Carlos Gallegos

Parcial 2

1 La corriente en un alambre produce un campo magnético $B(x,y) = \frac{k\langle -y, x\rangle}{x^2+y^2}$. Bosqueja un alambre con su campo magnético.

https://www.geogebra.org/m/re9garx5

2 Demuestra que $F(x,y) = \frac{\langle -y, x\rangle}{||(x,y)||^2}$ es conservativo siempre que $y > 0$, para ello encuentra una función potencial.

Primero buscamos una integral respecto a x de $\frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ la cual es $-y \cdot arsinh(\frac{x}{|y|})$. Luego respecto a y de $\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ la cual es $x \cdot arsinh(\frac{y}{|x|})$.Podemos tener como función potencial $-y \cdot arsinh(\frac{x}{|y|}) + x \cdot arsinh(\frac{y}{|x|})$

3 Si T proporciona la temperatura en el punto , el campo de velocidad para el flujo de calor está dado por para una constante . Esto se conoce como Ley de Fourier. Utilice este campo vectorial para determinar si el calor fluye de caliente a frío o viceversa.

El signo negativo nos indica que la dirección de calor es decreciente a la temperatura. Como tenemos k positivo, sea $T1 > T2$ no existe un gradiente que fluya de T2 a T1, porque k es positivo. Por lo tanto el calor fluye caliente a frío.

4 Podemos comprobar que la función potencial del campo F(y,x)=y,x es f(x,y)=xy, porque al derivar respecto a x nos queda y; al derivar respecto a y nos queda x.

Para probar que la función de flujo es solución de la ecuación de Laplace, es suficiente ver que si derivamos $g(x,y) = \frac{1}{2}(y^2 - x^2)$ nos queda -x(cuando es respecto a x) y nos queda y(cuando es respecto a y). Entonces, si derivamos por segunda vez nos queda cero. Por lo tanto, usando g(x,y)=u, se cumple que $\bigtriangledown u = u_{xx} + u_{yy}$ porque $0 + 0 = 0$.

6 Primero tenemos que $\bigtriangledown X(\bigtriangledown XE)$. Hacemos primero $(\bigtriangledown XE) = -\mu H_t$. Ahora hacemos $\bigtriangledown X - \mu H_t$, como μ es una constante, entonces nos queda:

$\bigtriangledown X - \mu H_t = -\mu \bigtriangledown XH_t$

Ahora tenemos que

$-\mu \bigtriangledown XH_t = -\mu(\bigtriangledown XH)_t = -\mu(\mu E_t)_t$

Simplificando $-\mu(\mu E_t)_t = -\mu^2 E_{tt}$. Por transitividad nos queda que $\bigtriangledown X(\bigtriangledown XE) = -\mu^2 E_{tt}$. Pasa lo mismo con $\bigtriangledown X(\bigtriangledown XH)$.