



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

# Econometría Básica

## Tópico 2: Inferencia y Estabilidad Paramétrica

Luis Chávez



Escuela Profesional de Economía  
USMP

Lima, 2025



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Estabilidad paramétrica  
Hechos estilizados  
Test de Chow
- 4 Anexos



# Contenido

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

## 1 Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

## 2 Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

## 3 Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

## 4 Anexos



# Contexto

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

- Los LSE obtenidos son estimadores puntuales.
- También puede obtenerse un intervalo (aleatorio) como estimación.
- La estimación por intervalos de confianza requiere de dos parámetros,  $\delta$  y  $\alpha$ .



# IC de coeficientes

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

El el modelo de regresión simple, se puede escribir:

$$p(\hat{\beta}_j - \delta \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + \delta) = 1 - \alpha, \quad \forall j = 1, 2 \quad (1)$$

donde  $0 < \alpha < 1$  es el nivel de significancia<sup>1</sup>. Los extremos del intervalo son los límites inferior y superior.

Lectura: si  $\alpha = 5\%$ , la probabilidad de que el intervalo incluya al verdadero parámetro  $\beta_j$  es 95%.

---

<sup>1</sup>Error tipo I.



# IC de coeficientes

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

Bajo el supuesto de normalidad, los LSE siguen una distribución normal con media y varianza definidas. Luego, la v.a

$$Z = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{ee(\hat{\beta}_2)} = \frac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)\sqrt{\sum \underline{x}_{i2}^2}}{\sigma} \quad (2)$$

$$t = \frac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)\sqrt{\sum \underline{x}_{i2}^2}}{\hat{\sigma}} \quad (3)$$

sigue una distribución  $t$  con  $n - 2$  gl.

Luego, el IC:

$$p(-t_{\alpha/2} \leq t \leq t_{\alpha/2}) = 1 - \alpha \quad (4)$$

Resolviendo,

$$p(\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2} \text{ee}(\hat{\beta}_2) \leq \beta_2 \leq \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} \text{ee}(\hat{\beta}_2)) = 1 - \alpha \quad (5)$$

¿De qué depende la amplitud del intervalo?



# IC de coeficientes

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

**Actividad 1.** Hallar el intervalo de confianza de  $\beta_1$ .



Bajo el supuesto de normalidad, la variable

$$\chi^2 = (n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \quad (6)$$

sigue una ji-cuadrada con  $n-2$  gl. Luego, el IC

$$p(\chi_{1-\alpha/2}^2 \leq \chi^2 \leq \chi_{\alpha/2}^2) = 1 - \alpha \quad (7)$$

Entonces,

$$\Pr \left[ (n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq (n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2} \right] = 1 - \alpha \quad (8)$$



# Contenido

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

## 1 Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

## 2 Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

## 3 Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

## 4 Anexos



# Definición

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

Se sabe que en el MRLG:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1} \quad (9)$$

o con el estimador

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1} \quad (10)$$

Los IC para cada  $\beta_j$ , donde  $\{j\}_1^k$ , es

$$\hat{\beta}_j \pm t_{n-k-2, \alpha/2} \sqrt{MSE \times c_{jj}} \quad (11)$$

donde

$$MSE = \frac{SCR}{n - k}$$

y

$$c_{jj} = (X'X)^{-1}_{jj}$$

es el  $j$ -ésimo elemento diagonal de la matriz  $(X'X)^{-1}$ .



# Contenido

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

## 1 Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

## 2 Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

## 3 Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

## 4 Anexos



# Definición

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

## Definición 1 (hipótesis)

Una proposición específica que se testea utilizando datos empíricos.

→ Hipótesis nula.

→ Hipótesis alterna.



# Conjeturas

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

Las hipótesis (bilaterales) sobre coeficientes se puede escribir como:

$$H_0 : \beta_j = 0, \quad \forall j = 1, \dots, k$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad \forall j = 1, \dots, k$$

Nos permite evaluar la significancia (estadística) de los LSE. Implicancia: contribución de las variables independientes asociadas.



# Conjeturas

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

## Nota

Las conjeturas individuales se pueden testear usando el estadístico  $t$ , el  $p$ -value o los intervalos de confianza.





