

Introducción al Equilibrio General Dinámico Macroeconómico

José L. Torres
Departamento de Teoría e Historia Económica
Universidad de Málaga

Indice

1	Introducción	5
1.1	La modelización macroeconómica aplicada	8
1.2	El equilibrio general dinámico	12
1.3	Estructura del documento	15
	References	21
2	El modelo básico de equilibrio general dinámico	23
2.1	Introducción	23
2.2	Los consumidores	26
2.2.1	Otras parametrizaciones de la función de utilidad	32
2.3	Las empresas	33
2.3.1	Otras parametrizaciones de la función de producción	38
2.4	Equilibrio del modelo	39
2.4.1	Equilibrio del modelo (Equilibrio competitivo)	41
2.4.2	Equilibrio del modelo (Dictador benevolente)	45
2.4.3	El estado estacionario	47
2.5	El modelo de equilibrio general dinámico estocástico	49
2.6	Ecuaciones del modelo y calibración	50
2.7	Perturbación de productividad	55

2.8	Conclusiones	59
	References	73
3	Hábitos de consumo	75
3.1	Introducción	75
3.2	Los hábitos de consumo	77
3.3	El modelo	81
3.3.1	Los consumidores	81
3.3.2	Las empresas	83
3.3.3	El equilibrio del modelo	84
3.4	Ecuaciones del modelo y calibración	85
3.5	Efectos de una perturbación de productividad	87
3.6	Conclusiones	90
	References	93
4	Ratio de uso del capital	95
4.1	Introducción	95
4.2	Ratio de uso del capital	96
4.3	El modelo	101
4.3.1	Los consumidores	102
4.3.2	Las empresas	104
4.3.3	El equilibrio del modelo	105
4.3.4	El modelo con tasa de depreciación variable	106
4.4	Ecuaciones del modelo y calibración	108
4.5	Perturbación de productividad	111
4.6	Conclusiones	113
	References	117
5	Costes de ajuste en la inversión	119
5.1	Introducción	119
5.2	Costes de ajuste en la inversión	121
5.3	El modelo	125
5.3.1	Los consumidores	125
5.3.2	Las empresas	128
5.3.3	El equilibrio del modelo	128
5.4	Ecuaciones del modelo y calibración	129
5.5	Perturbación de productividad	131

5.6 Conclusiones	133
----------------------------	-----

References	137
-------------------	------------

6 Progreso tecnológico específico a la inversión	139
---	------------

6.1 Introduction	139
6.2 El progreso tecnológico específico a la inversión	141
6.3 El modelo	145
6.3.1 Los consumidores	145
6.3.2 Las empresas	147
6.3.3 El equilibrio del modelo	148
6.4 Ecuaciones del modelo y calibración	148
6.5 Perturbaciones tecnológicas específicas	151
6.6 Conclusiones	153

References	157
-------------------	------------

7 Los impuestos	161
------------------------	------------

7.1 Introducción	161
7.2 Los impuestos	163
7.3 El modelo	168
7.3.1 Los consumidores	168
7.3.2 Las empresas	170
7.3.3 El gobierno	171
7.3.4 El equilibrio del modelo	171
7.4 Ecuaciones del modelo y calibración	172
7.5 Estimación de las curvas de Laffer	174
7.6 Efectos de cambios en los tipos impositivos	180
7.6.1 Aumento del impuesto sobre el consumo per- manente no anticipado	180
7.6.2 Aumento del impuesto sobre el consumo tran- sitorio	184
7.6.3 Aumento del impuesto sobre el consumo tran- sitorio anticipado	188
7.7 Perturbación de productividad	192
7.8 Conclusiones	194

References	199
-------------------	------------

8 Gasto público	201
------------------------	------------

8.1	Introducción	201
8.2	El gasto público	203
8.3	El modelo	205
8.3.1	Los consumidores	205
8.3.2	Las empresas	207
8.3.3	El gobierno	208
8.3.4	El equilibrio del modelo	209
8.3.5	Un modelo alternativo	210
8.4	Ecuaciones del modelo y calibración	212
8.5	Perturbación en el consumo público	214
8.6	Perturbación de productividad	217
8.7	Conclusiones	217
	References	223
9	Capital público	225
9.1	Introducción	225
9.2	El capital público	226
9.3	El modelo	231
9.3.1	Los consumidores	231
9.3.2	Las empresas	232
9.3.3	El gobierno	233
9.3.4	El equilibrio del modelo	234
9.3.5	Beneficios extraordinarios	235
9.3.6	Redistribución entre los factores privados	236
9.4	Ecuaciones del modelo y calibración	238
9.5	Perturbación a la inversión pública	242
9.6	Perturbación de productividad	243
9.7	Conclusiones	245
	References	249
10	Trabajo doméstico	255
10.1	Introducción	255
10.2	El trabajo doméstico	256
10.3	El modelo	260
10.3.1	Los consumidores	260
10.3.2	El mercado de bienes	262
10.3.3	El sector de bienes del hogar	263
10.3.4	El problema del consumidor	264

