

Київський національний університет імені Т. Шевченка
Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

Математичні основи обчислювальної геометрії

Лабораторна робота

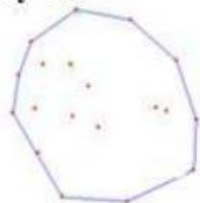
Виконав: студент групи ІПС-31

Шатохін Максим

Київ-2020

Умова лабораторної роботи:

Варіант 4

<p>Апроксимація оболонки опуклої кривою Ерміта-Кунса.</p> 	<p>На заданій множині з N точок побудувати опуклу оболонку і апроксимувати її гладкою кривою мінімальної довжини за допомогою сплайну Ерміта-Кунса.</p>
---	---

Розв'язання:

- Так як не було точних критеріїв, щодо алгоритму пошуку опуклої оболонки - будуємо оболонку за алгоритмом Джарвіса, так як в нього чудово описана стаття на Вікіпедії та й взагалі крута назва
 - Як початкову беремо найлівішу точку (точку з найменшою x-координатою), якщо їх буде декілька, то виберемо серед них найнижчу (точку з найменшою y-координатою). Нехай знайдена точка — точка p_1
 - Далі для кожної точки p_1 шукаємо проти годинникової стрілки точки p_{i+1} шляхом знаходження серед точок, що залишились, (включно з p_1) точку з найменшим полярним кутом $p_{i-1} p_i p_{i+1}$. Вона і буде наступною вершиною опуклої оболонки.
 - Найменший полярний кут буде у точки, якщо векторний добуток між векторами $p_i p'_{i-1}$ і $p_i p''_{i+1}$ (де p'_{i-1} — знайдений на даний момент мінімум, а p''_{i+1} — претендент) - від'ємний. Якщо ж рівний нулю, то точки лежать на одній прямій і мінімум та, що далі від p_i
 - Продовжуємо поки $p_i \neq p_{i+1}$
- Далі відбувається найцікавіше – ми звертаємося до слайдів лекції

14 / 40

Сплайни Ерміта

- Кубічні сплайни Ерміта — кубічні [сплайни](#), що використовують [інтерполювання поліномами](#) методом Ерміта. Цей метод інтерполювання використовує дві контрольні точки та два вектори напрямків. Названі на честь французького математика [Шарля Ерміта](#). Кубічні поліноміальні сплайни широко використовуються у галузі [комп'ютерної графіки](#) та [геометричного моделювання](#) для отримання кривих або траєкторій руху, що проходять через задані точки площини або [тривимірному просторі](#).

- Інтерполяція на інтервалі $(0,1)$
- Задано початкову точку p_0 з початковим вектором m_0 при $t=0$ та кінцеву точку p_1 з кінцевим вектором m_1 при $t=1$.
- Для кубічного полінома та його похідної

$$p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

$$p'(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$$

виразимо коефіцієнти a_0, a_1, a_2, a_3 через $p(0), p(1), p'(0), p'(1)$:

$$\begin{cases} p(0) = a_0 \\ p(1) = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \\ p'(0) = a_1 \\ p'(1) = a_1 + 2a_2 + 3a_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = p(0) \\ a_1 = p'(0) \\ a_2 = 3(p(1) - p(0)) - 2p'(0) - p'(1) \\ a_3 = p'(0) + p'(1) - 2(p(1) - p(0)) \end{cases}$$

- Підставивши значення полінома та його похідної із таблиці справа, отримаємо чотири базові ермітові поліноми:



t	$p(t)$	$p'(t)$	$p''(t)$	$p'''(t)$
0	$p(0)$	$p'(0)$	$3(p(1) - p(0)) - 2p'(0) - p'(1)$	$p'(0) + p'(1) - 2(p(1) - p(0))$
1	$p(1)$	$p'(1)$	$3(p(1) - p(0)) - 2p'(0) - p'(1)$	$p'(0) + p'(1) - 2(p(1) - p(0))$

- Знайшовши там слайди Вікіпедії, повертаємося до всевишньої
- Знаходимо формулу, за якої будується сплайн

$$\mathbf{p}(t) = h_{00}(t)\mathbf{p}_0 + h_{10}(t)\mathbf{m}_0 + h_{01}(t)\mathbf{p}_1 + h_{11}(t)\mathbf{m}_1$$

- Візначаємося з невідомими літерами тут, а саме
а) Ермітові базисні функції

$h_{00}(t)$	$2t^3 - 3t^2 + 1$
$h_{10}(t)$	$t^3 - 2t^2 + t$
$h_{01}(t)$	$-2t^3 + 3t^2$
$h_{11}(t)$	$t^3 - t^2$

б) Вхідні дані для проміжку: \mathbf{p}_0 – стартова точка ($t = 0$), \mathbf{p}_1 – кінцева точка,
 \mathbf{m}_0 – стартова дотична \mathbf{m}_1 – кінцева дотична

3. Об'єднавши два алгоритми будемо апроксимовану опуклу оболонку
4. Насолоджуємося:

