UNIVERSIDAD DE SAN MARTÍN DE PORRES
Facultad de Ciencias Contables, Económicas y Financieras
Escuela Profesional de Economía
Curso: Econometría Básica
Semestre: 2025-I

EP1 (Solucionario)

Docente: Luis Chávez *Fecha: 25-03-2025*

1. (5 points) El consumo (c) de bienes es un indicador importante de la canasta familiar. En particular, el consumo mensual de carne de res (en kg) es una función de la renta mensual (y) y los impuestos mensuales (τ). A partir del siguiente modelo estimado,

$$\hat{c}_i = -12.1002 + 0.6415(y_i - \tau_i)$$

se pide:

(a) (2 points) Si se sabe que los impuestos son fijados en 300 soles mensuales, hallar la elasticidad ingreso para un individuo que percibe 3000 soles al mes. ¿Cuál es la predicción del modelo para ese individuo?

$$\begin{aligned}\hat{c} &= -12.1002 + 0.6415(3000 - 300)\\ &= -12.1002 + 0.6415(2700)\\ &= -12.1002 + 1732.05\\ &= 1719.9498\end{aligned}$$

La elasticidad ingreso se define como:

$$E_y = \frac{\partial c}{\partial y}\frac{y}{c}$$

Dado que $\partial \hat{c}_i / \partial y = 0.6415$, evaluamos:

$$E_y = 0.6415 \times \frac{3000}{1719.9498} \approx 1.1185$$

Esto indica que la carne de res es un bien **normal** dado que $E_y > 1$.

(b) (1 point) ¿Qué variables puede estar conteniendo el término de error?¿Porqué?
El término de error puede contener errores de medición de las variables consideradas o la omisión de variables como tipo de dieta alimentaria, región, precio de carne, etc.

(c) (2 points) Se piensa añadir la variable tipo de vivienda (viv_i), cuyas categorías son (1) casa propia, (2) casa alquilada, (3) departamento y (4) quinta. Especifique el nuevo modelo y precise qué se espera de $\bar{R}^2$.

Se introduce la variable viv_i como variable categórica con 3 dummies:

$$c_i = \beta_0 + \beta_1(y_i - \tau_i) + \beta_2 D_{i2} + \beta_3 D_{i3} + \beta_4 D_{i4} + u_i$$

Donde:

- $D_{i2} = 1$ si la vivienda es alquilada, 0 en otro caso.
- $D_{i3} = 1$ si es departamento, 0 en otro caso.
- $D_{i4} = 1$ si es quinta, 0 en otro caso.
- Casa propia es la categoría base.

Se espera que R^2 ajustado **aumente** si la variable vivienda explica la varianza del consumo.

2. (5 points) Un supuesto clave de Gauss-Markov es $E(u_i|x_i) = 0$, donde x_i es un vector $k \times 1$ como siempre. A partir de ello, demuestre matemáticamente que:

(a) (2 points) $E(u_i x_i) = 0$

Por la propiedad de esperanza condicional:

$$\begin{aligned} E(u_i x_i) &= E[E(u_i|x_i)x_i] \\ &= E[0 \cdot x_i] = 0 \end{aligned}$$

(b) (2 points) $cov(u_i, x_i) = 0$

La covarianza se define como:

$$cov(u_i, x_i) = E(u_i x_i) - E(u_i)E(x_i).$$

Dado que $E(u_i x_i) = 0$ y $E(u_i) = 0$, se concluye que:

$$cov(u_i, x_i) = 0 - 0 = 0$$

(c) (1 point) La independencia implica covarianza 0, pero, viceversa no siempre es cierto.

La ida es cierta, pero la vuelta no necesariamente. La implicancia es lógica pero la bidireccionalidad no siempre.

3. (5 points) Demostrar matemáticamente que el estimador de OLS, $\hat{\beta} = (\sum x_i x_i')^{-1} \sum x_i y_i$, tiene varianza mínima dentro de la familia de estimadores lineales e insesgados. No es necesario derivar la varianza estimada de los errores

El estimador OLS es:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Su varianza (ver apuntes) es:

$$Var(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$$

Por el **teorema de Gauss-Markov**, el LSE tiene **varianza mínima**.

4. (5 points) Sea un modelo simple típico, a quién se llamará modelo 1:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + u_i$$

donde $(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ son los LSE. Debido a problemas de varianza, se utilizó los ponderadores α_y y α_x, de modo que $y_i^* = \alpha_y y_i$ y $x_{2i}^* = \alpha_x x_{2i}$ generarán el modelo 2. Se pide hallar la relación entre:

(a) (2 points) Los coeficientes de los modelos 1 y 2.

Modelo 2:

$$y_i^* = \beta_1^* + \beta_2^* x_{i2}^* + u_i^*$$
$$\alpha_y y_i = \beta_1^* + \beta_2^* (\alpha_x x_{2i}) + u_i^*$$
$$y_i = \frac{\beta_1}{\alpha_y}^* + \beta_2^* \frac{(\alpha_x x_{2i})}{\alpha_y} + v_i^*$$

Por lo tanto, los coeficientes en el modelo transformado son:

$$\beta_1^* = \alpha_y \beta_1, \quad \beta_2^* = \frac{\alpha_y}{\alpha_x} \beta_2.$$

(b) (2 points) Las varianzas de los coeficientes de los modelos 1 y 2.

$$Var(\hat{\beta}_1^*) = \alpha_y^2 Var(\hat{\beta}_1)$$
$$Var(\hat{\beta}_2^*) = \left(\frac{\alpha_y}{\alpha_x}\right)^2 Var(\hat{\beta}_2)$$

(c) (1 point) Los R^2 de los modelos 1 y 2.

Será el mismo.