

09, сентябрь 2015

УДК 004.021

Применение фильтра Калмана для обработки последовательности GPS-координат

Листеренко Р.Р., бакалавр

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»*

Научный руководитель: Бекасов Д.Е., ассистент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»*

irudakov@bmstu.ru

Задача фильтрации GPS-координат

В настоящее время широко используются сервисы GPS-трекинга, задачей которых является отслеживание маршрутов наблюдаемых объектов с целью их сохранения и дальнейшего воспроизведения и анализа. Однако из-за погрешности GPS-датчика, обусловленной рядом причин [1], таких как потеря сигнала от спутника, изменение геометрии расположения спутников, отражение сигналов, вычислительные ошибки и ошибки округления, итоговый результат не соответствует в точности маршруту объекта. Наблюдаются как незначительные отклонения (в пределах 100 м), не затрудняющие восприятие визуальной информации о маршруте и его анализ, так и весьма значительные (до 1 км, в случае потери сигнала спутников и использования базовых станций — до нескольких десятков км). Для демонстрации результата приведенного в статье алгоритма используется маршрут, содержащий отклонения от действительного местоположения, превышающие несколько километров. С целью коррекции таких погрешностей разрабатывается алгоритм, выполняющий преобразование последовательности координат. Входными данными для алгоритма служит последовательность GPS-координат. В каждой координате содержится следующая информация, полученная от датчика:

- Широта
- Долгота
- Азимут в градусах
- Мгновенная скорость объекта в данной точке в м/с

— Возможное отклонение координат объекта от истинного значения в метрах

— Время получения координаты датчиком

Результатом работы алгоритма является последовательность координат с скорректированной широтой и долготой. В качестве основы для построения алгоритма решено использовать фильтр Калмана, так как он позволяет отдельно учитывать погрешности измерений и погрешности случайного процесса, а также использовать получаемую от датчика скорость движения объекта [2].

Построение математической модели с использованием фильтра Калмана

Для использования фильтра Калмана необходимо, чтобы исследуемый процесс описывался следующим образом [3]:

$$s_k = A_k s_{k-1} + B_k u_{k-1} + w_k \quad (1)$$

$$z_k = H_k s_k + v_k \quad (2)$$

В формуле (1) $s_k \in R^n$ - вектор состояния процесса, A - матрица размерностью $n \times n$, описывающая переход наблюдаемого процесса из состояния s_{k-1} в состояние s_k . Вектор $u_k \in R^l$ описывает управляющие воздействия на процесс. Матрица B размерностью $n \times l$ отображает вектор управляющих воздействий u в изменение состояния s . $w_k \in R^n$ является случайной величиной, описывающей погрешности исследуемого процесса, причем $p(w) \sim N(0, Q)$, где Q - ковариационная матрица погрешностей процесса. Формула (2) описывает измерения случайного процесса. $z_k \in R^m$ - вектор измеряемого состояния процесса, матрица H размерностью $m \times n$ отображает состояние процесса s_k в измерение процесса z_k . $v_k \in R^m$ - случайная величина, характеризующая погрешности измерений, причем $p(v) \sim N(0, P)$, где P - ковариационная матрица погрешностей измерений.

Так как исследуется процесс движения объекта, уравнение состояния составляется исходя из уравнения движения тела $\bar{r}_k = \bar{r}_{k-1} + \bar{v}_{k-1} dt_k + \bar{a}_{k-1} \frac{dt_k^2}{2}$. Кроме того, отсутствует дополнительная информация о процессе движения, поэтому считается, что управляющее воздействие Bu равно 0. За состояние процесса принят вектор $s_k = [x_k \ y_k \ v_k^x \ v_k^y]^T$, где x, y - координаты объекта, v_k^x, v_k^y - проекции скорости объекта. Таким образом, для рассматриваемого процесса уравнение (1) принимает следующий вид:

$$s_k = A_k s_{k-1} + G_k a_k, \quad (3)$$

где

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dt_k & 0 \\ 0 & 1 & 0 & dt_k \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$a_k = \begin{bmatrix} a_k^x \\ a_k^y \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$G_k = \begin{bmatrix} \frac{dt_k^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{dt_k^2}{2} \\ dt_k & 0 \\ 0 & dt_k \end{bmatrix} \quad (6)$$

В данной модели ускорение объекта рассматривается как случайная погрешность процесса.

Принимаются следующие допущения:

- а) Ускорения по разным осям являются независимыми случайными величинами.
- б) $p(a_k^{x,y}) \sim N(0, \sigma_a)$, то есть ускорения распределены нормально с нулевым математическим ожиданием и некоторым среднеквадратичным отклонением σ_a , которое считается известным.

