



Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Macroeconomía Dinámica

Tópico 1: el enfoque intertemporal

Luis Chávez



Departamento Académico de Economía y Planificación
UNALM

Lima, 2025



Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

4 Anexos



Prolegómenos

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Estática	Dinámica
Ignora el paso del tiempo, compara equilibrios.	Considera la evolución de variables en el tiempo.
Ajuste instantáneo al nuevo equilibrio.	Ajuste gradual: trayectorias de convergencia, ciclos o inestabilidad.
Supone equilibrio inmediato.	Incluye expectativas, rezagos e inercia.
Ejemplo: IS–LM antes y después de un shock.	Ejemplo: modelo de Solow y el estado estacionario.



Antecedentes

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

- Tiene microfundamentos neoclásicos.
- Se trata de un equilibrio general intertemporal (dinámico).
- Asume mercados competitivos.
- Se busca optimizar matemáticamente.



Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

- No hay ahorro ni inversión.
- Continuo de hogares idénticos con dotaciones de $k = 1$ y $l = 1$.
- Los hogares viven un único período: hoy.
- Continuo de firmas competitivas que producen un único bien y combinando los inputs k y l .
- Los hogares obtienen rentas capital o trabajo para consumir. La dotación de k puede ser gastado en consumo.

Véase más en Alogoskoufis (2019).



Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Hogares:

Las preferencias el hogares representativo son descritas por una función de utilidad continua, doblemente diferenciable y cóncava:

$$u(c) \tag{1}$$

donde:

$$u' = \frac{\partial u}{\partial c} > 0 \quad (\text{no saciedad})$$

$$u'' = \frac{\partial^2 u}{\partial c^2} < 0$$



Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Hogares:

Sea k el stock de capital rentado, l el volumen de trabajo contratado y c el nivel de consumo. La restricción de recursos se escribe como:

$$c \leq 1 + rk + wl \quad (2)$$

$$k \leq 1 \quad (3)$$

$$l \leq 1 \quad (4)$$

Luego, su problema será:

$$\mathcal{L} = u(c) - \lambda_1(c - 1 - rk - wl) - \lambda_2(k - 1) - \lambda_3(l - 1)$$



Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Firma:

La firma representativa produce según una función de producción neoclásica.

$$y = AF(k, l) \quad (5)$$

donde A es PTF y F es una función doblemente diferenciable y cuasicóncava.

$$F_k = \frac{\partial F}{\partial k} > 0, F_l = \frac{\partial F}{\partial l} > 0$$

$$F_{kk} = \frac{\partial^2 F}{\partial k^2} < 0, F_{kl} = \frac{\partial^2 F}{\partial k \partial l} > 0$$

$$F_{ll} = \frac{\partial^2 F}{\partial l^2} < 0, F_{lk} = \frac{\partial^2 F}{\partial l \partial k} > 0$$



Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Firma:

En términos de producto-trabajo, al partir por l a ambos lados de (5), se tiene:

$$\hat{y} = Af(\hat{k}) \quad (6)$$

Luego, su problema será:

$$\max_{\{k, l\}} \pi = Af(\hat{k}) - r\hat{k} - w$$



Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

El equilibrio general estará dado por la equivalencia de la oferta y demanda de factores y la equivalencia de la oferta y demanda de bienes.

Al resolver el problema del hogar, se tiene:

$$k = \hat{k} = 1, \quad l = 1 \quad (7)$$

Los precios de los factores estarán dados al reemplazar (7) en la demanda de factores subyacentes al problema de la firma. El cálculo de los otros valores de equilibrio son triviales.



Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Ejemplo 1

Asuma un hogar representativo con dotaciones k_0 y l_0 . Hallar la producción, consumo, tasa de interés y salario real asumiendo una función de producción de la forma

$$y = \frac{1}{4} k^a l^b \quad (8)$$



Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

4 Anexos



Hogares

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

- El hogar vive dos períodos: presente y futuro.
- Está dotado de 1 unidad de k en $t = 1$ y 1 unidad de l en $t = 1, 2$.
- No hay incertidumbre.
- Puede utilizar los ingresos del alquiler de capital y trabajo para consumo o inversión.
- En $t = 2$, el capital es igual a la dotación inicial y la inversión realizada.
- Al final de $t = 2$, el hogar representativo consume sus ingresos de $t = 2$ más el stock de capital remanente de $t = 1$.

