Carlos Gallegos

Actividad de fin de semana

1. xy' $= \sqrt{x^2 - y^2} + y$

Notamos que no es exacta, por lo que haremos cambio de variable tomando $u = \frac{y}{x} \rightarrow y = ux$ por lo que dy= xdu + udx

Primero dividimos todo entre x y nos queda:

$$y' = \frac{\sqrt{x^2-y^2}}{x} + \frac{y}{x}$$

Simplificando la primer división:

$$\sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{y^2}{x^2}} + \frac{y}{x} = \sqrt{1 - (\frac{y}{x})^2} + \frac{y}{x}$$

Entonces hacemos el cambio de variable y nos queda:

$$y' = \sqrt{1 - u^2} + u$$

Sustituyendo:

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{1 - u^2} + u \quad \rightarrow \quad \frac{xdu}{dx} + u = \sqrt{1 - u^2} + u$$

$$\frac{xdu}{dx} = \sqrt{1 - u^2} = xu'$$

Por lo que ahora si podemos "separar" nuestras variables de la siguiente forma:

$$\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{x}$$

Por lo que resolviendo por variables separables nos queda:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \int \frac{1}{x} dx$$

Notamos que las integrales salen directas, y nos dan:

arcsen(u)= ln(x) + c

Con el cambio de variable $u = \frac{y}{x}$

$arcsen(\frac{y}{x}) = ln(x) + c$

Si aplicamos el seno en ambos lados de la ecuación, y despejamos x, tenemos una solución explícita:

y= x sen(ln(x)) + c

2. x+y-2+(x-y-4)y' = 0

Primero tomamos M(x,y)=x+y-2 y N(x,y)=x-y-4

$M_y = 1 \quad y \quad N_x = 1$ por lo que es exacta, entonces integrando:

$\int M dx = \frac{x^2}{2} + xy - 2x + c$

$\int N dy = xy - \frac{y^2}{2} - 4y + c2$

Por lo que formamos un ω tal que $\omega(x,y) = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + xy - 2x - 4y$.

Notamos que $\omega_x y = \omega_y x$.
Por lo que tenemos como solución implícita:

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + xy - 2x - 4y = c$$

3. $\frac{2xy^3}{3} + (x^2y^2 - 1)y' = 0$

Primero tomamos M(x,y)=$\frac{2xy^3}{3}$ y N(x,y)=$(x^2y^2 - 1)$

$M_y = 2xy^2 \quad y \quad N_x = 2xy^2$ por que lo que es exacta, integrando tenemos que:

$\int M dx = \frac{y^3x^2}{3} + c$

$\int N dy = \frac{x^2y^3}{3} - y + c2$

Por lo que formamos un ω tal que $\omega(x,y) = \frac{y^3x^2}{3} - y$.

Por lo que tenemos como solución implícita $\omega(x,y) = \frac{y^3x^2}{3} - y$ donde $\omega(x,y) = c$