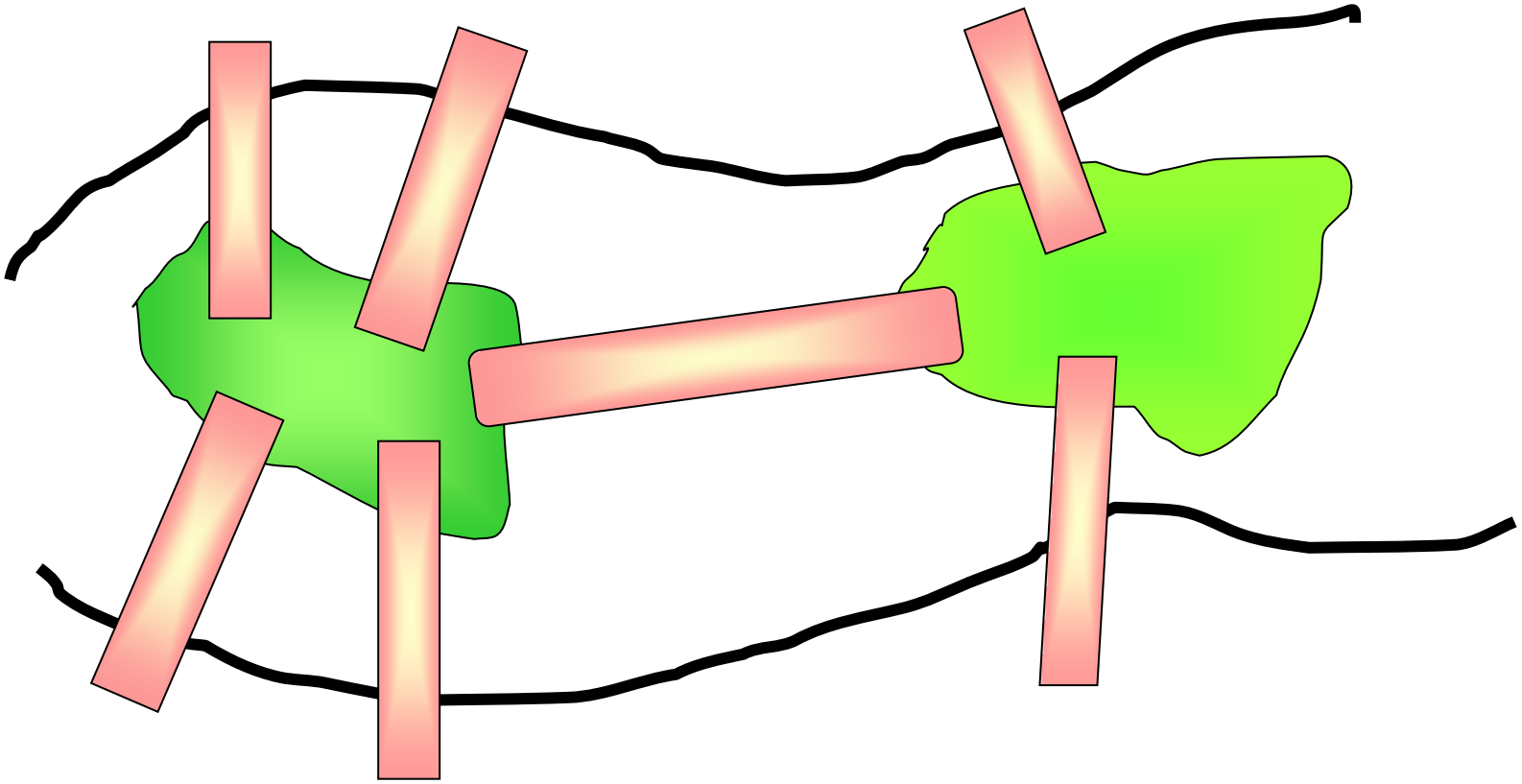
数据结构

图

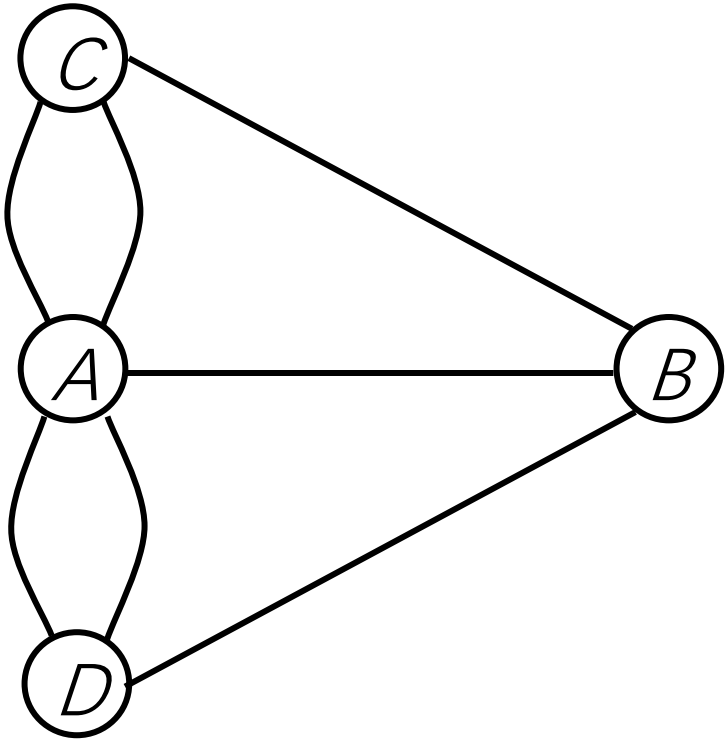
Graph

哥尼斯堡七桥问题



能否从某处出发，穿过所有桥一次后回到出发点？

哥尼斯堡七桥问题



欧拉路的判定规则:

1.如果通奇数桥的地方多于两个，则不存在欧拉路;

2.如果只有两个地方通奇数桥，可以从这两个地方之一出发，找到欧拉路;

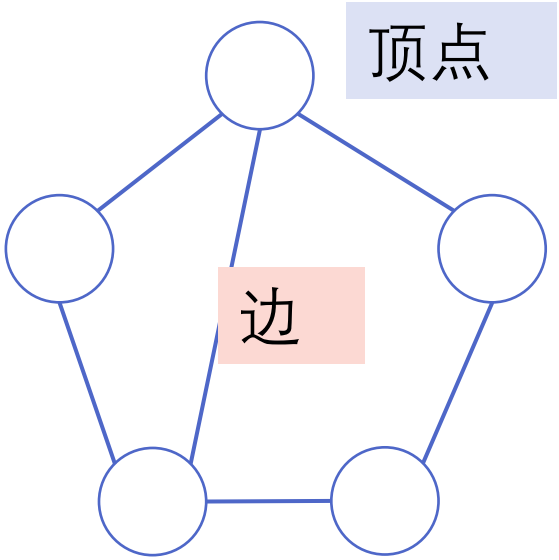
3.如果没有一个地方是通奇数桥的，则无论从哪里出发，都能找到欧拉回路。

图的定义

图是由顶点集合和边的集合组成，通常表示为：

$$G=(V，E)$$

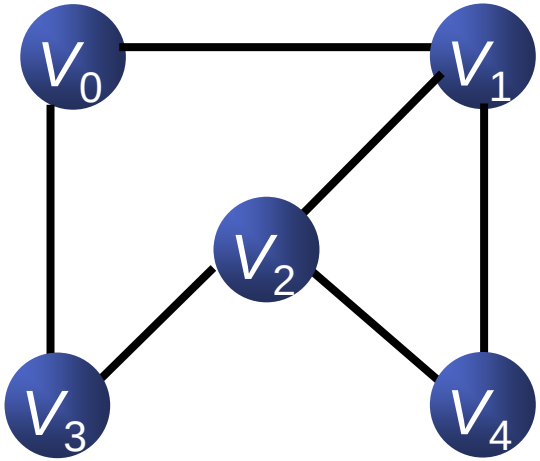
其中，G表示一个图，V是图G中顶点的集合，E是图G中顶点之间边的集合。



Vertex 顶点
Edge 边

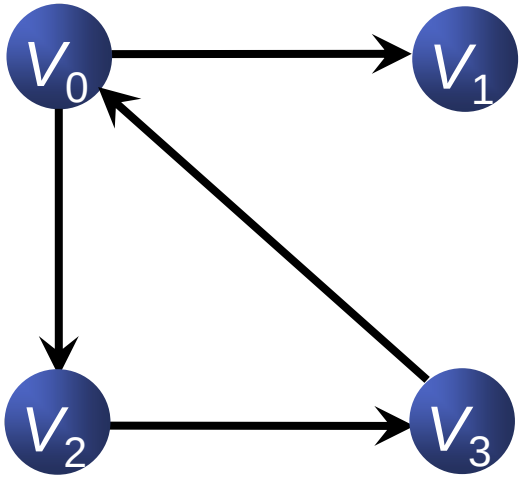
在图中，顶点个数不能为零，但可以没有边

无向图和有向图



若顶点v_i和v_j之间的边没有方向，则称这条边为无向边。

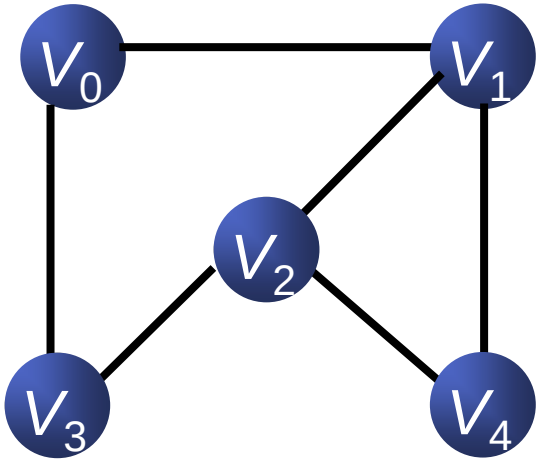
如果图的任意两个顶点之间的边都是无向边，则称该图为无向图。

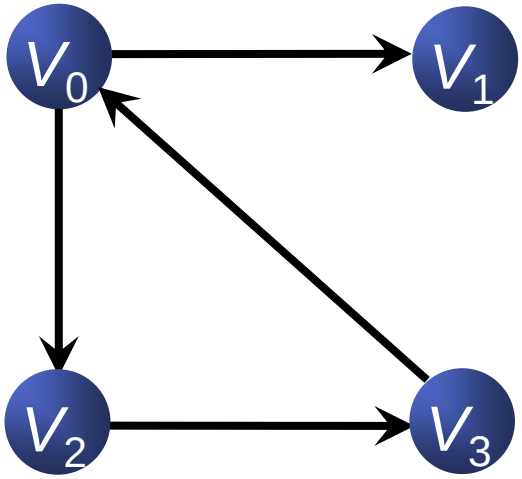


若从顶点v_i到v_j的边有方向，则称这条边为有向边。

如果图的任意两个顶点之间的边都是有向边，则称该图为有向图。

无向图和有向图



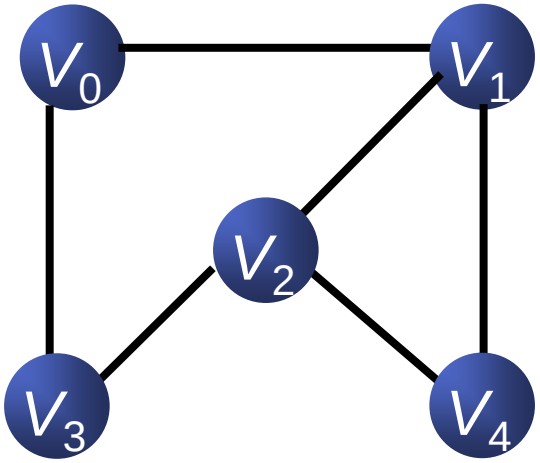


以下关系
是有向图还是无向图?

