



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

# Econometría Básica

## Tópico 2: Inferencia y Estabilidad Paramétrica

Luis Chávez



Escuela Profesional de Economía  
USMP

Lima, 2025



# Contenido

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

- 1 Estimación por intervalos
  - Caso simple
  - Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis
  - Individual
  - Conjunto
  - Restricciones lineales
- 3 Cambio estructural
  - Detección
  - Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos



# Contenido

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

## 1 Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

## 2 Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

## 3 Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

## 4 Anexos



# Contexto

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

- Los LSE obtenidos son estimadores puntuales.
- También puede obtenerse un intervalo (aleatorio) como estimación.
- La estimación por intervalos de confianza requiere de dos parámetros,  $\delta$  y  $\alpha$ .

El el modelo de regresión simple, se puede escribir:

$$p(\hat{\beta}_j - \delta \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + \delta) = 1 - \alpha, \quad \forall j = 1, 2 \quad (1)$$

donde  $0 < \alpha < 1$  es el nivel de significancia<sup>1</sup>. Los extremos del intervalo son los límites inferior y superior.

Lectura: si  $\alpha = 5\%$ , la probabilidad de que el intervalo incluya al verdadero parámetro  $\beta_j$  es 95%.

---

<sup>1</sup>Error tipo I.



# IC de coeficientes

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

Bajo el supuesto de normalidad, los LSE siguen una distribución normal con media y varianza definidas. Luego, la v.a

$$Z = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{ee(\hat{\beta}_2)} = \frac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)\sqrt{\sum \underline{x}_{i2}^2}}{\sigma} \quad (2)$$

$$t = \frac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)\sqrt{\sum \underline{x}_{i2}^2}}{\hat{\sigma}} \quad (3)$$

sigue una distribución  $t$  con  $n - 2$  gl.



# IC de coeficientes

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

Anexos

References

Luego, el IC:

$$p(-t_{\alpha/2} \leq t \leq t_{\alpha/2}) = 1 - \alpha \quad (4)$$

Resolviendo,

$$p(\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2} \text{ee}(\hat{\beta}_2) \leq \beta_2 \leq \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} \text{ee}(\hat{\beta}_2)) = 1 - \alpha \quad (5)$$

¿De qué depende la amplitud del intervalo?



# IC de coeficientes

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

**Actividad 1.** Hallar el intervalo de confianza de  $\beta_1$ .



Bajo el supuesto de normalidad, la variable

$$\chi^2 = (n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \quad (6)$$

sigue una ji-cuadrada con  $n-2$  gl. Luego, el IC

$$p(\chi_{1-\alpha/2}^2 \leq \chi^2 \leq \chi_{\alpha/2}^2) = 1 - \alpha \quad (7)$$

Entonces,

$$\Pr \left[ (n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq (n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2} \right] = 1 - \alpha \quad (8)$$



# Contenido

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

## 1 Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

## 2 Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

## 3 Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

## 4 Anexos



# Definición

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

Se sabe que en el MRLG:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1} \quad (9)$$

o con el estimador

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1} \quad (10)$$

Los IC para cada  $\beta_j$ , donde  $\{j\}_1^k$ , es

$$\hat{\beta}_j \pm t_{n-k-2, \alpha/2} \sqrt{MSE \times c_{jj}} \quad (11)$$

donde

$$MSE = \frac{SCR}{n - k}$$

y

$$c_{jj} = (X'X)^{-1}_{jj}$$

es el  $j$ -ésimo elemento diagonal de la matriz  $(X'X)^{-1}$ .



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Cambio estructural  
Detección  
Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos



# Definición

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

Anexos

References

## Definición 1 (hipótesis)

Una proposición específica que se testea utilizando datos empíricos.

→ Hipótesis nula.

→ Hipótesis alterna.



# Conjeturas

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

Anexos

References

Las hipótesis (bilaterales) sobre coeficientes se puede escribir como:

$$H_0 : \beta_j = 0, \quad \forall j = 1, \dots, k$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad \forall j = 1, \dots, k$$

Nos permite evaluar la significancia (estadística) de los LSE. Implicancia: contribución de las variables independientes asociadas.



# Conjeturas

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

Anexos

References

## Nota

Las conjeturas individuales se pueden testear usando el estadístico  $t$ , el  $p$ -value o los intervalos de confianza.



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References

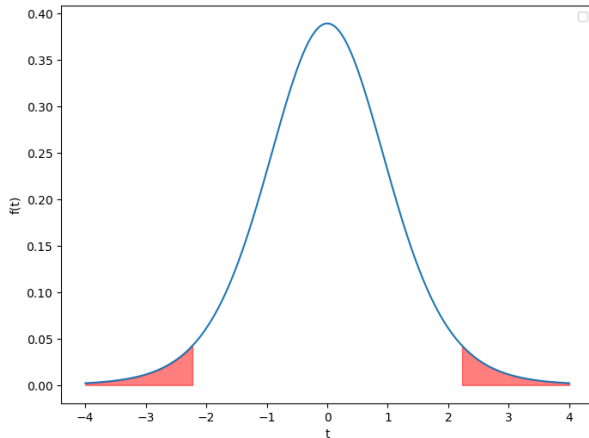


Figure: Distribución t



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Cambio estructural  
Detección  
Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos



# Conjetura

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

Anexos

References

Las hipótesis (bilaterales) conjuntas sobre coeficientes se puede escribir como:

$$H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq \dots \neq \beta_k \neq 0$$

Nos permite evaluar la significancia (estadística) conjunta de los LSE.

