Carlos Gallegos

Demostración

Sabemos por el teorema de las integrales de línea que:

$$\oint_C M(x,y)dx = \int_{C1} M(x,y)dx + \int_{C2} M(x,y)dx$$

Como sabemos que y está en función de x, y dada por g1 y g2, juntando al integral nos queda:

$$= \int_a^b M(x,g1(x)) - M(x,g2(x))dx$$

Por otro lado, sabemos que:

$$\int\int_R \frac{\partial M}{\partial y} dA = \int_a^b M(x,g2(x)) - M(x,g1(x))dx$$

Por lo tanto, por transitividad, cambiamos los signos y nos queda:

$$\oint_C M(x,y)dx = -\int\int_R \frac{\partial M}{\partial y} dA$$

Lo mismo ocurre con $\oint_C N(x,y)dy$. Ahora en lugar de usar g1 y g2, usamos su contradominio, que nombraremos h1 y h2. Como ahora estamos respecto a y, nos queda que $\oint_C N(x,y)dy = \int_a^b N(h2(y),y) - N(h1(y),y)dx$

Por ello nos queda $\oint_C N(x,y)dy = \int\int_R \frac{\partial N}{\partial x} dA$

Al final, simplemente hacemos la suma de integrales y nos queda:

$$\oint_C M(x,y) + N(x,y)dy = -\int\int_R \frac{\partial M}{\partial y} dA + \int\int_R \frac{\partial N}{\partial x} dA$$

Simplificando:

$$\int\int_R \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} dA$$

Y por lo tanto, queda demostrado el teorema de Green.