

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes d hipótesis

Individual

Conjunto Restricciones lineales

Cambio

estructural

Estabilidad navanétais

Anexos

References

Econometría Básica

Tópico 2: Inferencia y Estabilidad Paramétrica

Luis Chávez

Escuela Profesional de Economía USMP

Lima, 2025



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltipl

Contrastes d

Individual

Restricciones line

Cambio

estructura

Estabilidad paramétrica

Anexos

- 1 Estimación por intervalos Caso simple Caso múltiple
- Contrastes de hipótesis Individual Conjunto
 Restricciones lineales
- 3 Cambio estructural Detección Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple

Contrastes d

hipótesis

Conjunto

Restricciones lineal

Cambio

Detection

Anavor

References

1 Estimación por intervalos Caso simple

Caso múltiple

- 2 Contrastes de hipótesis Individual ConjuntoRestricciones lineales
- 3 Cambio estructural Detección Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos



Contexto

Econometría

Luis Chávez

Estimación pointervalos

Caso simple Caso múltip

Contrastes d

hipótesis

Conjunto
Restricciones lineal

Restricciones lineale

estructural
Detección

Anexos

- Los LSE obtenidos son estimadores puntuales.
- También puede obtenerse un intervalo (aleatorio) como estimación.
- La estimación por intervalos de confianza requiere de dos parámetros, δ y α .



Econometría Luis Chávez

intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes de

hipótesis

Conjunto

Cambio

Detección

Anexo

References

El el modelo de regresión simple, se puede escribir:

$$p(\hat{\beta}_j - \delta \le \beta_j \le \hat{\beta}_j + \delta) = 1 - \alpha, \quad \forall j = 1, 2$$
 (1)

donde 0 < α < 1 es el nivel de significancia 1. Los extremos del intervalo son los límites inferior y superior.

Lectura: si $\alpha=5\%$, la probabilidad de que el intervalo incluya al verdadero parámetro β_j es 95%.

¹Error tipo I.



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes de

hipótesis

Conjunto

Restricciones lineal

Cambio

Detección

Anexo

Poforono

Bajo el supuesto de normalidad, los LSE siguen una distribución normal con media y varianza definidas. Luego, la v.a

$$Z = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\operatorname{ee}(\hat{\beta}_2)} = \frac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)\sqrt{\sum \underline{x}_{i2}^2}}{\sigma}$$
 (2)

$$t = \frac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)\sqrt{\sum \underline{x}_{i2}^2}}{\hat{\sigma}}$$
 (3)

sigue una distribución $t \, {\rm con} \, n-2$ gl.



Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple

Combination

hipótesis

Individual

Conjunto

Cambio

estructura

Estabilidad paramétr

Anexo

References

Luego, el IC:

$$p(-t_{\alpha/2} \le t \le t_{\alpha/2}) = 1 - \alpha \tag{4}$$

Resolviendo,

$$p(\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2}ee(\hat{\beta}_2) \le \beta_2 \le \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2}ee(\hat{\beta}_2)) = 1 - \alpha$$
 (5)

¿De qué depende la amplitud del intervalo?



Econometría

Luis Chávez

Caso simple

Restricciones lineales

Actividad 1. Hallar el intervalo de confianza de β_1 .



IC de varianza

Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes de

hipotesis

Conjunto

Cambio

estructura

E-t-l-Wd-d-------(t-l-

Anexo

Reference

Bajo el supuesto de normalidad, la variable

$$\chi^2 = (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \tag{6}$$

sigue una ji-cuadrada con n-2 gl. Luego, el IC

$$p(\chi_{1-\alpha/2}^2 \le \chi^2 \le \chi_{\alpha/2}^2) = 1 - \alpha \tag{7}$$

Entonces,

$$\Pr\left[(n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \le \sigma^2 \le (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2}\right] = 1 - \alpha \tag{8}$$



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes d

hipótesis

Conjunto

Cambio

Detection

Estabilidad paramétric

Anexos

Reference

1 Estimación por intervalos

Caso simple

Caso múltiple

Contrastes de hipótesis Individual Conjunto

3 Cambio estructural
Detección
Estabilidad paramét

4 Anexos



Definición

Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes o

hipótesis

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio

estructura

Estabilidad parame

Anexo

References

Se sabe que en el MRLG:

$$var(\hat{eta}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$$

o con el estimador

$$var(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2 (X'X)^{-1} \tag{10}$$

(9)



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

hipotesis

Conjunto

Restricciones lineale

Cambio

Detección

Anexos

Reference

Los IC para cada β_j , donde $\{j\}_1^k$, es

$$\hat{\beta}_{j} \pm t_{n-k-2,\alpha/2} \sqrt{MSE \times c_{jj}}$$
 (11)

donde

$$MSE = \frac{SCR}{n-k}$$

У

$$c_{jj} = (X'X)_{jj}^{-1}$$

es el j-ésimo elemento diagonal de la matriz $(X'X)^{-1}$.



