Aufgabe 1:
Bitte entscheiden Sie, ob die Aussage wahr oder falsch ist, jeweils
und begründen Sie Ihre Behauptung, jeweils

1. Jeder Graph ist planar, bipartit oder eulersch. ☐ wahr oder ☐ falsch

2. Jeder K_5 hat 3 nicht-isomorphe Gerüste. ☐ wahr oder ☐ falsch

3. Die Addition zweier Adjazenzmatrizen derselben Dimension beschreibt die disjunkte Vereinigung der Kanten bei Graphen mit gleicher Knotenanzahl. ☐ wahr oder ☐ falsch

Aufgabe 2: Sei G ein schlichter, zusammenhängender und ungerichteter Graph. Zeigen Sie bitte die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

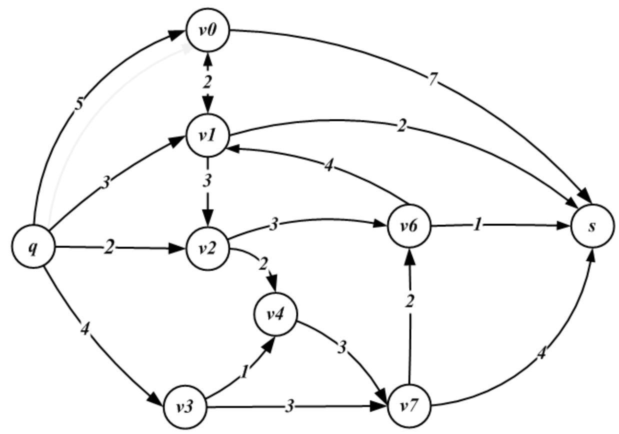
1. G ist bipartit.
2. $\chi(G) \leq 2$.
3. G enthält keine Kreise ungerader Länge.

Aufgabe 3: Angenommen, das Department Informatik hat sechs Gremien, die in diesem Semester alle noch einmal tagen sollen.
Wie viele verschiedene Sitzungstermine sind notwendig, damit kein Gremienmitglied zur gleichen Zeit zwei Verpflichtungen hat?
Die Gremien sind:
G1 : Luck, Padberg, Buth, Meisel, Korf ;
G2 : Buth, Zukunft, Sarstedt, Neitzke;
G3 : Padberg, Luck, Klauck;
G4 : Zukunft, Klauck, Dai, Wendholt;
G5 : Neitzke, Sarstedt, Korf;
G6 : Sarstedt, Dai, Hübner;
Modellieren Sie die Problemstellung mit einem Graphen, und verwenden Sie die Knotenfärbung zur Lösung. Erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

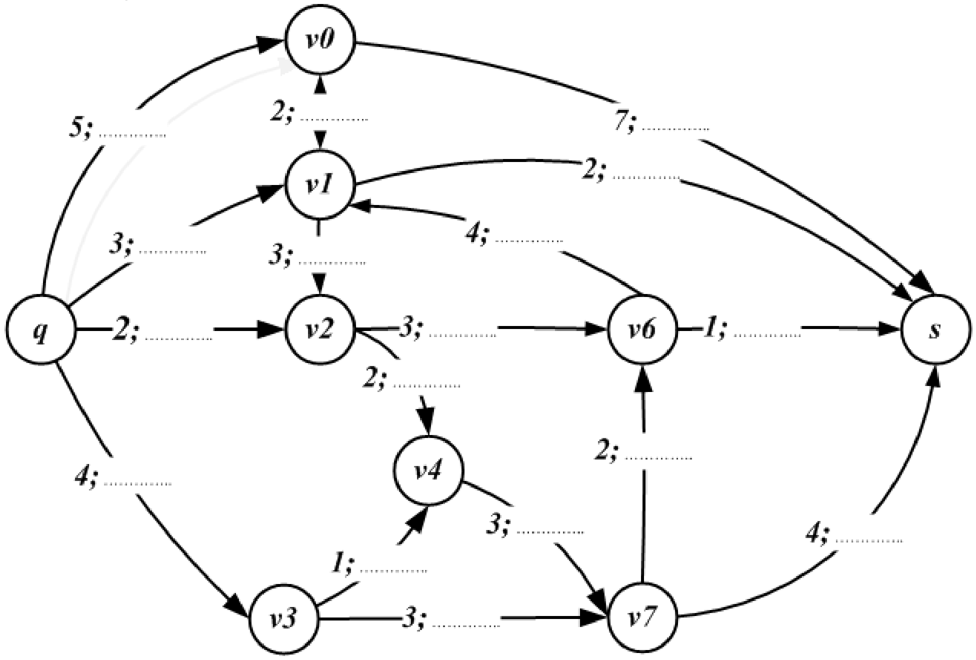
Aufgabe 4: Beweisen Sie bitte folgende Behauptung:
$G = (V, E)$ ist vollständig gdw $\chi(G) = |V|$

Aufgabe 5: Beweisen Sie bitte folgende Behauptung:
Sei $G = (V, E)$ ein Graph, in dem für jedes Paar Knoten $\{x, y \in V | x \neq y\}$ gilt, dass $\chi(G[V \setminus \{x, y\}) = \chi(G) - 2$, dann ist G ist vollständig.

Aufgabe 6: Berechnen Sie bitte den optimalen Fluss in diesem Netzwerk
mit Hilfe des Algorithmus von Ford-Fulkerson:



Sie dürfen gerne dies Netzwerk dafür nutzen.



Aufgabe 7: Beweisen Sie bitte, dass für einen ungerichteten, schlichten Graphen G mit Maximalgrad $\Delta(G)$ die chromatische Zahl $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$ ist.
Tip: Induktion!
Bemerkung zu Aufgabe 7: Ohne Induktion schwierig!! Gegeben sei ein ungerichteter, schlichten Graph G mit einem Knoten v mit Maximalgrad $d(v) = \Delta(G)$. Dann dann können die Nachbarn von v höchstens $\Delta(G)$ Farben benötigen, nämlich jeder eine. wenn zusätzlich alle Nachbarn miteinander verbunden sind, benötigt der Knoten v eine zusätzliche Farbe. Also gilt für $G[N_c(v)]$, den Untergraphen, der aus der Nachbarschaft von v besteht, dass $\chi(G[N_c(v)] \leq \Delta(G) + 1$.
Aber wie komme ich jetzt zu$\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$???