



Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

# Macroeconomía Dinámica

## Tópico 1: el enfoque intertemporal

Luis Chávez



Departamento Académico de Economía y Planificación  
UNALM

Lima, 2025



# Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

- 1 Introducción
- 2 Ahorro e inversión
  - Hogares
  - Firmas
- 3 Consumo y oferta laboral
  - One-period
  - Two-period
- 4 Anexos



# Prolegómenos

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e inversión

Hogares

Firmas

Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

| Estática  | Dinámica  |
|---|---|
| Ignora el paso del tiempo, compara equilibrios. | Considera la evolución de variables en el tiempo.                     |
| Ajuste instantáneo al nuevo equilibrio.         | Ajuste gradual: trayectorias de convergencia, ciclos o inestabilidad. |
| Supone equilibrio inmediato.                    | Incluye expectativas, rezagos e inercia.                              |
| Ejemplo: IS–LM antes y después de un shock.     | Ejemplo: modelo de Solow y el estado estacionario.                    |



# Antecedentes

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

- Tiene microfundamentos neoclásicos.
- Se trata de un equilibrio general intertemporal (dinámico).
- Asume mercados competitivos.
- Se busca optimizar matemáticamente.



# Modelo one-period

## Macrodinámica

Luis Chávez

## Introducción

### Ahorro e inversión

Hogares

Firmas

### Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

## Anexos

## References

- No hay ahorro ni inversión.
- Continuo de hogares idénticos con dotaciones de  $k = 1$  y  $l = 1$ .
- Los hogares viven un único período: hoy.
- Continuo de firmas competitivas que producen un único bien y combinando los inputs  $k$  y  $l$ .
- Los hogares obtienen rentas capital o trabajo para consumir. La dotación de  $k$  puede ser gastado en consumo.

Véase más en Alogoskoufis (2019).



# Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

## Hogares:

Las preferencias el hogares representativo son descritas por una función de utilidad continua, doblemente diferenciable y cóncava:

$$u(c) \tag{1}$$

donde:

$$u' = \frac{\partial u}{\partial c} > 0 \quad (\text{no saciedad})$$

$$u'' = \frac{\partial^2 u}{\partial c^2} < 0$$



# Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

## Hogares:

Sea  $k$  el stock de capital rentado,  $l$  el volumen de trabajo contratado y  $c$  el nivel de consumo. La restricción de recursos se escribe como:

$$c \leq 1 + rk + wl \quad (2)$$

$$k \leq 1 \quad (3)$$

$$l \leq 1 \quad (4)$$

Luego, su problema será:

$$\mathcal{L} = u(c) - \lambda_1(c - 1 - rk - wl) - \lambda_2(k - 1) - \lambda_3(l - 1)$$



# Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

## Firma:

La firma representativa produce según una función de producción neoclásica.

$$y = AF(k, l) \quad (5)$$

donde  $A$  es PTF y  $F$  es una función doblemente diferenciable y cuasicóncava.

$$F_k = \frac{\partial F}{\partial k} > 0, F_l = \frac{\partial F}{\partial l} > 0$$

$$F_{kk} = \frac{\partial^2 F}{\partial k^2} < 0, F_{kl} = \frac{\partial^2 F}{\partial k \partial l} > 0$$

$$F_{ll} = \frac{\partial^2 F}{\partial l^2} < 0, F_{lk} = \frac{\partial^2 F}{\partial l \partial k} > 0$$





# Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

## Firma:

En términos de producto-trabajo, al partir por  $l$  a ambos lados de (5), se tiene:

$$\hat{y} = Af(\hat{k}) \quad (6)$$

Luego, su problema será:

$$\max_{\{k, l\}} \pi = Af(\hat{k}) - r\hat{k} - w$$



# Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

El equilibrio general estará dado por la equivalencia de la oferta y demanda de factores y la equivalencia de la oferta y demanda de bienes.

Al resolver el problema del hogar, se tiene:

$$k = \hat{k} = 1, \quad l = 1 \quad (7)$$

Los precios de los factores estarán dados al reemplazar (7) en la demanda de factores subyacentes al problema de la firma. El cálculo de los otros valores de equilibrio son triviales.



