

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLAN.

Tarea 2. Polinomio de Taylor y Lagrange

GRUPO 2402

INTEGRANTES:

FRANCO LONA OSCAR

PICHARDO RIVAS ALEXIS JAIR

GALLEGOS TENA CARLOS ALBERTO



Ejercicio 1. Obtener los primeros 5 términos de la serie de Taylor para la función $f(x)=\ln(1+x)$ desarrollando en $x_0=0$.

Primero encontramos las primeras cinco derivadas de la función.

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(1+x) & f'(x) &= \frac{1}{1+x} & f''(x) &= -\frac{1}{(x+1)^2} \\ f^3 &= \frac{2}{(x+1)^3} & f^4(x) &= -\frac{6}{(x+1)^4} & f^5(x) &= \frac{24}{(x+1)^5} \end{aligned}$$

Realizamos formula de Taylor.

$$f(x) = \ln(1+x) + \frac{1}{1+x_0}(x-x_0) + \frac{\frac{-1}{(x-1)^2}}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{\frac{2}{(x-1)^3}}{3!}(x-x_0)^3 + \frac{\frac{-6}{(x-1)^4}}{4!}(x-x_0)^4 + \frac{\frac{24}{(x-1)^5}}{5!}(x-x_0)^5$$

Sustituyendo $x_0=0$

$$f(x) = 0 + 1x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 \text{ Aproximación de } \ln(x+1)$$

Ejercicio 2. Obtener los primeros 5 términos de la serie de Taylor para la función $f(x)=\cos$ desarrollado en $x_0=0$ y evaluar en $\cos(\pi/4)$.

Primero encontramos las 5 derivadas de $f(x) = \cos$

$$f(x) = \cos \quad f'(x) = -\sin \quad f''(x) = -\cos \quad f'''(x) = \sin \quad f^{IV}(x) = \cos \quad f^V(x) = -\sin$$

Se realiza la formula de Taylor

$$f(x) = \cos(x) + (-\sin(x-x_0)) + \frac{-\cos}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{\sin}{3!}(x-x_0)^3 + \frac{\cos}{4!}(x-x_0)^4 + \frac{-\sin}{5!}(x-x_0)^5$$

sustituyendo x_0 y evaluando en $\cos(\pi/4)$

$$f(x) = 0.9999060498 + \frac{-0.9999060498}{2}x^2 + \frac{0.9999060498}{4}x^4$$

Ejercicio 3: Calcular el [polinomio de Lagrange](#) usando los siguientes datos

X	Y
1	-2
-3	1
5	2
7	-3

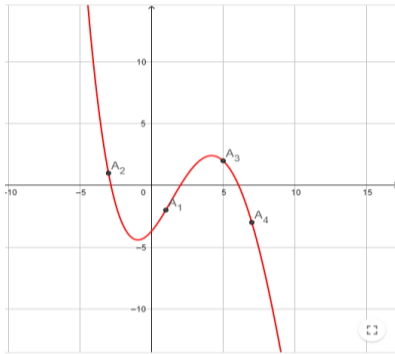
Haciendo el polinomio con la fórmula dada, nos queda de grado 3 como:

$$L(x) = -2(x+3)(x-5)(x-7) / 96 + 1(x-1)(x+3)(x-7)/-320 + 2(x-1)(x+3)(x-7)/-64 + 3(x-1)(x+3)(x-5)/120$$

Simplificando nos queda:

$$-0.03x^3 + 0.31x^2 + 0.08x - 2.3$$

Graficando los puntos tenemos la siguiente forma:



Responde a:

Ejercicio 4. Calcular el polinomio de Lagrange con los siguientes datos obteniendo el valor correspondiente interpolando $x=5$

	x	y	
	1	2	
X0	3	7	Y0
X1	4	9	Y1
x2	7	15	Y2

$x=5$

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^n \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \frac{x - x_k}{x_i - x_k} y_i$$

$$p_{2(x)} = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} (y_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_0 - x_2)} (y_1) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} (y_2)$$

$$p_{2(x)} = \frac{(x - 4)(x - 7)}{(3 - 4)(3 - 7)} (7) + \frac{(x - 3)(x - 7)}{(4 - 3)(4 - 7)} (9) + \frac{(x - 3)(x - 4)}{(7 - 3)(7 - 4)} (15)$$

$$P_2(5) = -\frac{2}{4}(7) + \frac{4}{3}(9) + \frac{2}{11}(15) \quad P_2(5) = -3.5 + 12 + 2.5 = \underline{11}$$

CONCLUSIONES.

Como ya conocemos realizar este tipo de polinomios nos ayuda a poder realizar el procedimiento más fácil si no se contara con una calculadora, como todo tiene sus ventajas y desventajas, pudiera ser que con pocos términos se hacer que al valor real o puede que esté alejado bastante y siempre se recomienda evaluar valores alrededor de los ya conocidos como en X_0 en polinomio de Taylor o valores cercanos en el polinomio de Lagrange.

Es una buena manera de obtener una función a partir de puntos que ya conozcamos. Normalmente en física veo una utilidad infinita para este método, dado a que pasamos de fenómenos y datos puntuales y queremos hacerlos una teoría a partir de esos resultados obtenidos.