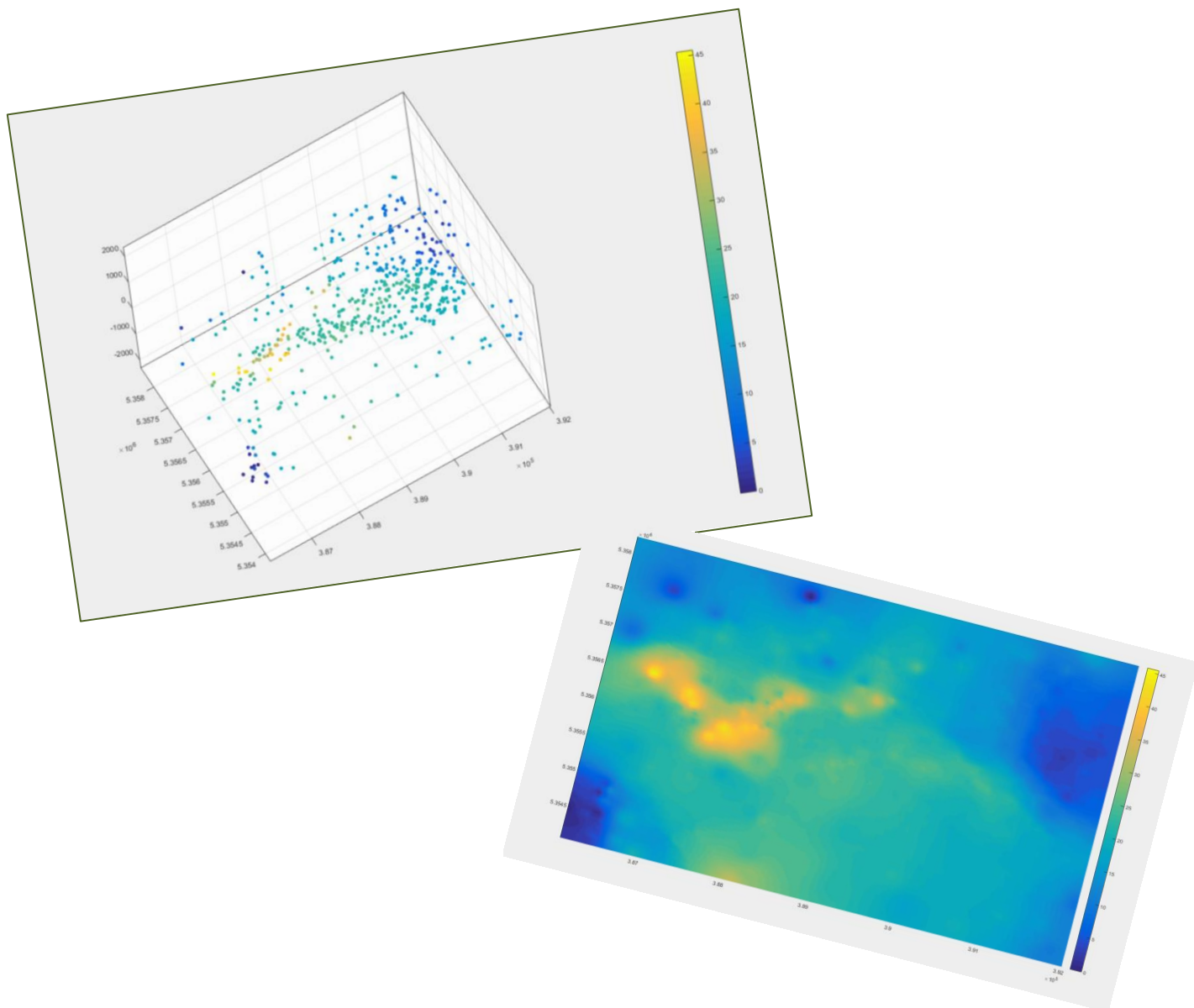


Rapport de Géostatistique

Comparaison des différentes méthodes d'interpolation



Frédérique Couderette

Charlotte Wolff

Ingénieur deuxième année

ENSG Marne la Vallée

ENSG
Géomatique

ÉCOLE NATIONALE
DES SCIENCES
GÉOGRAPHIQUES

Nous disposons d'un jeu de données comportant des informations sur des sondages bathymétriques pour différents points d'un espace d'étude (Figure 1, Figure 2). En utilisant les méthodes d'interpolation déterministes et stochastiques, nous allons interpoler la bathymétrie sur l'ensemble de cet espace.

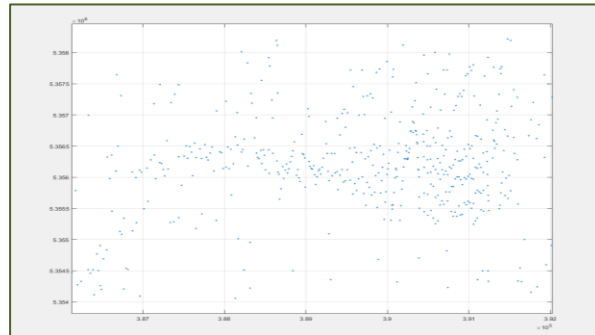


Figure 1 : Ensemble des points(x,y) de l'espace d'étude où sont réalisés les sondages pour connaître la profondeur.

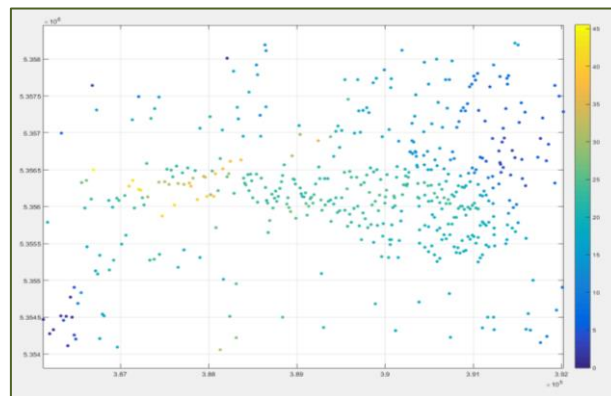


Figure 2 : Ensemble des points(x,y) de l'espace d'étude. La barre de couleur donne la bathymétrie mesurée par sondage.