# Modelo one-period

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

## Ejemplo 1

Asuma un hogar representativo con dotaciones  $k_0$  y  $l_0$ . Hallar la producción, consumo, tasa de interés y salario real asumiendo una función de producción de la forma

$$y = \frac{1}{4} k^a l^b \quad (8)$$



# Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión  
Hogares  
Firmas

3 Consumo y oferta laboral  
One-period  
Two-period

4 Anexos



# El modelo

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

- El hogar vive dos períodos: presente y futuro.
- Esta dotado de 1 unidad de  $k$  en  $t = 1$  y 1 unidad de  $l$  en  $t = 1, 2$ .
- No hay incertidumbre.
- Puede utilizar los ingresos del alquiler de capital y trabajo para consumo o inversión.
- En  $t = 2$ , el capital es igual a la dotación inicial y la inversión realizada.
- Al final de  $t = 2$ , el hogar representativo consume sus ingresos de  $t = 2$  más el stock de capital remanente de  $t = 1$ .

x—



# El modelo

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

Las preferencias están dadas por

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \frac{1}{1+\rho} u(c_2), \quad \rho > 0 \quad (9)$$

donde  $u(\cdot)$  es una función continua, doblemente diferenciable y cóncava,  $\rho$  es la tasa pura de preferencia temporal (impaciencia). Las restricciones son:

$$1 + r_1 k_1 + w_1 l_1 - c_1 = k_2 \quad (10)$$

$$c_2 = (1 + r_2) k_2 + w_2 l_2 \quad (11)$$



# El modelo

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Dado que  $k_1 = l_1 = l_2 = 1$ , se puede escribir

$$(1 + r_1) + w_1 - c_1 = k_2 \quad (12)$$

$$c_2 = (1 + r_2)k_2 + w_2 \quad (13)$$

Combinando, la restricción presupuestaria intertemporal:

$$c_1 + \frac{1}{1 + r_2} c_2 = (1 + r_1) + w_1 + \frac{1}{1 + r_2} w_2 \quad (14)$$



# El modelo

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

El problema del hogar es:

$$\mathcal{L} = u(c_1) + \frac{1}{1+\rho} u(c_2) - \lambda \left( c_1 + \frac{1}{1+r_2} c_2 - 1 - r_1 - w_1 - \frac{1}{1+r_2} w_2 \right)$$

FOC:

$$u'(c_1) = \lambda \quad (15)$$

$$\frac{1}{1+\rho} u'(c_2) = \frac{\lambda}{1+r_2} \quad (16)$$





# El modelo

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

La ecuación de Euler del consumo se puede escribir como

$$\frac{1}{1 + \rho} \frac{u'(c_2)}{u'(c_1)} = \frac{1}{1 + r_2} \quad (17)$$

La tasa marginal de sustitución entre el consumo futuro y el actual es igual a la tasa marginal de transformación del consumo futuro en consumo actual, o el coste de oportunidad (precio) del consumo futuro.

¿Qué pasa si  $\rho = r_2$ ? Estabilización del consumo. ¿Y los demás casos?



# El modelo

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares  
Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period  
Two-period

Anexos

References

## Ejemplo 2

Considerando el marco del modelo y el caso de la función CEIS, dada por

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta}, \quad \theta \neq 1 \quad (18)$$

hallar la RMS, la elasticidad de sustitución intertemporal y la ecuación de Euler.



# Contenido

## Macrodinámica

Luis Chávez

## Introducción

## Ahorro e inversión

Hogares

Firmas

## Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

## Anexos

## References

### 1 Introducción

### 2 Ahorro e inversión

Hogares

Firmas

### 3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

### 4 Anexos



# Caracterización

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

La firma representativa produce un único bien según la FPN:

$$y_t = A_t F(k_t, l_t), \quad \forall t = 1, 2 \quad (19)$$

Maximizan profits según:

$$\pi_t = A_t F(k_t, l_t) - r_t k_t - w_t l_t \quad (20)$$

Las firmas emplearán capital y trabajo hasta que el producto marginal del capital sea igual al precio de alquiler del capital  $r$ , y hasta que el producto marginal del trabajo sea igual al salario real  $w$ .



# Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión

Hogares

Firmas

3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

4 Anexos



XXXXXXXXXXXX

## Macrodinámica

Luis Chávez

### Introducción

### Ahorro e inversión

Hogares  
Firmas

### Consumo y oferta laboral

One-period  
Two-period

### Anexos

### References



# Contenido

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

1 Introducción

2 Ahorro e inversión

Hogares

Firmas

3 Consumo y oferta laboral

One-period

Two-period

4 Anexos



XXXXXXXXXXXX

## Macrodinámica

Luis Chávez

### Introducción

### Ahorro e inversión

Hogares

Firmas

### Consumo y oferta laboral

One-period

**Two-period**

### Anexos

### References





# Referencias

Macrodinámica

Luis Chávez

Introducción

Ahorro e  
inversión

Hogares

Firmas

Consumo y  
oferta laboral

One-period

Two-period

Anexos

References

Alogoskoufis, G. (2019). *Dynamic Macroeconomics*. MIT Press.