

CONTROL DE CALIDAD: **control estadístico de procesos**

Elodia Vives Besalduch
Diseño de Experimentos, 4º

0. Índice

1. Introducción.....	3
1.1 Historia del control de la calidad.....	3
1.2 Calidad y sus tipos.....	4
1.3 Gestión de la calidad.....	4
1.4 La normalización y la certificación en el marco de la calidad.....	6
2. Fundamentos de estadística y control de la probabilidad en el control de la calidad.....	7
2.1 Fundamentos de estadística en el control de la calidad.....	7
2.2 Fundamentos de probabilidad en el control de la calidad.....	8
3. Control estadístico de procesos.....	10
4. Gráfico de control de atributos.....	17
5. Gráficos de control para características variables.....	20
6. Procedimientos especiales del control de procesos.....	21
7. Diagrama de control de suma acumulativa.....	22
8. Propiedades de los gráficos de control.....	24
9. Análisis de la capacidad de un proceso.....	24
10. Fiabilidad del proceso de control.....	28
10.1 Introducción a la fiabilidad.....	28
10.2 Fórmulas de fiabilidad.....	28
10.3 Modelos estadísticos utilizados en fiabilidad.....	33
11. Bibliografía.....	31

1. Introducción

1.1 Historia del control de la calidad

El control de calidad moderno se inició con la obra *Principles of Scientific Management* de Frederick Taylor (1915), aunque se remonta a tiempos antiguos.

La aplicación de los métodos científicos en el mejoramiento de la calidad y el control, se inicia en 1920 con la aplicación de los métodos estadísticos en los laboratorios Bell. Conforme avanza la tecnología, creció la necesidad de métodos de calidad mejorados. Hoy en día debido a nuestra compleja época industrial exige que la calidad se aborde de manera más rigurosa y sistemática (Pyzdek y Berger, 1996).

Antiguamente la oferta era menor que la demanda el concepto de calidad pasaba a segundo término, orientándose los procesos de fabricación hacia la producción, lo único que importaba era producir cantidad. En la actualidad, la capacidad de ofertar es mayor que la demanda, el cliente tiene donde elegir, al existir competencia entre distintos fabricantes que ofrecen productos similares. Las empresas empiezan a preocuparse de la calidad de los productos que ofrecen, orientándose el proceso de fabricación hacia el cliente.

Durante muchos años la calidad era artesanal donde se daba ya por supuesta. Después aparecen las primeras fábricas y surgen las necesidades de controlar la calidad, aunque la fabricación en sus inicios era bastante artesanal. Con la fabricación en cadena (empezó el Sr. Ford), fue cuando nacieron unos departamentos que realizaban una inspección masiva. La inspección se realizaba cuando la pieza ya estaba hecha es decir, que la inversión ya estaba efectuada. Con la inspección se iniciaba el control de calidad (Colomer, 1997).

En los últimos años la calidad ha adquirido una gran importancia a todos los niveles de la sociedad. Actualmente se define la calidad como satisfacción total de todas las partes del tejido de la sociedad. Las empresas cada vez más se han sumado a las políticas de calidad, ya no solo por el prestigio que otorga la concesión de una marca de calidad, sino por los grandes beneficios económicos que generan las inversiones en materia de calidad.

Los consumidores, cada vez más concienciados, exigen que sus productos cumplan una serie de especificaciones, y tengan por tanto unas marcas de calidad asignadas, que les garantice la satisfacción personal. Cuando se trata de productos de elevado valor añadido o de producciones muy elevadas donde es imposible controlar todos los

números. El uso de lotes, como muestras de población, ha facilitado el trabajo de control en las empresas, consiguiéndose resultados más que beneficiosos.

El desarrollo de las técnicas estadísticas aplicadas al proceso productivo, ha motivado una necesidad de preparación en los técnicos encargados de calidad en las empresas (Verdoy et al., 2006).

1.2 Calidad y sus tipos

La calidad es una estrategia de gestión que tiene como objetivo lograr de una manera equilibrada la satisfacción de los clientes, empleados, accionistas y sociedad en general. Representa la calidad de la gestión de la empresa contemplada en su totalidad (Verdoy et al., 2006).

Según la definición de AENOR en la norma UNE-66001, la calidad es el conjunto de propiedades y características de un producto o servicio que le confieren su aptitud para satisfacer unas necesidades expresadas o implícitas (Vandeville, 1990).

Para lograr la calidad tiene que haber un flujo de información entre lo que el productor cree que el cliente espera y lo que el productor cree que el cliente espera (Verdoy et al., 2006).

Tipos de calidad:

- La calidad concepto: está determinada por los medios que el fabricante emplee en captar lo que el cliente espera.
- Calidad en el diseño: se consigue cuando el diseño del producto satisfaga las expectativas que el cliente tiene de él.
- Calidad de conformidad: son las diferencias entre lo que se diseña y se produce realmente. Se ocupa de verificar que lo que se produzca esté de acuerdo con lo diseñado.
- Calidad de servicio: es la respuesta del productor frente a un caso de fallo del producto y su uso, y la atención posventa.

1.3 Gestión de la calidad

La gestión de la calidad es el conjunto de actividades de la función general de la dirección que determina:

- la política de calidad
- los objetivos
- las responsabilidades

La gestión de la calidad se implanta por medio de: planificación de la calidad, el control y el aseguramiento de la calidad y la mejora de la calidad dentro del marco de un sistema de gestión. El aseguramiento de la calidad (Figura 1) son el conjunto de acciones planificadas y sistemáticas que son necesarias para proporcionar la confianza adecuada de un producto que va a satisfacer los requisitos de calidad (Verdoy et al., 2006)

Gestionar la calidad supone (Colomer, 1997):

- Primero llevar a cabo una planificación.
- Segundo diseñar un control.
- Tercero establecer una mejora.

Planificar la calidad supone:

- Identificar quienes son los clientes
- Identificar necesidades de los clientes
- Traducir las necesidades de los clientes
- Diseñar el producto o servicio
- Mejorar el producto o servicio
- Diseñar los procesos
- Mejorar los procesos
- Controlar la capacidad de los procesos
- Transferirlo día a día.