Данные допущения приняты из следующих соображений:

- а) Нет оснований полагать, что по значению одной компоненты вектора ускорения можно сделать вывод о значении другой компоненты.
- б) Большую часть времени объект движется равномерно. В качестве возможных источников координат рассматриваются пешеходы и автомобили. Ненулевое ускорение обычно связано либо с изменением направления движения, что происходит за небольшой промежуток времени (от 5 до 15 секунд), либо с остановкой или началом движения, причем разгон или торможение до требуемой скорости также происходят сравнительно быстро (в случае пешеходов практически моментально, автомобилей - в пределах 10-15 секунд). Ускорение, возникающее в других ситуациях (например, обгон или замедление для оценки окружающей обстановки), также отличается от нуля в течение небольших промежутков времени.

Таким образом, в формуле (3) член $G_k a_k$ выполняет роль члена w_k из формулы (1). Для дальнейших вычислений необходимо получить значение матрицы Q .

$$Q_k = cov(w_k) = E(w_k w_k^T) - E(w_k)E(w_k^T) = E(G_k a_k a_k^T G_k^T) \quad (7)$$

$$= G_k E(a_k a_k^T) G_k^T$$

Так как компоненты вектора a_k (5) являются независимыми случайными величинами, то $E(a_k a_k^T) = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix}$. Следовательно, формула (7) принимает следующий вид:

$$Q_k = G_k G_k^T \sigma_a^2 \quad (8)$$

Вектор измерения z_k для данной задачи представляется следующим образом:

$$z_k = \begin{bmatrix} \chi_k \\ \gamma_k \\ \vartheta_k^x \\ \vartheta_k^y \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где χ_k, γ_k - координаты объекта, полученные от датчика, $\vartheta_k^x, \vartheta_k^y$ - скорость объекта, полученная от датчика. Матрица H в формуле (2) принимается равной единичной матрице размерностью 4×4 , так как в рамках данной задачи считается, что измерение есть линейная комбинация вектора состояния и некоторых случайных погрешностей. Ковариационная матрица погрешности измерений R считается заданной. Один из возможных вариантов ее вычисления - использование данных о предполагаемой точности измерения, получаемых от датчика.

Применение фильтра Калмана к построенной модели

Для применения фильтра необходимо ввести следующие понятия:

— \hat{s}_k - апостериорная оценка состояния объекта в момент k , полученная по результатам наблюдений вплоть до момента k включительно.

— $\hat{s}_{\tilde{k}}$ - нескорректированная апостериорная оценка состояния объекта в момент времени k .

— P_k - апостериорная ковариационная матрица ошибок, задающая оценку точности полученной оценки вектора состояния и включающая в себя оценку дисперсий погрешности вычисленного состояния и ковариации, показывающие выявленные взаимосвязи между параметрами состояния системы.

— $P_{\tilde{k}}$ - нескорректированная апостериорная ковариационная матрица ошибок.

Матрица P_0 задается как нулевая, так как считается, что известно начальное положение объекта.

Одна итерация фильтра Калмана состоит из двух этапов: экстраполяция и коррекция.

а) На этапе экстраполяции вычисляется оценка $\hat{s}_{\tilde{k}}$ по оценке вектора состояния \hat{s}_{k-1} и ковариационная матрица ошибок $P_{\tilde{k}}$ по следующим формулам:

$$\hat{s}_{\tilde{k}} = A_k \hat{s}_{k-1}, \quad (10)$$

$$P_{\tilde{k}} = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_k, \quad (11)$$

где матрица A_k известна из формулы (4), матрица Q_k вычисляется по формуле (8).

б) На этапе коррекции вычисляется матрица коэффициентов усиления K_k по следующей формуле:

$$K_k = P_{\tilde{k}} H^T (H P_{\tilde{k}} H^T + R)^{-1} \quad (12)$$

где R , H считаются известными. K_k используется для коррекции оценки состояния объекта $\hat{s}_{\tilde{k}}$ и ковариационной матрицы ошибок $P_{\tilde{k}}$ следующим образом:

$$\hat{s}_k = \hat{s}_{\tilde{k}} + K_k (z_k - H \hat{s}_{\tilde{k}}), \quad (13)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_{\tilde{k}}, \quad (14)$$

где I - единичная матрица.

Следует заметить, что для использования указанных выше соотношений, необходимо, чтобы для параметров объекта, участвующих в вычислениях, единицы измерений были согласованы. Однако в исходных данных широта и долгота приводятся в угловых координатах, а скорость — в метрических. Кроме того, ускорение для расчета ошибки процесса также удобнее задавать в метрических единицах. Для перевода скорости и ускорения в угловые единицы используются формулы Винченти [4].

Результат работы фильтра

На рис. 1 приведен пример маршрута до обработки.

Можно заметить, что в данном примере присутствуют несколько координат с высокой степенью погрешности, что выражается в наличии «пиков» — координат, значительно удаленных от основного маршрута. На рис. 2 приведен результат работы фильтра с данным маршрутом.