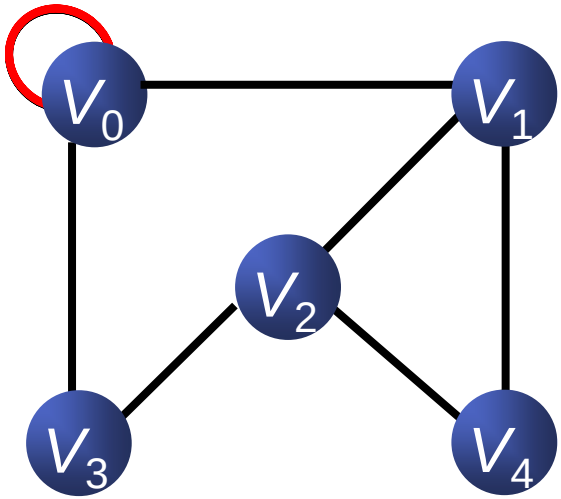
- 微信好友关系
- 微博粉丝关系
- 欠钱关系
- 城市交通网络
- 暗恋关系

简单图

简单图：在图中若不存在顶点到其自身的边，且同一条边不重复出现。

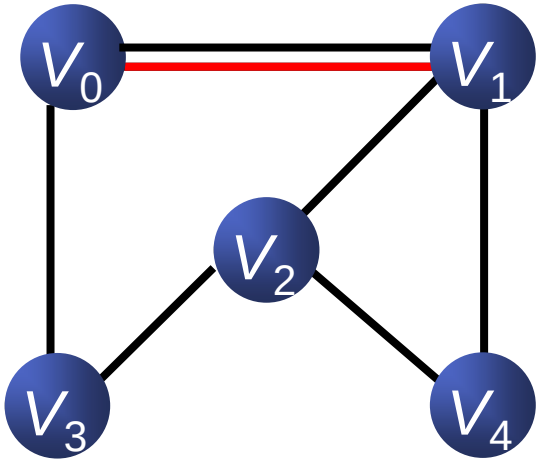


简单图



非简单图

有自环



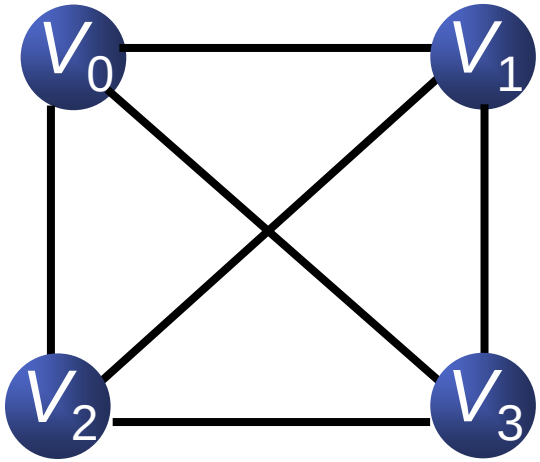
非简单图

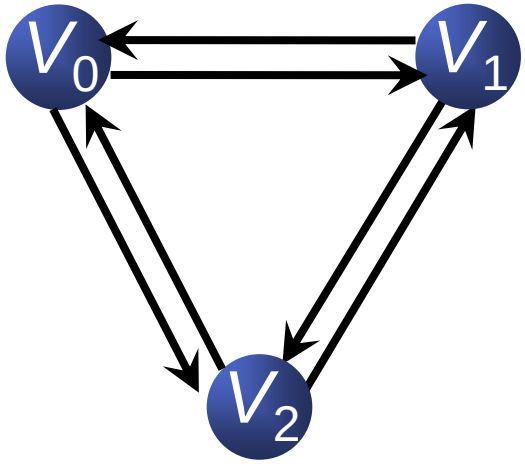
有重边

完全图

无向完全图：在无向图中，如果任意两个顶点之间都存在边，则称该图为无向完全图。

有向完全图：在有向图中，如果任意两个顶点之间都存在方向相反的两条弧，则称该图为有向完全图。





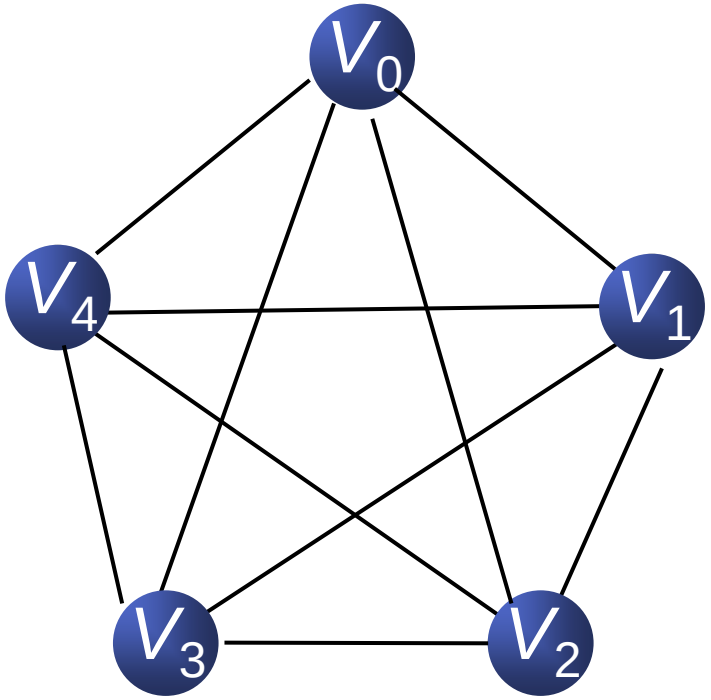
完全图

画出5个节点的无向完全图

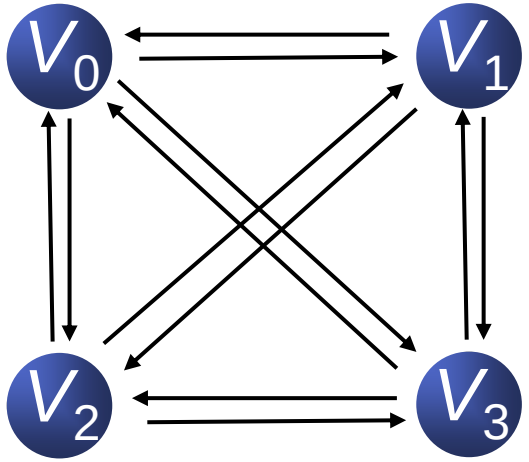
画出4个节点的有向完全图

完全图

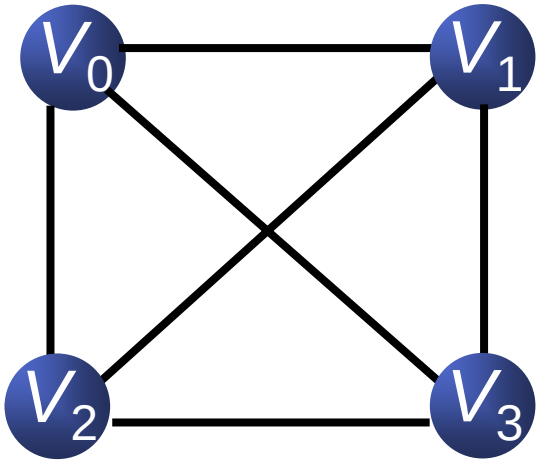
画出5个节点的无向完全图

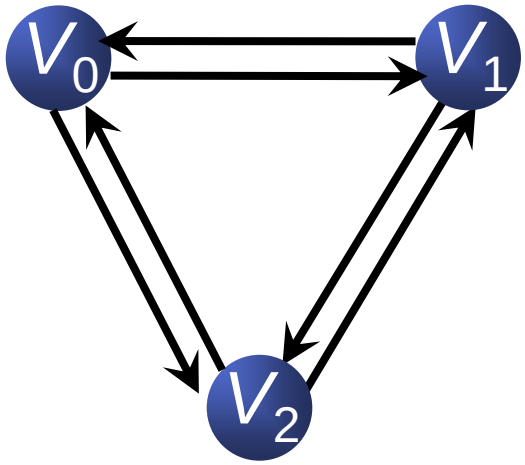


画出4个节点的有向完全图



完全图



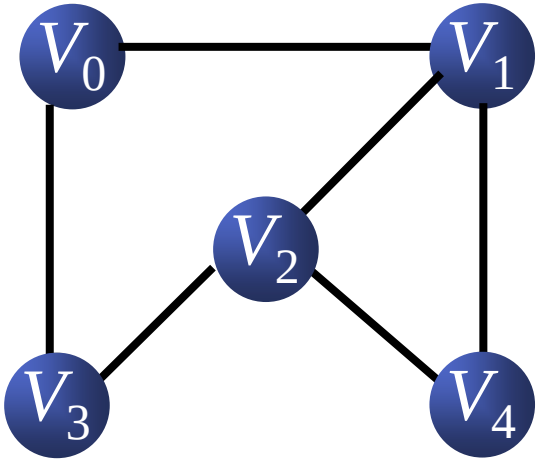


含有n个顶点的无向完全图有$n\times(n-1)/2$条边。

含有n个顶点的有向完全图有$n\times(n-1)$条边。

顶点的度

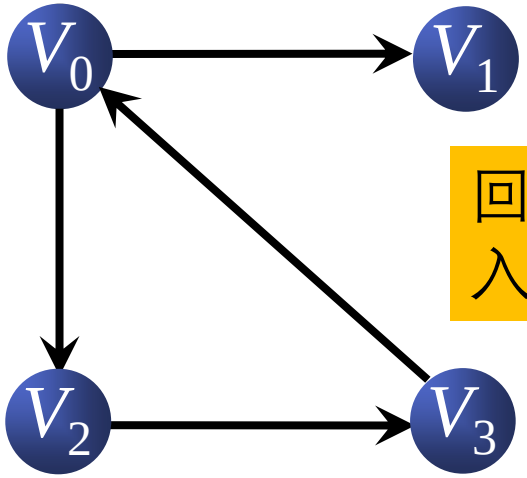
顶点的度：在无向图中，顶点v的度是指依附于该顶点的边数



回答每个顶点的度数

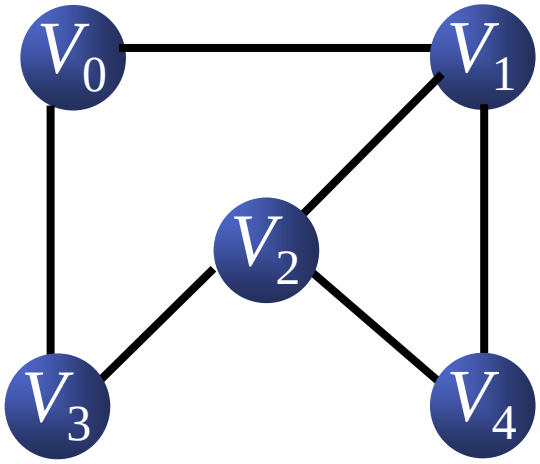
顶点的入度：在有向图中，顶点v的入度是指以该顶点为弧头的弧的数目