Dans un deuxième temps, nous allons comparer ces différentes interpolations avec des données issues d'un autre jeu de données contenant des informations sur la bathymétrie pour différents points de contrôle présents sur l'espace d'étude (Figure 3). Cela permettra de conclure sur le degré de pertinence des différentes méthodes dans ce cas d'étude.

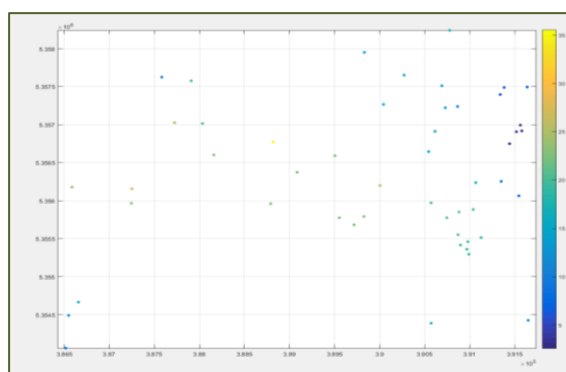


Figure 3 : Ensemble des points (x,y) dont on connaît la bathymétrie et permettant de contrôler la pertinence des différentes méthodes d'interpolation.

I. Les méthodes d'interpolation utilisées

A. *Les méthodes déterministes*

1. *La méthode d'interpolation par plus proche voisin*

Nous avons testé cette méthode en 2 fois, en faisant varier le nombre de points dans la grille. La Figure 4 montre le résultat avec un faible nombre de points (100) et permet de bien voir la construction des polygones. Dans un deuxième temps, (Figure 5) nous avons mis un nombre de points plus conséquent, afin d'avoir une interpolation plus linéaire. C'est cette deuxième interpolation que l'on conserve pour la comparaison avec les autres méthodes.

La fonction matlab codée pour réaliser l'interpolation se nomme : « *interp_ppv.m* ».

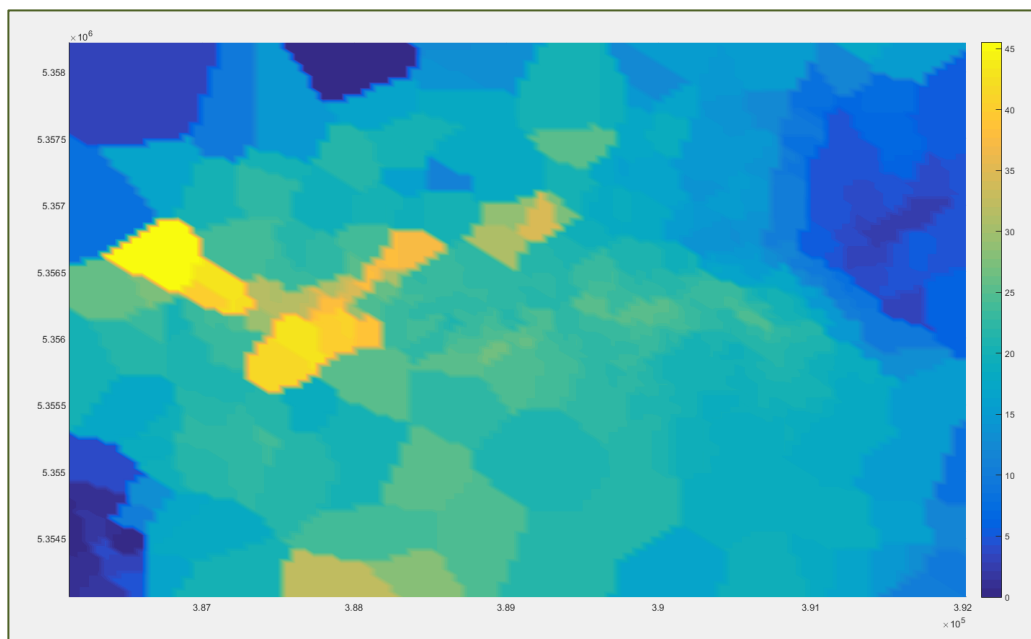


Figure 4 : Résultat de l'interpolation par plus proche voisin, sur une grille avec un faible nombre de points

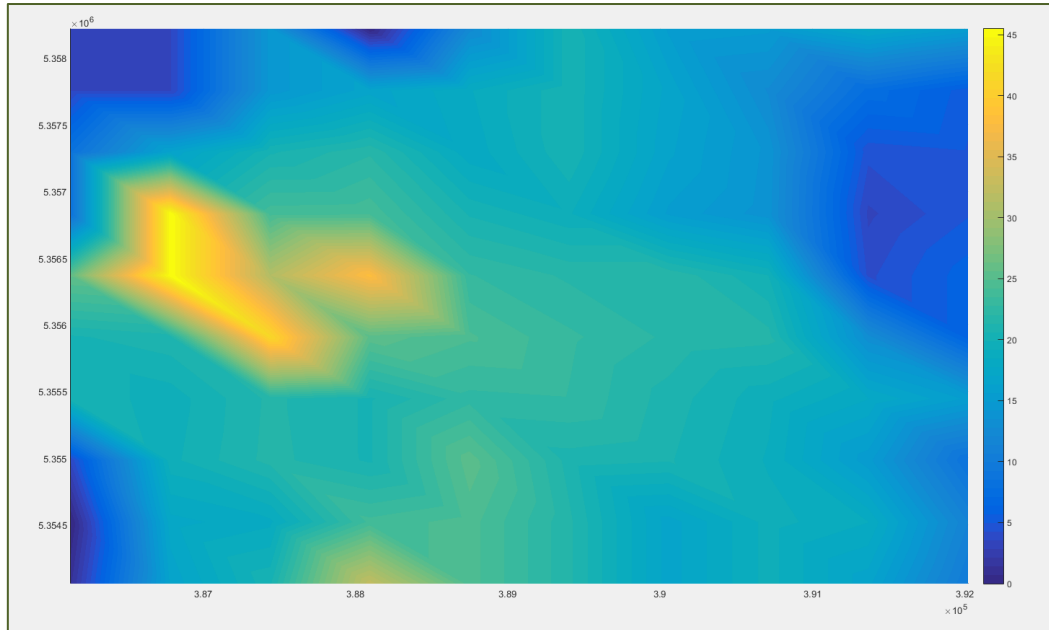


Figure 5 : Résultat de l'interpolation par plus proche voisin, sur une grille avec un nombre important de points.

