Sur le calcul des solutions efficaces du problème bi-objectif de localisation de services sans contrainte de capacité

S. Bourougaa, A. Derrien, A. Grimault, X. Gandibleux, A. Przybylski

Université de Nantes — LINA, UMR CNRS 6241
UFR Sciences – 2 rue de la Houssinière BP92208, F44322 Nantes cédex 03 – France

ROADEF'2012 – Sessions GUEPARD
13e conférence de la société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision
Université Catholique de l'Ouest
Angers, 11-13 avril 2012

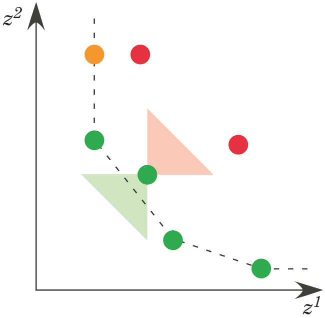
UNIVERSITÉ DE NANTES

UNIVERSITÉ DE NANTES

- Problèmes d'optimisation combinatoire multiobjectif (MOCO) :

$$\min \{ Cx : Ax \geqq b, x \in \mathbb{Z}^n \}$$

- Prise en compte simultanée des objectifs
- Solutions efficaces X_E, points non-dominés Y_N (frontière efficace)
- Articulation a posteriori des préférences du décideur



1. Contexte

Problèmes multi-objectif de localisation de services

- Problèmes de localisation de services (FLP) avec plusieurs objectifs
- Littérature conséquente :
  - panorama des fonctions objectif [Eiselt et Laporte 1995]
  - états de l'art [Nickel et al. 2005 ; Farahani et al. 2010]
- Quelques exemples de situation avec 2 ou 3 objectifs :
  - réseau de producteurs de café en Colombie [Villegas et al 2006]
  - extension de réseau de communication [G. et Chamayou 2007]
  - logistique verte [Harris et al. 2009 ; 2011]
- Des résolutions approchées pour traiter des situations où la résolution exacte atteint ses limites

Variante particulière importante : cas discret sans contrainte de capacité (bi-UFLP)

$$\left[\begin{array}{lllr} v\text{—}\min & \left\{ z^k = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij}^k x_{ij} + \sum_{j\in J} r_j^k s_j \quad k=1,2 \right\} & & (0) \\ s/c & \sum_{j\in J} x_{ij} = 1 & \forall i \in I & (1) \\ & x_{ij} \leq s_j & \forall i \in I,\ \forall j \in J & (2) \\ & x_{ij},\ s_j \in \{0,1\} & \forall i \in I,\ \forall j \in J & (3) \end{array}\right]$$

- version mono-objectif
  - NP-hard [Krarup et Pruzan, 1983]
  - nombreuses situations (exemple en télécom [Gourdin et al. 2002])
- version multi-objectif
  - algorithme exact pour des instances bi (multi) objectifs de petites tailles [Fernandez et Puerto 2003]

UNIVERSITÉ DE NANTES

Résolution : **un algorithme exact en deux étapes**

- **Pavage** de Y_N (ensemble complet de solutions efficaces X_E)
  - ensemble de boîtes caractérisant rigoureusement l'existence potentielles de solutions efficaces
  - une boîte est définie par une **unique** combinaison de services ouverts
- **Génération**
  - calcul des solutions efficaces X_E dans ces boîtes

UNIVERSITÉ DE NANTES

Résolution : **un algorithme exact en deux étapes**

- **Pavage** de Y_N (ensemble complet de solutions efficaces X_E)
  - ensemble de boîtes caractérisant rigoureusement l'existence potentielles de solutions efficaces
  - une boîte est définie par une **unique** combinaison de services ouverts

  ◦ Calcul d'un pavage initial à l'aide d'un **branch and bound**
  ◦ Décomposition du pavage par dichotomie et filtrage
  ◦ Recomposition du pavage par ensembles contigus

- **Génération**
  - calcul des solutions efficaces X_E dans ces boîtes

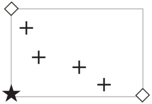
  ◦ Calcul des points non-dominés par un **label setting** sur les boites.
  ◦ Retourne un ensemble complet de solutions efficaces