# Gráfica

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

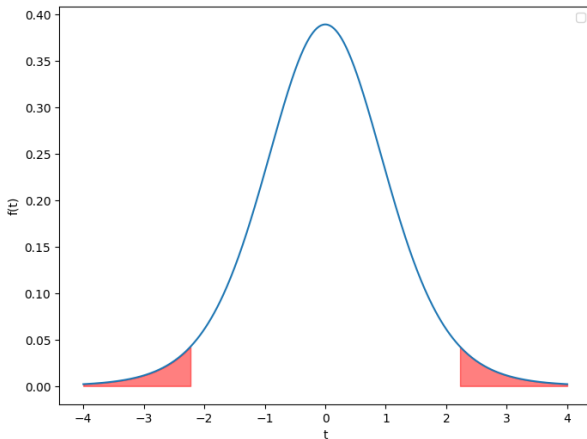


Figure: Distribución t



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Estabilidad paramétrica  
Hechos estilizados  
Test de Chow
- 4 Anexos



# Conjetura

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

Las hipótesis (bilaterales) conjuntas sobre coeficientes se puede escribir como:

$$H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq \dots \neq \beta_k \neq 0$$

Nos permite evaluar la significancia (estadística) conjunta de los LSE.

El estadístico de prueba

$$F = \frac{SCE / (k - 1)}{SCR / (n - k)} \quad (12)$$

sigue una distribución F de Snedecor. Se puede demostrar con facilidad<sup>2</sup> que la ecuación (12) equivale a:

$$F = \frac{R^2 / (k - 1)}{(1 - R^2) / (n - k)} \sim F_{k-1, n-k} \quad (13)$$

---

<sup>2</sup>Véase Amemiya (1994).

## Econometría

Luis Chávez

## Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

## Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

## Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

## Anexos

## References

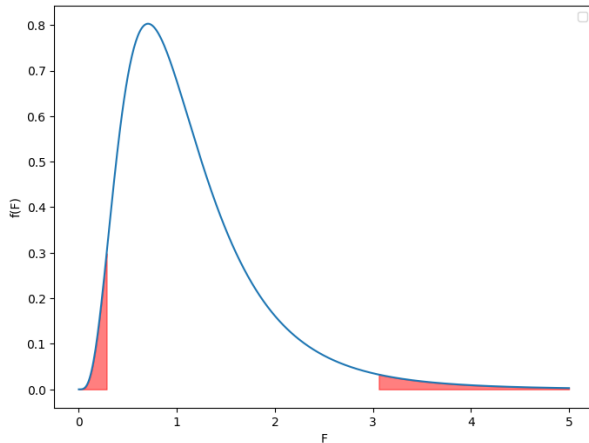


Figure: Distribución F



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Estabilidad paramétrica  
Hechos estilizados  
Test de Chow
- 4 Anexos

Una forma compacta de plantear conjeturas es:

$$H_0 : \underset{(q \times k)}{R} \underset{(k \times 1)}{\beta} = \underset{(q \times 1)}{r}$$

$$H_1 : \underset{(q \times k)}{R} \underset{(k \times 1)}{\beta} \neq \underset{(q \times 1)}{r}$$

donde  $q$  es el número de restricciones (véase Greene (2018)).

Dado que

$$\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2(X'X)^{-1})$$

El vector  $R\hat{\beta}$  tendrá:

$$\mathbb{E}(R\hat{\beta}) = R\mathbb{E}(\hat{\beta}) = R\beta \quad (14)$$

y varianza

$$\begin{aligned} \text{var}(R\hat{\beta}) &= \mathbb{E}[(R\hat{\beta} - R\beta)(R\hat{\beta} - R\beta)'] \\ &= \mathbb{E}[R(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'R'] \\ &= R\mathbb{E}[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)']R' \\ &= \sigma^2 R(X'X)^{-1}R' \end{aligned} \quad (15)$$



Entonces,

$$R\hat{\beta} \sim N(R\beta, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

$$R\hat{\beta} - R\beta \sim N(0, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

$$R\hat{\beta} - r \sim N(0, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

Se puede demostrar que,

$$(R\hat{\beta} - r)'[\sigma^2 R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r) \sim \chi_q^2 \quad (16)$$

O

$$\frac{\{(R\hat{\beta} - r)'[\sigma^2 R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r)\}/q}{(\hat{u}'\hat{u}/\sigma^2)/n - k} \sim F_{q, n-k} \quad (17)$$

## Ejemplo 1

Sea el modelo:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + u_i$$

La conjetura

$$H_0 : \beta_1 + \beta_2 = \beta_3$$

se puede escribir como:

$$(1 \quad 1 \quad -1) \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = (0)$$

## Ejemplo 2

Sea el modelo:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + u_i$$

La conjetura

$$H_0 : \beta_1 - \beta_2 = 5, \quad \beta_3 = 3 - \beta_4$$

¿cómo se puede escribir en su forma compacta?