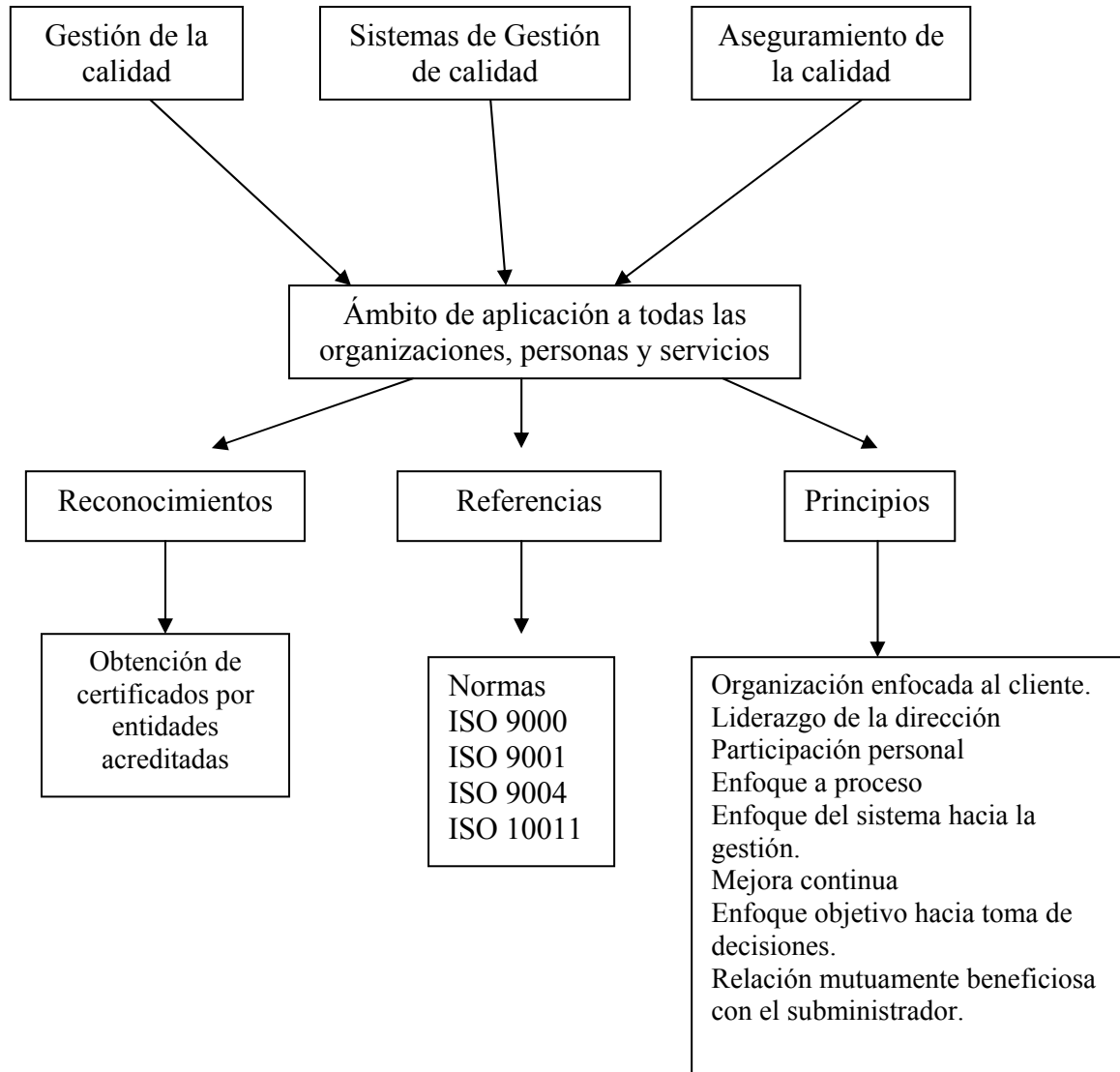


Figura 1: Procedimientos para conseguir la calidad (Verdoy et al., 2006).

1.4 La normalización y la certificación en el marco de la calidad

La normalización es la actividad que tiene por objetivo instaurar un proceso a través del cual se unifican criterios respecto a determinadas materias y se posibilita la utilización de un lenguaje común en un determinado campo de actuación.

La calidad es el procedimiento mediante el cual un determinado organismo acredita mediante un documento que un documento que un servicio, producto o proceso resulta conforme a unas exigencias concretas.

Con el objetivo de garantizar la calidad de los productos y servicios, es necesario que los siguientes organismos se encuentren coordinados y acreditados para realizar la

verificación con unos criterios comunes y normalizados esto trae consigo una estructura compleja.

- o Todas las entidades de certificación
- o Laboratorios de ensayo
- o Entidades auditoras y de inspección
- o Organismos de control
- o Verificadores medio ambientales

Existen muchas entidades normalización, certificación y acreditación, tanto a nivel del estado como de la comunidad europea (Verdoy et al., 2006)

Cabe destacar AENOR. IQNET (red europea) EQS, IONET (Red internacional) BUREAU VERITAS, ENAC, CEN, ISO, etc...

2. Fundamentos de estadística y control de la probabilidad en el control de la calidad.

2.1 Fundamentos de estadística en el control de la calidad

El Control Estadístico de la Calidad es la disciplina científico-técnica que utiliza técnicas estadísticas dentro del contexto más general del Control de la Calidad. Permite medir y mejorar la Calidad de los productos y servicios. Básicamente son tres las etapas donde se engloban dichas técnicas: la Inspección, el Control Estadístico de Procesos y el Diseño Estadístico de Experimentos. La Inspección y el Diseño de Experimentos son técnicas de control fuera de línea (Control off-line), en cambio el Control Estadístico de Procesos es una técnica de control durante la fabricación (Control off-line), (Navarrete, 1998).

El control estadístico de la calidad es la parte del control de la calidad donde se utilizan técnicas estadísticas. Pueden distinguirse diversos tipos de control estadístico de la calidad como:

- o Control de procesos durante la fabricación.
- o Control de recepción o inspección por muestreo.

Cabe destacar que antes del control estadístico de la calidad, se realiza una etapa de Diseño del proceso y del producto. El control durante la fabricación o de procesos se realiza de forma continuada a intervalos de tiempo fijos y tiene por objeto vigilar el

funcionamiento de los sistemas para que se mantenga en las mejores condiciones posibles.

El control de recepción se realiza sobre partidas o lotes de unidades recibidas ya sean materias primas, semielaboradas o acabadas y con el propósito de inspeccionar si se verifican las especificaciones establecidas (Navarrete, 1998).

Las herramientas estadísticas que se utilizan en el control estadístico de la calidad son las siguientes:

- Estadística descriptiva: histogramas y diagramas de probabilidad que se utilizan en el estudio de la capacidad del proceso.
- Variables estadísticas: medidas de posición y dispersión.
- Distribuciones: binomial, chi-cuadrado, t- Student y F Snedecor.
- Test de hipótesis.
- Análisis de la varianza
- Estudio de la desviación típica muestral en poblaciones normales
- Estudio de la distribución del rango muestral dentro del contexto de los estadísticos ordenados.

2.2 Fundamentos de probabilidad en el control de la calidad

La probabilidad se aplica a los elementos de una población homogénea.

Supongamos una población finita con N elementos, k de los cuales tienen la característica A. Llamaremos probabilidad de la característica A en la población a la frecuencia relativa k/N (Colomer, 1997).

$$P(A) = \frac{K}{N}$$

Axiomática de la probabilidad:

- Axioma 1: La probabilidad del suceso seguro vale 1, $P(\Omega) = 1$
- Axioma 2: La probabilidad de cualquier otro suceso S es no negativa, $P(S) \geq 0$
- Axioma 3: La probabilidad de la unión de dos sucesos, A y B, mutuamente excluyentes, es la suma de sus probabilidades.

Si $A \cap B = \emptyset$, entonces:

Generalizando este último axioma:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

La probabilidad de la unión de un conjunto infinito numerable de sucesos mutuamente excluyentes es igual a la suma de sus probabilidades.

$$P(\cup A_i) = \sum P(A_i) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

Llamaremos espacios muestrales finitos a los espacios muestrales que provengan de experimentos para los cuales sólo existe un número finito de resultados posibles, así:

$$\Omega = (w_1, w_2, \dots, w_n)$$

En un experimento aleatorio con un espacio muestral finito, una distribución de probabilidad se especifica asignando una probabilidad P_i a cada resultado $W_i \in \Omega, P_i = P(w_i)$. Debe cumplirse:

$$a) P_i \geq 0$$

$$b) P(\Omega) = 1 \rightarrow \sum P_i = 1$$

En estas condiciones, si $A = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ir})$, se tiene $P(A) = \sum p_{ij}$

Llamaremos espacios muestrales simples a los espacios muestrales finitos en los que todos los resultados son equiprobables (tienen la misma probabilidad).

Si $\Omega = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, entonces $P(w_i) = 1/n$, para todo $i=1, \dots, n$

En estos espacios muestrales simples, dado un suceso $A = (w_1, w_2, \dots, w_k)$ con $k < n$ se tiene:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{k}{n}$$

Esto está estrechamente relacionado con la Fórmula de Laplace:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } S}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Siendo S un suceso cualquiera.

3. Control estadístico de procesos

Para que un producto cumpla con los requerimientos del cliente generalmente deberá fabricarse con un proceso que sea estable o repetible, es decir que el proceso tenga poca variabilidad en las dimensiones objetivo o nominales de las características de la calidad del producto.

El control estadístico de procesos (SPC) se utiliza para resolver problemas para conseguir estabilidad y mejorar la capacidad del mismo proceso mediante la reducción de la variabilidad.

El SPC puede aplicarse a cualquier proceso. Sus siete herramientas principales son:

- El histograma o el diagrama de tallo y hoja: también se llaman diagramas de barras. Representan gráficamente la variabilidad existente entre los datos (Figura 2). Para construir un histograma (Colomer, 1997):
 - Se contarán el número de datos y se dividirán en 10 grupos aproximadamente.
 - Se señalará el valor máximo (X_s) y el valor mínimo (X_l) y se calculará el rango de datos $R = X_s - X_l$.
 - Se calcula la amplitud de los intervalos $h = \frac{X_s - X_l}{K}$, donde k es el número de intervalos que va en función del número de datos que tengamos. K se encuentra tabulada.