顶点的出度：在有向图中，顶点v的出度是指以该顶点为弧尾的弧的数目



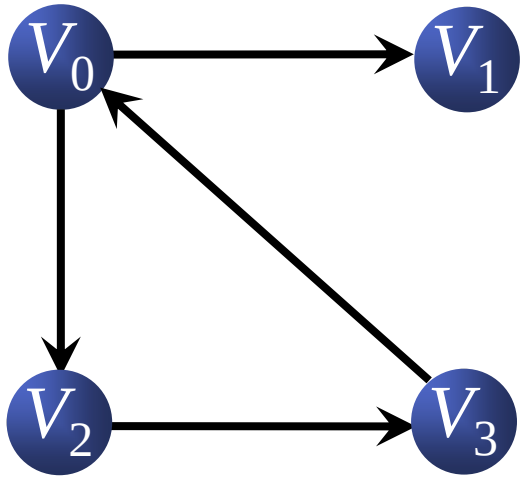
回答每个顶点的入度和出度

度和边数



所有顶点度数之和

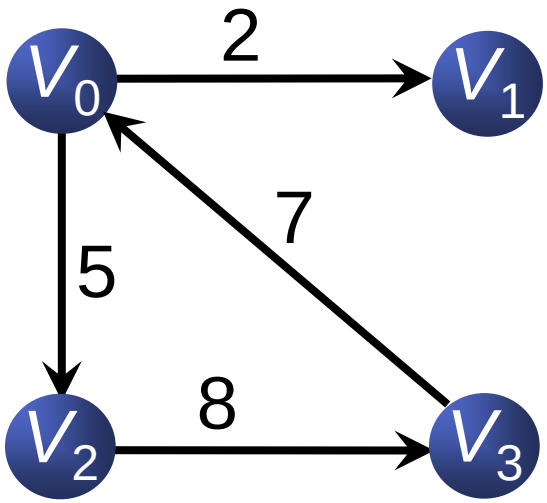
=边数的2倍



入度之和=出度之和=边数

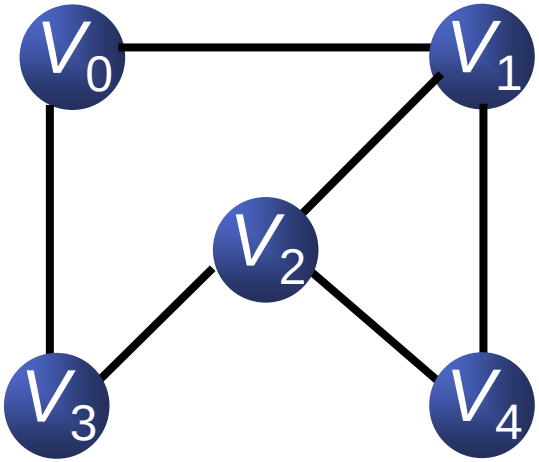
边的权值

边的权重：是指对边赋予的重要程度
网络：边上带权的图



路径

路径：在无向图$G=(V, E)$中，从顶点v_p到顶点v_q之间的路径是一个顶点序列$(v_p=v_{i0},v_{i1},v_{i2}, \ldots, v_{im}=v_q)$，其中，序列中相邻顶点存在边连接。若$G$是有向图，则路径也是有方向的，顶点序列满足从前一个顶点指向后一个顶点。



V_0到V_3的路径

$V_0\ V_3$

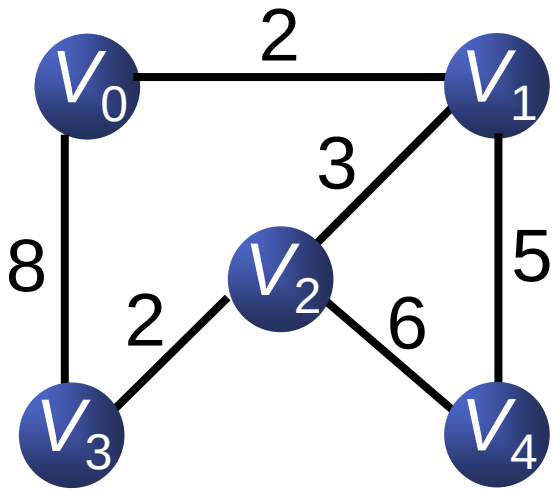
$V_0\ V_1\ V_2\ V_3$

$V_0\ V_1\ V_4 V_2\ V_3$

一般情况下，图中的路径不唯一

路径长度

路径长度：带权图上路径上各边的权之和



回答路径长度

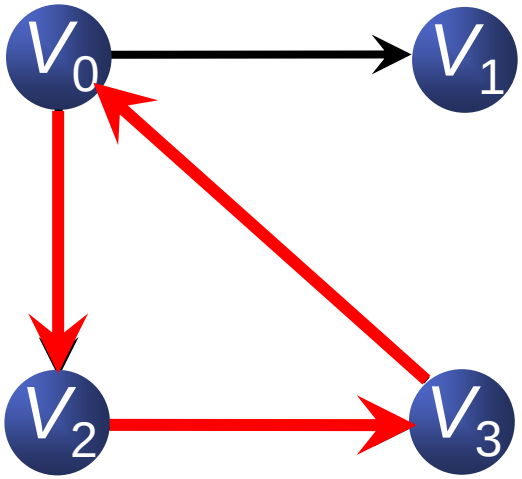
$V_0\,V_3$ 长度为8

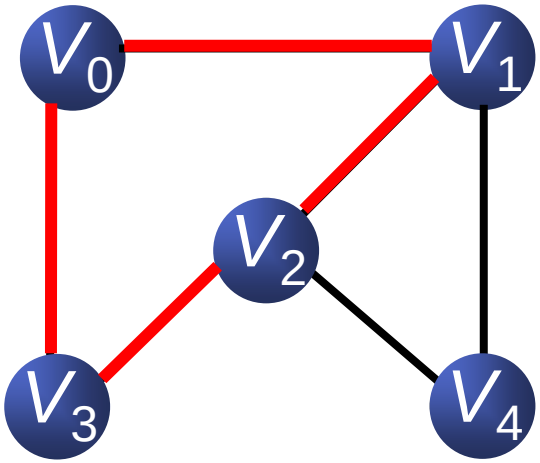
$V_0\,V_1\,V_2\,V_3$ 长度为7

$V_0\,V_1\,V_4\,V_2\,V_3$ 长度为15

回路(环)

回路（环）：第一个顶点和最后一个顶点相同的路径。

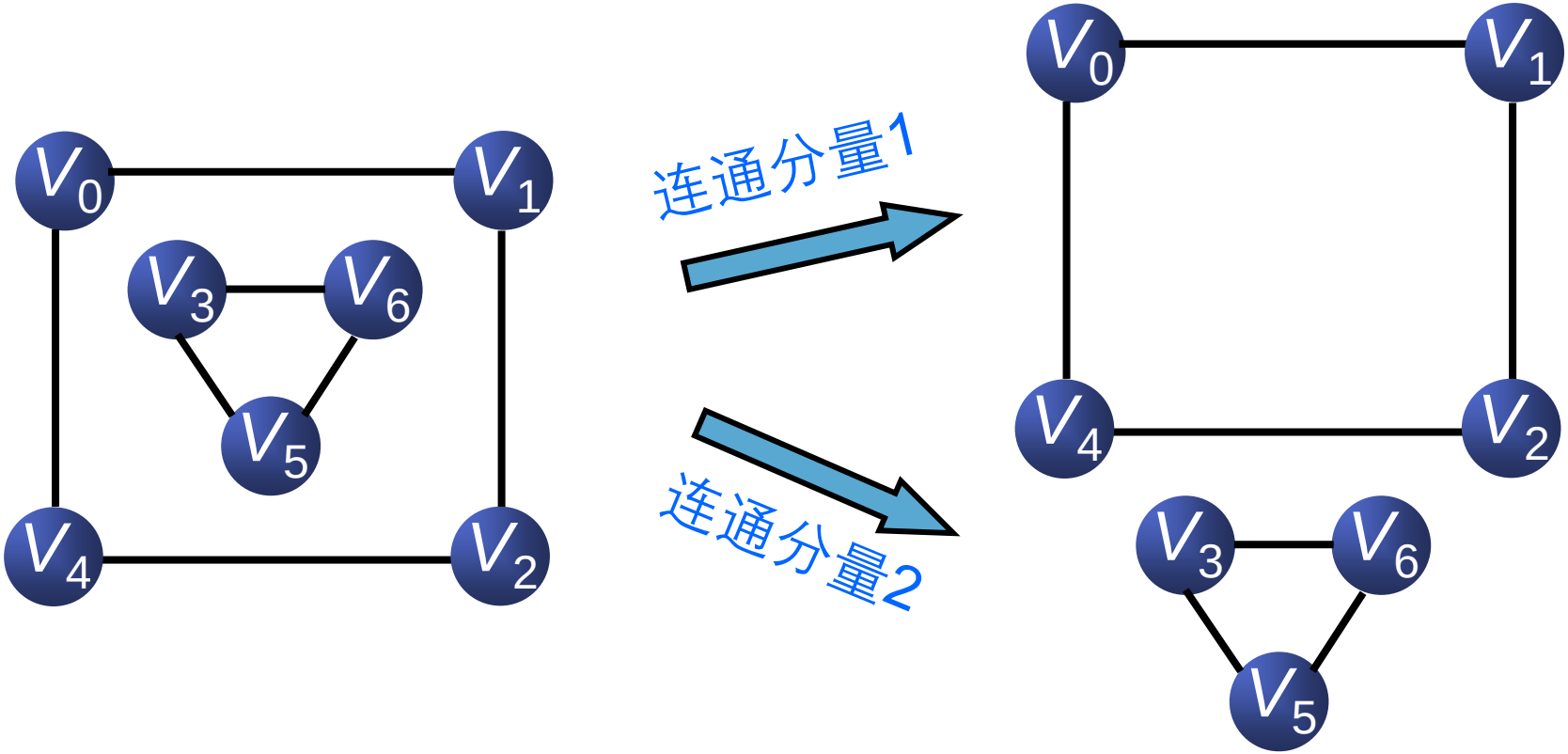




连通图/连通分量

连通图：在无向图中，如果从一个顶点v_i到另一个顶点$v_j(i \neq j)$有路径，则称顶点v_i和v_j是连通的。如果图中任意两个顶点都是连通的，则称该图是连通图。