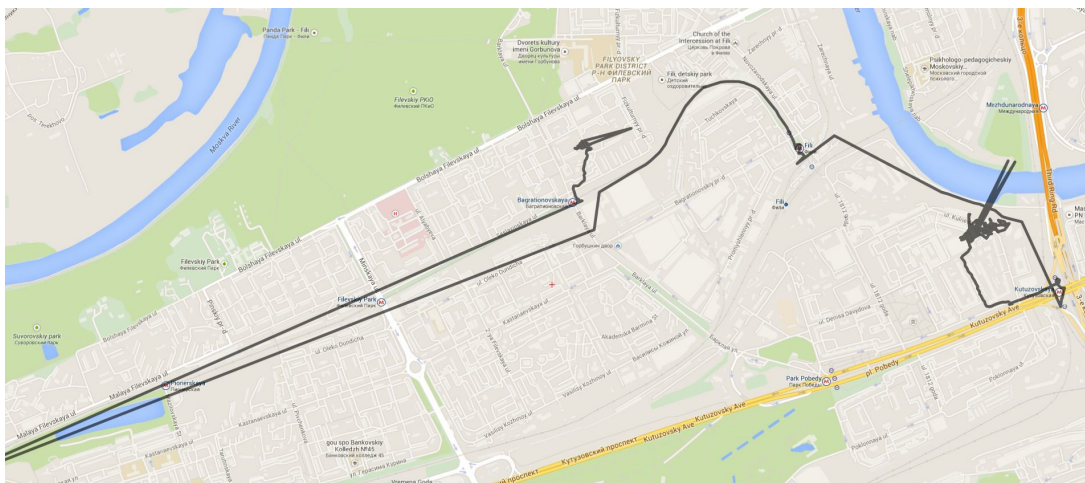


Рис. 1. Маршрут объекта

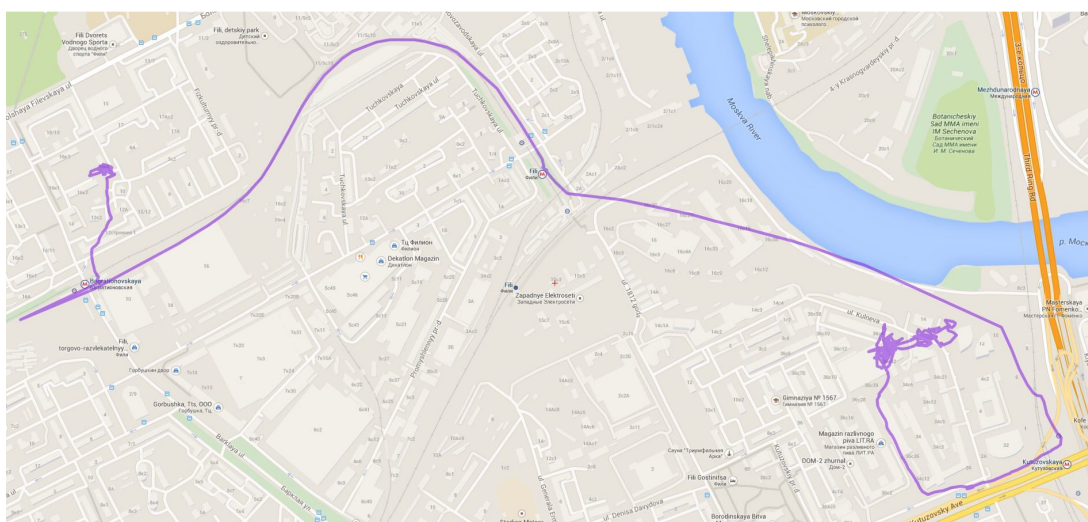


Рис. 2. Маршрут объекта после применения фильтра

В результате практически отсутствуют «пики», за исключением самого крупного, который был заметно уменьшен, и сглажена остальная часть маршрута. Таким образом, с помощью приведенного алгоритма удалось снизить степень искажений маршрута и повысить его визуальное качество.

Заключение

В данной работе был рассмотрен подход к коррекции GPS-координат с помощью фильтра Калмана. С помощью приведенного алгоритма удалось устранить наиболее заметные искажения маршрута, что демонстрирует применимость данного метода к задаче сглаживания маршрута и устранения пиков. Однако для дальнейшего повышения качества алгоритма необходима дополнительная обработка последовательности координат с целью

устранения избыточных точек, возникающих при отсутствии движения наблюдаемого объекта.

Список литературы

1. Yadav J., Giri R., Meena L. Error handling in GPS data processing // Mausam. 2011. Vol. 62. No. 1. P. 97–102.
2. Kalman R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82. No. Series D. PP.35–45.
3. Welch G., Bishop G. An Introduction to the Kalman Filter: Tech. Rep. TR-95-041. Available at: https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf, accessed 19.05.2015.
4. Vincenty T. Direct and Inverse Solutions of Geodesics on the Ellipsoid with application of nested equations // Survey Review. 1975. apr. Vol. 23. No. 176. PP. 88–93.