Carlos Gallegos

Actividad de fin de semana

Preclase 19/10/2021

1. Proporciona una soluciín particular a la siguiente ecuación aplicando el principio de superposición y el de variación de parámetros. Luego da la solución general, recordando que dicha solución debe ser la suma de la particular con la solución de la homogónea.

$$y'' - 2y' + y = log(x) + e^{2x}$$

Con $x > 0$

Solución:

Primero notamos que la ecuación lineal homogénea asociada es $y^2 - 2y + 1 = 0$ donde las soluciones están dadas de la siguiente forma:

$$(y-1)(y-1) = 0 \text{ con y1=1 y2=2}$$

Por lo que la solución a la ecuación lineal con coeficientes constantes es:

$$\text{yh(x)= } e^x C1 + xe^2 C2$$

Ahora vamos a aplicar el principio de supersición y variación de parámetros:

Primero resolvemos $y'' - 2y' + y = e^{2x}$ y nos queda como solución particular yp(x)=Ae^{2x} donde y'p=$2Ae^{2x}$ y y"p=$4Ae^{2x}$. Resolviendo el sistema nos queda que A=1 y que yp1(x)= e^{2x}.

Ahora para $y'' - 2y' + y = log(x)$ nos queda el sistema

$$v1'(x)e^x + v2'(x)xe^x = 0$$
$$v1'(x)e^x + v2'(x)(e^x + xe^x) = log(x)$$

Resolviendo por regla de Cramer nos queda $v1'(x) = xlog(x)\frac{1}{e^x}$ y $v2'(x) = log(x)\frac{1}{e^x}$. Por lo que v1 y v2 estáran dadas por:

$$v1(x) = \int xlog(x)\frac{1}{e^x} \text{ y } v2(x) = \int log(x)\frac{1}{e^x}$$

Entonces la solución particular es yp2(x)=$e^x \int xlog(x)\frac{1}{e^x} + xe^x \int log(x)\frac{1}{e^x}$.

Ahora por el principio de superposición y variación de parámetros, tenemos que la solución general es la solución particular mas la solución de la ecuación homogénea, por lo que juntando todo nos quead:

$$\text{yg(x)= yh(x) + yp1(x) + yp2(x)}$$

Sustituyendo:

$$\text{yg(x)= } e^x C1 + xe^2 C2 + e^{2x} + e^x \int xlog(x)\frac{1}{e^x} + xe^x \int log(x)\frac{1}{e^x}$$

Preclase 21/10/2021

Calcula los polinomios característicos de los operadores L (en términos del operador D) asociados a las siguientes ecuaciones, tambien calculas sus raíces.

1.$\frac{d^5y}{dx^5} - 2\frac{d^4y}{dx^4} - 8\frac{d^3y}{dx^3} + 16\frac{d^2y}{dx^2} - 9\frac{dy}{dx} + 18y = 0$

Solución:

El polinomio característico queda como:

$$\text{L}=D^5 - 2D^4 - 8D^3 + 16D^2 - 9D + 18$$

Para encontrar las raices vamos a factorizar:

$D^5 - 2D^4 - 8D^3 + 16D^2 - 9D + 18 = (D-2)(D-3)(D+3)(D^2+1)$

Por lo que las raíces son (2,-3,3,i,-i).

2.$4\frac{d^4y}{dx^4} + 2\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{dy}{dx} - y = 0$

Solución:

El polinomio caractéristico queda como:

$$\text{L}=4D^4 + 2D^3 + D - 1$$

Para encontrar las raices vamos a factorizar:

$4D^4 + 2D^3 + D - 1 = (D+1)(2D-1)(2D^2+1)$

Por lo que las raíces son (-1,1/2,$i\frac{1}{\sqrt{2}}, -i\frac{1}{\sqrt{2}}$).