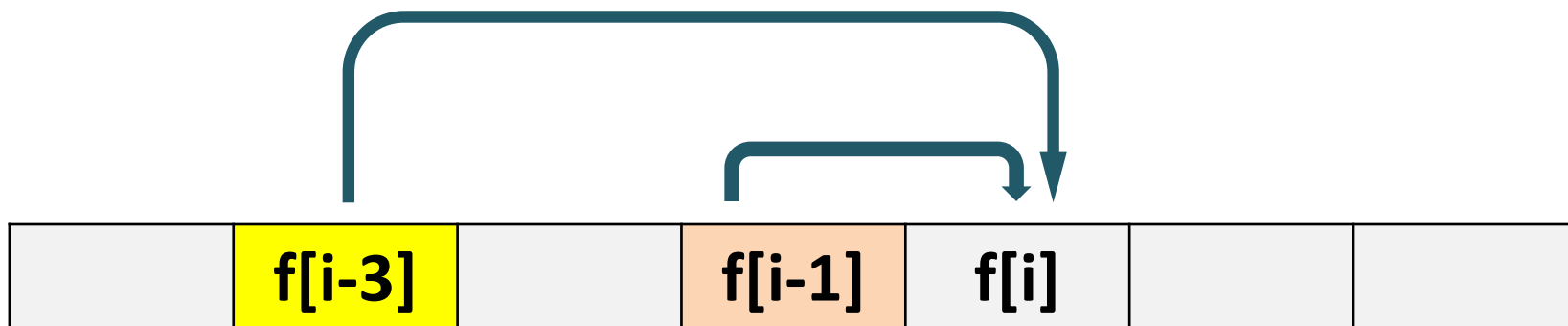
$$f[i] = \max\{f[i-1], f[i-2] + x[i]\}$$

状态
转移
方程

现场挑战

306

$f[i]$ 代表前*i*件里最大拿多少价值



有两种可能

第*i*件不拿

$f[i - 1]$

第*i*件拿

$f[i - 3] + x[i]$



快快306

$f[i]$ 代表前*i*件里最大拿多少价值

输入： $x[i]$ 代表第*i*件的价值

若*i*==0

$$f[0] = 0$$

初始
条件

若*i*==1

$$f[1] = x[1]$$

若*i*==2

$$f[2] = \max\{x[1], x[2]\}$$

若*i*>=3

$$f[i] = \max\{f[i-1], f[i-2] + x[i]\}$$

状态
转移
方程

快快306

```
1 /*  
2  $f[i]$  代表前  $i$  件里最大拿多少价值  
3 输入  $n=5$   
4  $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$   
5  $x[i] = 0, 7, 8, 8, 3, 1$   
6  $f[i] =$  , , , , ,   
7 */
```

定义状态

手算样例

请现场完成
第1-7行

老师检查

快快306

```
13  cin>>n;  
14  for(int i=1;i<=n;i++) cin>>x[i];  
15  f[0]=0;  
16  f[1]=x[1];  
17  f[2]=  
18  for(int i= ;i<=n;i++)  
19      f[i]=max( );  
20  cout<< <<endl;
```

作业要求

写程序前请写明：

1. 数组每一格的含义
2. 手算样例对应表格

查错方法：

1. 打印数组
2. 和手算表格对比找不同

1 /*

2 $f[i]$ 代表

3 输入样例:

4 $i=0, 1, 2, 3, \dots$

5 $f[i]=$

6 */

模版格式
供参考

太戈编程
www.etiger.vip

调试查错



太戈编程

305

1068

306

拓展题

307,452,742,629