2do Parcial Métodos numéricos

Carlos Alberto Gallegos Tena

1- Sea $f(x) = \ln(x+2)$ aproximar la función a un polinomio por mínimos cuadrados de grado dos en $[-1, 1]$

$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

$$\sum \int_{-1}^{1} a_i x^i \, dx = \int_{-1}^{1} \ln(x+2) \, dx$$

$$\sum \int_{-1}^{1} a_i x^{i+1} \, dx = \int_{-1}^{1} x \ln(x+2) \, dx$$

$$\sum \int_{-1}^{1} a_i x^{i+2} \, dx = \int_{-1}^{1} x^2 \ln(x+2) \, dx$$

$$\int_{-1}^{1} \ln(x+2) \, dx = (x+2)\ln(x+2) - x \Big|_{-1}^{1}$$
$$= 3\ln(3) - 1 - [\ln(1) - 1] = 1.3$$

$$\int_{-}^{1} x \ln(x+2) \, dx = 1.92 - 1.5707 = 0.35208$$

$$\int_{-1}^{1} x^2 \ln(x+2) \, dx = 0.40694$$

Por lo tanto

$$\ln(x+2) \rightarrow \boxed{P_2(x) = 0.40694\, x^2 + 0.352081\, x + 1.3}$$

2. Dados los siguientes datos haciendo transformación logarítmica adecuada, encuentre la mejor curva que se ajuste. Comprobar que el polinomio se ajuste

x	y	$\ln y$	x^2	xy
0	0	—	0	—
1	2	0.69314	1	0.69314
4	4	1.38629	16	5.54516
9	6	1.791759	81	16.125831
16	8	2.07944	256	33.27104
20		5.950629	354	55.635171

$$a = \frac{5(55.635171) - (20 \cdot 5.950629)}{5(354) - (20^2)} = 0.116177$$

$$b = \frac{5.950629 - (.116177 \cdot 20)}{5} = 0.72541$$

$$\alpha = e^b = e^{0.72541} = 2.065577$$

$$\beta = a = 0.116177$$

Entonces $\boxed{\hat{y} = 2.065577\, e^{0.116177x}}$

Comprobando

$$\boxed{\begin{array}{c} 2 \\ 2.23 \\ 4.3 \\ 6.3 \\ 8.42 \end{array}}$$

3- Aproximar la integral utilizando Simp $\frac{1}{3}$ $n = 6$

$$\int_1^{1.5} x^2 \ln x \, dx \qquad \begin{array}{ll} a = 1.0 & f(a) = 0 \\ b = 1.5 & f(b) = 0.9122964 \end{array}$$

x	$f(x)$
$a = 1$	0
$x_1 = 13/12$	0.09393
$x_2 = 7/6$	0.209816
$x_3 = 5/4$	0.348661
$x_4 = 4/3$	0.511434
$x_5 = 1.41$	0.699032
$b = 1.5$	0.9122964

$$h = \frac{1.5 - 1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$\int_1^{1.5} x^2 \ln x \, dx \approx \frac{\frac{1}{12}}{3}\left[0.9122964 + 2(0.2 + 0.51) + 4(0.093 + 0.34866 + 0.69903)\right]$$

$$= \frac{1}{36}\left[0.9122964 + 1.4425 + 4.566492\right]$$

$$= \boxed{0.192258}$$

Por lo tanto, por regla de Simpon

$$\int_1^{1.5} x^2 \ln x \, dx \approx \boxed{0.192258}$$

4- Integrar usando Regla de Simpson $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{8}$. Usar las dos reglas, 5 decimales

x	f(x)
0.7	0.64835
0.9	0.91360
1.1	1.16092
1.3	1.36178
1.5	1.4950
1.7	1.55007
1.9	1.52882
2.1	1.44513

$\boxed{h = 0.2}$

con Simpson $\frac{1}{3}$

$$A = \frac{0.2}{3}\left[0.64835 + 1.44513 + 2(4.18474) + 4(3.82545)\right]$$

$$A = \frac{0.2}{3}(25.76476) = \boxed{1.717}$$

Con simpson $\frac{3}{8}$

$$A = \frac{0.6}{8}\left[0.64835 + 1.44513 + 2(2.8906) + 3(5.56787)\right]$$

$$= \frac{0.6}{8}\left[24.62829\right] = \boxed{1.8471}$$

Como podemos ver, nos da un valor aproximado de $A \simeq 1.717 \approx 1.8471$

5- Ajuste los datos de la tabla con el polinomio discreto de mínimos cuadrados de segundo grado. Incluir la tabla obtenida 4 decimales

x	y
0	1
0.25	1.2840
0.5	1.6487
0.75	2.1170
1	2.7183

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + \sum_{i=0}^{n} a_i x_i$$

$$\sum x_i = 2.5$$

$$\sum y_i = 8.768$$

$$\sum x_i y_i = \cancel{21.97} = 7.69365$$

$$\sum x_i^2 = 2.4375$$

$x \cdot y$	x^2
0	0
1.284	0.0625
0.82435	0.25
2.867	0.5625
2.7183	1

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a \sum x_i + nb = \sum y_i$$

$$a\, 2.4375 + b\, 2.5 = 7.69365$$

$$a\, 2.5 + nb = 8.768$$

$$P_{n^2}(x) = ax^2 + bx + C$$

Entonces $P_n = 2[a \cdot 2.4375 + b 2.5 + nC - 8.768]$

Por lo tanto la aproximación $\approx \boxed{4.4375x^2 + 5x \cancel{+} x - 8.768 \cdot 2}$