Soit $J_1 \subseteq J$, ensemble des indices des services ouverts

Boîte : Sous-espace de dimension 2 dans Y borné par (au plus) deux solutions admissibles correspondant aux solutions lexicographiquement optimales sur les deux objectifs pour J_1

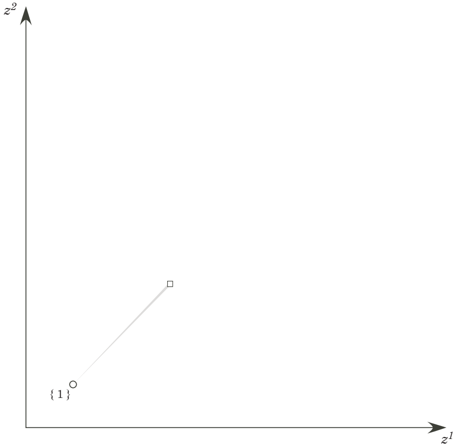
Points remarquables relatifs à une boîte $\mathcal{B}$:

$\diamond$: $z_{lex^1}(\mathcal{B}), z_{lex^2}(\mathcal{B})$, points lex-optimaux
$\star$: $z_I(\mathcal{B})$, point idéal
$+$: $Y_{ND}(\mathcal{B})$, points non dominés

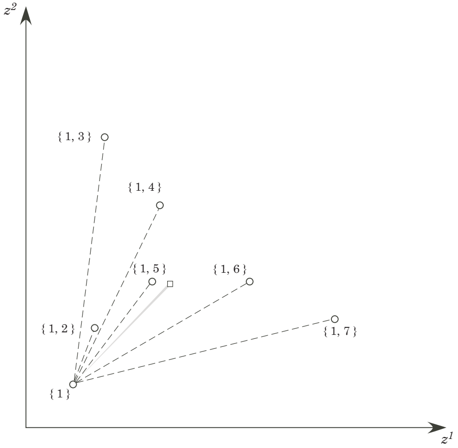


Soit 7 services potentiels 1...7 .

- ○ : point correspondant à l'ouverture d'un service $\{1\}$
- □ : point correspondant à l'affectation de l'ensemble des clients au service ouvert. Il correspond aux performances d'une solution admissible.

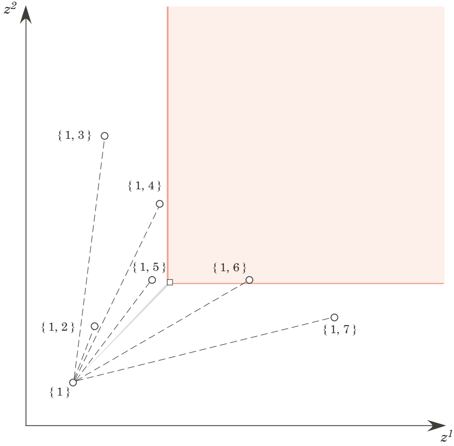


Ajout des points (symbole $\circ$) correspondant à l'ouverture de deux services $\{1, 2\}$ à $\{1, 7\}$.