- La moyenne des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 17.4550m
- L'écart type des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 4.0960m

2. *La méthode d'interpolation linéaire par triangulation*

La fonction matlab codée pour réaliser l'interpolation linéaire par triangulation se nomme : « *interplin.m* ».

Avec cette méthode, dont la Figure 6 montre le résultat obtenu sur le domaine :

- La moyenne des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 20.2741m
- L'écart type des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 3.0058m

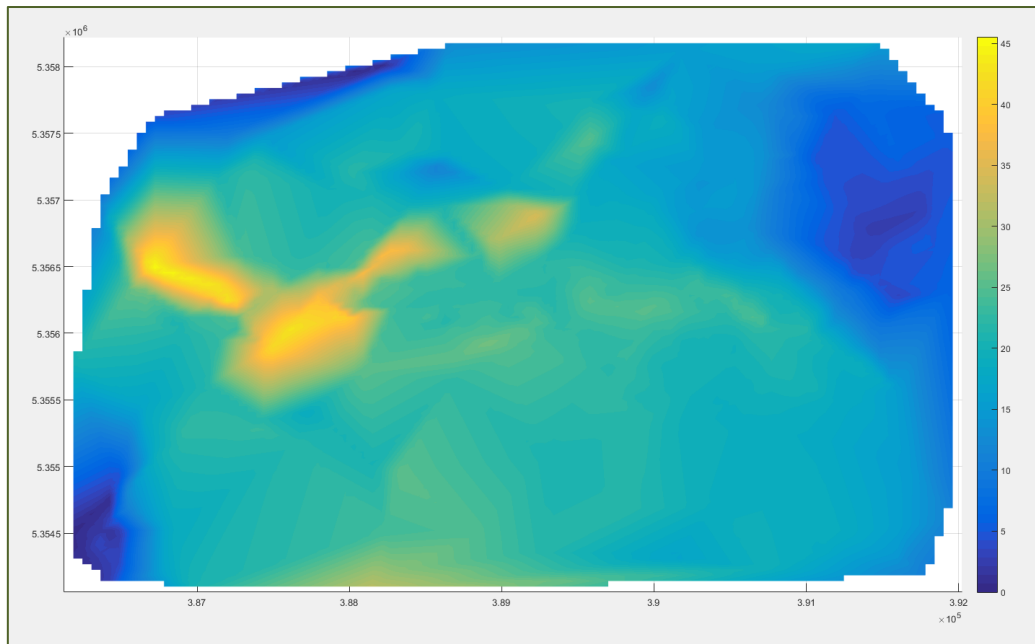


Figure 6 : Résultat obtenu avec l'interpolation par triangulation

3. *La méthode linéaire par inverse des distances*

Nous avons testé cette méthode en prenant un facteur p de 2. La Figure 7 montre le résultat obtenu. La fonction matlab codée pour réaliser l'interpolation linéaire par inverse des distances se nomme : « *interp_dst .m* »

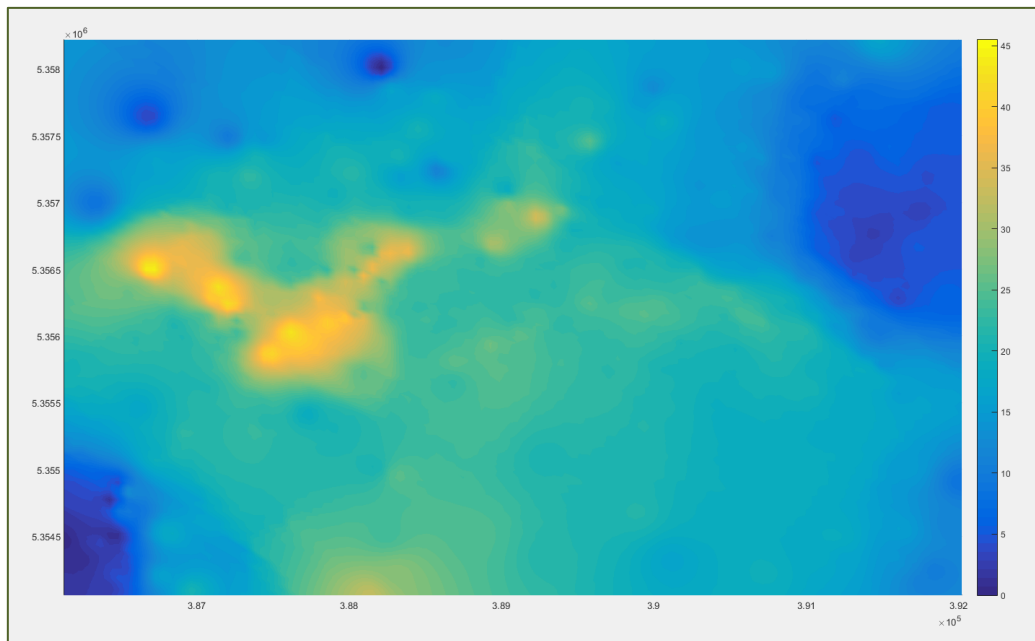


Figure 7 : Résultat de l'interpolation par la méthode linéaire par inverse des distances

- La moyenne des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 17.6699m
- L'écart type des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 2.3548m

4. *La méthode d'interpolation par splines*

Pour cette méthode, nous avons utilisé les splines de type linéaire. Les fonctions matlab codées pour réaliser l'interpolation par les splines se nomment : « *interp_splines.m* » et « *fonction.m* ».