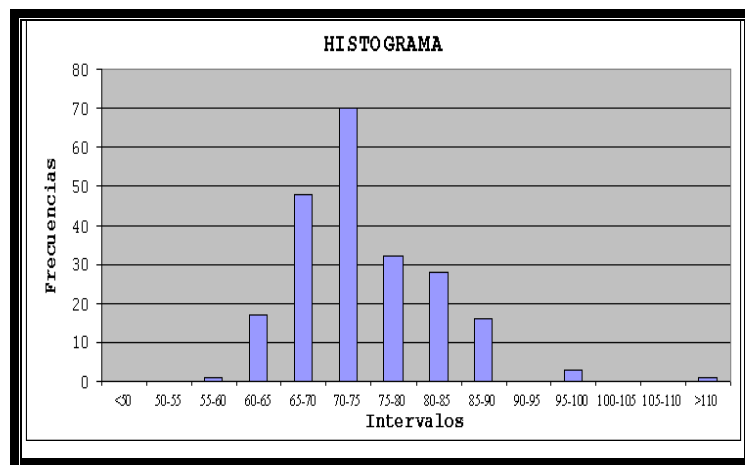


Figura 2: Ejemplo de histograma (www.cesma.usb.ve, 2008)

- Plantilla de recogida de datos: su objetivo es facilitar la recogida de datos y ofrecer una presentación sencilla de los datos (Figura 3). La recogida de datos tiene que ser sistemática y ordenada. El diseño de la plantilla es variable, tipos de plantilla (Colomer, 1997):
 - Para conocer la distribución de un proceso.
 - Para localizar defectos en el producto.
 - Para determinar las causas de los productos defectuosos.
 - Para la verificación de productos.
 - Para seguir la marcha de un proceso.

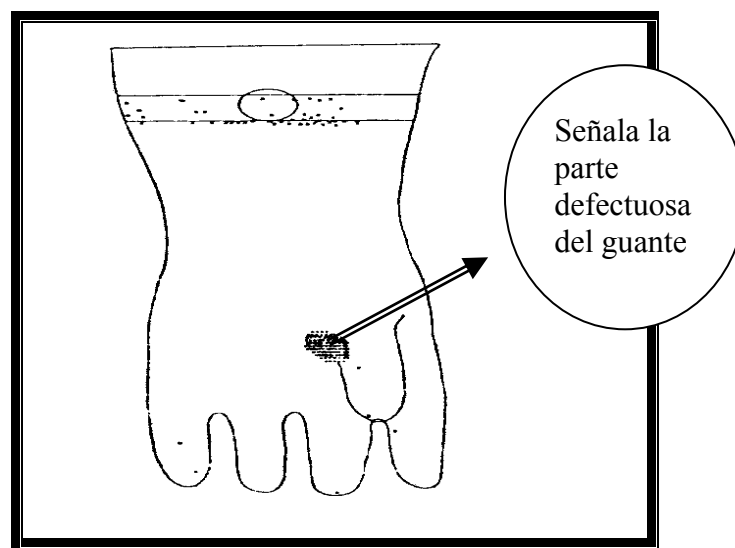


Figura 3: Ejemplo de plantilla para localizar los defectos que tiene un guante, (www.cesma.usb.ve, 2008)

- La gráfica de Pareto: son representaciones gráficas en las que se observa cuales son los factores que más influyen en una determinada respuesta en estudio. Los diagramas Pareto se clasifican en dos tipos:
 - Por categorías o conceptos: calidad, coste, plazo de entrega y seguridad.
 - Por causas: mano de obra, maquinaria, método de trabajo.

Para la realización del diagrama:

- Se decide el problema que se investiga, los datos que se necesitan y como se van a clasificar.
- Se determina el método de recogida de datos y el período durante el que se van a recoger.
- Se diseña el formulario para tabular los datos recogidos donde se rellenan los datos por importancia (de mayor a menor), (Tabla 1).
- Se dibujarán dos ejes verticales y uno horizontal, en el eje vertical izquierdo se colocará una escala que irá des de 0 al número total de observaciones realizadas (Figura 4). En el eje vertical derecho, la escala ira del 0% al 100%, el eje horizontal se dividirá en tantas causas o factores que hay en el formulario.
- Se construirá el diagrama de barras y el polígono de porcentajes acumulados.

Tabla 1: Ejemplo de ordenación de las causas (www.cesma.usb.ve, 2008)

	Número de paradas			Tiempo de Parada		
	Turno1	Turno 2	Total	Turno1	Turno 2	Total
Rotura de hilo	18	24	42	20	31	51
Cinta	15	10	25	12	10	22
Vibrador	92	88	180	62	68	130
Tornillos sin fin	1	6	7	2	8	10
Apelmazamiento	0	1	1	0	1	1
Rotura de saco	2	1	3	4	1	5
Otros	1	0	1	8	0	8

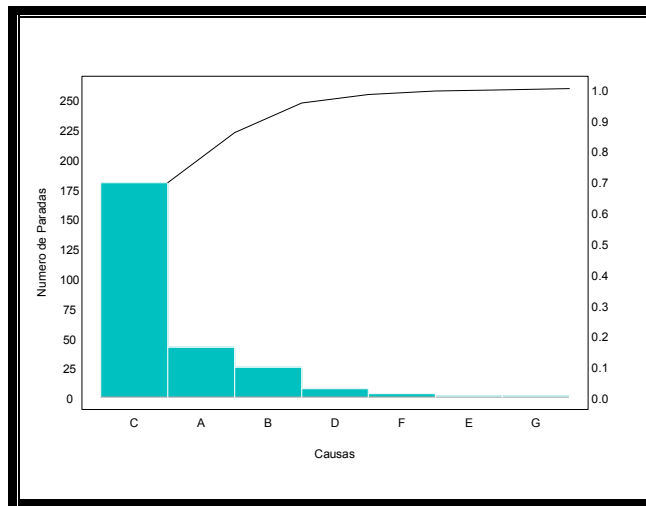


Figura 4: Ejemplo de gráfica de Pareto que muestra las observaciones de la causa (www.cesma.usb.ve, 2008)

- El diagrama de causa y efecto: Presenta las relaciones existentes entre las características de la calidad (efectos) y los factores (causas). Para construir un diagrama causa-efecto:
 - Se identifican las causas o factores que influyan en la calidad. Se reúnen un grupo de personas conocedoras del problema las cuales van diciendo las posibles causas que originan el problema (Figura 5).

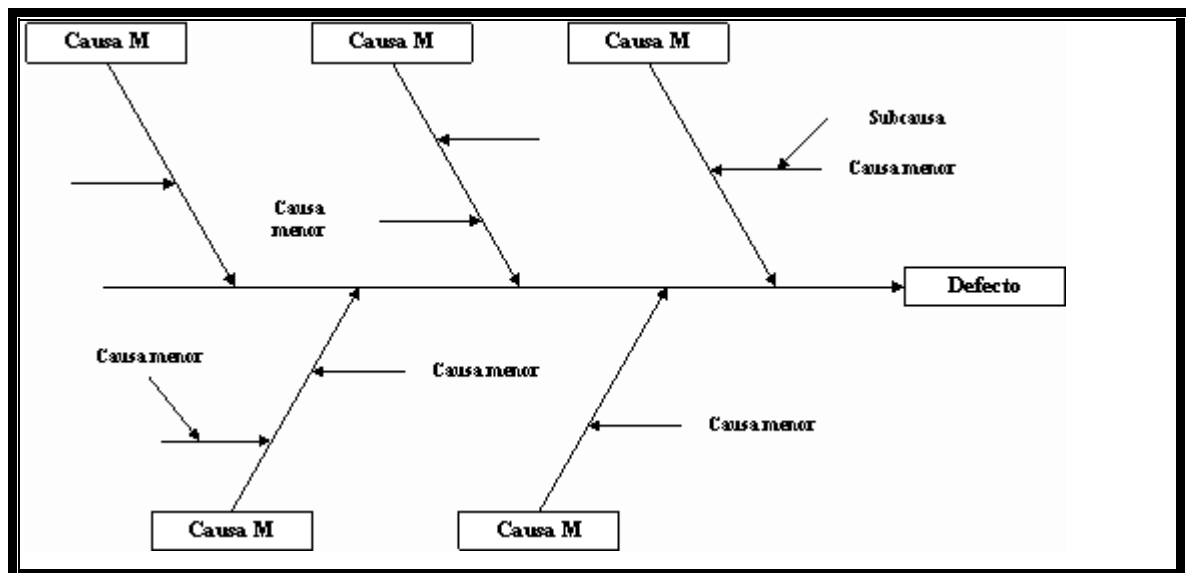


Figura 5: Ejemplo de un diagrama causa-efecto (www.cesma.usb.ve, 2008)

- El diagramas bivariantes: Su finalidad es el estudio de la relación entre dos variables:

- Una característica de la calidad y un factor que pueda afectarla
- Dos características de calidad relacionadas.
- Dos factores ligados a una misma característica de calidad.