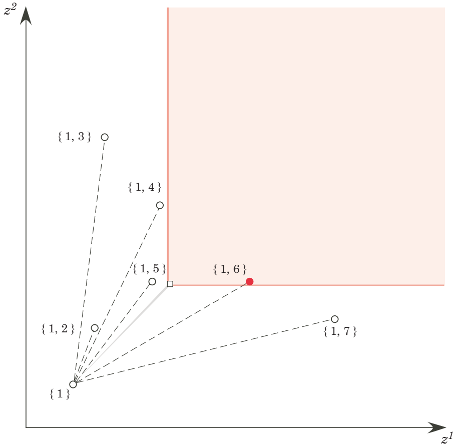
Examen du cône de dominance d'origine □

Test : ∃? point origine dominé par au moins une solution admissible



UNIVERSITÉ DE NANTES

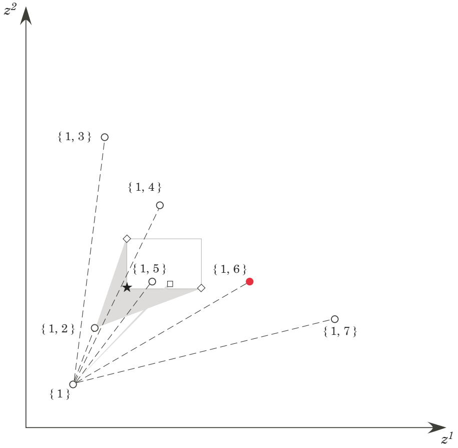
Le point correspondant aux services ouverts $\{1, 6\}$ est dominé. Inutile de le considérer dorénavant (domination par origine).



UNIVERSITÉ DE NANTES

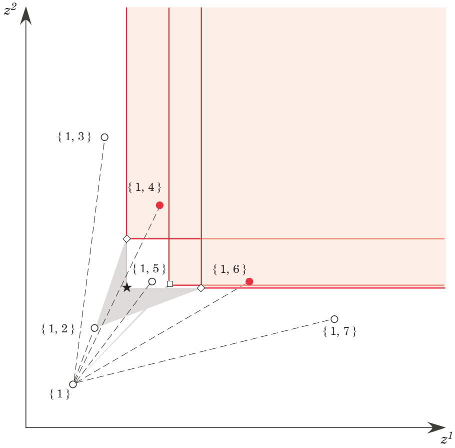
Expansion du domaine sur les services ouverts $\{1, 2\}$ ce qui produit une boîte.

Identification des deux solutions admissibles lexicographiquement optimales ($\diamond$) pour la boîte.



Examen des cônes de dominance d'origine $\diamond$

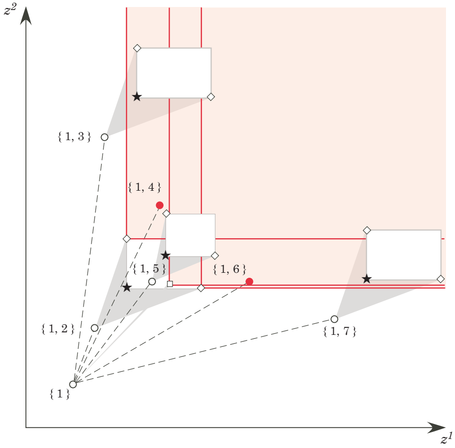
Le point correspondant aux services ouverts $\{1, 4\}$ est dominé. Inutile de le considérer dorénavant (domination par origine).



UNIVERSITÉ DE NANTES

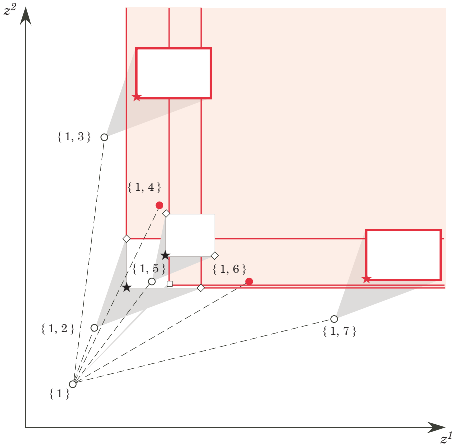
Expansion du domaine sur les services ouverts restants, donnant un ensemble de boîtes.

Test : ∃? point idéal d'une boîte dominé par au moins une solution admissible

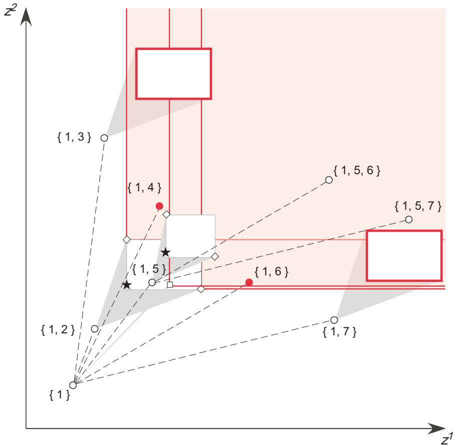


Examen des cônes de dominance d'origine $\diamond$ et $\square$

Les expansions d'origine $\{1, 3\}$ et $\{1, 7\}$ sont dominées. Inutile de les considérer dorénavant (domination par expansion).