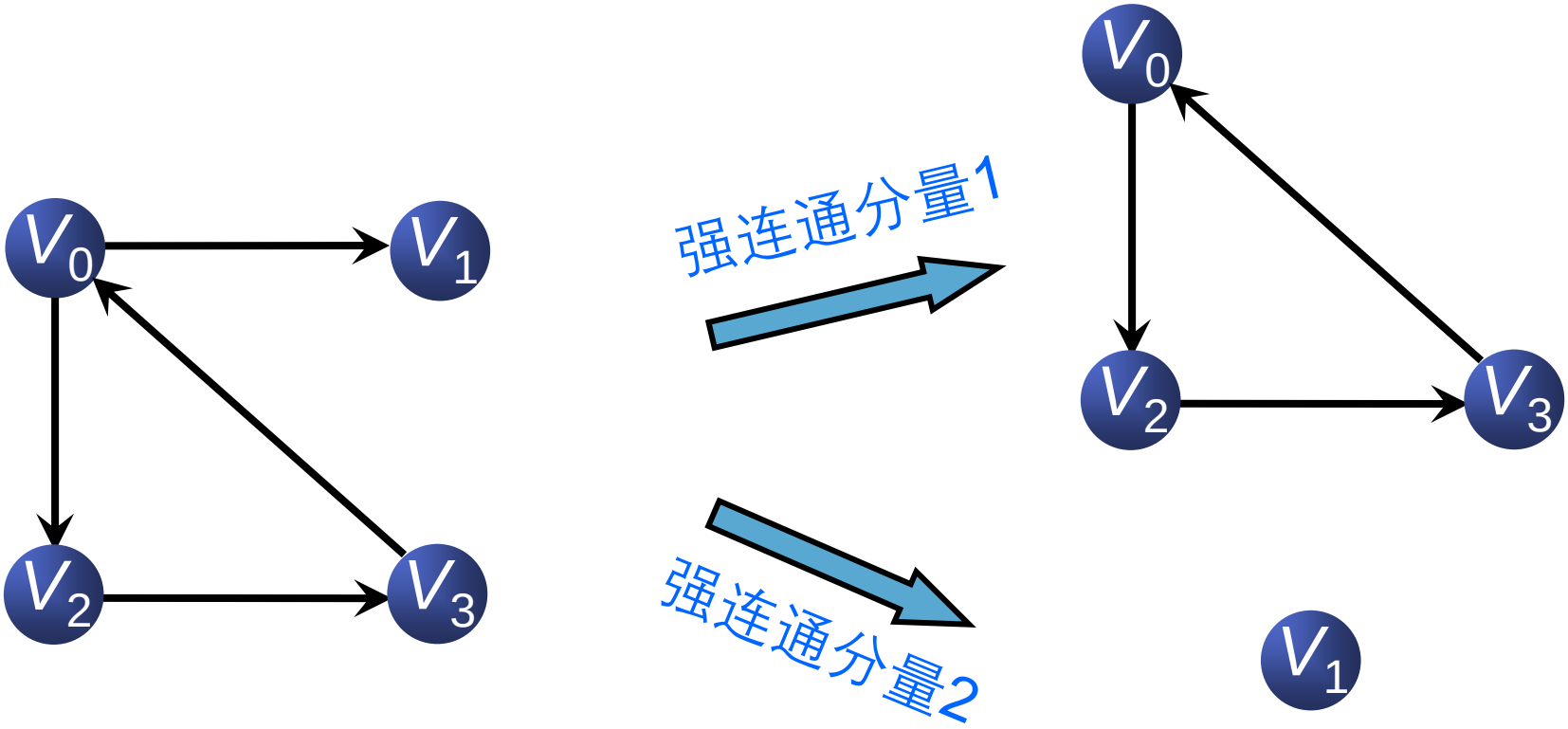
连通分量：非连通图的极大连通子图称为连通分量。



强连通图/强连通分量

强连通图：在有向图中，对图中任意一对顶点v_i和v_j ($i \neq j$)，若从顶点v_i到顶点v_j和从顶点v_j到顶点v_i均有路径，则称该有向图是强连通图。

强连通分量：非强连通图的极大强连通子图。



图的存储

图的存储：邻接矩阵

如何保存图的信息?

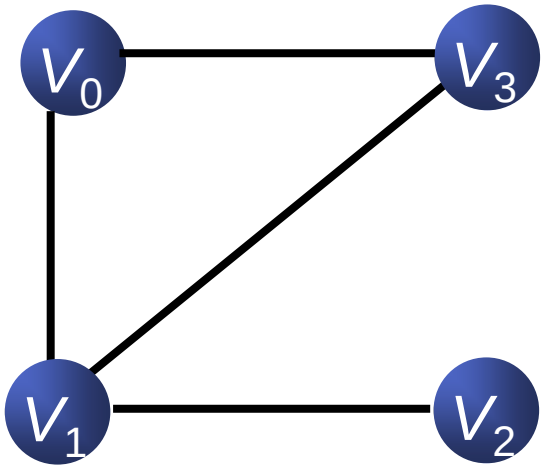
邻接矩阵的基本思想：用一个二维数组存储图中各顶点之间的邻接关系。

设图$G=(V, E)$有n个顶点，则邻接矩阵是一个$n\times n$的方阵，定义为：

$$A[i][j]=\begin{cases}1 & \text{顶点}i,j\text{有边相连}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

图的存储：邻接矩阵

无向图的邻接矩阵



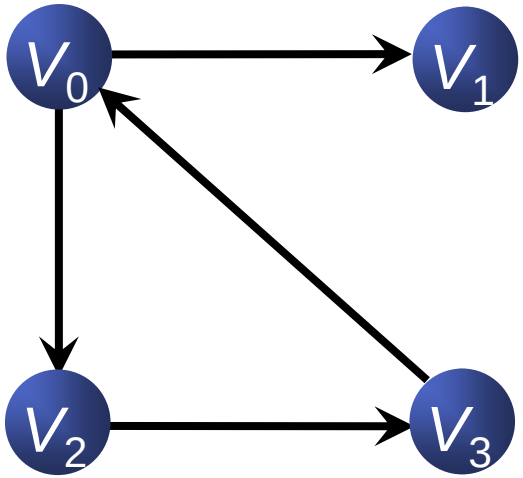
vertex= | V_0 | V_1 | V_2 | V_3 |

$$A = \begin{array}{c} \\ V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} V_0 & V_1 & V_2 & V_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

图的存储：邻接矩阵

有向图的邻接矩阵

vertex= | V_0 | V_1 | V_2 | V_3 |

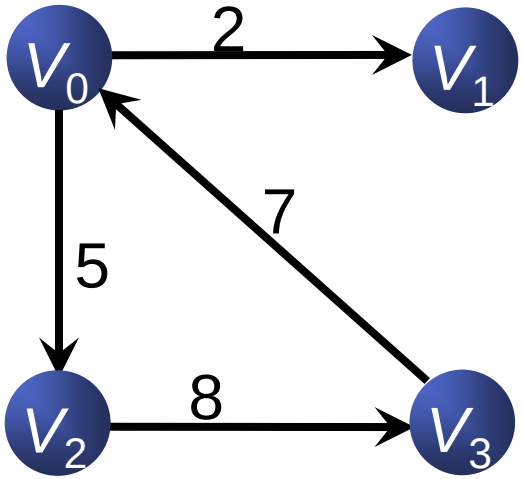


$$A = \begin{array}{c} \\ V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} V_0 & V_1 & V_2 & V_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

图的存储：邻接矩阵

网络图的邻接矩阵可定义为：

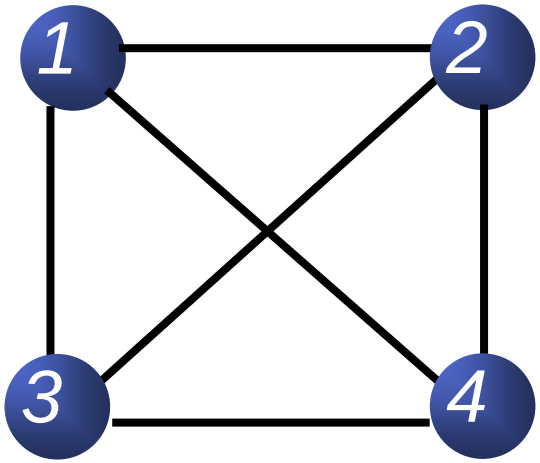
$$A[i][j] = \begin{cases} w_{ij} & \text{节点i和j之间存在边} \\ 0 & \text{如果} i=j \\ \infty & \text{其他} \end{cases}$$



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 & \infty \\ \infty & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 8 \\ 7 & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

课堂测验

写出图的邻接矩阵



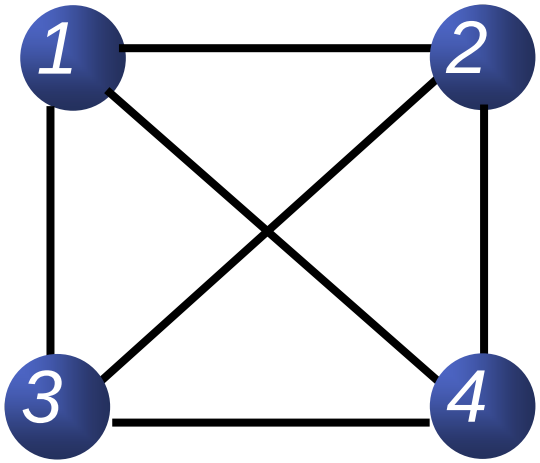
vertex=

1	2	3	4

A =

课堂测验

写出图的邻接矩阵



vertex=

1	2	3	4

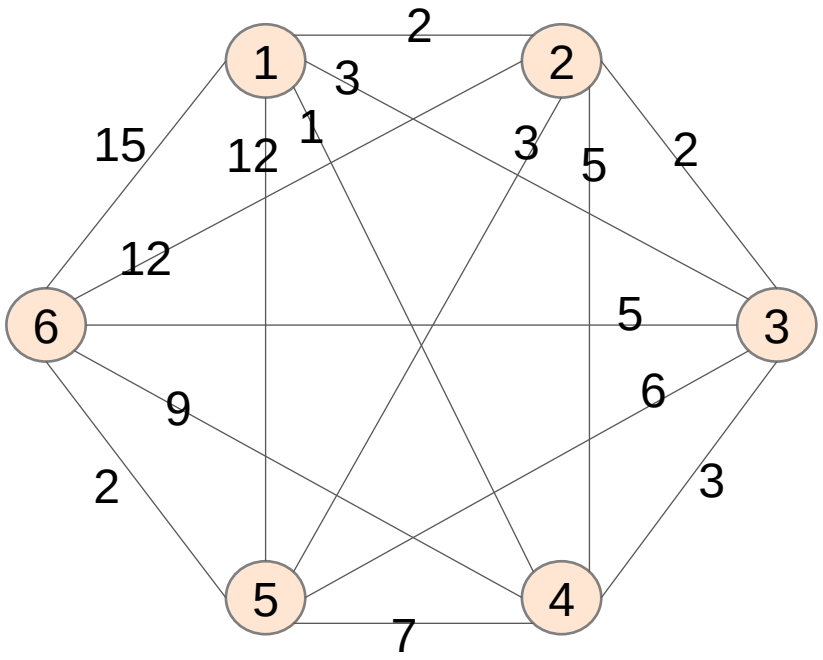
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