x—



Las preferencias están dadas por

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \frac{1}{1+\rho} u(c_2), \quad \rho > 0 \quad (9)$$

donde $u(\cdot)$ es una función continua, doblemente diferenciable y cóncava, ρ es la tasa pura de preferencia temporal (impaciencia). Las restricciones son:

$$1 + r_1 k_1 + w_1 l_1 - c_1 = k_2 \quad (10)$$

$$c_2 = (1 + r_2) k_2 + w_2 l_2 \quad (11)$$



Dado que $k_1 = l_1 = l_2 = 1$, se puede escribir

$$(1 + r_1) + w_1 - c_1 = k_2 \quad (12)$$

$$c_2 = (1 + r_2)k_2 + w_2 \quad (13)$$

Combinando, la restricción presupuestaria intertemporal:

$$c_1 + \frac{1}{1 + r_2} c_2 = (1 + r_1) + w_1 + \frac{1}{1 + r_2} w_2 \quad (14)$$



Hogares

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

El problema del hogar es:

$$\mathcal{L} = u(c_1) + \frac{1}{1+\rho} u(c_2) - \lambda \left(c_1 + \frac{1}{1+r_2} c_2 - 1 - r_1 - w_1 - \frac{1}{1+r_2} w_2 \right)$$

FOC:

$$u'(c_1) = \lambda \quad (15)$$

$$\frac{1}{1+\rho} u'(c_2) = \frac{\lambda}{1+r_2} \quad (16)$$



La ecuación de Euler del consumo se puede escribir como

$$\frac{1}{1 + \rho} \frac{u'(c_2)}{u'(c_1)} = \frac{1}{1 + r_2} \quad (17)$$

La tasa marginal de sustitución entre el consumo futuro y el actual es igual a la tasa marginal de transformación del consumo futuro en consumo actual, o el coste de oportunidad (precio) del consumo futuro.

¿Qué pasa si $\rho = r_2$? Estabilización del consumo. ¿Y los demás casos?



Ejemplo 2

Considerando el marco del modelo y el caso de la función CEIS, dada por

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta}, \quad \theta \neq 1 \quad (18)$$

hallar la RMS, la elasticidad de sustitución intertemporal y la ecuación de Euler.



Firmas

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

La firma representativa produce un único bien según la FPN:

$$y_t = A_t F(k_t, l_t), \quad \forall t = 1, 2 \quad (19)$$

o, en términos per cápita,

$$y_t = A_t f(\hat{k}_t) l_t \quad (20)$$

Maximizan profits según:

$$\pi_t = A_t f(\hat{k}_t) l_t - r_t k_t - w_t l_t \quad (21)$$

Las firmas emplearán capital y trabajo hasta que $PMg(K) = r$ y hasta que el $PMg(L) = w$.



$$\frac{\partial \pi_t}{\partial k_t} = A_t f' \left(\frac{k_t}{l_t} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial k_t} \left(\frac{k_t}{l_t} \right) \cdot l_t - r_t = 0$$

$$r_t = A_t f'(\hat{k}_t) \cdot \frac{1}{l_t} \cdot l_t$$

$$r_t = A_t f'(\hat{k}_t) \quad (22)$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial l_t} = A_t f \left(\frac{k_t}{l_t} \right) + A_t l_t f' \left(\frac{k_t}{l_t} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial l_t} \left(\frac{k_t}{l_t} \right) - w_t = 0$$

$$w_t = A_t f(\hat{k}_t) + A_t l_t \cdot f'(\hat{k}_t) \cdot \left(-\frac{k_t}{l_t^2} \right)$$

$$w_t = A_t f(\hat{k}_t) - A_t \hat{k}_t f'(\hat{k}_t) \quad (23)$$



Ejemplo 3

Sea el caso de la función de producción Cobb-Douglas, dada por

$$y_1 = Ak_1^\alpha l_1^{1-\alpha} \quad (24)$$

$$y_2 = A(1+g)k_2^\alpha l_2^{1-\alpha} \quad (25)$$

donde g es el progreso tecnológico. Hallar las demandas de factores.



Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

4 Anexos



Equilibrio

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Dado la dotación inicial, se tiene

$$\hat{k}_1^* = 1 \quad (26)$$

Reemplazando en (22) y (23), se tiene los precios de renta y capital de equilibrio:

$$r_1^* = A_t f'(\hat{k}_t^*) \quad (27)$$

$$w_1^* = A_t f(\hat{k}_t^*) - A_t \hat{k}_t^* f'(\hat{k}_t^*) \quad (28)$$

Además, de (20):

$$y_1^* = A \quad (29)$$

y

$$\hat{k}_2^* = k_2 \quad (30)$$



Equilibrio

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

¿Y en $t=2$?

- 1 Los consumos se pueden hallar a partir de las ecuaciones (12) y (13).
- 2 La tasa de interés y salarios del período 2 se pueden hallar al calcular la demanda de factores óptimo.
- 3 El valor del stock de capital del período 2 no es trivial.



Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

4 Anexos



XXXXXXXXXXXX

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References



Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

4 Anexos



XXXXXXXXXXXX

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References



Referencias

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e
inversión

Agentes

Equilibrio general

Consumo y
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Alogoskoufis, G. (2019). *Dynamic Macroeconomics*. MIT Press.