

太戈编程
etiger.vip

信奥算法

前缀和应用

1582

不同问题,相同模型

一串字符串包含配对的圆括号()
以及其他符号

$1 - (1 - (1 - x)) * 2$

爬山游玩包含配对的上山和下山
以及其他游玩动作

玩玩上玩玩上玩玩玩下下玩玩

炒股包含配对的赚1元钱和亏1元
以及其他数钱动作

数数赚数数赚数数数亏亏数数

透过现象
看本质

脱掉马甲
现原形

不同问题,相同模型

每个非括号字符被嵌套几层?

1 - (1 - (1 - x)) * 2
0 0 1 1 2 2 2 0 0

每个游玩动作所在高度?

玩玩上玩玩上玩玩玩下下玩玩
0 0 1 1 2 2 2 0 0

每个数钱结果是几元?

数数赚数数赚数数数亏亏数数
0 0 1 1 2 2 2 0 0

透过现象
看本质

脱掉马甲
现原形

本质

红色
+1

蓝色
-1

每格的答案
对应前缀和

```
8 | cin>>n;  
9 | string formula;  
10 | getline(cin,formula); getline(cin,formula);
```

输入错误啦！

解决方案

易
错
点

cin流输入一行后
getline()失效一次

因为cin>>n;后
行末换行符
被getline()输入
做为空字符串

getline()两次！

```

8  cin>>n;
9  string formula;
10 getline(cin,formula); getline(cin,formula);

11 for(int i=0;i<n;i++){
12     if(formula[i]=='(') d[i+1]=1;
13     else if(formula[i]==')') d[i+1]=-1;
14     else d[i+1]=0;
15 }

16 for(int i=1;i<=n;i++)s[i]=s[i-1]+d[i];

17 for(int i=1;i<=n;i++)
18     if( )cout<< <<" ";
19 cout<<endl;

```

用纸和笔
补全第18行

345

质数判断数组

$p[i]$ 代表 i 是否为质数

```
6 bool isPrime(int x){  
7     if(x<=1)return 0;  
8     for(int i=2;i*i<=x;i++)  
9         if(x%i==0)return 0;  
10    return 1;  
11 }  
  
13 for(int i=2;i<N;i++)  
14     p[i]=isPrime(i);
```

质数判断数组

$s[i]$ 代表1到 i 共有几个质数

```
15 for(int i=1;i<N;i++)s[i]=s[i-1]+p[i];
```

询问：从 a 到 b 中共有几个质数

```
16 int m,a,b;  
17 cin>>m;  
18 for(int i=1;i<=m;i++){  
19     cin>>a>>b;  
20     cout<< <<" ";  
21 }
```

补全第20行

1583

简化问题

二维降一维

一维数组 n 格, 有 m 个问询:
 b 号元素到 d 号元素连续和是多少?

RSQ

(range sum query)

连续和问题转换为前缀和做差

启发灵感

二维连续和问题
也用前缀和!

思维方法

遇到二维数组问题
首先降维成一维问题启发算法

原问题

二维矩形连续和怎么求？

二维RSQ

算法1

矩形拆成多个一维数组分别求和

每个一维数组用一维前缀和做差

算法2

设计二维前缀和
2D prefix sums

二维矩形连续和问题

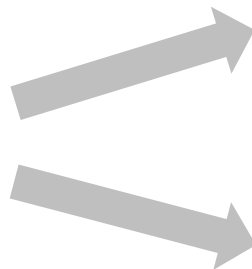
二维RSQ

算法1

拆成一维连续和问题
预处理多个一维前缀和

算法1

	1	2	3	4	5
1	-6	-1	3	-6	-1
2	1	3	-1	1	3
3	-6	-1	3	-6	-1
4	1	3	-1	1	3



3	-1	1
---	----	---

-1	3	-6
----	---	----

从(2,2)到(3,4)的矩形里
数字总和是多少

从(2,2)到(2,4)的长条里
数字总和是多少

从(3,2)到(3,4)的长条里
数字总和是多少

记笔记

$s[i][j]$ 代表第*i*行内从(*i*,1)到(*i*,*j*)的数字总和

算法1

```
9      for(int i=1;i<=n;i++)
10          for(int j=1;j<=n;j++)
11              cin>>f[i][j];
12      for(int i=1;i<=n;i++)
13          for(int j=1;j<=n;j++)
14              s[i][j]=f[i][j]+s[i][j-1];
```

记笔记

$s[i][j]$ 代表第 i 行内从 $(i,1)$ 到 (i,j) 的数字总和

算法1

```
15 int ans=INT_MIN;
16 cin>>m;
17 for(int k=1;k<=m;k++){
18     cin>>a>>b>>c>>d;
19     int cnt=0;
20     for(int i=a;i<=c;i++)
21         cnt+=
22     ans=max(ans,cnt);
23 }
24 cout<<ans<<endl;
```

int类型
最小值

补全第21行

记笔记

$s[i][j]$ 代表第 i 行内从 $(i,1)$ 到 (i,j) 的数字总和

二维矩形连续和问题 二维RSQ

算法2

设计二维前缀和

算法2

$$s[i][j] = f[i][j] + s[i][j-1] + s[i-1][j] - s[i-1][j-1]$$

j

i

-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1

算法2

	b						d					
a	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
c	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1
	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3	-6	-1	3
	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1	1	3	-1

$$s[c][d] - s[c][b-1] - s[a-1][d] + s[a-1][b-1]$$

算法2

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=n;j++)
        s[i][j]=f[i][j]+
int ans=INT_MIN;
cin>>m;
for(int k=1;k<=m;k++){
    cin>>a>>b>>c>>d;
    int cnt=
    ans=max(ans,cnt);
}
```

太戈编程

1582

1583

345

拓展题

672,864