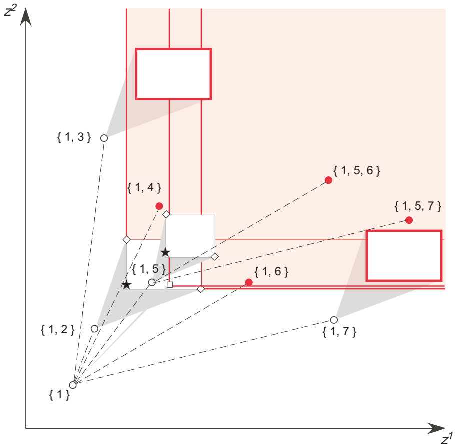


Ajout des points (symbole ∘) correspondant à l'ouverture de trois services $\{1, 5, 6\}$ et $\{1, 5, 7\}$.



Examen des cônes de dominance d'origine $\diamond$

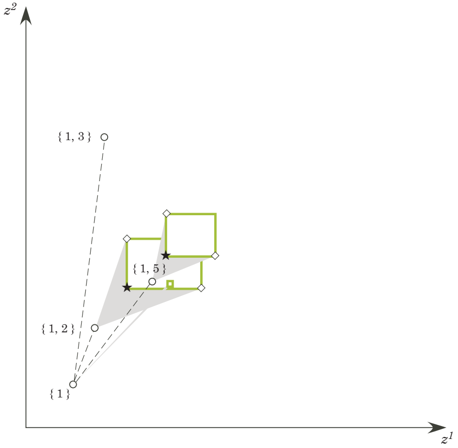
Les points correspondants aux services ouverts $\{1, 5, 6\}$ et $\{1, 5, 7\}$ sont dominés. Inutile de les considérer dorénavant (domination par origine).



UNIVERSITÉ DE NANTES

Pavage partiel résultant

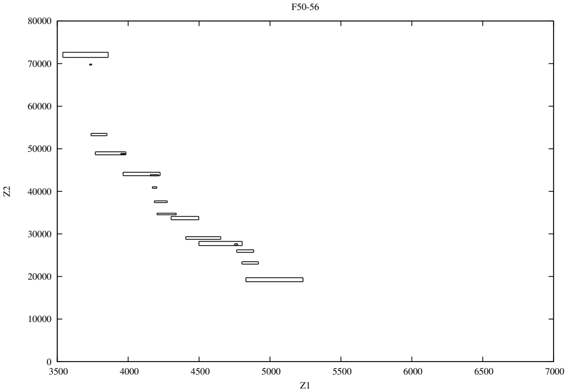
$\{1, 2\}$ et $\{1, 3\}$ sont à traiter



S. Bourougaa, A. Derrien, A. Grimault, X. Gandibleux, A. Przybylski

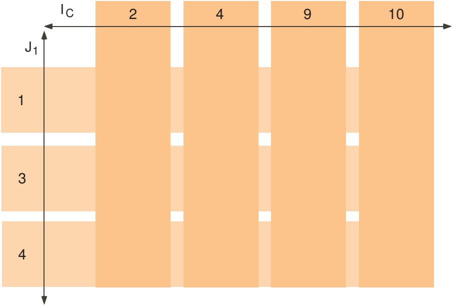
- **Parcours :** largeur
- **Séparation :** variables s_j
- **Filtrage :** 3 tests de dominance
- **Résultats :** sommets expansés non dominés