# Mínimos Cuadrados Restringidos

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

A partir del MRLG,

$$y_i = x_i' \beta + u_i$$

se puede testear conjeturas del tipo  $R\beta = r$ . Para ello, se utiliza la variable

$$F = \frac{(SCR_r - SCR_{nr}) / q}{SCR_{nr} / (n - k)} \quad (18)$$

o

$$F = \frac{(R_{nr}^2 - R_r^2) / q}{(1 - R_{nr}^2) / (n - k)} \quad (19)$$

sigue una distribución  $F$  con  $q$  y  $(n - k)$  gl.



# Mínimos Cuadrados Restringidos

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

Caso Cobb-Douglas en pizarra...

En base a Gujarati and Porter (2010).



# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Estabilidad paramétrica  
Hechos estilizados  
Test de Chow
- 4 Anexos



# Conceptos

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

## Definición 2 (cambio estructural)

Cambio inesperado en una serie de tiempo que podría remover la hipótesis de estabilidad paramétrica.



# Conceptos

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

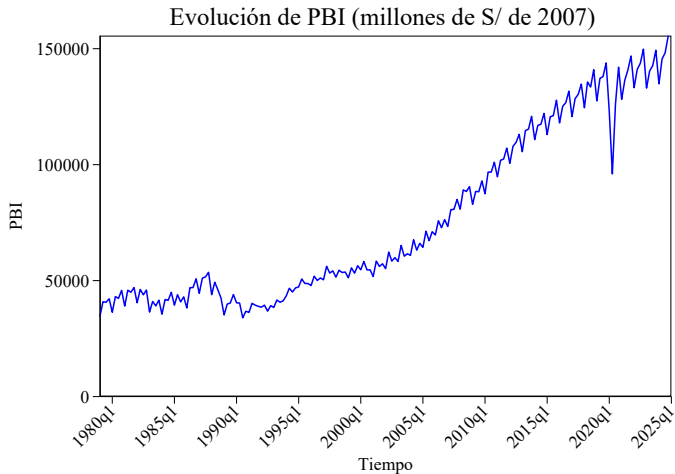
Anexos

References

## Ejemplo 3

- Una guerra afecta los agregados macroeconómicos.
- Un cambio importante en el precio de un insumo puede alterar el mercado subyacente.
- Un cambio de régimen cambiario.
- Una política monetaria.







# Contenido

## Econometría

Luis Chávez

### Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

### Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

### Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

### Anexos

### References

- 1 Estimación por intervalos  
Caso simple  
Caso múltiple
- 2 Contrastes de hipótesis  
Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales
- 3 Estabilidad paramétrica  
Hechos estilizados  
Test de Chow
- 4 Anexos



# Caracterización

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados

Test de Chow

Anexos

References

## Supuesto 1 (test de Chow)

- 1 Normalidad de los errores en las submuestras,  $u_{i1}$  y  $u_{i2}$ .
- 2  $u_{i1}$  y  $u_{i2}$  son iid.

- 1 Paso 1: regresionar el modelo restringido (el de toda la muestra) y hallar  $SCR_R$ .
- 2 Paso 2: regresionar el modelo  $h$ -ésimo con contempla la muestra  $n_h$ .
- 3 Paso 3: hallar  $SCR_{NR} = \sum_h SCR_{NR_h}$ .
- 4 Hallar el estadístico F de prueba

$$F = \frac{(SCR_R - SCR_{NR}) / k}{SCR_N / (n - 2k)} \quad (20)$$

- 5 Paso 4: hallar valores críticos.
- 6 Paso 5: decisión sobre  $H_0$ : estabilidad paramétrica.



# Referencias

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple  
Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual  
Conjunto  
Restricciones lineales

Estabilidad paramétrica

Hechos estilizados  
Test de Chow

Anexos

References

Amemiya, T. (1994). *Introduction to statistics and econometrics*. Harvard University Press.

Greene, W. (2018). *Econometric Analysis*. Pearson, 8th edition.

Gujarati, P. and Porter, D. (2010). *Econometría*. McGraw-Hill, 5th edition.