Nous avons testé cette méthode avec comme coefficient de lissage p de 2, 5, 50 et 100. On obtient le résultat d'interpolation de la Figure 8, Figure 9, Figure 10 et Figure 11.

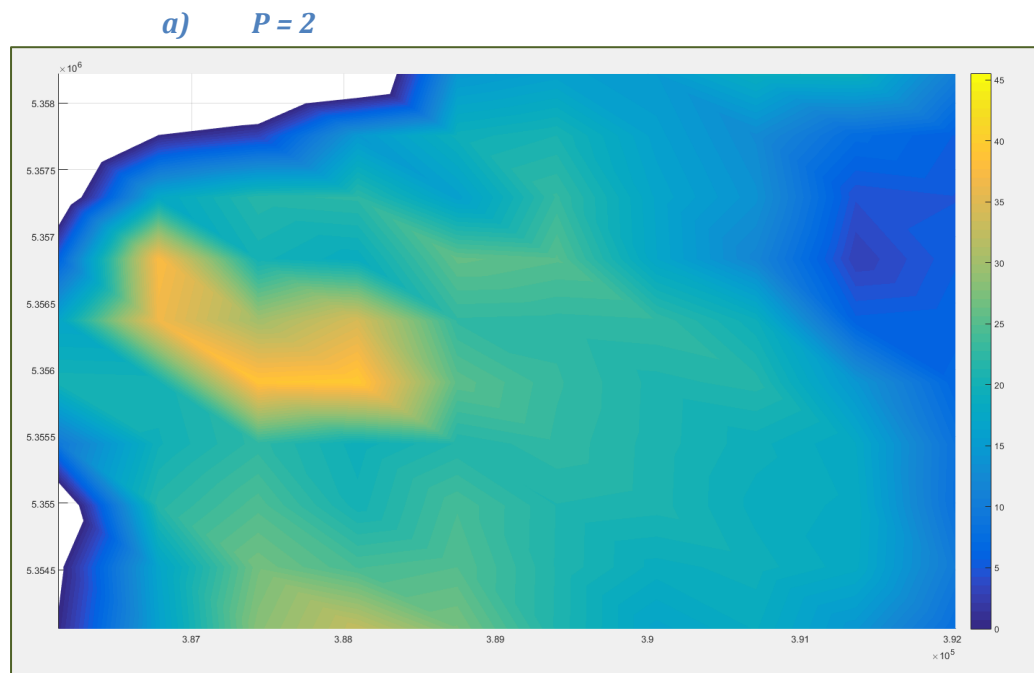


Figure 8 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 2

- La moyenne des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 15.9095m
- L'écart type des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 5.7802m

