

PS01 – Basic Econometrics

Lecturer: Luis Chávez

Los siguientes ejercicios permiten medir la capacidad analítica y procedimental. Se sugiere resolverlos en forma ascendente.

Problema 1: un problema laboral

Usted es parte del equipo de análisis de riesgos del Banco Santander y le han dado una tarea urgente: en los últimos años, la cantidad de préstamos otorgados a empresas ha caído significativamente, lo que podría afectar el crecimiento del banco y sus finanzas. La gerencia quiere entender qué está pasando y necesita respuestas basadas en datos.

- a) ¿Qué se entiende por “significativamente”? ¿Es un concepto relativo?
- b) ¿Cuáles podrían ser las posibles causas de la caída en los créditos empresariales?
- c) ¿Cómo abordaría este problema desde la perspectiva de un economista? ¿Qué variables analizaría y qué tipo de datos necesitaría?
- d) ¿Qué teoría económica aplicaría?
- e) ¿El análisis econométrico sería útil? Fundamente.

Problema 2: los penaltis y el azar

Imagina que usted es un analista de datos y trabaja para el club de fútbol Sporting SAC, un club muy popular de la primera división del país. El entrenador está obsesionado con mejorar la efectividad en los penales y le ha pedido que investigue si hay algún patrón que ayude a predecir si un jugador anotará o fallará un penal.

- a) ¿Qué factores cree que podrían influir en la probabilidad de anotar un penal? ¿O es “suerte”?
- b) ¿Qué tipo de datos necesitaría para analizar este problema? ¿Cómo los recopilaría?
- c) ¿Cómo podría organizar los datos para detectar patrones y tendencias?
- d) ¿Qué preguntas podrías responder con estos datos? (Por ejemplo, ¿es mejor patear a la derecha o a la izquierda? ¿Los jugadores más experimentados tienen mayor precisión?)
- e) ¿Leería el libro *Cómo Atajar Penaltis*?

Problema 3: modelo econométrico

Considere el modelo de consumo keynesiano:

$$c_t = a_0 + a_1(y_t - \tau_t)$$

donde c es el consumo, y la renta y τ los impuestos brutos.

- a) ¿Qué restricciones tienen, bajo condiciones de regularidad, los parámetros?

- b) Defina y detalle cada una de las etapas de la metodología de la econometría.
- c) ¿Qué investigaciones científicas recientes han sido publicadas sobre el modelo? ¿Las conclusiones son consistentes con el inciso a)? Puede usar Science Direct o Jstor.

Problema 4: sumatorias

El operador matemático \sum , sigma mayúscula, permite sumar secuencias de números o caracteres. Se pide:

- a) Demuestre que $n \sum_{i=1}^n x_i = n^2 \bar{x}$.
- b) Demuestre que $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2$.
- c) Halle $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1}$ en términos de n .

Problema 5: operaciones de v.a

Sean las v.a X e Y :

- a) Hallar la expectativa y la varianza de $3(Y^2 - 4) - 1$.
- b) Demuestre que $\text{var}(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2$.
- c) Demostrar que $\text{cov}(aX, bY) = ab\text{cov}(X, Y)$.
- d) Probar que $\text{corr}(aX + b, cY + d) = \text{corr}(X, Y)$ si a y c tienen el mismo signo.

Problema 6: expectativa

Un amigo le propone un juego, pero debe pagar 3.5 soles para jugar. Si acepta, su amigo le pagará el monto equivalente al resultado del lanzamiento de un dado. ¿Le conviene participar del juego? ¿Qué ocurre si su amigo le permite hasta cuatro lanzamientos del dado?

Problema 7: probabilidad

A partir de la teoría de los ciclos económica, hallar la probabilidad de que dos países de Sudamérica estarán en recesión el 2026. Asuma que las fases son equiprobables.

Problema 8: probabilidades acotadas

Sean las v.a X e Y :

- a) Hallar $p(Y \geq 4)$ si $Y \sim N(5, 16)$.
- b) Hallar $p(-1.8 < Y \leq 1.7)$ si $Y \sim t(90)$.
- c) Si $X, Y \sim Z(0, 1)$, hallar $p(Z_1 - 2Z_2 \geq 1)$.
- d) Si $X \sim N(4, 9)$ y $Y \sim N(2, 4)$ son independientes, hallar $P(X + Y > 6)$.

Problema 9: v.a discreta

Una consultora está analizando la duración de las reuniones en distintas empresas. Se ha observado que el tiempo (en minutos) que dura una reunión sigue una distribución de probabilidad discreta dada por la siguiente tabla:

| | | | | | |
|--------------|------|------|------|------|------|
| X (en min) | 30 | 45 | 60 | 90 | 120 |
| $P(X)$ | 0.10 | 0.25 | 0.30 | 0.20 | 0.15 |

Se pide:

- Verifique que la función de probabilidad cumple con la condición de una distribución de probabilidad válida.
- Calcule $E(X)$, es decir, el tiempo promedio esperado de duración de una reunión.
- Calcule $var(X)$ y σ_X . ¿Qué nos dice este resultado sobre la dispersión de la duración de las reuniones?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una reunión dure al menos 60 minutos?
- Si la duración de una reunión representa el tiempo en que los empleados no están produciendo directamente, ¿cómo podría interpretar estos resultados desde una perspectiva económica?

Problema 10: v.a continua

Se ha determinado que la duración X (en minutos) de una llamada en un centro de atención al cliente sigue una distribución de densidad de probabilidad dada por:

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-x/5}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

donde k es una constante desconocida. Se desea:

- Halle el valor de k para que $f(x)$ sea una función de densidad de probabilidad válida.
- Calcule $E(X)$, es decir, el tiempo promedio esperado de duración de una llamada.
- Determina $var(X)$ y σ_X . ¿Qué nos dice este resultado sobre la dispersión de la duración de las llamadas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure más de 10 minutos?
- Imagine que la empresa quiere reducir los costos de operación minimizando la duración de las llamadas. ¿Cómo podría interpretar estos resultados desde una perspectiva económica y qué estrategias podría implementarse?