20. Resuelva el ejercicio 3.

$$
\begin{aligned}
&Max\ Z = 20x_1 + 10x_2 \\
&s.a. \\
&\qquad x_1 + 2x_2 \leq 120 \\
&\qquad x_1 + \ \ x_2 \leq 90 \\
&\qquad x_1 \qquad\ \ \leq 70 \\
&\qquad \qquad x_2 \leq 50 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Agregamos las variables de holgura

Z = 20 x1 + 10 x2 + 0 s1 + 0 s2 + 0 s3 + 0 s4

s.a

1 x1 + 2 x2 + s1 = 120

1 x1 + 1 x2 + s2 = 90

1 x1 + s3 = 70

1 x2 + s4 = 50

Por lo que tenemos las matrices

$$Max\ z = \begin{bmatrix} 20 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ s1 \\ s2 \\ s3 \\ s4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ s1 \\ s2 \\ s3 \\ s4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix}$$ con x mayor a cero

Primera iteración

$$B1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{N=}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{XB=}\begin{bmatrix} s1 \\ s2 \\ s3 \\ s4 \end{bmatrix} \qquad \text{XNB=}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} \qquad \text{b=}\begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix}$$

$CB = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$ $\qquad CNB = [20 \quad 10]$

Solución básica factible

$$XB = \begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix}$$

Z0=0

Criterio de entrada o paro

$$Z = 0 - \left([0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - [20 \quad 10]\right)\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$$

$$Z = 0 - \left([-20 \quad -10]\right)\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$$

Entra x1 a la base

$$XB = \begin{bmatrix} s1 \\ s2 \\ s3 \\ s4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix} - \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} x1$$

S1=120-x1

S2=90-x1

S3=70-x1

S4=50-0x1

Donde

X1=120

X1=90

X1=70

X1=no existe

Sale de la base s3 por ser el menor

Segunda iteración

$$B2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad N=\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{XB}=\begin{bmatrix} s1 \\ s2 \\ x1 \\ s4 \end{bmatrix} \quad \text{XNB}=\begin{bmatrix} s3 \\ x2 \end{bmatrix} \quad \text{b}=\begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix}$$

$$CB = [0 \quad 0 \quad 20 \quad 0] \qquad CNB = [0 \quad 10]$$

Solución factible

$$\text{XB}=\begin{bmatrix} s1 \\ s2 \\ x1 \\ s4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 50 \\ 20 \\ 70 \\ 50 \end{matrix}$$

$$\text{Z}=[0 \quad 0 \quad 20 \quad 0] \begin{matrix} 50 \\ 20 \\ 70 \\ 50 \end{matrix} =1400$$

Criterio de entrada

$$Z = 1400 - \left([0 \quad 0 \quad 20 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - [0 \quad 10]\right)\begin{bmatrix} s3 \\ x2 \end{bmatrix}$$

$$Z = 1400 - \left([0 \quad 0 \quad 20 \quad 0] \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - [0 \quad 10]\right)\begin{bmatrix} s3 \\ x2 \end{bmatrix}$$

$$Z = 1400 - ([20 \quad 0] - [0 \quad 10])\begin{bmatrix} s3 \\ x2 \end{bmatrix}$$

$$Z = 1400 - ([20 \quad -10] - [0 \quad 10])\begin{bmatrix} s3 \\ x2 \end{bmatrix}$$

Entra x2 a la base

$$XB = \begin{bmatrix} s1 \\ s2 \\ x1 \\ s4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 20 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix} - \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} x2$$

S1=50-2x2

S2=20-x2

X1=70-0x2

S4=50-x2

Donde

X2=25

X2=20

X2=no existe

X2=50

Sale s2 por ser el valor más pequeño

Tercera iteración

$$B3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad N=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$XB=\begin{bmatrix} s1 \\ x2 \\ x1 \\ s4 \end{bmatrix} \quad XNB=\begin{bmatrix} s3 \\ s2 \end{bmatrix} \quad b=\begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix}$$

$$CB = [0 \quad 10 \quad 20 \quad 0] \qquad CNB = [0 \quad 0]$$

Solución factible

$$XB=\begin{bmatrix} s1 \\ x2 \\ x1 \\ s4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \\ 50 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 10 \\ 20 \\ 70 \\ 30 \end{matrix}$$

$$Z=[0 \quad 10 \quad 20 \quad 0]\begin{matrix} 10 \\ 20 \\ 70 \\ 30 \end{matrix}=1600$$

Criterio de entrada

$$Z = 1600 - \left(\begin{bmatrix}0 & 10 & 20 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\\ 1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}s3\\ s2\end{bmatrix}$$

$$Z = 1600 - \left(\begin{bmatrix}0 & 10 & 20 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}s3\\ s2\end{bmatrix}$$

$$Z = 1600 - \left(\begin{bmatrix}10 & 10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}s3\\ s2\end{bmatrix}$$

$$Z = 1600 - \left(\begin{bmatrix}10 & 10\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}s3\\ s2\end{bmatrix}$$

Llegamos a la solución óptima

Donde máx z= 1600, x1=70 y x2=20