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltipl

Contrastes d hipótesis

hipótesis Individual

Conjunto

Restricciones lineale

Cambio

Detection

Anexos

References

1 Estimación por intervalos Caso simple Caso múltiple

2 Contrastes de hipótesis Individual

> Conjunto Restricciones lineales

3 Cambio estructural
Detección
Estabilidad paramétrica

4 Anexos



Definición

Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltip

Contrastes d

hipótesis Individual

Conjunto

Restricciones lineale

estructura

Deteccion

Anexos

References

Definición 1 (hipótesis)

Una proposición específica que se testea utilizando datos empíricos.

- \rightarrow Hipótesis nula.
- \rightarrow Hipótesis alterna.



Conjeturas

Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes of hipótesis

Individual

Conjunto

Cambio

Detección

Anexo

Reference

Las hipótesis (bilaterales) sobre coeficientes se puede escribir como:

$$H_0: \beta_j = 0, \quad \forall j = 1, ..., k$$

$$H_1: \beta_j \neq 0, \quad \forall j = 1, ..., k$$

Nos permite evaluar la significancia (estadística) de los LSE. Implicancia: contribución de las variables independientes asociadas.



Conjeturas

Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltip

Contrastes o

Individual

Conjunto

Restricciones line

Cambio

estructura

Estabilidad paramétr

Anexo

References

Nota

Las conjeturas individuales se pueden testear usando el estadístico t, el p-value o los intervalos de confianza.



Gráfica

Econometría

Luis Chávez

Estimación por

Caso simple Caso múltiple

Contrastes of hipótesis

Individual

Restricciones lineales

Cambio estructura

Estabilidad navaméte

Anexos

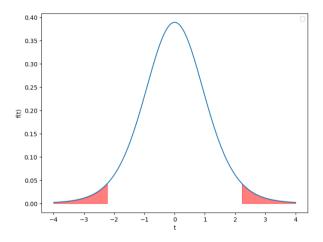


Figure: Distribución t



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltipl

Contrastes d hipótesis

Individual Conjunto

Restricciones line:

Cambio

Detección

Anexos

References

1 Estimación por intervalos Caso simple Caso múltiple

2 Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

- 3 Cambio estructural
 Detección
 Estabilidad paramétric
- 4 Anexos



Conjetura

Econometría

Luis Chávez

Estimación p intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes d

Individual

Conjunto

_ ..

estructura

E - 1011 1 / / /

Anexo

Reference

Las hipótesis (bilaterales) conjuntas sobre coeficientes se puede escribir como:

$$H_0: \beta_1 = ... = \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq ... \neq \beta_k \neq 0$$

Nos permite evaluar la significancia (estadística) conjunta de los LSE.



Conjetura

Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

hipótesis

Conjunto

Restricciones lineal

Cambio

D . I/

Estabilidad paraméte

Anexo

References

El estadístico de prueba

$$F = \frac{SCE/(k-1)}{SCR/(n-k)}$$
 (12)

sigue una distribución F de Snedecor. Se puede demostrar con facilidad que la ecuación (12) equivale a:

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \sim F_{k-1,n-k}$$
 (13)



Gráfica

Econometría

Luis Chávez

Estimación por

Caso simple Caso múltiple

Contrastes hipótesis

Individual Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Anexos

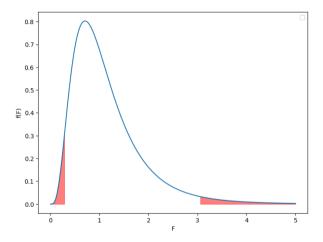


Figure: Distribución F



Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltipl

Contrastes d

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

C----11-

estructura

Established accordance

Anexos

Reference

1 Estimación por intervalos Caso simple Caso múltiple

2 Contrastes de hipótesis

Individual Conjunto

Restricciones lineales

3 Cambio estructural
Detección
Estabilidad paramétrica

4 Anexos



Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes o

Individual

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detection

Anexos

References

Una forma compacta de plantear conjeturas es:

$$H_0: \underset{(q \times k)}{R} \beta = \underset{(q \times 1)}{r}$$

$$H_1: \underset{(q \times k)}{R} \underset{(k \times 1)}{\beta} \neq \underset{(q \times 1)}{r}$$

donde q es el número de restricciones.