Los pasos a seguir en la construcción de un diagrama bivariante:

- Recoger las dos variables, X e Y que se deseen estudiar y tabularlos (aconsejable tener 30 pares).
- Buscar valores máximos y mínimos de ambas variables. Decidir las escalas en el eje horizontal y vertical de modo que ambos ejes tengan una longitud igual. Si una variable es una característica de calidad y la otra un factor, se aconseja situar la primera en el eje vertical.

- Estratificación: la estratificación de los datos según su origen es muy importante para obtener soluciones correctas. Sirve para evitar que se mezclen datos de dos procedencias distintas.
- Gráficos de control: es la forma más habitual de controlar estadísticamente un proceso. Sirven para controlar que el proceso o servicio funcione correctamente dentro de sus posibilidades. Un gráfico de control no es más que una prueba de hipótesis. Existen gráficos para medias, desviaciones y rangos, según los casos:
 - Hipótesis nula
 - H_0 Proceso bajo control
 - H_1 = Proceso fuera de control
 - Gráfico de medias
 - $H_0: \mu = \mu_0$
 - $H_1: \mu \neq \mu_0$
 - Desviaciones
 - $H_0: \sigma = \sigma_0$
 - $H_1: \sigma > \sigma_0$

En cualquier proceso de producción independientemente de su diseño o de la atención que se preste a su fase de mantenimiento, existirá una cantidad de variabilidad natural.

Esta variabilidad natural es el efecto acumulado de muchas causas pequeñas y en esencia inevitable (Montgomery, 2004). En cambio las causas asignables o atribuibles, son las que podemos investigar hasta dar con la razón específica que las produce y suelen ocasionar desviaciones relativamente grandes en el resultado del proceso (Pérez, 1998)

En el control estadístico de procesos, es fundamental saber si se puede producir dentro de los límites deseados, es decir, que el producto sea satisfactorio. Si el proceso no es capaz de determinar la cantidad de producto defectuoso y buscar posibles soluciones para mejorarlo.

Los pasos a seguir en el estudio de la capacidad de un proceso son:

- Paso 1. Tomar una muestra de tamaño n cada k intervalos regulares de tiempo (es aconsejable que $kn > 100$), al menos $kn > 80$).
- Paso 2. Calcular \bar{X} y S (sesgada) para cada muestra.
- Paso 3. Calcular $\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{K}$ y $\bar{\bar{S}} = \frac{\sum S}{K}$
- Paso 4. Estimar μ y σ , partiendo de $\bar{\bar{X}}$ y $\bar{\bar{S}}$. Se estiman respectivamente como sigue:

$$\mu = \bar{\bar{X}}, \sigma = \frac{\bar{\bar{S}}}{C} \text{ siendo } C \text{ un valor tabulado.}$$

La ecuación $\sigma = \frac{\bar{\bar{S}}}{C}$, es válida siempre que todas las muestras tomadas sean del tamaño y la distribución sea normal (Colomer, 1997).

Un gráfico de control es aquel cuyo comportamiento con respecto a variaciones es estable en el tiempo.

Las gráficas de control se utilizan en la industria como técnica de diagnósticos para supervisar procesos de producción e identificar inestabilidad y circunstancias anormales.

Una gráfica de control es una comparación gráfica de los datos de desempeño del proceso con los límites de control estadísticos calculados, dibujados como rectas limitantes sobre la gráfica. Los datos de desempeño de proceso por lo general consisten

en grupos de mediciones que vienen de la secuencia normal de producción y preservan el orden de los datos. Las gráficas de control constituyen un mecanismo para detectar situaciones donde las causas asignables pueden estar afectando de manera adversa la calidad de un producto. Cuando una gráfica indica una situación fuera de control se puede iniciar una investigación para identificar causas y tomar medidas correctivas. Nos permiten determinar cuando deben emprenderse acciones para ajustar un proceso que ha sido afectado por una causa especial. Nos dicen cuando dejar un proceso trabaje por sí mismo, y no malinterpretar las variaciones debidas a causas comunes. Las causas especiales se deben contrarrestar con acciones correctivas. Las causas comunes son el centro de atención de las actividades permanentes para mejorar el proceso. El objetivo de una gráfica de control no es lograr un estado de control estadístico como un fin, sino reducir la variación.

Un elemento básico de las gráficas de control es que las muestras del proceso de interés se han seleccionado a lo largo de una secuencia de puntos en el tiempo. Dependiendo de la etapa del proceso bajo investigación, se seleccionara la estadística más adecuada. Además de los puntos trazados la grafica tiene un alineamiento central y dos límites de control.

Establece una gráfica de control requiere los siguientes pasos:

- Elegir la característica que debe graficarse.
- Elegir el tipo de gráfica de control
- Decidir la línea central que deben usarse y la base para calcular los límites. La línea central puede ser el promedio de los datos históricos.
- Seleccionar el subgrupo racional. Cada punto en una gráfica de control representa un subgrupo que consiste en varias unidades de producto.
- Proporcionar un sistema de recolección de datos si la gráfica de control ha de servir como una herramienta cotidiana en la planta.
- Calcular los límites de control y proporcionar instrucciones específicas sobre la interpretación de los resultados y las acciones que debe tomar cada persona en producción.
- Graficar los datos e interpretar los resultados

Clasificación de las gráficas de control para atributos y para variables (Figura 6):