10.3.5	Equilibrio del modelo	265
10.4	Ecuaciones del modelo y calibración	266
10.5	Perturbaciones de productividad	269
10.6	Conclusiones	273

References 277

11 Competencia monopolística 281

11.1	Introducción	281
11.2	La competencia monopolística	282
11.3	El modelo	285
11.3.1	Los consumidores	285
11.3.2	Las empresas	287
11.3.3	Equilibrio del modelo	294
11.4	Ecuaciones del modelo y calibración	295
11.5	Perturbación de productividad	297
11.6	Conclusiones	299

References 303

12 Agentes no ricardianos 305

12.1	Introducción	305
12.2	Agentes ricardianos y no ricardianos	307
12.3	El modelo	309
12.3.1	Los consumidores ricardianos	310
12.3.2	Los consumidores no ricardianos	311
12.3.3	Agregación	312
12.3.4	Las empresas	313
12.3.5	Equilibrio del modelo	313
12.4	Ecuaciones del modelo y calibración	314
12.5	Perturbación de productividad	317
12.6	Conclusiones	319

References 323

Prefacio

Los modelos de equilibrio general dinámico se han convertido en el referente fundamental de la modelización macroeconómica en la actualidad. Cualquier pregunta que queramos hacernos en relación al comportamiento de una economía o la explicación de un determinado fenómeno económico que observamos empíricamente, requiere del uso de un modelo de equilibrio general dinámico. Su uso tan extendido se debe a que estos modelos son los únicos que nos permiten analizar cómo responden los diferentes agentes económicos ante cambios en su entorno, determinándose dichas respuestas en un entorno de equilibrio general, en el cual todas las variables económicas endógenas se determinan de forma simultánea.

Mientras que los desarrollos teóricos no son excesivamente complejos de entender para los que quieran iniciarse en este tema, su aplicación práctica se torna una tarea mucho más dificultosa. La literatura sobre el tema presenta importantes puntos oscuros que dificultan su entendimiento. Estos puntos oscuros se traducen en que la mayor parte de estos trabajos constituye una enorme caja negra, en la que es difícil de identificar tanto el modelo teórico exacto que subyace como su aplicación a los datos. Así, el procedimiento habitual consiste en la calibración de los modelos o, más recientemente, en la estimación de los mismos bien a través de técnicas de máxima-verosimilitud o bien usando técnicas bayesianas.

Sin embargo, en la práctica, todo el proceso aparece cubierto de un expeso velo oscuro, que no permite establecer de forma clara y nítida cómo se han alcanzado los resultados. De este modo, la parte más importante de este tipo de ejercicios, queda oscurecida y oculta, cuando debería ser la más clara en su exposición y la que requiere la mayor atención.

A pesar del uso tan extendido de este tipo de modelos en la literatura económica, no existe ningún manual que desvele cómo es la caja negra de estos trabajos, sin ir más allá de la mera explicación general del método de computación usado. Esta carencia supone una importante barrera de entrada, que tienen que pagar tanto los nuevos investigadores como aquellos que quieran incorporar en sus análisis las herramientas del equilibrio general computacional. El presente documento pretende ser una herramienta válida para superar estos obstáculos, presentando diferentes ejercicios de calibración simples de los modelos estudiados utilizando paquetes informáticos que facilitan enormemente la tarea y que tienen una amplia aceptación en el ámbito de la investigación económica.

Al final de cada capítulo se ha incorporado el programa con el modelo correspondiente para ser ejecutado en MatLab utilizando el pre-procesador Dynare. Dynare es una herramienta muy útil, por cuanto permite la computación de este tipo de modelos de una manera muy simple en MatLab. Así, en lugar de programar la resolución del modelo y aplicar un determinado algoritmo en MatLab, Dynare tiene la propiedad de realizar este trabajo por nosotros, dándole una información mínima que consiste en valores de los parámetros (o estimando los mismos bien por maximaverosimilitud o de forma bayesiana) y las ecuaciones que componen nuestro modelo.