El estadístico de prueba

$$F = \frac{SCE / (k - 1)}{SCR / (n - k)} \quad (12)$$

sigue una distribución F de Snedecor. Se puede demostrar con facilidad que la ecuación (12) equivale a:

$$F = \frac{R^2 / (k - 1)}{(1 - R^2) / (n - k)} \sim F_{k-1, n-k} \quad (13)$$

## Econometría

Luis Chávez

## Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

## Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

## Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

## Anexos

## References

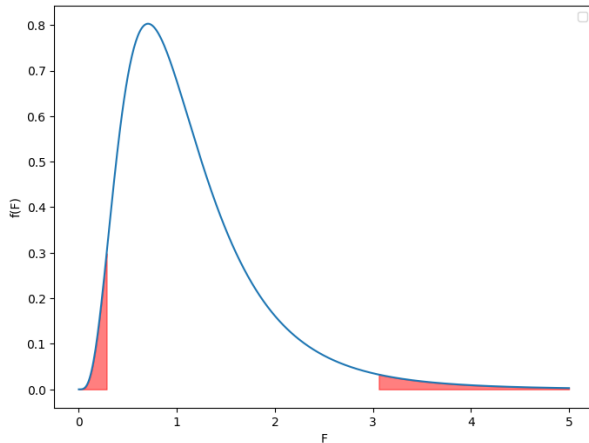


Figure: Distribución F



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Cambio estructural  
Detección  
Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos

Una forma compacta de plantear conjeturas es:

$$H_0 : \begin{matrix} R \\ (q \times k) \end{matrix} \begin{matrix} \beta \\ (k \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} r \\ (q \times 1) \end{matrix}$$

$$H_1 : \begin{matrix} R \\ (q \times k) \end{matrix} \begin{matrix} \beta \\ (k \times 1) \end{matrix} \neq \begin{matrix} r \\ (q \times 1) \end{matrix}$$

donde  $q$  es el número de restricciones.

Dado que

$$\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2(X'X)^{-1})$$

El vector  $R\hat{\beta}$  tendrá:

$$\mathbb{E}(R\hat{\beta}) = R\mathbb{E}(\hat{\beta}) = R\beta \quad (14)$$

y varianza

$$\begin{aligned} \text{var}(R\hat{\beta}) &= \mathbb{E}[(R\hat{\beta} - R\beta)(R\hat{\beta} - R\beta)'] \\ &= \mathbb{E}[R(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'R'] \\ &= R\mathbb{E}[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)']R' \\ &= \sigma^2 R(X'X)^{-1}R' \end{aligned} \quad (15)$$



Entonces,

$$R\hat{\beta} \sim N(R\beta, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

$$R\hat{\beta} - R\beta \sim N(0, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

$$R\hat{\beta} - r \sim N(0, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

Se puede demostrar que,

$$(R\hat{\beta} - r)'[\sigma^2 R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r) \sim \chi_q^2 \quad (16)$$

O

$$\frac{\{(R\hat{\beta} - r)'[\sigma^2 R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r)\}/q}{(\hat{u}'\hat{u}/\sigma^2)/n - k} \sim F_{q,n-k} \quad (17)$$

## Ejemplo 1

Sea el modelo:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + u_i$$

La conjetura

$$H_0 : \beta_1 + \beta_2 = \beta_3$$

se puede escribir como:

$$(1 \quad 1 \quad -1) \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = (0)$$

## Ejemplo 2

Sea el modelo:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + u_i$$

La conjetura

$$H_0 : \beta_1 - \beta_2 = 5, \quad \beta_3 = 3 - \beta_4$$

¿cómo se puede escribir en su forma compacta?

# Mínimos Cuadrados Restringidos

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

Anexos

References

A partir del MRLG,

$$y_i = x_i' \beta + u_i$$

se puede testear conjeturas del tipo  $R\beta = r$ . Para ello, se utiliza la variable

$$F = \frac{(SCR_r - SCR_{nr})/q}{SCR_{nr}/(n-k)} \quad (18)$$

o

$$F = \frac{(R_{nr}^2 - R_r^2)/q}{(1 - R_{nr}^2)/(n-k)} \quad (19)$$

sigue una distribución  $F$  con  $q$  y  $(n-k)$  gl.



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Cambio estructural  
Detección  
Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos



XXXXXXXXXXXX

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

Anexos

References



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Cambio estructural

Detección  
Estabilidad paramétrica

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Cambio estructural  
Detección  
Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos



XXXXXXXXXXXX

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección  
**Estabilidad paramétrica**

Anexos

References





# Referencias

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Anexos

References