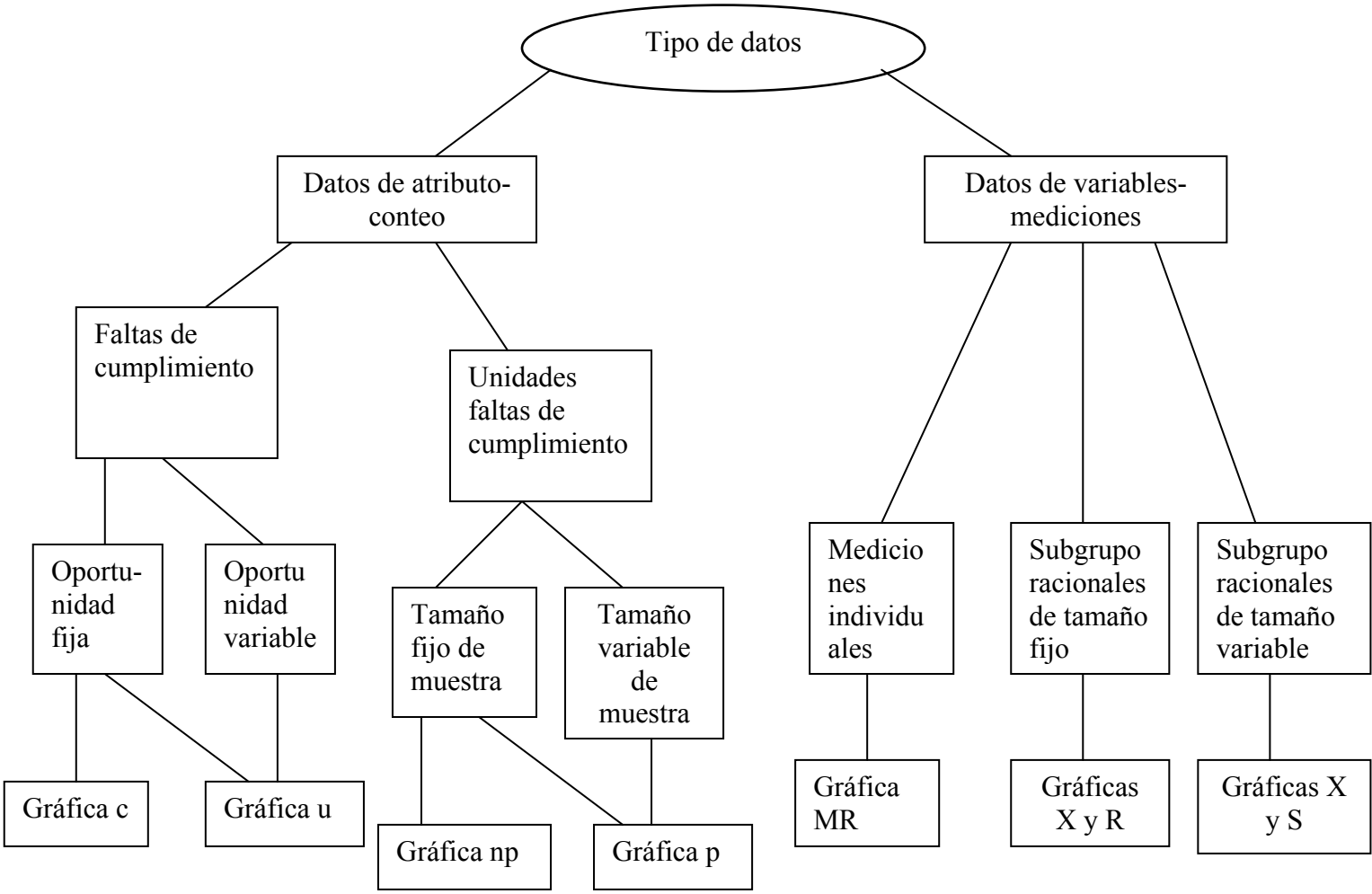


Figura 6: Gráficas para el control de atributos y variables, (www.scribd.com,2008).

4. Gráfico de control de atributos

Los diagramas de control por atributos constituyen la herramienta esencial utilizada para controlar características de calidad cualitativas, características no cuantificables numéricamente. Son apropiados en casos en los que es necesario reducir el rechazo del proceso (Verdoy et al., 2006).

El término atributos describe dos situaciones:

- 1. Cada pieza producida es defectuosa o no defectuosa (cumple las especificaciones o no)

2. Una sola pieza puede tener uno o más defectos y el número de estos es determinado.

Tipos de gráficos de control para variables atributos:

- Gráficos de control de defectos: Cada unidad productiva tiene una probabilidad p de ser defectuosa o de no cumplir especificaciones, y $(1-p)$ de cumplir requisitos exigidos. La variable aleatoria *unidades defectuosas* sigue una distribución binomial. La probabilidad de encontrar una pieza defectuosa debería ser pequeña por lo que la distribución binomial se puede aproximar mediante una distribución de Poisson, si el tamaño de la muestra que se toma es grande ($n \geq 30$) se puede aceptar que la variable aleatoria piezas defectuosas sigue una distribución normal de parámetros.

$$M = np$$

$$\sigma^2 = np(1 - p)$$

Se pueden crear dos tipos de gráficos:

- Unidad de muestreo constante (muestras de tamaño n) se puede realizar un gráfico basado en defectos por unidad de muestreo, gráfico d.
- Gráfico del número medio de defectos por unidad muestreada, \bar{d} . Si n es el tamaño de la unidad de muestreo y d es el número de defectos hallados en dicha unidad, se define $\bar{d} = \frac{d}{n}$
- Gráfico de control de defectos por unidad de muestreo (gráfica c): El número de defectos, d , en una unidad de muestreo de tamaño mayor a 30, se puede aceptar que sigue una distribución normal de parámetros:

$\mu = np, \sigma^2 = np(1 - p)$ Siendo p la probabilidad de que una unidad sea defectuosa.

En la realización del gráfico de control se toman las pautas de los gráficos Shewart el límite de atención (nivel de significación de 0'025) vendrá dado por el valor:

$$(\text{Límite de atención superior}) \quad LAS = np + 1.96\sqrt{np(1-p)}$$

El límite de intervención, fijado con un nivel de significación del 0'001 viene dado por:

$$(\text{Límite de intervención superior}) \quad LIS = np + 3.09\sqrt{np(1-p)}$$

Los límites inferiores del gráfico no tienen sentido, cuanto menor sea el valor de la variable aleatoria (d) mejor será el producto o servicio que está controlando.

- Gráfico de control de porcentaje de defectos (gráfica p): Trabaja con porcentajes de piezas defectuosas (Figura 7). Si n es grande la variable aleatoria sigue también una distribución normal de parámetros:

$$\mu = np \quad \mu = p,$$

$$\sigma^2 = p(1-p)$$

La realización del gráfico control es igual que para el caso de características variables. Cuando se trabaja con porcentajes el gráfico de control que se construye se denomina gráfico de control de porcentajes. Se siguen las pautas de los gráficos Shewart (niveles de significación del 0'025 y 0'001 para los límites de atención e intervención respectivamente) los límites de los gráficos vendrán dados por:

$$LAS = np + 1.96\sqrt{np(1-p)}$$

$$LIS = np + 3.09\sqrt{np(1-p)}$$

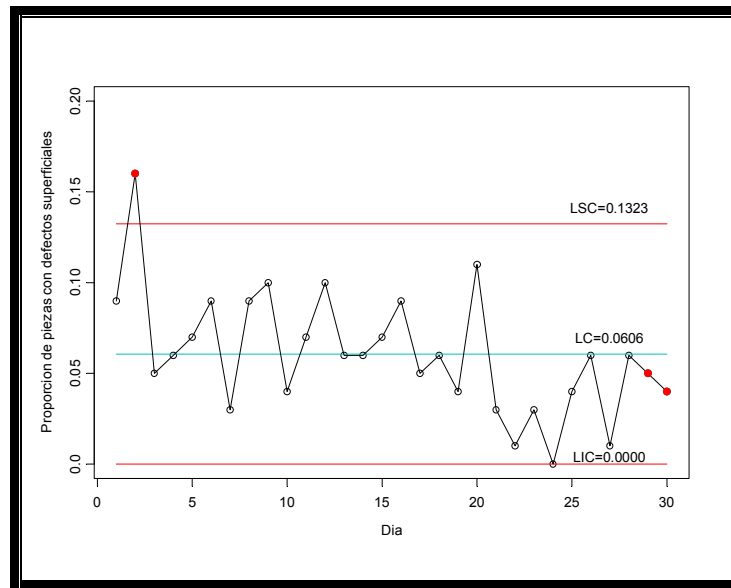


Figura 7: Ejemplo de gráfico p, (webpages.uil.es,2008)

5. Gráficos de control para características variables

Una característica variable de calidad es aquella que se puede medir según una escala de valores variable.

Se dice que un proceso está bajo control cuando es capaz de ofrecer una proporción satisfactoria de elementos conformes con las especificaciones. Un proceso bajo control implica que el modelo de variabilidad del proceso no cambia a lo largo del tiempo y que además es capaz de cumplir con las especificaciones. Un gráfico de control sirve para determinar si el modelo de probabilidad es estable o cambia con el tiempo. Cuando se realiza un gráfico de control no se pretende garantizar la calidad del producto, si es bueno o mala, la finalidad que persigue es hacer mínima la variabilidad, mínima variabilidad implica máxima calidad (Colomer, 1997).

Un ejemplo de gráficos de control para características variables continuas del producto o proceso podrían ser como: contenido en cm³ de un líquido, peso de un saco pienso, viscosidad de una resina, intensidad de una tinta, temperatura de un horno (Verdoy et al., 2006).

