$$\begin{bmatrix} X^T R^{-1} X & X^T R^{-1} Z \\ Z^T R^{-1} X & Z^T R^{-1} Z + D^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^T R^{-1} y \\ Z^T R^{-1} y \end{bmatrix}$$

$$R^{-1} = I \, \sigma_e^{-2}$$

number

$$\begin{bmatrix} X^T I \sigma_e^{-2} X & X^T I \sigma_e^{-2} Z \\ Z^T I \sigma_e^{-2} X & Z^T I \sigma_e^{-2} Z + D^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^T I \sigma_e^{-2} y \\ Z^T I \sigma_e^{-2} y \end{bmatrix}$$

Identity

⇒ Ignore multiplication with I

⇒ Factor out σ_e^{-2} by Multiplication of bothsides with σ_e^2

MME

cbind

rhs

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} X^T X & , \; X^T Z \\ Z^T X & Z^T Z + A_s^{-1} \cdot \frac{\sigma_e^2}{\sigma_s^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^T y \\ Z^T y \end{bmatrix}$$

λ

cbind

rbind( )

$$D = var(s) = \begin{bmatrix} var(s_1) & cov(s_1, s_2) & \cdots \\ & & \end{bmatrix}$$

$$= A_s \cdot \sigma_s^2 \Rightarrow D^{-1} = A_s^{-1} \cdot \sigma_s^{-2}$$