根据邻接矩阵画出图

	V1	V2	V3	V4	V5	V6
V1	0	2	3	1	12	15
V2	2	0	2	5	3	12
V3	3	2	0	3	6	5
V4	1	5	3	0	7	9
V5	12	3	6	7	0	2
V6	15	12	5	9	2	0

根据邻接矩阵画出图

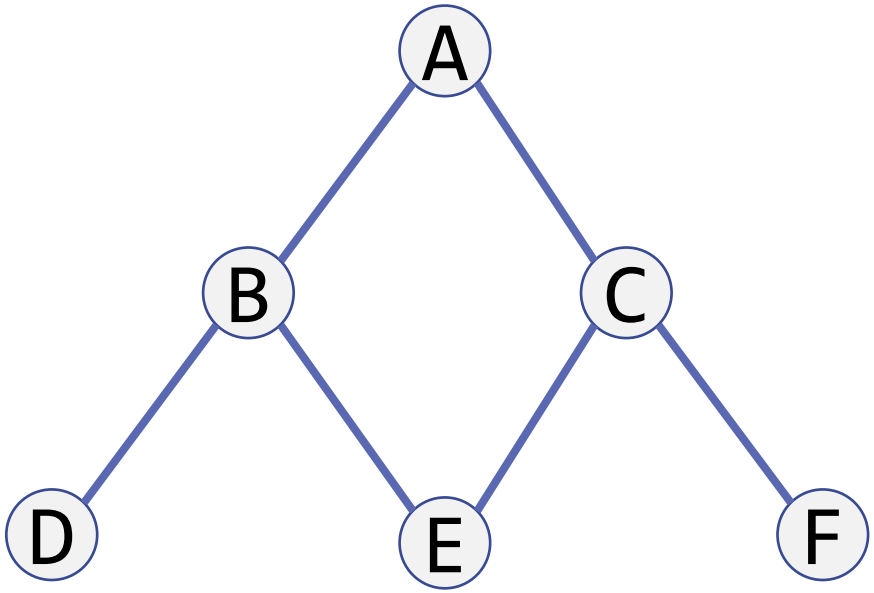
	V1	V2	V3	V4	V5	V6
V1	0	2	3	1	12	15
V2	2	0	2	5	3	12
V3	3	2	0	3	6	5
V4	1	5	3	0	7	9
V5	12	3	6	7	0	2
V6	15	12	5	9	2	0



