

***Варіант 2***

**Завдання №12:** . Розкласти поліном на множники методом Кронекера.

***Розв’язання***

Степінь полінома дорівнює , звідси за ідеєю алгоритму Кронекера маємо, що повинен мати нетривіальний дільник зі ступенем, який не перевищує . Тоді нехай .

Розглянемо цілі числа від 0 до . Якщо якесь з них є коренем полінома , то за теоремою Безу має лінійний дільник . Перевіримо усі .

Нехай , тоді . Отже є коренем.

Тоді ми виносимо за дужки вираз . Отримуємо вираз

Розглянемо далі поліном . Степінь полінома дорівнює , звідси за ідеєю алгоритму Кронекера маємо, що повинен мати нетривіальний дільник зі ступенем, який не перевищує . Тоді нехай .

Розглянемо цілі числа від 0 до . Якщо якесь з них є коренем полінома , то за теоремою Безу має лінійний дільник . Перевіримо усі .

Нехай , тоді . Отже не є коренем.

Нехай , тоді . Отже не є коренем.

Отже поданий поліном не має цілих коренів серед від 0 до . Тоді для кожного значення розглянемо множини всіх його дільників, тоді значення нетривіального полінома мають належати . Тоді випишемо усі дільники для кожного .

Дільники для **:**

Дільники для **:**

Утворимо декартів добуток множин:

Кількість елементів множини : .

Кожний елемент(список виду ) множини визначає інтерполяційний поліном Лагранжа:

який має у загальному випадку раціональні коефіцієнти.

Тоді, якщо для певного елементу множини , матиме додатній ступінь, цілі коефіцієнти та ділитиме так, що частка буде мати цілі коефіцієнти, то тоді – нетривіальний дільник для даного полінома.

Переберемо усі утворювані поліноми та перевіримо чи задовільняють подані вище умови:

1. . Отримали, що є поліномом з ступенем, що не виконує умову додатності, отже переходимо до наступного елементу множини .
2. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

.

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. ***… Аналогічним чином обраховуємо до 219 значень***
2. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Як бачимо, поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

Отже ділить та частка є цілою.

Отже .

Поліном – незвідний, ( – незвідний. Отже маємо:

***Відповідь:***

**Завдання №27:** . Розкласти поліном на множники методом Кронекера.

***Розв’язання***

Степінь полінома дорівнює , звідси за ідеєю алгоритму Кронекера маємо, що повинен мати нетривіальний дільник зі ступенем, який не перевищує . Тоді нехай .

Розглянемо цілі числа від 0 до . Якщо якесь з них є коренем полінома , то за теоремою Безу має лінійний дільник . Перевіримо усі .

Нехай , тоді .

Оскільки != 0, то не є коренем.

Нехай , тоді .

Оскільки != 0, то не є коренем.

Отже поданий поліном не має цілих коренів серед від 0 до . Тоді для кожного значення розглянемо множини всіх його дільників, тоді значення нетривіального полінома мають належати . Тоді випишемо усі дільники для кожного .

Дільники для **:**

Дільники для **:**

Утворимо декартів добуток множин:

Кількість елементів множини : .

Кожний елемент(список виду ) множини визначає інтерполяційний поліном Лагранжа:

який має у загальному випадку раціональні коефіцієнти.

Тоді, якщо для певного елементу множини , матиме додатній ступінь, цілі коефіцієнти та ділитиме так, що частка буде мати цілі коефіцієнти, то тоді – нетривіальний дільник для даного полінома.

Переберемо усі утворювані поліноми та перевіримо чи задовільняють подані вище умови:

1. . Отримали, що є поліномом з ступенем, що не виконує умову додатності, отже переходимо до наступного елементу множини .
2. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. ***… Аналогічним чином обраховуємо до 260 значень***
2. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном ділить та частка є цілою.

Отже .

Поліном – незвідний, тоді *перевіряємо новий поліном*:

Степінь полінома дорівнює , тоді . Оскільки ми перевіряли значення полінома , для від 0 до , і вони не були коренями для полінома , то вони не будуть коренями і для .

Для кожного значення розглянемо множини всіх його дільників, тоді значення нетривіального полінома мають належати . Тоді випишемо усі дільники для кожного .

Дільники для **:**

Дільники для **:**

Утворимо декартів добуток множин:

Кількість елементів множини : .

Переберемо усі утворювані поліноми Лагранжа для кожного елемента множини та перевіримо чи задовільняють умови(вказані на сторінці 2 цього документу):

1. . Отримали, що є поліномом з ступенем, що не виконує умову додатності, отже переходимо до наступного елементу множини .
2. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. ***… Аналогічним чином обраховуємо до 198 значень***
2. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. . Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном не ділить , умова не виконується, переходимо до наступного елементу множини .

1. Отриманий поліномом має додатній ступень та цілі коефіцієнти, тоді перевіримо значення :

поліном ділить та частка є цілою.

Отже .

Поліном – незвідний, ( – незвідний. Отже маємо:

***Відповідь:***