MDI230 - PROJET VÉLIB

On utilise le modèle des colonies à migration fermée car le nombre de vélibs est constant, on le note N. On note I l'ensemble des stations et $N_s = |I|$ le nombre de stations.

— Chaque station $i \in I$ est représentée par une colonie i, on note n_i le nombre de vélos dans la station i

— Le trajet entre chaque couple de stations $\{(i,j) \in I^2, i \neq j\}$ est représenté par une colonie que l'on appelle t_{ij}, et on note $n_{t_{ij}}$ le nombre de vélos en train de faire le trajet de la station i vers la station j.

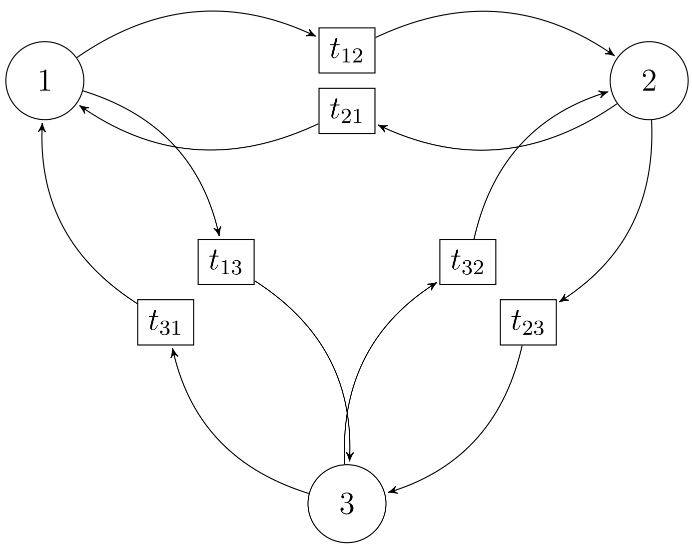
Tous les trajets entre toutes les stations sont possibles. Il y a donc $N_s(N_s - 1)$ trajets. Le nombre total de colonies est ainsi de :

$$N_s + N_s(N_s - 1) = N_s^2.$$

L'espace d'états est :

$$E = \{(n_i)_{i \in I}, (n_{t_{ij}})_{i,j \in I, i \neq j} | \sum_I n_i + \sum_{I^2, i \neq j} n_{t_{ij}} = N\}.$$

Les transitions ne sont possibles que d'une station i vers un trajet $t_{ij}, j \in I \backslash \{i\}$, ou d'un trajet t_{ij} vers la station j. On peut voir le diagramme des transitions sur un exemple à 3 stations :



En reprenant les notations utilisées dans l'extrait de livre sur les colonies, on peut écrire les taux de transition pour les deux types de transition pour $n \in E$:

— Si un vélo part de la station i pour faire le trajet t_{ij} :

$$q(n, T_{it_{ij}}(n)) = \lambda_{it_{ij}} \phi_i(n_i)$$

où $\lambda_{it_{ij}}$ est le paramètre de la loi exponentielle qui régit le temps entre les départs de la station i pour aller en station j en s^{-1}, et $\phi_i(n_i) = \mathbf{1}_{n_i>0}$ car le temps entre les départs ne dépend pas du nombre de vélos à la station, il suffit de vérifier qu'il y en a.

— Si un vélo arrive à la station j après le trajet t_{ij} :

$$q(n, T_{t_{ij}j}(n)) = \lambda_{t_{ij}j}\phi_{t_{ij}}(n_{t_{ij}})$$

où $\lambda_{t_{ij}j}$ est le paramètre de la loi exponentielle qui régit le temps de trajet entre la station i et la station j en s^{-1}, et $\phi_{t_{ij}}(n_{t_{ij}}) = n_{t_{ij}}$ car si il y a m vélos en route entre i et j, la prochaine arrivée en j est le minimum de m loi exponentielles.