UNIVERSITÉ DE NANTES

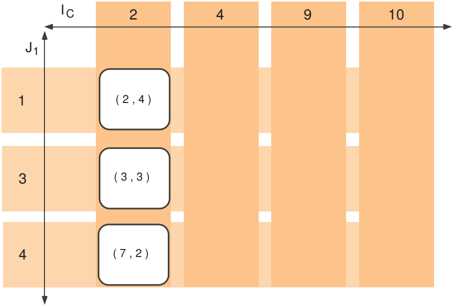


Instance avec 30 services et 90 clients

- Une boite est définie par l'ouverture de services : $J_1 = \{1, 3, 4\}$
- L'ensemble des indices des affectations de compromis : $I_c = \{2, 4, 9, 10\}$



Client 2 a trois affectations possibles :

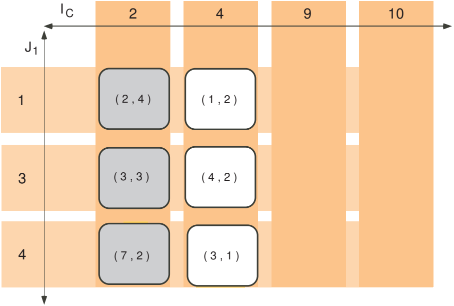


- [2, 4]
- [3, 3]
- [7, 2]

UNIVERSITÉ DE NANTES

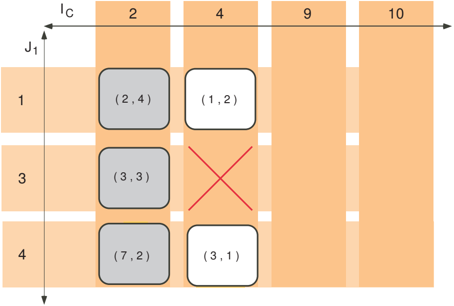
Affectation du client 4 au service 3 est dominée. $\Longrightarrow$ supprime

- [2, 4]
- [3, 3]
- [7, 2]



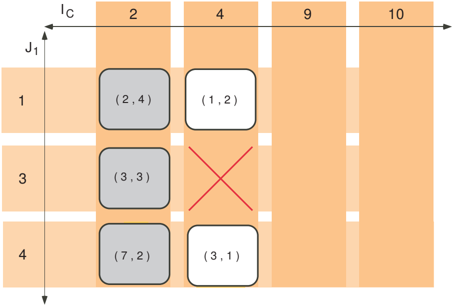
A chaque solution déjà calculée, on ajoute les possibilités du client 4.

- [2, 4]
- [3, 3]
- [7, 2]



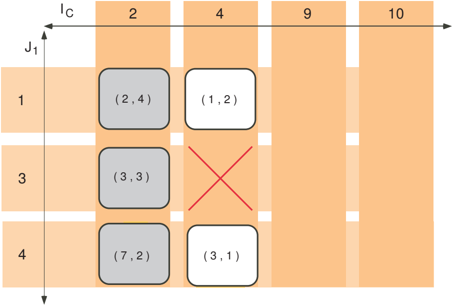
A chaque solution déjà calculée, on ajoute les possibilités du client 4.

- [3, 6]
- [4, 5]
- [8, 4]
- [5, 5]
- [7, 4]
- [10, 3]



A chaque solution déjà calculée, on ajoute les possibilités du client 4.

- [3, 6]
- [4, 5]
- ~~[8, 4]~~
- ~~[5, 5]~~
- [7, 4]
- [10, 3]

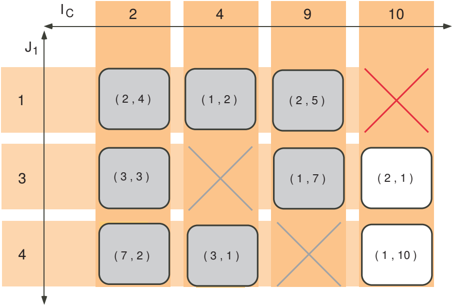


UNIVERSITÉ DE NANTES

2. Algorithme
Génération

In fine : 6 solutions non dominées.