Por último, quiero hacer constar mi más sincero agradecimiento a Gonzalo Fernández de Córdoba por sus útiles comentarios y correcciones de versiones anteriores de este documento. Los programas en Dynare pueden descargarse de la página <http://webpersonal.uma.es/de/jtorres/jtorres.htm>

José L. Torres

Faraján, Diciembre de 2009

Tema 1

Introducción

El eje fundamental en torno al cual gira la macroeconomía actual es el desarrollo de modelos de equilibrio general dinámico estocástico (EGDE o DSGE en su acepción inglesa). Que el modelo utilizado en la macroeconomía sea dinámico obedece al hecho de que todas las decisiones de los agentes económicos afectan al conjunto de decisión futuro, o dicho de otro modo, las decisiones que se toman en el conjunto factible de hoy afectan al conjunto factible de mañana. Que el modelo sea de equilibrio general obedece al intento de recoger cómo los agentes económicos reaccionan ante cambios en su entorno teniendo en cuenta las múltiples interrelaciones entre las diferentes variables macroeconómicas. Que el modelo sea estocástico obedece a la necesidad de incorporar una gran variedad de diferentes perturbaciones que están afectando de forma continua a la economía.

Uno de los objetivos que persigue el análisis económico es el de comprender el funcionamiento de una economía para poder así hacer experimentos sobre cuáles serían los posibles efectos de un determinado cambio sobre la economía. Este tipo de análisis presenta enormes dificultades debido a la complejidad de los fenómenos que queremos explicar. Así, en otros campos, como la física que consituye el espejo donde actualmente se mira la economía, cuentan con laboratorios en los cuales replicar las condiciones que se dan en el mundo real, lo que permite la realización de experimentos utilizando

modelos a escala. De hecho, este ha sido durante mucho tiempo el objetivo de la economía, el disponer de un modelo a escala de la realidad con el cual realizar diferentes experimentos y poder conocer con antelación los efectos de determinadas perturbaciones o cambios en las políticas económicas sobre el resto de variables económicas.¹

Sin embargo, cuando comparamos la economía con la física hemos que tener en cuenta que aunque las herramientas de análisis sean similares, en el caso de la economía existe un elemento adicional que va a ser de gran importancia: el factor humano. Así el resultado de una perturbación va a venir determinado por las decisiones que tomen los individuos que habitan esa economía y cómo reaccionen ante dicha perturbación. Esta diferencia entre la economía y otras ciencias experimentales supone un importante obstáculo para disponer de laboratorios económicos en los cuales poder realizar experimentos a escala que posteriormente puedan ser trasladados a la realidad.

Actualmente, la economía dispone de un esquema ampliamente aceptado y que introduce los elementos necesarios para disponer de un modelo a escala de la realidad y, por tanto, de un laboratorio en el cual realizar experimentos en economía. Se trata del modelo neoclásico de equilibrio general dinámico, inicialmente desarrollado por Ramsey en el año 1928 y que tiene una amplia aceptación en el momento actual para analizar el comportamiento de la economía ante diferentes perturbaciones. Este instrumento nos va a permitir disponer de un modelo a escala de la realidad, puede que excesivamente agregado y simple, pero en el cual se recogen los tres principales ingredientes que son condición imprescindible para que sea un modelo válido.

¹La mayoría de Bancos Centrales y otras instituciones públicas han desarrollado recientemente modelos de Equilibrio General Dinámicos Estocásticos (EGDE). Ejemplos representativos son el modelo del Sveriges Riksbank (modelo RAMSES), desarrollado por Adolfson, Laséen, Lindé y Villani (2007), el modelo New Area-Wide (NAWM) desarrollado en el Banco Central Europeo por Christofell, Coenen y Warne (2008), el modelo desarrollado en la Federal Reserve Board por Edge, Kiley y Laforge (2008), el modelo SIGMA elaborado por Erceg, Guerrieri y Gust (2006), entre otros muchos ejemplos. Para la economía española tenemos también varios ejemplos, como el modelo REMS desarrollado por Boscá, Díaz, Doménech, Ferri, Pérez y Puch (2010); el modelo MEDEA desarrollado por Burriel, Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2010); el modelo BEMOD de Andrés, Burriel and Estrada (2006), entre otros ejemplos.

