

RECHERCHES
SUR
L'HISTOIRE DE L'ARITHMÉTIQUE
AU MOYEN AGE

PAR
GUY BEAUJOUAN

INTRODUCTION

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE PREMIER

L'ARITHMÉTIQUE DE BOÈCE.
SA DIFFUSION ET SON INFLUENCE.

Place dans la hiérarchie des sciences. — Tous les auteurs s'accordent à voir dans l'arithmétique la première des sciences du *quadrivium* ; la distinction grecque entre arithmétique spéculative et logistique reste fondamentale.

Analyse du manuel de Boèce. Sa diffusion. — La critique des variantes et l'examen des anciens catalogues attestent la fréquente coexistence de plusieurs exemplaires d'origine différente. Bien que parfois utilisé dans les universités et souvent édité par les premiers imprimeurs, le texte est copié de plus en plus rarement à partir du milieu du *xii^e* siècle. Les encyclopédies de Cassiodore et d'Isidore contribuent dans

une large mesure à diffuser l'arithmétique spéculative. La tradition des figures (celles des *nombres solides*, surtout) témoigne de la maladresse et de l'incompréhension des scribes.

Importance dans la culture médiévale. — a) *Les gloses.* — Explications grammaticales ou étymologiques, notes biographiques sur Boèce et Symmaque : elles ne présentent qu'un médiocre intérêt. Les plus typiques sont relatives à l'harmonie des sphères selon Macrobe et aux proportions simples entre les éléments. La question la plus débattue est de savoir si l'inégalité procède ou non de l'égalité.

b) *Le symbolisme des nombres.* — Tandis que les théologiens du haut Moyen Age admettent communément, à la suite de saint Augustin, l'utilité de l'arithmétique pour l'interprétation de l'Écriture, il se crée une théorie mathématique de la *mysteriatio* des nombres. Esquissée par Hugues de Saint-Victor, elle trouve son complet développement dans le *De mysteriis numerorum* attribué à Thibaud de Langres (manuscrit latin 14444 de la Bibliothèque nationale). Jean Peckham, reprenant dans un traité similaire, encore inédit, les attributs de la Trinité définis par Richard de Saint-Victor, essaie d'unir les trois personnes divines par le lien d'une proportionnalité, simultanément arithmétique, géométrique et harmonique. La matière de ces spéculations est surtout empruntée à la mythologie païenne par l'intermédiaire de Martianus Capella et à la Bible d'après le relevé d'Isidore. Les procédés mis en œuvre dérivent de l'arithmétique spéculative et de la représentation des nombres par les doigts et les lettres grecques.

c) *La rithmomachie.* — Ce jeu consiste dans le combat des nombres pairs contre les impairs. Analyse de ses règles.

d) *L'influence mathématique.* — Lorsque vont décliner les idées platoniciennes auxquelles elle se rattache, l'arithmétique de Boèce fera l'objet d'études plus proprement mathématiques (l'œuvre de Jordanus). A la fin du Moyen Age,

les manuels élémentaires ne lui empruntent plus que la table de Pythagore, la règle des soustractions successives pour trouver le plus grand commun diviseur et quelques considérations d'ordre général. Dans les traités supérieurs, l'arithmétique spéculative tend à se réduire à l'étude des proportions.

CHAPITRE II

L'ABAQUE ET LA PALÉOGRAPHIE DES CHIFFRES.

Les traités d'abaque ont, pour la plupart, été publiés et les difficultés inhérentes à l'absence de zéro sont bien connues. Un point reste cependant obscur. Tandis que, d'après Richer et le Pseudo-Boèce, le calcul semble s'effectuer au moyen d'*apices* mobiles, d'autres auteurs représentent l'abaque comme une table couverte de poussière sur laquelle seraient tracées les figures à l'aide du *radius geometricus*.

Discussion des textes invoqués.

Cette question se rattache à l'introduction en Occident des chiffres dits arabes. Revue critique des théories postérieures à l'ouvrage de Smith-Karpinski (1911) : vraisemblance de la thèse indo-arabe. Les formes, en apparence irréductibles, affectées par chaque chiffre du ^x^e au ^{xiii}^e siècle deviennent superposables après une rotation d'un angle variable (la confusion entre 6 et 9 étant seulement évitée par le tracé toujours anguleux du premier et toujours arrondi du second). Cette constatation semble en rapport avec l'emploi des *apices*. Lorsque l'abaque tombe en désuétude, la forme des chiffres se fixe pour plusieurs siècles ; les transformations qu'elle subit à la fin du Moyen Age se rattachent aux tendances générales de l'écriture humanistique.

Remarques sur l'assimilation des chiffres aux caractères alphabétiques. L'« algorisme grec » du manuscrit français 1339 de la Bibliothèque nationale.