图的遍历

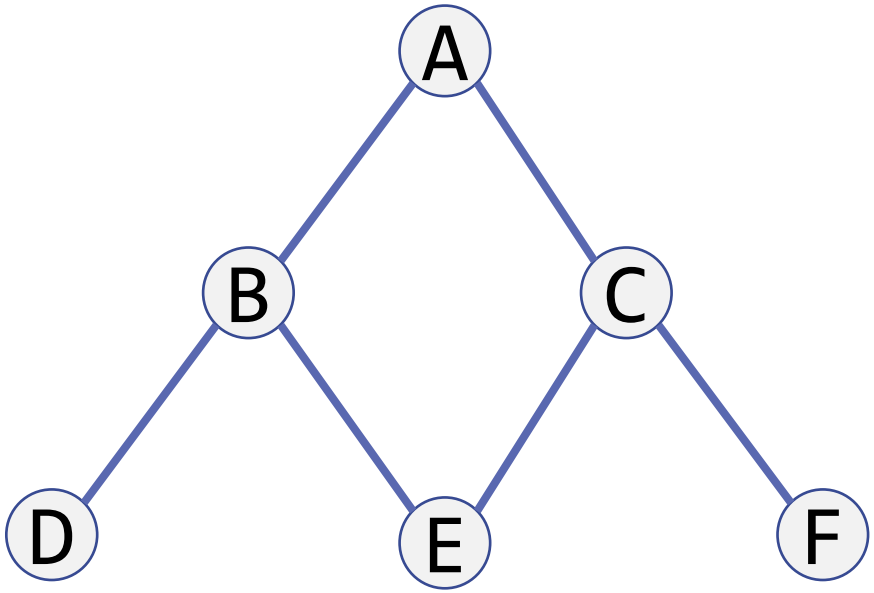
藏宝图 DFS

你拿到一张地下藏宝图，标有若干藏宝洞。你从A洞出发进行搜索，访问这几个洞的顺序会是怎么样的呢？



藏宝图 DFS

你拿到一张地下藏宝图，标有若干藏宝洞。你从A洞出发进行搜索，访问这几个洞的顺序会是怎么样的呢？



ABDECF

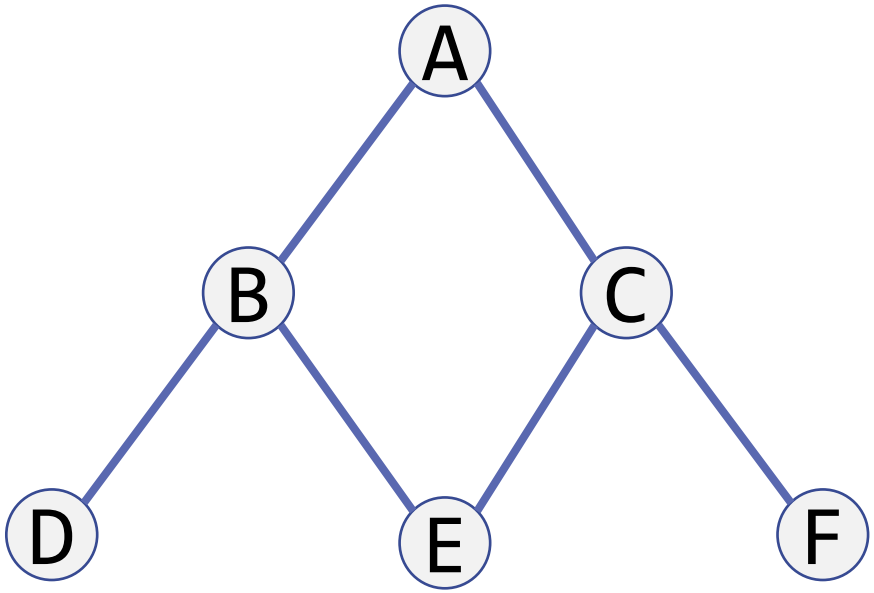
深度优先搜索

depth-first search

简称DFS

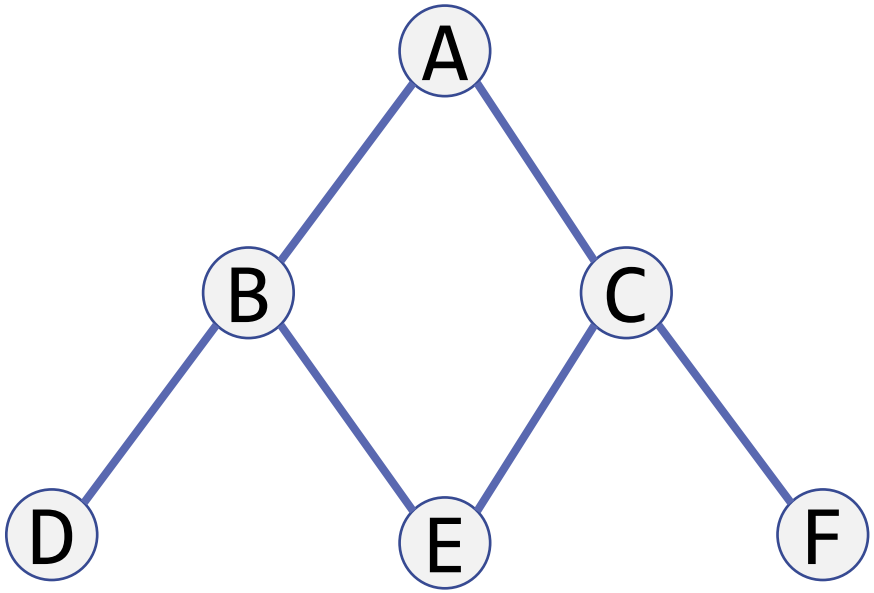
藏宝图 BFS

你拿到一张地下藏宝图，标有若干藏宝洞。你从A洞放了一把火，火势蔓延开，这几个洞被火烧的顺序会是怎样的呢？



藏宝图 BFS

你拿到一张地下藏宝图，标有若干藏宝洞。你从A洞放了一把火，火势蔓延开，这几个洞被火烧的顺序会是怎样的呢？



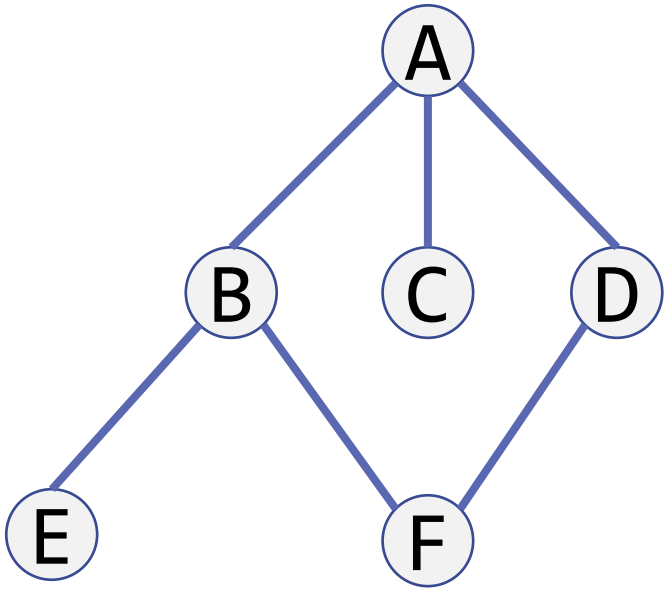
ABCDEF

广度优先搜索

breadth-first search

简称BFS

现场挑战

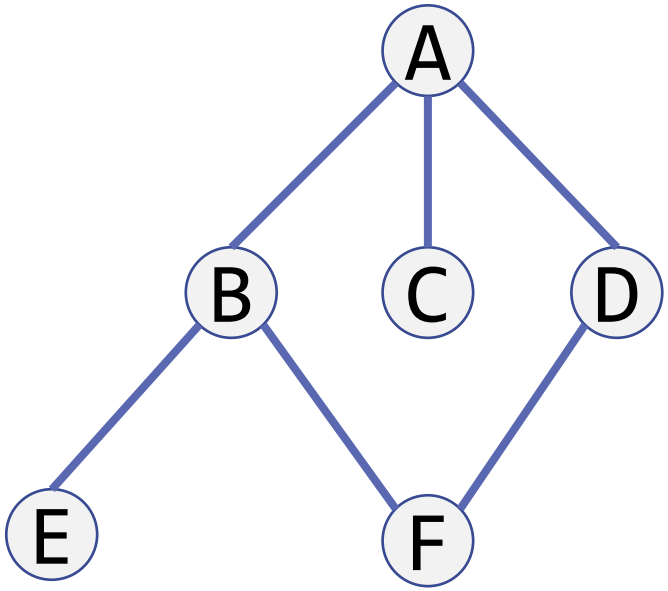


起点为A，要访问所有洞

请写出一种DFS顺序

请写出一种BFS顺序

现场挑战



起点为A，要访问所有洞

请写出一种DFS顺序

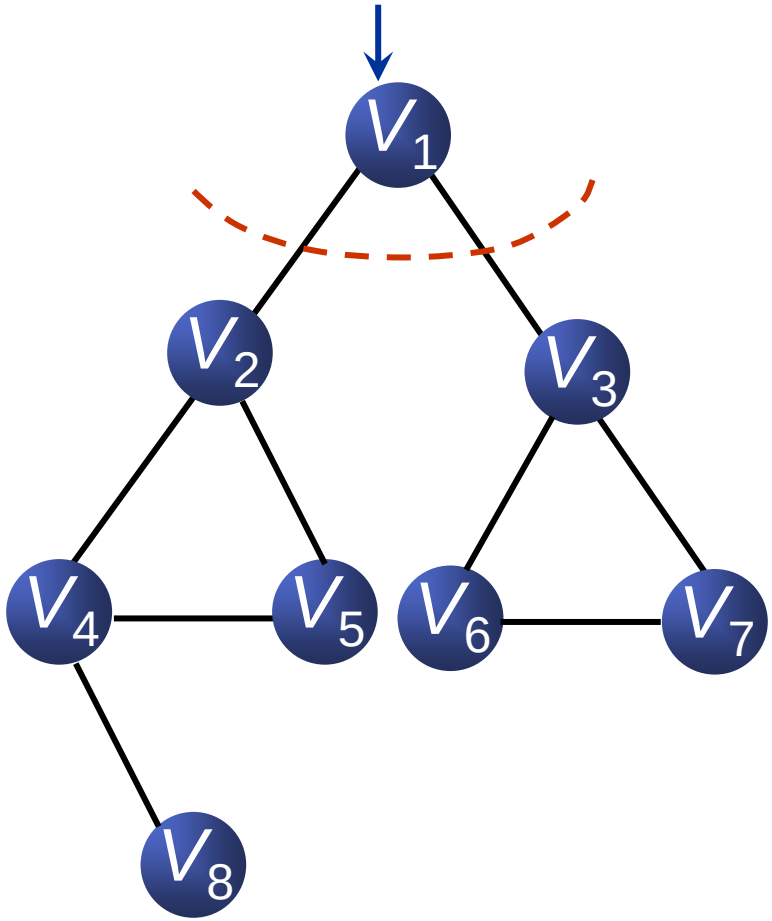
ABEFDC

请写出一种BFS顺序

ABCDEF

图的遍历：广度优先遍历

广度优先遍历使用了哪一种数据结构?

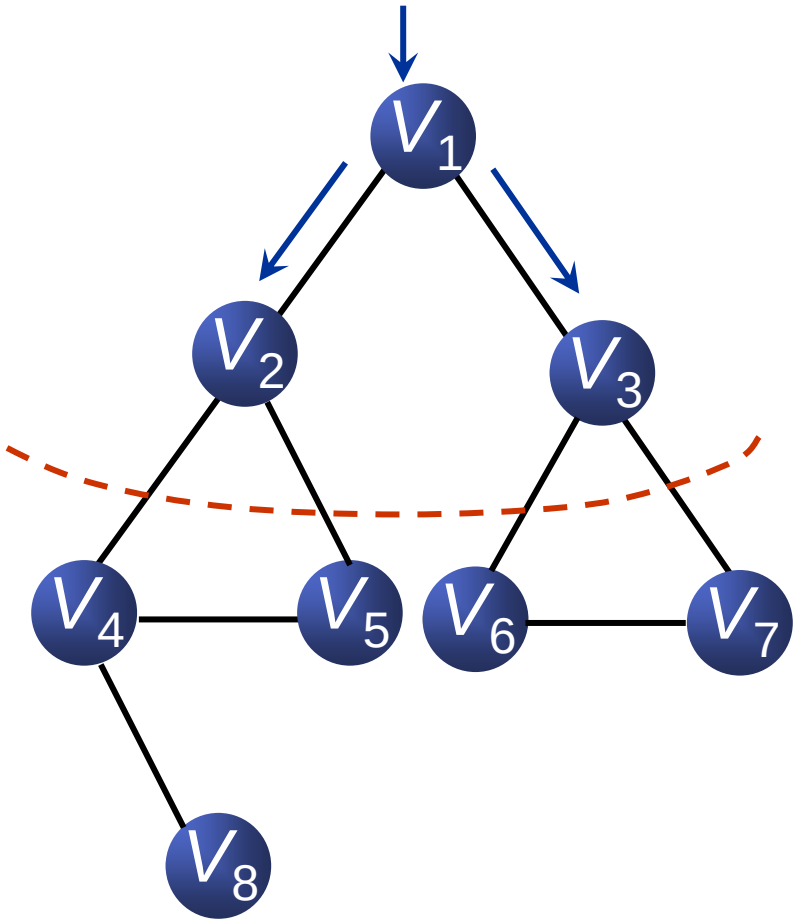


V_1

遍历序列：V_1

图的遍历：广度优先遍历

广度优先遍历使用了哪一种数据结构?

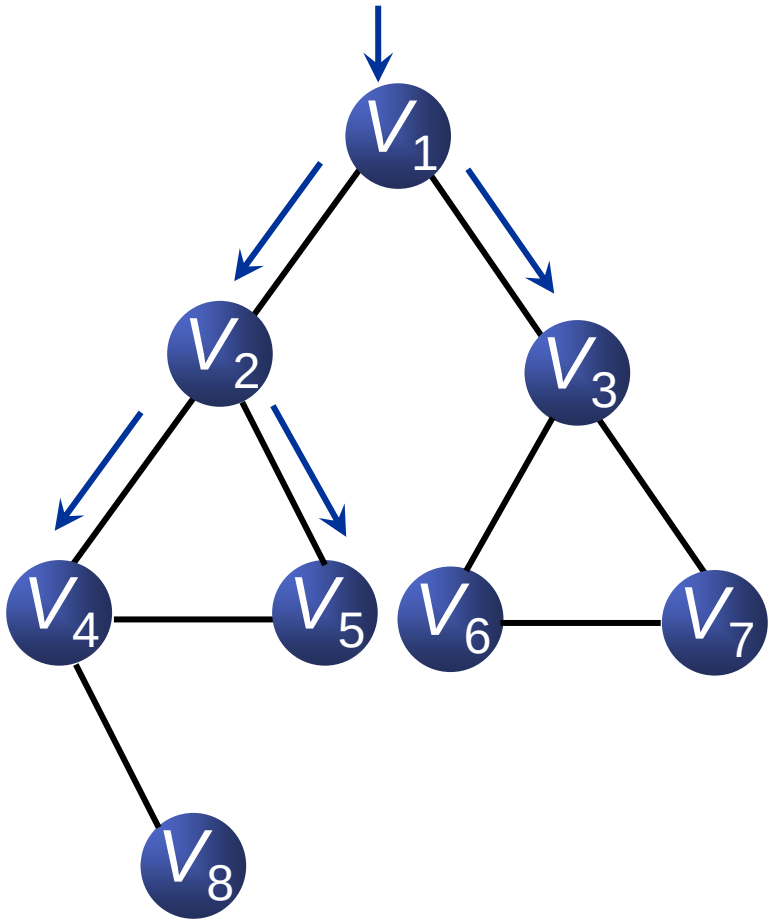


V_2 V_3

遍历序列：V_1 V_2 V_3

图的遍历：广度优先遍历

广度优先遍历使用了哪一种数据结构?

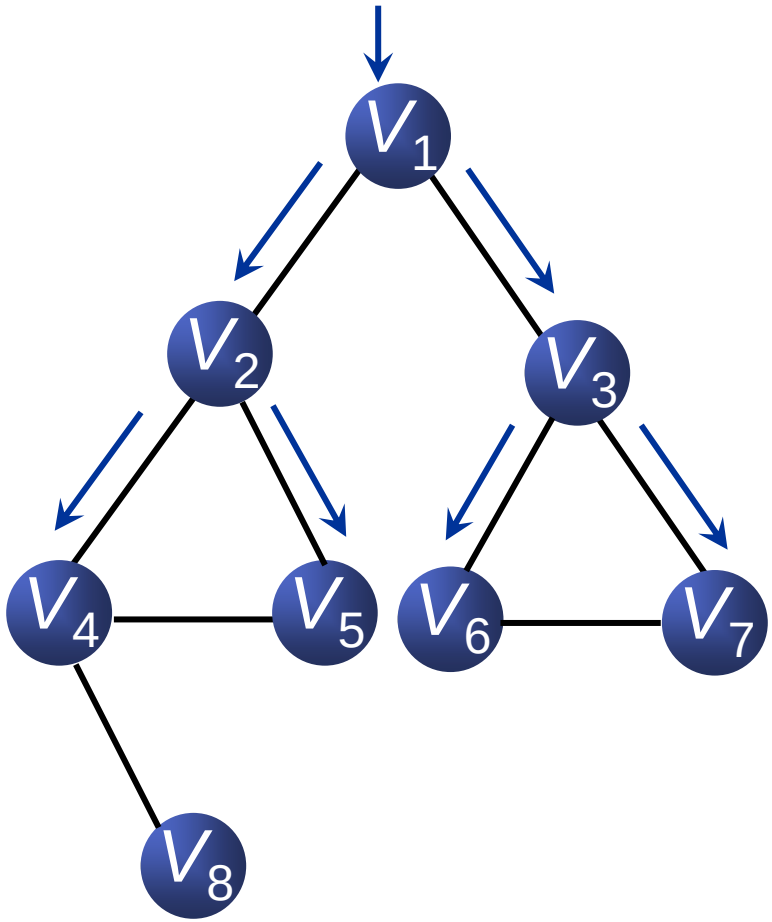


V_3 V_4 V_5

遍历序列：V_1 V_2 V_3 V_4 V_5

图的遍历：广度优先遍历

广度优先遍历使用了哪一种数据结构?