Tipos de gráficos:

- Gráficos $\bar{X} - R$: Las cartas de control \bar{X} y R se usan ampliamente para monitorear la media y la variabilidad (Figura 8). El control del promedio del proceso, o nivel de calidad medio, suele hacerse con la gráfica de control para medias \bar{X} . La variabilidad del proceso puede monitorizar con una gráfica de control para el rango, llamada gráfica R. Generalmente, se llevan gráficas \bar{X} y

R separadas para cada característica de la calidad de interés (www.scribd.com, 2008)

Los límites en los gráficos se colocan en (Verdoy et al., 2006)

- Gráfico \bar{X} - Límite superior: $\mu + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ o $\bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$
- Límite central: μ o $\bar{\bar{x}}$
- Límite inferior: $\mu - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ o $\bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$

- Gráfico R - Límite superior: $D_4 \bar{R}$
- Límite central \bar{R}
- Límite inferior $D_3 \bar{R}$

Donde los valores de A_2 , D_3 Y D_4 se pueden encontrar en la tabla de índices 3.1.8 de Verdoy et al., 2006.

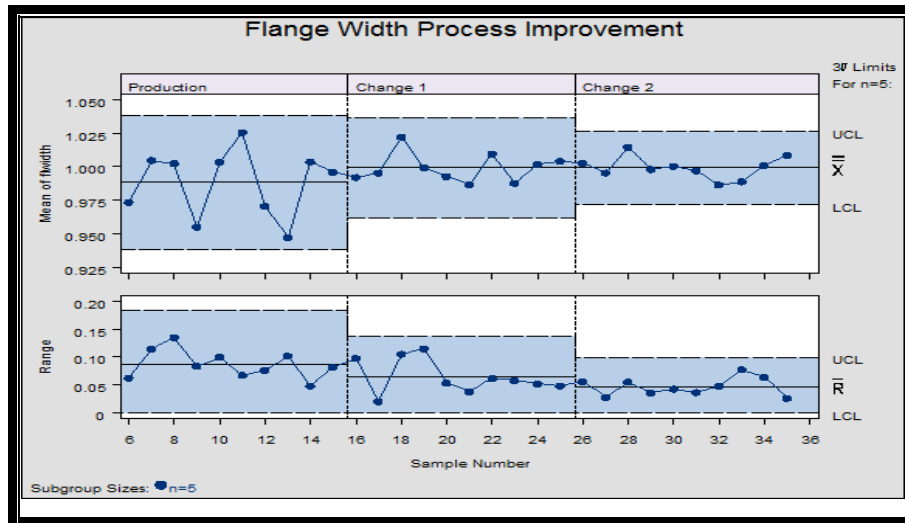


Figura 8: Ejemplo de diagrama $\bar{X} - R$, (www.gigawiz.com, 2008)

- Gráfico $\bar{X} - S$: Este gráfico de control (Figura 9) va a representar la media \bar{X} i de cada submuestra midiendo la variabilidad a través de las desviaciones típicas maestras. Primero se calculara la media y desviación típica de cada muestra:

$$\bar{X}_i = \sum \frac{X_{ij}}{n} \quad s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}$$

El gráfico de control para las medias maestras tiene una línea central $LC = \mu$ y dos límites de control iguales a $\mu \pm 3\sqrt{n}$. La media μ y la desviación típica σ son desconocidas se estiman con los datos.

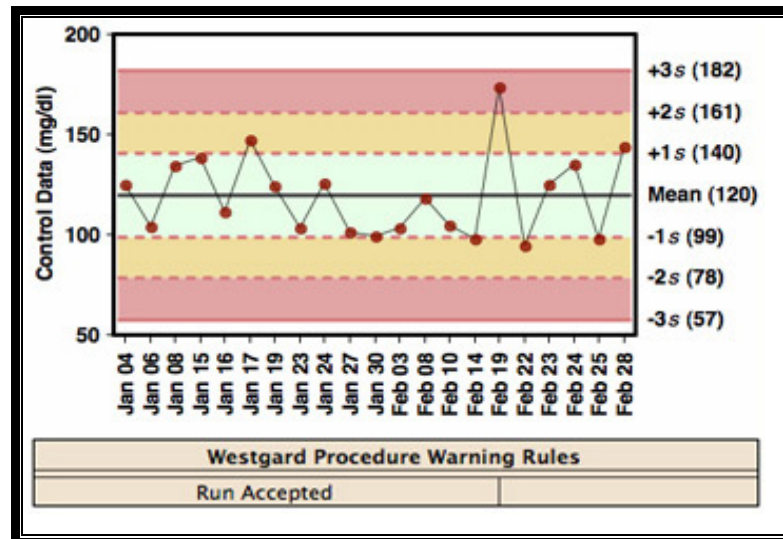


Figura 9: Ejemplo de diagrama $\bar{X} - S$, (support.sas.com,2008)

6. Procedimientos especiales del control de procesos

Gráficos de control con tamaño submultiple: Siempre que sea posible es conveniente tener un tamaño de subgrupo constante. Si esto no puede hacerse los límites en los gráficos \bar{X} y R deben ser variables.

Una vez que se ha estimado σ estos límites para diversos tamaños de muestras pueden obtenerse utilizando los factores y fórmulas. En donde los datos utilizados para estimar σ incluyen subgrupos de diversos tamaño.

Gráficos R o Gráficos σ donde los gráficos \bar{X} no son apropiados: En algunos casos los subgrupos pueden ser comparables en su dispersión aunque no sean comparables en sus medias. Si se analizan muestras que tienen contenido químico algo diferente, los promedios de los subgrupos no son comparables. Sin embargo, la dispersión de los subgrupos refleja la capacidad de un analista y un procedimiento analítico para reproducir resultados por medio de varias determinaciones similares. El gráfico de control de R o σ proporciona una base para juzgar esta dispersión parece estar influida por un sistema de causas constantes.

Gráficos \bar{X} y σ con subgrupos grandes: Algunas veces sucede que se supone de datos sobre medias y desviaciones estándar de alguna variable media, procedentes de diferentes fuentes. Puede ser conveniente aplicar una prueba de homogeneidad a estas cifras para ver si hay una clara evidencia de que las diferentes fuentes representan diferentes sistemas de causas. Los gráficos de control \bar{X} y σ constituyen un procedimiento simple de prueba para este propósito.

Gráficos para las mediciones individuales: Cuando el personal del taller no entiende los gráficos de medias una forma de evitar interpretaciones erróneas consiste en no presentar las medias, sino las mediciones individuales. En estos se dibujan correctamente los límites de la especificación que debe aplicarse a las mediciones individuales.

Este tipo de gráfico puede ser mejor que nada, pero es mucho menos satisfactorio que un gráfico \bar{X} convencional, basado en un tamaño de subgrupo de 4 o 5. En general este tipo de gráfico es inferior a los gráficos de control convencionales porque no ofrecen una panorámica clara de los cambios que tienen lugar en el proceso, ni siquiera a una prueba rápida de la existencia de causas atribuibles de variación.

7. Diagrama de control de suma acumulativa

El diagrama de control de suma acumulativa CUSUM (Cumulative Sum), incorpora directamente al representar el estadístico relativo a cada punto, toda la información muestral de la sucesión de puntos anteriores. Se representan para cada punto las sumas acumuladas para el subgrupo actual y todos los anteriores de las desviaciones del estadístico en que se basa el gráfico de control (Verdoy et al., 2006).

Un gráfico de sumas acumuladas muestra las sumas acumuladas de las desviaciones de cada valor muestral con respecto al valor objetivo. El gráfico puede estar basado en medias muestrales o en observaciones individuales.

Cuando estamos trabajando con procesos bajo control, los diagramas CUSUM son buenos para detectar cambios con respecto al objetivo ya que dichos gráficos incorporan información procedente de la secuencia de valores muestrales. Los puntos que representamos son las sumas acumuladas de las desviaciones de los valores muestrales

con respecto al objetivo. Dichos puntos deberían fluctuar de forma aleatoria alrededor del cero. Si detectamos una tendencia, ya sea hacia arriba o hacia abajo, ésta debería ser considerada como una evidencia de que la media muestral se ha desplazado.