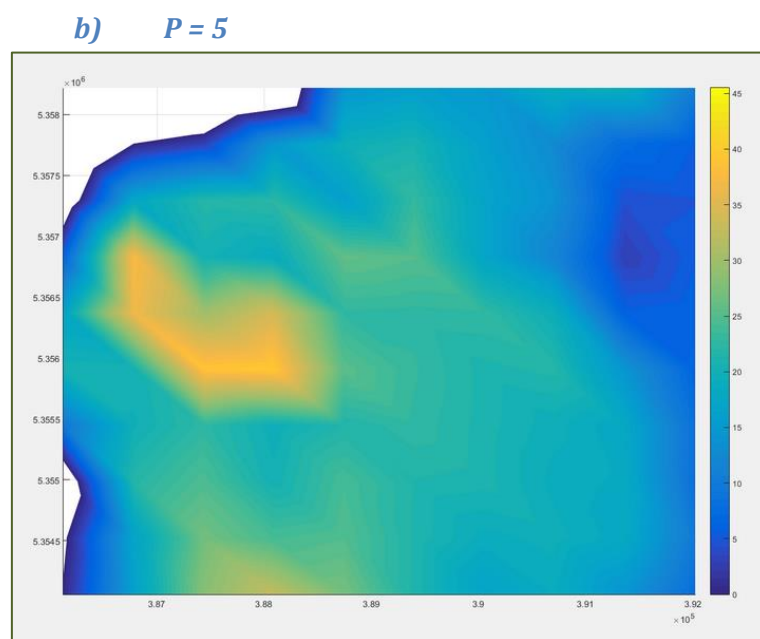


Figure 9 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 5

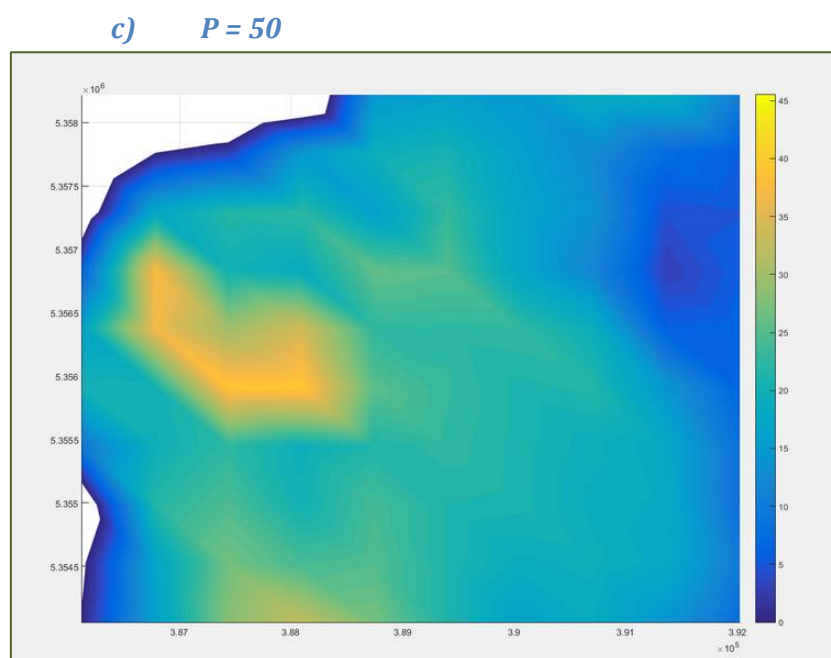


Figure 10 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 50

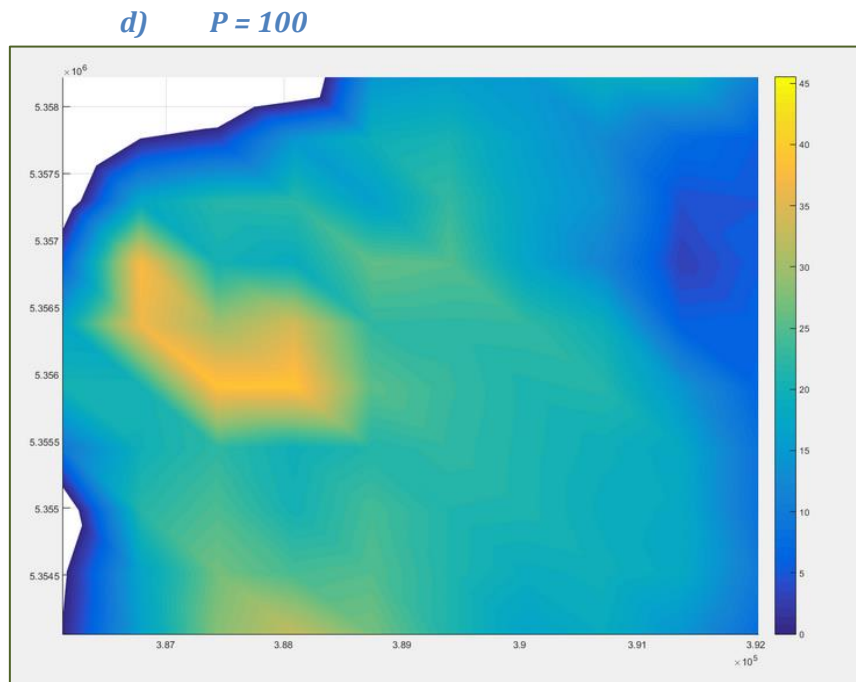


Figure 11 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 100

B. Les méthodes stochastiques

1. Construction de la nuée variographique, du variogramme expérimental et du modèle variographique

Afin de faire l'interpolation par krigeage, nous avons tout d'abord tracé la nuée variographique (Figure 12), à laquelle nous avons superposé le variogramme expérimental. A la vue de ce variogramme, nous avons décidé que le modèle de variogramme le plus adapté était le variogramme linéaire. Nous avons donc utilisé la méthode des moindres carrés pour trouver le coefficient directeur de cette droite, qui sera ensuite être utilisée pour réaliser l'interpolation par krigeage.

Le modèle variographique n'est tracé que dans un rayon de 4500m, car au-delà de cette distance, le variogramme expérimental ne suit plus la droite du modèle.

La fonction matlab codée pour réaliser la nuée variographique et les variogrammes se nomme : « interp_nuee.m ».

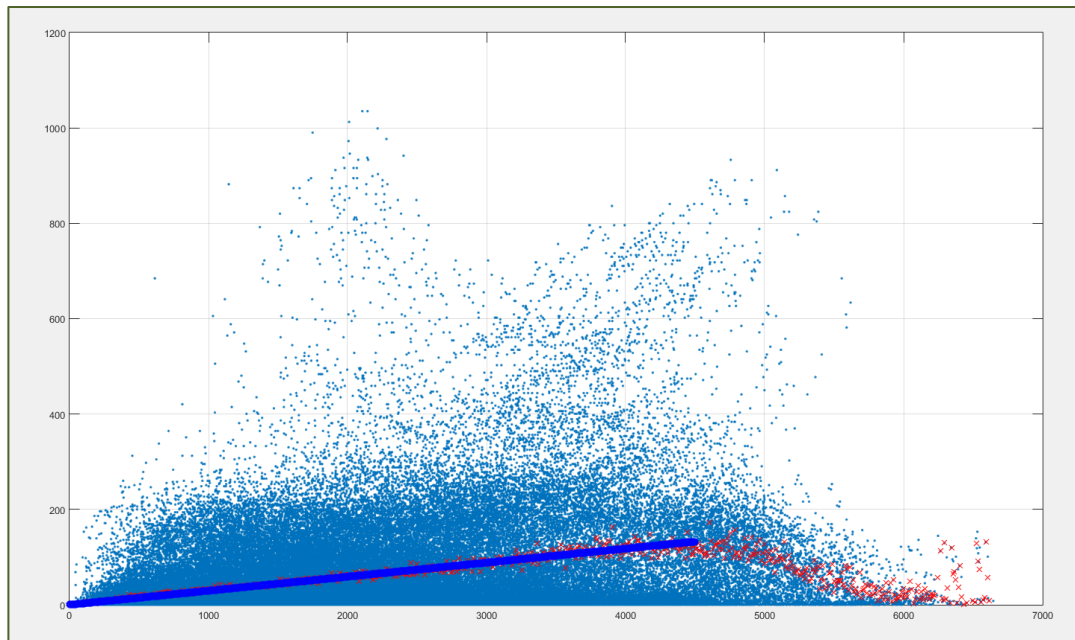


Figure 12 : Nuée variographique ainsi que le variogramme expérimental et le modèle variographique. Il s'agit d'un modèle linéaire. Le coefficient directeur de la droite est 0,0295.