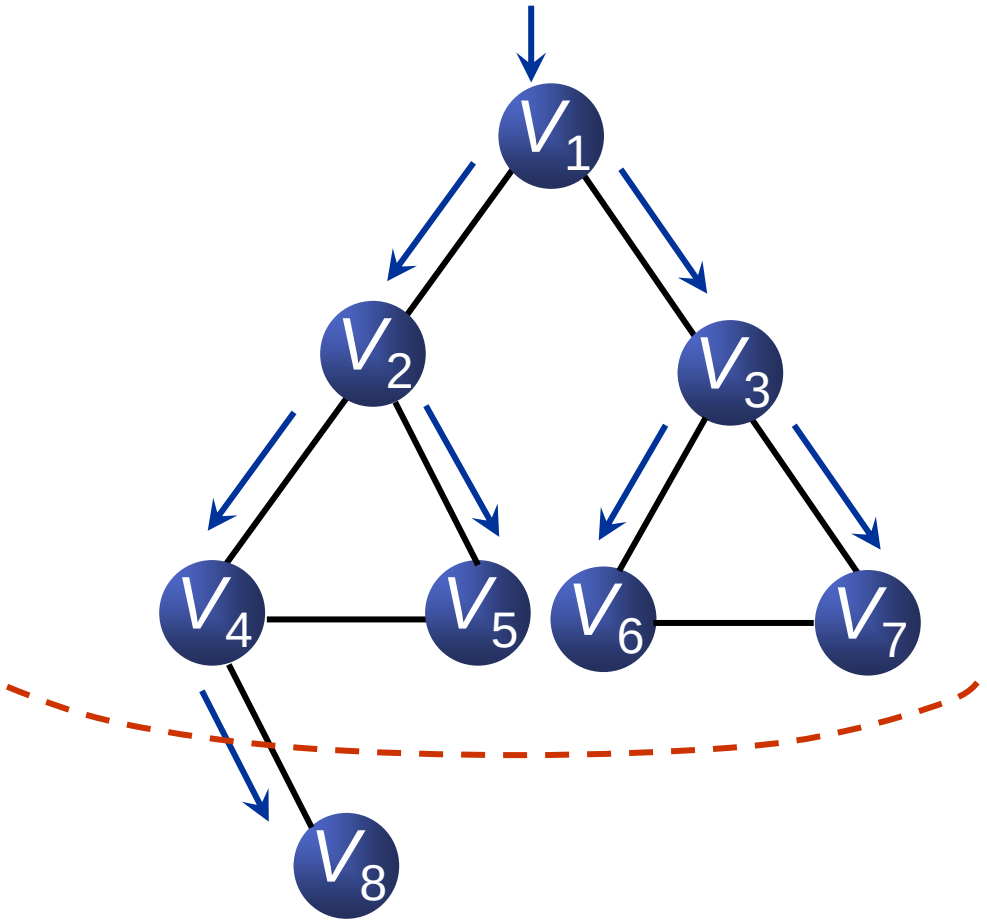
$V_4\ V_5\ V_6\ V_7$

遍历序列：$V_1\ V_2\ V_3\ V_4\ V_5\ V_6\ V_7$

图的遍历：广度优先遍历

广度优先遍历使用了哪一种数据结构?

$V_5\ V_6\ V_7\ V_8$



遍历序列：$V_1\ V_2\ V_3\ V_4\ V_5\ V_6\ V_7\ V_8$

图的遍历：广度优先遍历

Breadth-First-Search简称BFS

一层一层从近到远扩散

广度优先遍历基本思想

(1) 访问顶点v;

(2) 依次访问v的各个未被访问的邻接点v_1, v_2, …, v_k;

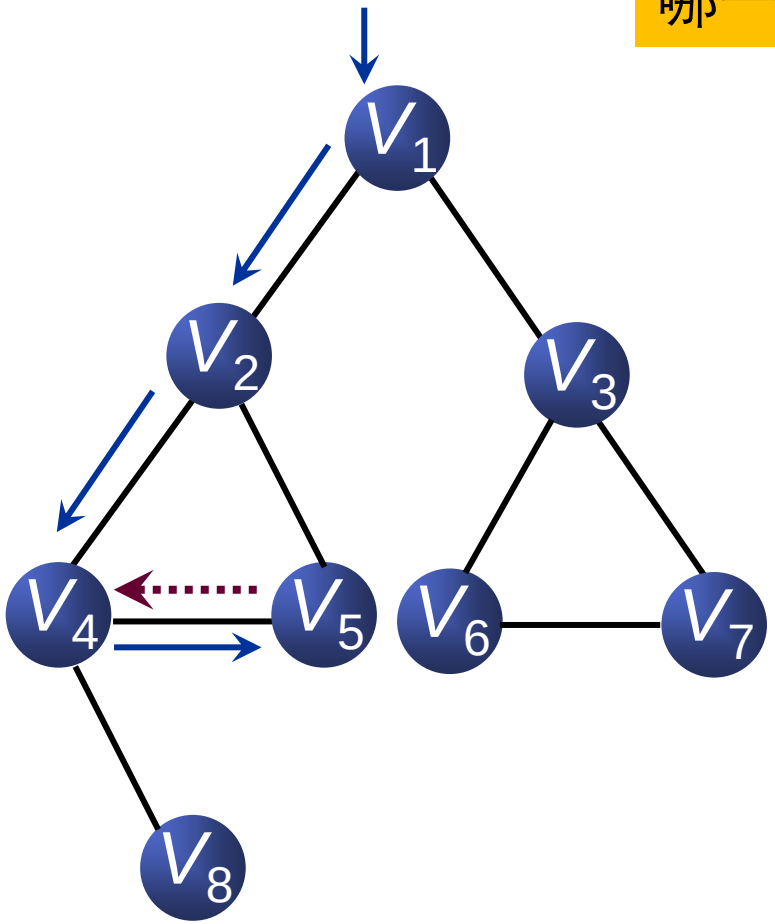
(3) 分别从v_1，v_2，…，v_k出发依次访问它们未被访问的邻接点，并使“先被访问顶点的邻接点”先于“后被访问顶点的邻接点”被访问。直至图中所有与顶点v有路径相通的顶点都被访问到。

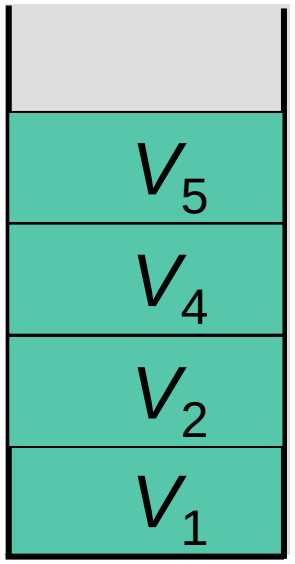
图的遍历：深度优先遍历

深度优先遍历使用了哪一种数据结构?

深一层递归

递归返回





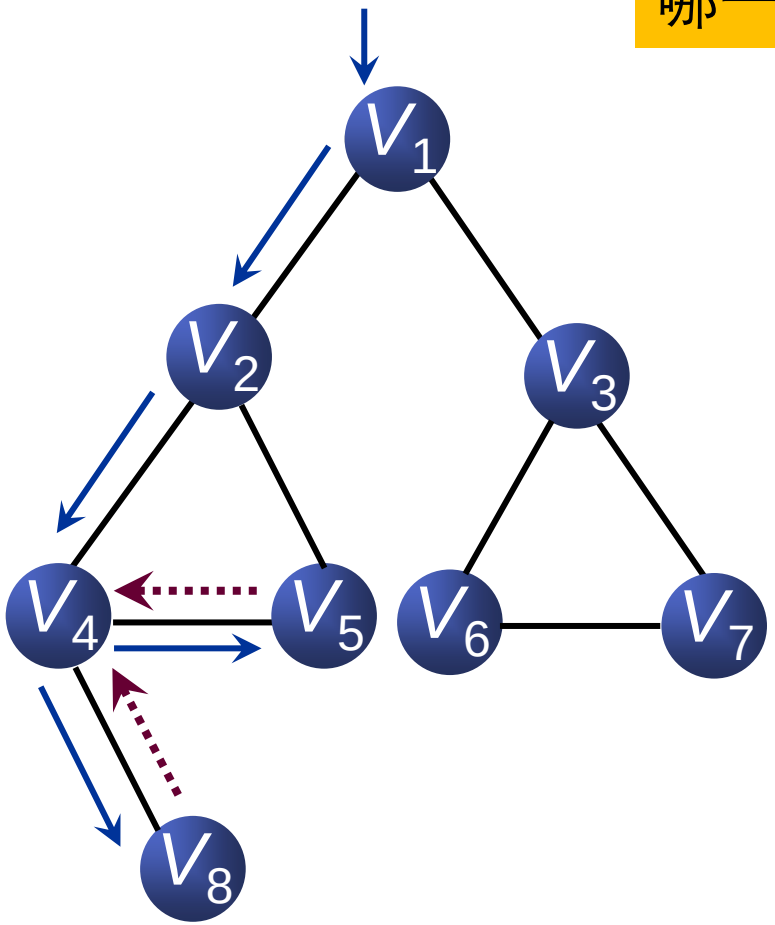
遍历序列：V_1 V_2 V_4 V_5

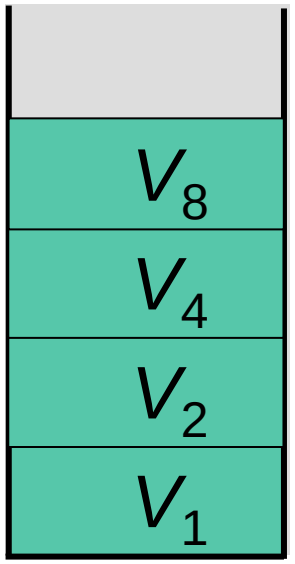
图的遍历：深度优先遍历

深度优先遍历使用了哪一种数据结构?