Es posible representar dos tipos de gráficos CUSUM (Figura 10): el diagrama por defecto representa dos CUSUM unilaterales. El CUSUM superior detecta desviaciones hacia arriba en el nivel del proceso, el CUSUM inferior detecta desviaciones hacia abajo. Este tipo de gráfico utiliza límites de control para determinar cuando estamos ante un proceso fuera de control.

Los gráficos CUSUM vienen definidos por dos parámetros, h y k (Tabla 2):

Tabla 2: Definición de los parámetros h y k (www.uoc.edu, 2008)

Tipo de gráfico CUSUM	h representa	k representa
Unilateral	El número de desviaciones estándar entre la línea central y los límites de control	El tamaño del posible desplazamiento que queremos detectar
Bilateral (máscara V)	Parte de la ecuación que se utiliza en el cálculo de la máscara V	La pendiente de los lados de la máscara V

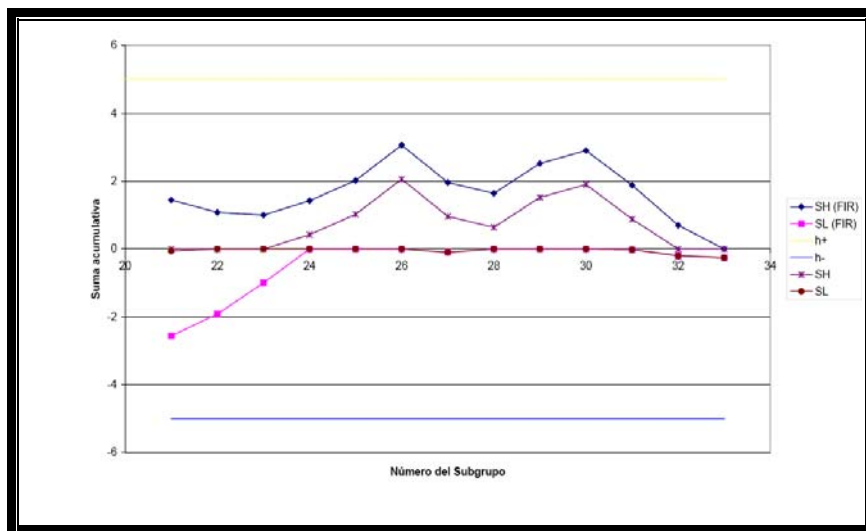


Figura 10: Ejemplo del diagrama de sumas acumulativas, (webpages.ull.es,2008).

8. Propiedades de los gráficos de control

Los gráficos de control se emplean para vigilar procesos generalmente de producción. Por lo que deben cumplir dos propiedades contradictorias:

- Si el proceso está fuera de control lo debe manifestar lo antes posible. Fuerza de la prueba.
- Si el proceso funciona correctamente no debe dar señales de alarma. Recorrido de la prueba.

Un gráfico de control debe permitir que un proceso que funciona correctamente opere durante largo tiempo sin producir señales falsas.

- Característica operativa de un gráficos de control: La curva característica operativa (curva OC) de una prueba es un gráfico que muestra β (error tipo II) como función de la diferencia entre la hipótesis nula y la alternativa, en el caso de control de procesos, proceso bajo control y fuera de control.

La función de potencia de una prueba es un gráfico que muestra la potencia $(1-\beta)$ como función de la diferencia de los valores de la hipótesis nula y alternativa. A la función potencia se le llama función de fuerza del gráfico de control (Colomer, 1997).

9. Análisis de la capacidad de un proceso

La capacidad del proceso es la forma en que se compara la variabilidad inherente de un proceso con las especificaciones o requerimientos del producto.

Las técnicas estadísticas pueden ser útiles en el ciclo de un producto, incluyendo las actividades de desarrollo previas a la manufacturas, para cuantificar la variabilidad del proceso, para analizar esta variabilidad respecto de los requerimientos o especificaciones del producto y para ayudar la personal de desarrollo y manufactura a eliminar o reducir en gran medida esta variabilidad. A esta actividad general se le llama análisis de capacidad del proceso.

Evidentemente, la variabilidad del proceso es una medida de la uniformidad de la salida. Hay dos formas de conceptualizar esta variabilidad:

1. La variabilidad natural o inherente en un tiempo especificad; la variabilidad “instantánea”.
2. La variabilidad con el tiempo.

El análisis de capacidad del proceso se define como el estudio de ingeniería para estimar la capacidad del proceso. La estimación de la capacidad del proceso puede estar

en la condición de una distribución de probabilidad que tenga una forma, centro (media) y dispersión (desviación estándar) especificados. De manera alternativa, la capacidad del proceso puede expresarse como un porcentaje fuera de las especificaciones. Sin embargo, las especificaciones son necesarias para realizar el análisis de capacidad del proceso.

El análisis de capacidad del proceso es una parte vital de un programa integral de mejoramiento de calidad. Entre los usos principales de los datos de un análisis de capacidad del proceso se encuentran los siguientes:

- Predecir el grado de variabilidad que exhibirán los procesos. Esta información de capacidad proporcionará la información importante para establecer límites de especificación realistas.
- Seleccionar, entre procesos que compiten, el proceso más adecuado para que las tolerancias se cumplan.
- Planear la interrelación entre procesos secuenciales. La cuantificación de las capacidades respectivas del proceso con frecuencia señala el camino para encontrar una solución.
- Proporcionar una base cuantitativa para establecer un programa de verificación de control periódico del proceso reajustes.
- Asignar máquinas a los tipos de trabajos para los cuales son más adecuadas.
- Probar las teorías de las causas de defectos durante los programas de mejoramiento de calidad
- Servir como base para la especificación de los requerimientos de calidad para las máquinas compradas.

Por tanto, el análisis de capacidad de un proceso es una técnica que tiene aplicación en muchos segmentos del ciclo del producto, incluyendo el diseño de producto y procesos, la fuente de proveedores, la planeación de la producción o la manufactura, y la propia manufactura.

La fórmula para la capacidad del proceso que más se usa es:

$$\text{Capacidad del proceso} = \pm (6\sigma)$$

Donde σ = la desviación estándar del proceso cuando se encuentra en estado de control estadístico, es decir si la influencia de fuerzas externas o cambios repentinos.

Una razón importante para cuantificar la capacidad del proceso es poder calcular la capacidad del proceso de mantener las tolerancias del producto. Para procesos que se encuentran un estado de control estadístico, una comparación de la variación entre 6σ de la habilidad del proceso dentro de la amplitud de tolerancia. Una medida de esta relación es la tasa de capacidad:

$$C_p = \text{Tasa de capacidad} = \frac{\text{Rango especificación}}{\text{Capacidad proceso}} = \frac{LES - LEI}{6S}$$

Donde:

- LES = Límite de especificación superior.
- LEI = Límite de especificación inferior.

Un proceso que cumple bien con los límites de especificación (rango de especificación = $\pm 3\sigma$) tiene un C_p de 1. Lo crítico de muchas aplicaciones y la realidad de que el promedio del proceso no permanecerá en el punto medio del rango de especificación sugiere que C_p debe ser al menos 1'33 (Tabla 3).

Tabla 3: Índices del estudio de la capacidad del proceso (www.scribd.com,2008)

ICP	Decisión
$1'33 < ICP < 2'22$	Más que adecuado, incluso puede exigirse más en términos de su capacidad. Posee capacidad de diseño.
$1 < ICP < 1'33$	Adecuado para lo que fue diseñado. Requiere control estrecho si se acerca al valor 1.
$0'67 < ICP < 1$	No es adecuado para cumplir con el diseño inicial. Requiere monitoreo constante.
$ICP < 0'67$	No es adecuado para cumplir con el diseño inicial

La capacidad del proceso según se mide con Cp, se refiere a la variación en un proceso alrededor del valor promedio.

Así, el índice Cp mide la capacidad potencial, suponiendo que el promedio del proceso es igual al punto medio de los límites de especificación y que el proceso está operando bajo control estadístico; como con frecuencia el promedio no se encuentra en el punto medio, es útil tener un índice de habilidad que refleje ambas variaciones y la localización del promedio del proceso. Tal índice es Cpk.