2. La méthode d'interpolation par krigeage simple

La fonction matlab codée pour réaliser l'interpolation par krigeage se nomme : « *interp_krigeage.m* ». L'interpolation obtenue est la suivante (Figure 13) :

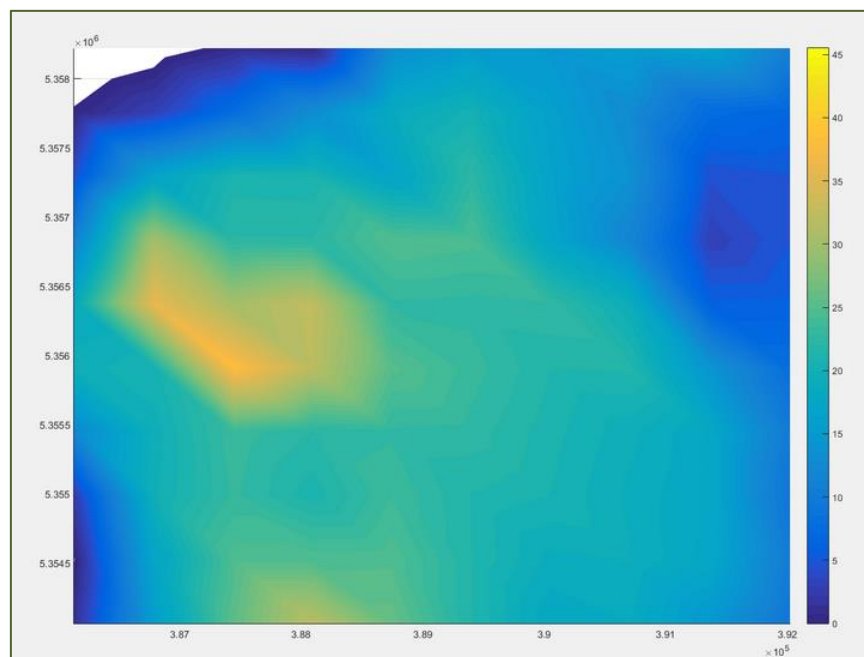


Figure 13 : Résultat de l'interpolation avec le krigeage simple

Pour cette interpolation, on obtient :

- La moyenne des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 16,7063m
- L'écart type des bathymétries sur l'ensemble du domaine est de : 3,5505m

II. Comparaison des différentes méthodes d'interpolation utilisées

A. *Résultats obtenus*

Maintenant que nous avons obtenu les différents résultats d'interpolation, nous voulons les comparer afin de déterminer quelle méthode est la meilleure dans le cas d'étude présent. Pour cela, nous allons nous servir du deuxième jeu de données qui donne des points de contrôle.

Pour chaque interpolation, nous avons recalculé les interpolations en chacun point de contrôle pour nous avons rentré dans un vecteur la différence entre cette valeur et la valeur de contrôle. Puis nous avons calculé la moyenne et l'écart type de cette matrice. Nous avons rentré ces valeurs dans le Tableau 1.

On peut déjà noter que pour les valeurs des points de contrôle, on a :

- Une moyenne de 16.4200m
- Un écart type de 7.2082m

Tableau 1 : Comparaison des moyennes et des écart-type pour chacune des méthodes d'interpolation des points de contrôle.

Nom de la méthode	Moyenne	Ecart_type
Méthode des plus proches voisins	0,5580	2,5032
Méthode linéaire par triangulation	0,0049	2,4178
Méthode linéaire par l'inverse des distances	-0,2212	2,8919
Méthodes des splines linéaires P = 2	-0,1731	2,2349
Méthodes des splines linéaires P = 5	0,1731	2,2349
Méthodes des splines linéaires P = 50	-0,1731	2,2346
Méthodes des splines linéaires P = 100	0,1732	2,2343
La méthode du krigeage simple	-0,2025	2,2780

On peut dire que la méthode la plus adaptée ici pour faire l'interpolation est la méthode d'interpolation linéaire par triangulation, suivi de la méthode des splines. Concernant les splines, on remarque que la moyenne est sensiblement la même quelque soit le coefficient de lissage. En

revanche, plus le coefficient est élevé, plus l'écart type diminue (mais diminue peu). Cela signifie que l'augmentation du coefficient de lissage améliore les résultats d'interpolation.

La méthode qui est la moins bonne dans ce cas est la méthode d'interpolation par les plus proches voisins. En effet, la moyenne est la plus élevée (>0,3 alors que les autres sont toutes inférieures) et l'écart type est l'un des plus importants.

La méthode linéaire par l'inverse des distances n'est pas non plus une très bonne méthode. Son écart type est le plus important. Cela signifie que l'écart entre les points de contrôle et les plus interpolés est le plus important.

Nous avons également voulu représenté ces résultats graphiquement. La Figure 14 montre les moyennes et les écarts types. Les écarts type correspondant aussi aux barres d'erreur, nous les avons insérées dans un troisième graphique (Figure 15) avec la moyenne.