深一层递归

递归返回





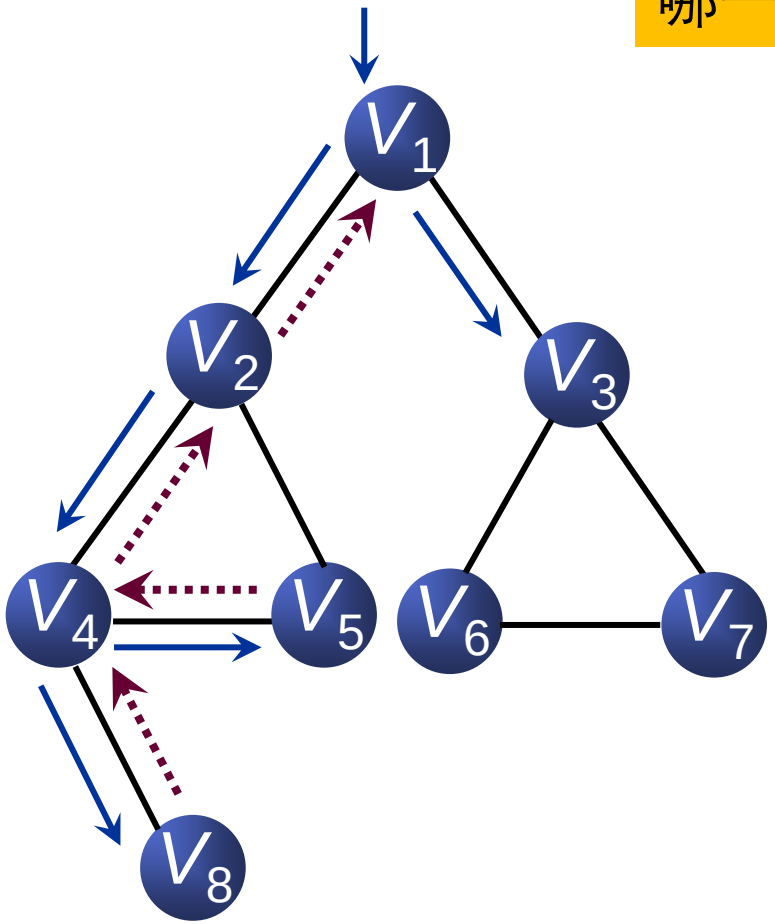
遍历序列：V_1 V_2 V_4 V_5 V_8

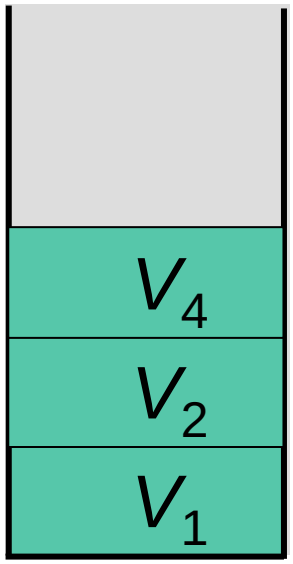
图的遍历：深度优先遍历

深度优先遍历使用了哪一种数据结构?

深一层递归

递归返回





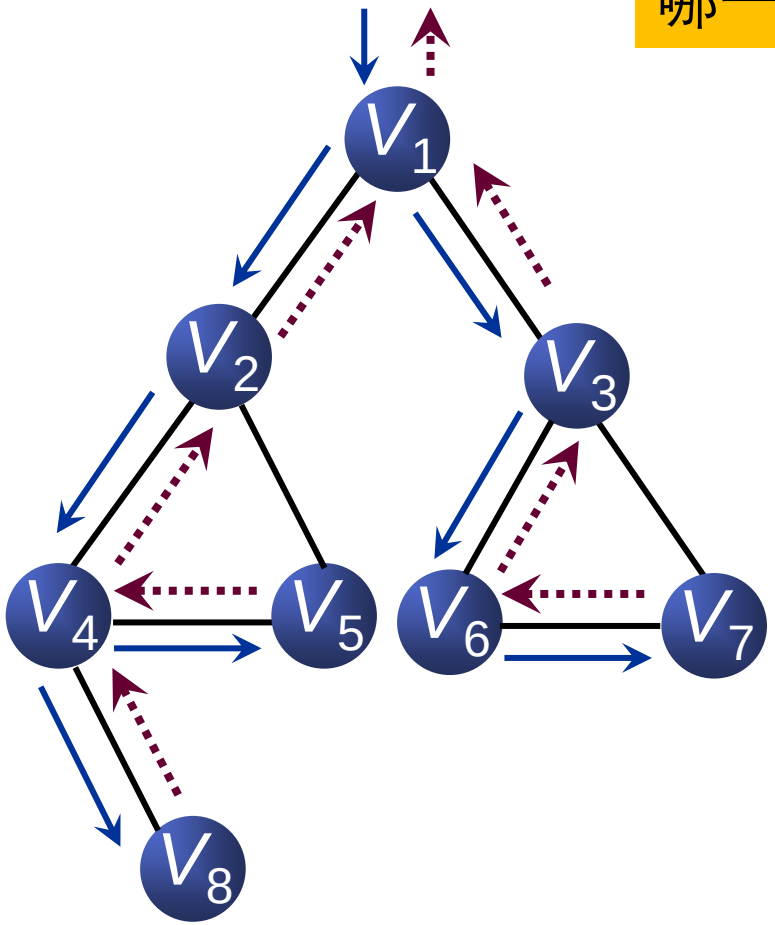
遍历序列：V_1 V_2 V_4 V_5 V_8

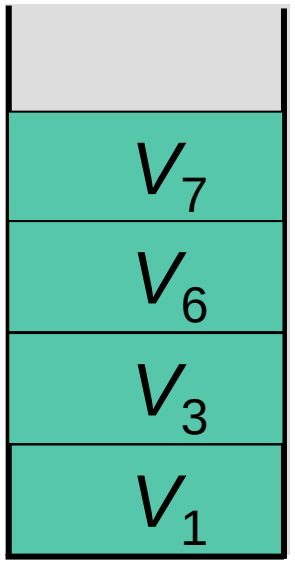
图的遍历：深度优先遍历

深度优先遍历使用了哪一种数据结构?

深一层递归

递归返回





遍历序列：V_1 V_2 V_4 V_5 V_8 V_3 V_6 V_7

图的遍历：深度优先遍历

Depth-First-Search简称DFS

深度优先遍历基本思想

(1) 访问顶点*v*;

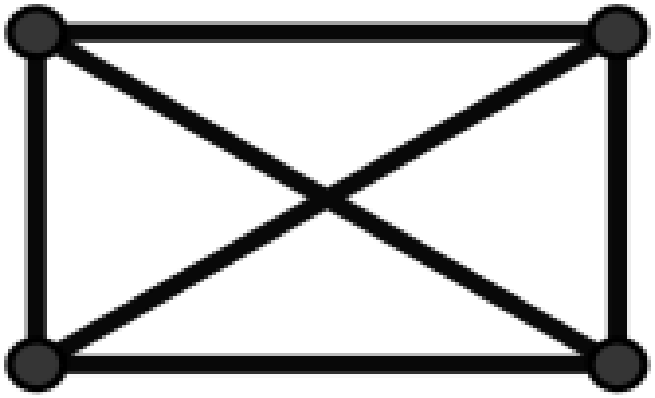
(2) 从*v*的未被访问的邻接点中选取一个顶点*w*，从*w*出发进行深度优先遍历;

(3) 重复上述两步，直至图中所有和*v*有路径相通的顶点都被访问到。

历年比赛真题

在一个无向图中，如果任意两点之间都存在路径相连，则称其为连通图。下图是一个有4 个顶点、6 条边的连通图。若要使它不再是连通图，至少要删去其中的（　）条边。

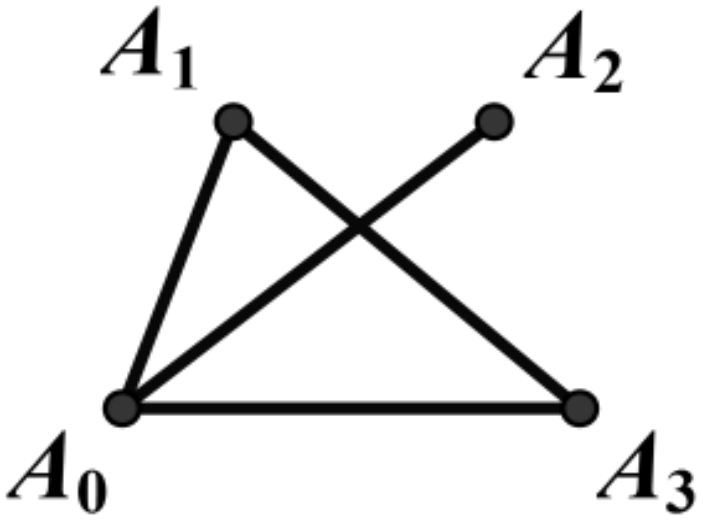
A. 1　B. 2　C. 3　D. 4



以 A0 作为起点，对下面的无向图进行深度优先遍历时，遍历顺序不可能是（　　）。

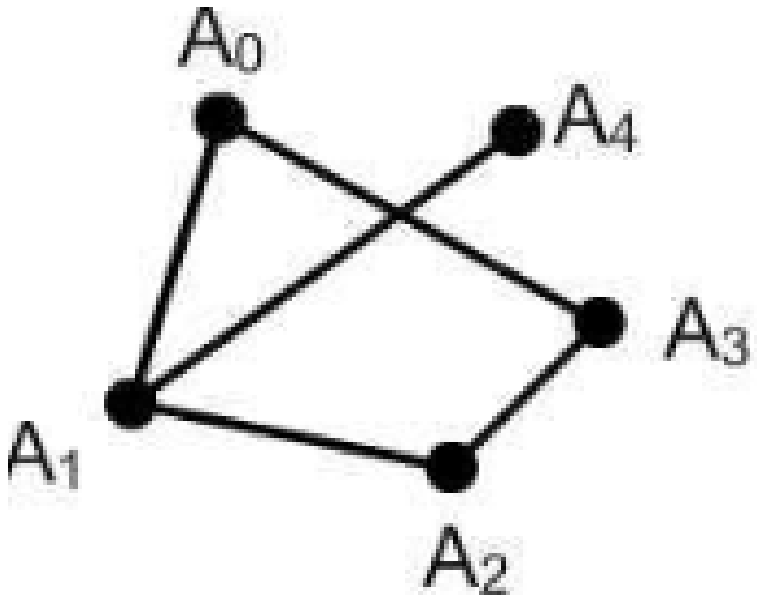
A. A0, A1, A2, A3　　B. A0, A1, A3, A2

C. A0, A2, A1, A3　　D. A0, A3, A1, A2



（多选）以A0作为起点，对下面的无向图进行深度优先遍历时（遍历的顺序与顶点字母的下标无关），最后一个遍历到的顶点可能是（　　）。

A.A1　B.A2　C.A3　D.A4



太戈编程

533这不是编程题

1096