Econometría

Luis Chávez

Estimación por

Caso simple Caso múltiple

Contrastes de

hipótesis

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio

estructur

Estabilidad paramétri

Anexos

References

Dado que

$$\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2(X'X)^{-1})$$

El vector $R\hat{\beta}$ tendrá:

$$\mathbb{E}(R\hat{\beta}) = R\mathbb{E}(\hat{\beta}) = R\beta$$

y varianza

$$var(R\hat{\beta}) = \mathbb{E}[(R\hat{\beta} - R\beta)(R\hat{\beta} - R\beta)']$$

$$= \mathbb{E}[R(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'R']$$

$$= R\mathbb{E}[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)']R'$$

$$= \sigma^{2}R(X'X)^{-1}R'$$

(14)

(15)



Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltip

Contrastes de hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

estructura

E - 1001 1 /

Anexo

References

Entonces,

$$R\hat{\beta} \sim N(R\beta, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

$$R\hat{\beta} - R\beta \sim N(0, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

$$R\hat{\beta} - r \sim N(0, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$$

Se puede demostrar que,

$$(R\hat{\beta} - r)'[\sigma^2 R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r) \sim \chi_q^2$$
 (16)

0

$$\frac{\{(R\hat{\beta}-r)'[\sigma^2R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta}-r)\}/q}{(\hat{u}'\hat{u}/\sigma^2)/n-k} \sim F_{q,n-k}$$
 (17)



Econometría

Luis Chávez

Estimación por

Caso simple Caso múltip

Contrastes de

hipótesis

Individual

Restricciones lineales

Treatment in the

Cambio estructura

Determine

Estabilidad paramétr

Anexo

References

Ejemplo 1

Sea el modelo:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + u_i$$

La conjetura

$$H_0: \beta_1 + \beta_2 = \beta_3$$

se puede escribir como:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$



Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes d

hipótesis Individual

Conjunto

Restricciones lineales

Restricciones linea

Cambio

Detección

Estabilidad paramétr

Anexos

References

Ejemplo 2

Sea el modelo:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + u_i$$

La conjetura

$$H_0: \beta_1 - \beta_2 = 5, \quad \beta_3 = 3 - \beta_4$$

¿cómo se puede escribir en su forma compacta?



Mínimos Cuadrados Restringidos

Econometría

Luis Chávez

Estimación por intervalos

Caso simple Caso múltip

Contrastes de hipótesis

Individual

Restricciones lineales

estructura

E - 100 1 1 6 1

Anexo

Reference

A partir del MRLG,

$$y_i = x_i' \beta + u_i$$

se puede testear conjeturas del tipo $R\beta=r$. Para ello, se utiliza la variable

$$F = \frac{(SCR_r - SCR_{nr})/q}{SCR_{nr}/(n-k)}$$
 (18)

0

$$F = \frac{(R_{nr}^2 - R_r^2)/q}{(1 - R_{nr}^2)/(n - k)}$$
 (19)

sigue una distribución F con q y (n-k) gl.



Econometría

Luis Chávez

Estimación por

Caso simple Caso múltip

Contrastes of hipótesis

Individual

Conjunto

Cambio

estructura Detección

Estabilidad paramétrie

Anexos

- 1 Estimación por intervalos Caso simple Caso múltiple
- Contrastes de hipótesis

 Individual
 Conjunto
- 3 Cambio estructural
 Detección
 Estabilidad paramétrica
- 4 Anexos





Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

Individual

Restricciones lineales

Cambio

estructura Detección

Estabilidad paramétrio

Anexos



Econometría

Luis Chávez

Estimación por

Caso simple Caso múltip

Contrastes of hipótesis

Individua

Conjunto

Cambio

estructura

Estabilidad paramétrica

Anexos

Reference

1 Estimación por intervalos Caso simple Caso múltiple

Contrastes de hipótesis Individual Conjunto

3 Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

4 Anexos





Econometría

Luis Chávez

Estimación po intervalos

Caso simple Caso múltiple

Contrastes d hipótesis

Individual

Conjunto

Restricciones lineales

estructural

Detección

Estabilidad paramétrica

Aneyos



Referencias

Econometría

Luis Chávez

Estimación po

Caso simple Caso múltiple

Contrastes de hipótesis

hipotesis

Conjunto

Restricciones lineales

Cambio estructural

Detección

Estabilidad paramétrio

Anexos