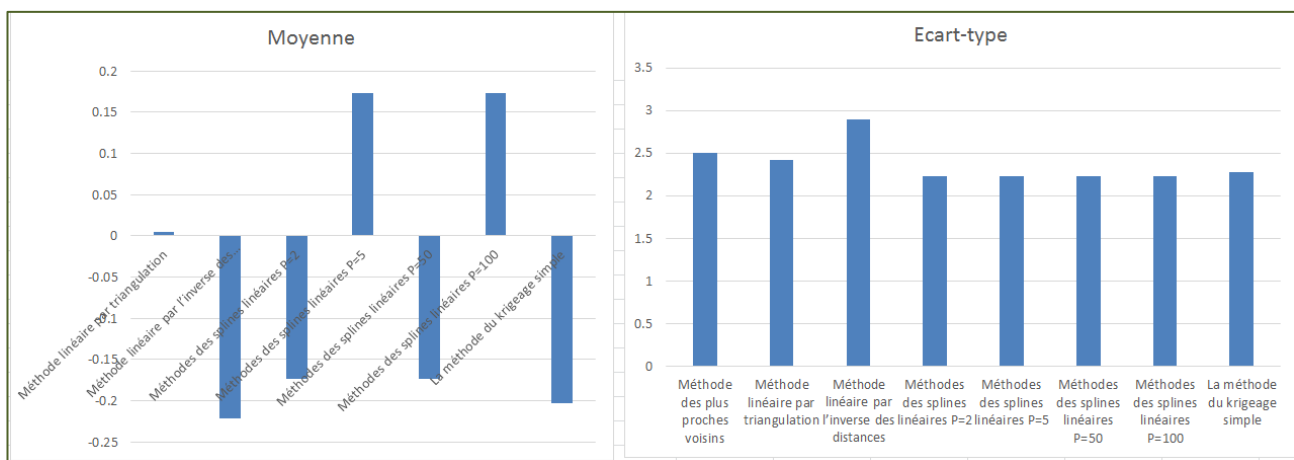


Figure 14 : Graphique montrant les moyennes des écarts des valeurs interpolées par rapport aux valeurs de contrôle, ainsi que leur écart type

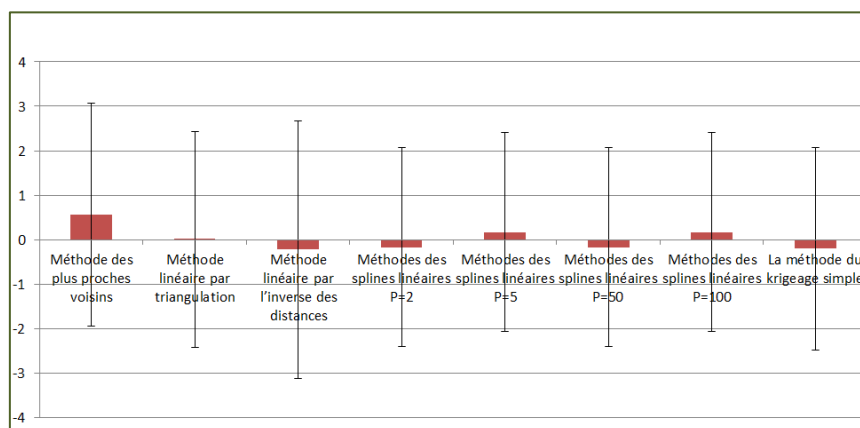


Figure 15 : Présentation graphique de la moyenne, en rouge avec la dispersion (écart type) autour de cette moyenne (barres d'erreur) pour les différentes méthodes d'interpolation. On voit bien que la méthode des plus proches voisins a une moyenne plus importante mais que la méthode linéaire par l'inverse des distances a une dispersion plus importante autour de cette moyenne, ce qui traduit également une relativement mauvaise interpolation dans notre cas d'étude.

B. Codes utilisés

Pour faire ces comparaisons, nous avons dû modifier les codes. En effet. Cette fois-ci, au lieu de faire l'interpolation sur une grille, c'est-à-dire une matrice, nous devons les faire sur des points isolés, c'est-à-dire sur un vecteur. C'est l'interpolation sur ces points qui va permettre ensuite de faire la différence avec les valeurs des points de contrôle, puis la moyenne et l'écart type des écarts.

Les codes modifiés ont leur nom donné dans le Tableau 2:

Tableau 2 : Tableau présentant l'ensemble des codes réalisés pour les interpolations et pour faire la comparaison avec les points de contrôle

Nom de la méthode	Code initial (matrice)	Code modifié (vecteur)
Interpolation par les plus proches voisins	<i>Interp_ppv</i>	<i>ppv</i>
Interpolation linéaire par triangulation	<i>Interplin</i>	<i>plin</i>
Interpolation linéaire par l'inverse des distances	<i>Interp_dst</i>	<i>dst</i>
Interpolation par les splines	<i>Interp_splines</i>	<i>splines</i>
Krigeage	<i>Interp_krg</i>	<i>krg</i>

C. Remarques sur le krigeage

On peut remarquer que le résultat obtenu par krigeage simple n'est pas adapté. Pour améliorer ce résultat, il serait intéressant de chercher des directions préférentielles pour réaliser le variogramme, à savoir : ne prendre les distances d que dans une ou plusieurs directions de l'espace et ainsi ne prendre ainsi que les gammas correspondants. Cette méthode est très utilisée, notamment en géologie.

Ici, les deux axes qu'il serait intéressant de tester sont les axes ():

- Nord/Ouest-Sud/Est
- Nord/Est-Sud/Ouest

Les deux axes cités ci-dessus ont été déduits des résultats obtenus avec les différentes méthodes d'interpolation déterministes. (Figure 16)