- [7, 12]
- [8, 11]
- [11, 10]
- [14, 9]
- [6, 14]
- [5, 23]



UNIVERSITÉ DE NANTES

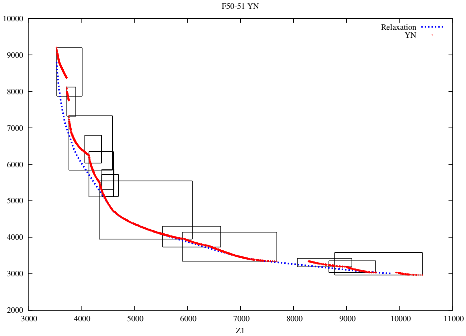
UNIVERSITÉ DE NANTES

- Batterie F [Fernandez et Puerto 2003]
  - 28 instances
  - source : collection résultant du collage paire UFLP mono-obj
  - taille : n=30 ; m=90
  - corrélation des objectifs : ≈ 0.0
  - ranges : $c_{ij}^k \in [0, 100]$; $r_j^k \in [200, 28000]$
  - http://www-eio.upc.es/%7Eelena/sscplp/
- Batterie H [Harris et al 2011]
  - 5 instances
  - source : logistique verte (obj1 : coût ; obj2 : CO_2)
  - taille : n=10 ; m=2000...10000
  - corrélation des objectifs : ≈ 0.99
  - ranges : $c_{ij}^k \in [0, 43000]$; r_j^k unique $\forall j \in J$ par instance
  - http://users.cs.cf.ac.uk/C.L.Mumford/Research%20Topics/FLP/papers/data/
- Disponibles bientôt sur la MCDMLib, section MOCOlib :
  - http:// http://mcdmsociety.org/MCDMlib.html

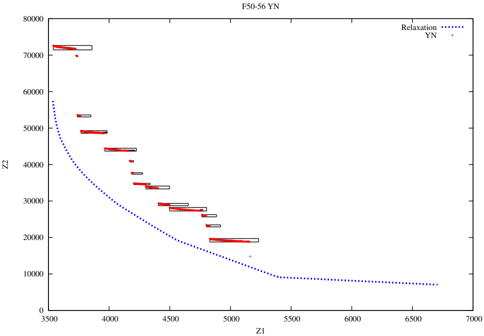
UNIVERSITÉ DE NANTES

3. Expérimentation numérique

Frontière efficace (batterie F)



Instance F50-51



Instance F50-56

S. Bourougaa, A. Derrien, A. Grimault, X. Gandibleux, A. Przybylski

	Pavage			Génération	
H	(1)	(2)	CPUt ms	(3)	CPUt ms
min	1 023	11	411	13 412	104
moy	1 023	12	1 200	295 868	35 142
max	1 023	13	1 994	731 385	122 691
F					
min	280	3	1	3	<1
moy	8 885	18	53	421	6
max	48 741	152	399	1 229	29

(1) : boites expansées
(2) : boites expansées non-dominées
(3) : points non-dominés

UNIVERSITÉ DE NANTES

S. Bourougaa, A. Derrien, A. Grimault, X. Gandibleux, A. Przybylski

H	(1)	(2) ms	(3) ms
min	15h39min	-	515
moy	N.A.	-	36 342
max	N.A.	-	124 285
tot	N.A.	-	181 713
F	ms	ms	ms
min	1 000	59 000*	1
moy	94 428	97 200*	59
max	300 000	162 000*	428
tot	2 644 000	-	1 669

(1) : ϵ-contrainte à l'aide de Cplex
(2) : algorithme de Fernandez et Puerto [2003]
(3) : algorithme proposé (pavage + génération)

UNIVERSITÉ DE NANTES

UNIVERSITÉ DE NANTES

- proposé la notion de pavage rigoureux par boîtes en MOCO
- intérêt du pavage pour un décideur souhaitant naviguer sur Y_N
- montré l'efficacité de la proposition sur les benchmarks connus
- recueilli des Y_N avec des caractéristiques inédites
- ...

- enrichir l'algorithme lequel présente encore un caractère brute-force
- cerner les limites expérimentales de la proposition
- quid de la proposition pour des situations à plus de deux objectifs
- évolution de la proposition vers des situations avec capacités
- ...

UNIVERSITÉ DE NANTES