El índice de Cpk refleja la proximidad de la media actual del proceso al límite de especificación superior (LES) o bien, al límite de especificación inferior (LEI). Cpk se estima mediante:

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{\bar{X} - LEI}{3s}, \frac{LES - \bar{X}}{3S} \right\}$$

Si el promedio actual es igual al punto medio del rango de especificación, entonces $C_{pk} = C_p$. Entre más alto sea el valor de Cpk, más baja será la cantidad de producto que esté fuera de los límites de especificación (www.scribd.com, 2008).

10. Fiabilidad del proceso de control

10.1 Introducción a la fiabilidad

La fiabilidad es la capacidad de los productos o servicios de comportarse de forma requerida bajo condiciones establecidas y durante un tiempo establecido. Es la permanencia de la calidad en los servicios o productos. Saber si un producto funcionará a lo largo del tiempo es cuestión de probabilidad. Es necesario el uso de la probabilidad en el estudio de la fiabilidad para la observación del patrón de los tiempos de fallo de los productos (tiempo de vida). La estadística de la fiabilidad se enmarca dentro del análisis de datos de supervivencia.

Se distinguirá entre productos reparables y no reparables (Colomer, 1997):

- Productos no reparables: solo puede ocurrir un fallo. Por ejemplo bombillas de luz, transistores, etc...
- Productos reparables: más de un fallo puede ocurrir. En este caso es importante

considerar la disponibilidad del producto reparado (que dependerá de la ocurrencia de fallos y del tiempo de mantenimiento. Ejemplos: automóviles, lavadoras, etc.

10.2 Fórmulas de fiabilidad

- 1- Función de fiabilidad o supervivencia: denota la probabilidad de que un componente funcione más allá de un instante.

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - F(t)$$

- 2- Tasa de fallos o hazard rate: denota la probabilidad de fallo instantánea dado que el componente funciona en el momento actual t.

$$h(t) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t \leq T < t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

A través de la observación de la tasa de fallos se puede aprender a cerca de las causas del fallo puede presentarse tres formas básicas:

- Tasa de fallos creciente (IFR) → surge por desgaste y fatiga del componente (envejecimiento), (Figura 11)

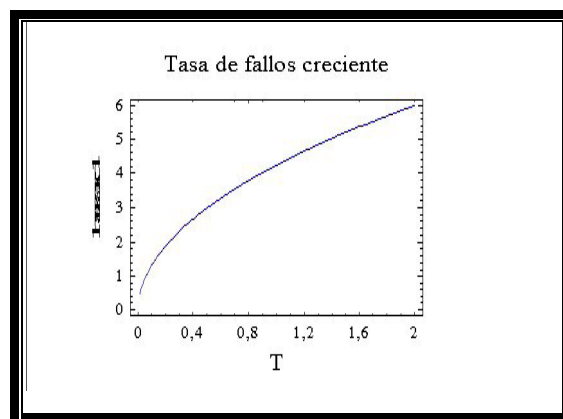


Figura 11: ejemplo de gráfico con curva creciente
(www.cesma.usb.ve,2008).

- Tasa de fallos decreciente (DFR)→ surge en materiales al principio de su funcionamiento la probabilidad del fallo es alta debido a la existencia de posibles efectos ocultos (Figura 12)

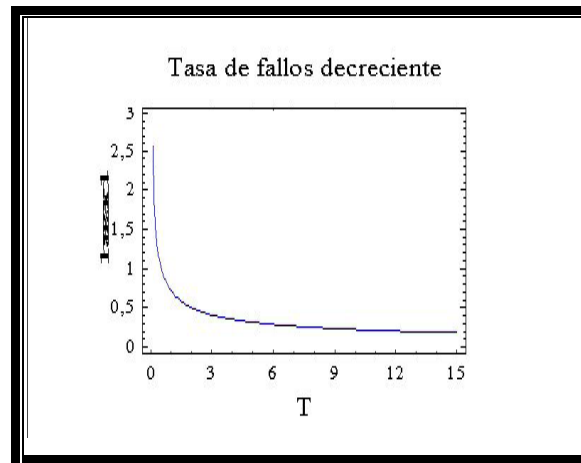


Figura 12: ejemplo de gráfico con curva decreciente
(www.cesma.usb.ve,2008).

- Tasa de fallos constantes (CFR)→ la probabilidad del fallo instantáneo es la misma a lo largo del tiempo, por tanto no tiene memoria (Figura 13).

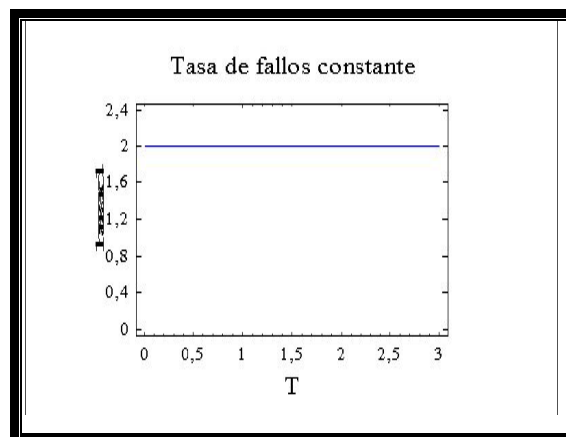


Figura 13: ejemplo de gráfico con curva constante
(www.cesma.usb.ve),2008.

Por tanto es de gran utilidad para decidir si su componente tiene IFR, DFR, CFR.

10.3 Modelos estadísticos utilizados en fiabilidad

- Modelo exponencial: Se usa como modelo del tiempo hasta la falta de un componente o sistema. En estas aplicaciones, al parámetro λ se le llama el índice de falla del sistema, y a la media $\frac{1}{\lambda}$ de la distribución se le llama tiempo medio hasta una falla (Montgomery, 2004).

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad x \geq 0, \quad R(t) = e^{-\lambda t}, \quad h(t) = \lambda$$

donde $\lambda > 0$ es una constante. La media y la varianza de la distribución exponencial son $\mu = \frac{1}{\lambda}$

Tiempo medio de fallo o vida media= $E(T) = \lambda / h$

- Modelo Weibull: La distribución de Weibull se ha usado como modelo del tiempo hasta que ocurre una falla en componentes y sistema eléctricos y mecánicos (Montgomery, 2004).

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{x}{\theta} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{\theta} \right)^{\beta} \right] \quad x \geq 0$$

donde $\theta > 0$ es el parámetro de escala, y $\beta > 0$ es el parámetro de forma. La media y la varianza de la distribución de Weibull son

$$\mu = \theta \tau \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \text{ y } \sigma^2 = \theta^2 \left[\tau \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) - \tau \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)^2 \right]$$

Si $\beta=1$, entonces es exponencial y presenta CFR.

Si $\beta<1$, entonces presenta IFR.

Si $\beta>1$, entonces presenta DFR.

11. Bibliografia

- Colomer Cugat, Ma. (1997); Estadística en el control de calidad. Edicions de la Universitat de Lleida. Lleida, p 195.
- Montgomery Douglas C. (2004); Control Estadístico de la Calidad. Ed. Limusa. México, p 797.
- Navarrete, E.(1998); Control estadístico de la calidad control estadístico de procesos. Ed. Adhara. Granada, p 135.
- Pydek T. (1996); Manual de control de calidad en ingeniería. Ed. Mc Graw-Hill. México, p 617.
- Vandeville P.,(1990); Gestión y control de la calidad. Ed. AENOR. Madrid, p 295.
- Verdoy P., Mateu J., Sagasti S., Sirvent R.(2006); Manual estadístico de calidad: Teoría y aplicaciones. Publicacions de la Universitat Jaume I. Castelló, p 341.

Páginas web:

www.cesma.usb.ve/~abel/co4311/SIM.ppt

www.monografias.com/trabajos30/control-estadistico-calidad/control-estadistico

www.scribd.com/word/download/16623?extension=txt - 61k

www.uoc.edu/in3/emath/docs/SPC_5.pdf