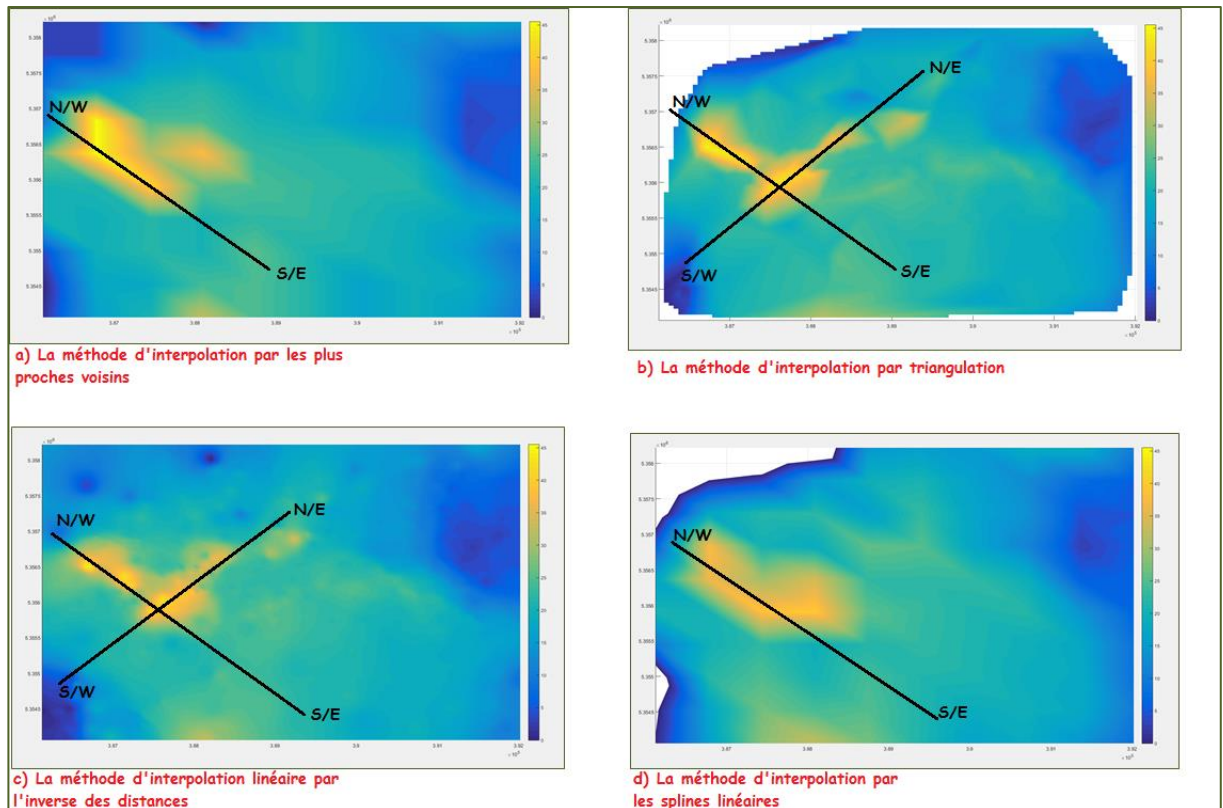


Figure 16 : Grâce aux résultats d'interpolation par les différentes méthodes déterministes ci-dessus, on peut en déduire 2 axes principaux suivants lesquels il serait intéressant de faire un variogramme spécifique permettant ensuite de faire un krigeage simple de meilleure qualité.

III. Conclusion

D'après ce tableau de comparaison, il semble que dans le cas d'étude présenté, la méthode d'interpolation qui donne les résultats les plus proches de la réalité, du moins sur les points de contrôle, est la méthode linéaire par triangulation.

En revanche, on ne peut pas affirmer pour autant que la méthode d'interpolation par les splines linéaires soit la meilleure méthode d'interpolation. En effet, la meilleure méthode à utiliser dépend du cas étudié.

IV. Table des illustrations

Figure 1 : Ensemble des points(x,y) de l'espace d'étude où sont réalisés les sondages pour connaître la profondeur.....	2
Figure 2 : Ensemble des points(x,y) de l'espace d'étude. La barre de couleur donne la bathymétrie mesurée par sondage.....	2
Figure 3 : Ensemble des points (x,y) dont on connaît la bathymétrie et permettant de contrôler la pertinence des différentes méthodes d'interpolation.....	2
Figure 4 : Résultat de l'interpolation par plus proche voisin, sur une grille avec un faible nombre de points.....	3
Figure 5 : Résultat de l'interpolation par plus proche voisin, sur une grille avec un nombre important de points.....	4
Figure 6 : Résultat obtenu avec l'interpolation par triangulation.....	5
Figure 7 : Résultat de l'interpolation par la méthode linéaire par inverse des distances.....	5
Figure 8 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 2.....	6
Figure 9 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 5.....	7
Figure 10 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 50.....	7
Figure 11 : Méthode d'interpolation par la méthode des splines avec un coefficient de lissage de 1008.....	7
Figure 12 : Nuée variographique ainsi que le variogramme expérimental et le modèle variographique. Il s'agit d'un modèle linéaire. Le coefficient directeur de la droite est 0,0295.....	9
Figure 13 : Résultat de l'interpolation avec le krigeage simple	9
Figure 14 : Graphique montrant les moyennes des écarts des valeurs interpolées par rapport aux valeurs de contrôle, ainsi que leur écart type.....	11
Figure 15 : Présentation graphique de la moyenne, en rouge avec la dispersion (écart type) autour de cette moyenne (barres d'erreur) pour les différentes méthodes d'interpolation. On voit bien que la méthode des plus proches voisins a une moyenne des écarts plus importante mais que la méthode linéaire par l'inverse des distances a une dispersion plus importante autour de cette moyenne, ce qui traduit également une relativement mauvaise interpolation dans notre cas.	11
Figure 16 : Grâce aux résultats d'interpolation par les différentes méthodes déterministes ci-dessus, on peut en déduire 2 axes principaux suivants lesquels il serait intéressant de faire un variogramme spécifique permettant ensuite de faire un krigeage simple de meilleure qualité.	13
Tableau 1 : Comparaison des moyennes et des écart-type pour chacune des méthodes d'interpolation des points de contrôle.....	10
Tableau 2 : Tableau présentant l'ensemble des codes réalisés pour les interpolations et pour faire la comparaison avec les points de contrôle.....	12

V. Table des matières

I.	Les méthodes d'interpolation utilisées	3
A.	Les méthodes déterministes	3
1.	La méthode d'interpolation par plus proche voisin	3
2.	La méthode d'interpolation linéaire par triangulation	4
3.	La méthode linéaire par inverse des distances	5
4.	La méthode d'interpolation par splines	6
B.	Les méthodes stochastiques	8
1.	Construction de la nuée variographique, du variogramme expérimental et du modèle variographique	8
2.	La méthode d'interpolation par krigeage simple	9
II.	Comparaison des différentes méthodes d'interpolation utilisées.....	10
A.	Résultats obtenus.....	10
B.	Codes utilisés	12
C.	Remarques sur le krigeage	12
III.	Conclusion	13
IV.	Table des illustrations.....	14
V.	Table des matières	15