CHAPITRE III

L'ALGORISME ET LES UNIVERSITÉS.

Importance du XII^e siècle. — L'abaque s'était insensiblement rapproché de l'arithmétique arabe. Le mouvement se précise, grâce aux traductions

Les manuels fondamentaux. — Le *Carmen* d'Alexandre de Villedieu. Le calcul est conditionné par la possibilité d'effacer. L'*Algorismus* de Jean de Holywood (*Sacrobosco*) est un commentaire du manuel précédent : les éléments qu'il y ajoute marquent l'influence de l'arithmétique spéculative et la survivance de règles destinées à l'abaque : ils se retrouvent indépendamment de lui dans de nombreux manuscrits de la même époque.

La formation d'un corpus et les programmes universitaires. — L'algorisme de Sacrobosco devient la base d'un vaste *corpus* scientifique comprenant, outre la *Sphère* et le *Comput* du même auteur, le *Quadrant* de Robert l'Anglais, l'*Astrolabe* de Messahalla, traduction de Jean d'Espagne, et la *Théorie des planètes* d'Al Farghani, version de Gérard de Crémone. Le succès de cette collection laisse supposer qu'elle correspond au programme des Facultés des arts, mais la comparaison de ses éléments constitutifs avec les statuts des principales universités européennes ne donne pas de résultats décisifs. A Paris, l'enseignement scientifique n'est pas régulièrement organisé. L'algorisme est admis dans la mesure où il est utile au *comput* ; malgré l'influence des maîtres d'Oxford, les mathématiques y sont entourées d'un certain discrédit ; les leçons dont elles font l'objet ont généralement lieu les jours de fête et résultent d'initiatives individuelles. Rôle des collègues.

La pratique de l'enseignement. — a) *La « lecture » de l'algorisme.* — Parallélisme des deux manuels fondamentaux. Mise en vers des préceptes du second qui ne se trouvaient pas dans le premier. Influences réciproques. Après d'abon-

dants préambules, les commentaires tournent vite à la paraphrase.

b) *Les « cautele »*. — Les problèmes illustrant l'algorisme sont, pour la plupart, inspirés des *Propositiones* d'Alcuin. Leur intérêt littéraire et mathématique. Malheureusement, la collection ne se renouvelle pas ; au lieu d'expliquer la solution, les copistes énoncent le résultat dans de mauvais vers mnémoniques très vite corrompus.

L'« *Algorismus minutiarum* ». — Fractions physiques et vulgaires. Succès du traité de Jean de Linières.

CHAPITRE IV

L'ARITHMÉTIQUE AU XV^e SIÈCLE.

Aperçu général. — Tandis que les manuscrits latins se limitent aux proportions et aux fractions physiques, les traités élémentaires sont en langue vulgaire. Les collections de Conrad Heingarter et d'Arnaud de Bruxelles. Influence des arithmétiques commerciales écrites en Italie. Une série de textes français permet de suivre les tâtonnements qui marquèrent la substitution à l'algorisme du calcul écrit sans effacer.

Étude critique des textes. — Parenté des textes. L'apport méridional : le manuscrit français 2050 de la Bibliothèque nationale, l'algorisme provençal de Pamiers et l'appendice au *Triparty* de Nicolas Chuquet utilisent une source commune probablement provençale ; Barthélemy de Romans et Jean Certain de Marseille.

Intérêt mathématique. — Le résultat de l'addition et de la soustraction, d'abord placé au-dessus, passe progressivement au-dessous, la médiation et la duplation tendent à disparaître ; de toutes les opérations algorismiques, la multiplication est la première atteinte, l'*antérioration* est évitée par l'adoption de la méthode « en carré » ou par la suppression des produits partiels nécessitant la connaissance du

« grand livret », la retenue par les mains et la « croi fecte ». La disposition moderne s'impose rapidement. Existence de nombreux types intermédiaires. Au contraire, la transposition sur papier de la méthode algorismique subsiste beaucoup plus longtemps pour la division et l'extraction des racines. Le procédé « en gallée » est le seul connu jusqu'à l'extrême fin du xv^e siècle. Variante du manuscrit français 1339 (non *antérioration* du diviseur, non cancellation compensée par la position d'un zéro à l'extrémité des colonnes épuisées). Le « partir pour cathelle », de Jean Certain, s'apparente à la division *a danda* (ce terme désignant chez lui un procédé tout différent). Preuves, fractions, « ject », règle de trois, fausses positions, « apposition et remotion », monnaies. Caractère pratique de ces ouvrages.

CONCLUSION

En marge des recherches proprement mathématiques, le développement de l'arithmétique au Moyen Age s'est trouvé largement influencé par l'orientation générale de l'enseignement et les changements successivement intervenus dans les conditions matérielles du calcul.

APPENDICES

CATALOGUE DE MANUSCRITS