1. En primer lugar, el resultado del modelo depende de las decisiones de los agentes económicos. En lugar de modelizar mercados, como se ha hecho tradicionalmente, el modelo neoclásico de equilibrio general se centra en el comportamiento de tres tipos principales de agentes económicos: consumidores, empresas y gobierno, aunque pueden incluirse otros actores, como bancos centrales o el sector exterior. De este modo, lo que se hace es determinar las reglas de comportamiento básicas de los diferentes agentes económicos y ver cómo reaccionan en sus decisiones ante determinados cambios. El resultado macroeconómico es una combinación de las decisiones que toman todos los agentes de la economía.
2. En segundo lugar, se trata de un modelo de equilibrio general. En efecto, si queremos disponer de un modelo que sea una réplica, aunque muy simplificada, de la realidad, necesitamos que éste considere las múltiples y complejas relaciones que existen entre las diferentes variables económicas, por lo que no sería válido el uso de modelos de equilibrio parcial. En la realidad, todas las variables macroeconómicas están interconectadas, ya sea de forma directa o indirecta, por lo que hemos de abandonar definitivamente esa entelequia del "*ceteris paribus*", que no hace sino dificultar el progreso de la economía y nuestro entendimiento de su funcionamiento.
3. Por último, se trata de un modelo dinámico, en el cual el tiempo juega un papel fundamental. Este ingrediente es muy importante, puesto que cuando se produce una perturbación en una economía, ésta no vuelve al equilibrio de forma instantánea, sino que existen variables económicas que cambian muy lentamente en el tiempo, haciendo compleja la reacción de la economía en su conjunto ante dichos cambios. Así, por ejemplo, en nuestro modelo tenemos que considerar la variable inversión, que tiene una gran importancia en la economía, la cual sólo tiene sentido en un contexto dinámico, que es lo que provoca que cualquier modelo estático no sea un instrumento válido.

Como ya hemos indicado anteriormente, el modelo que vamos a utilizar como base parte de los desarrollos realizados por Ramsey

(1928). En efecto, Ramsey, con únicamente dos artículos en nuestro campo, ha sido uno de los autores de mayor relevancia en la economía, y sus avances constituyen la base del análisis macroeconómico moderno. Estos avances, fueron realizados por Ramsey de la mano de Keynes. Así, Keynes en 1930 escribió en el *Economic Journal* el siguiente comentario en relación a la aportación de Ramsey:

"... una de las más importantes contribuciones a la economía matemática jamás realizadas, tanto en relación a su importancia intrínseca como a la dificultad del tema, al poder y la elegancia de los métodos matemáticos utilizados, y a la claridad en la exposición".

1.1 La modelización macroeconómica aplicada

La estrategia que utiliza la macroeconomía aplicada en la actualidad, tanto para el análisis de perturbaciones como para la predicción, es la construcción de estructuras formales a través de ecuaciones que recogen las interrelaciones entre las diferentes variables económicas, que suponen una simplificación de la realidad, pero que permiten la simulación de la misma. A estas estructuras simplificadas es a lo que denominamos modelo. El problema fundamental no estriba en que estas construcciones teóricas sean descripciones realistas del mundo económico que queremos explicar, sino que sean capaces de explicar las relaciones dinámicas entre las distintas variables económicas a lo largo del tiempo.

Después de un largo periodo en el cual existía una importante ruptura entre la macroeconomía y la microeconomía, los desarrollos actuales de la macroeconomía están basados en fundamentos microeconómicos. Es decir, se ha pasado de una situación en la que desde el punto de vista teórico había una división entre el comportamiento de los individuos y el comportamiento de los agregados que estos individuos producían, a otra situación en la que las fronteras han quedado muy desdibujadas. O dicho con un ejemplo: para la teoría económica la relación entre el consumo y la inversión de un individuo se describía a través de unas leyes de comportamiento que la teoría había establecido para ello, sin embargo, al considerar una gran cantidad de individuos, la relación

entre el consumo agregado y la inversión agregada no tenía como origen la decisión del individuo, sino que la relación entre estas variables agregadas provenía de otro mundo, estadístico mayormente, y nada tenía que ver con las elecciones individuales. No es que la macroeconomía pretenda descender a las decisiones de los consumidores o empresas individuales, pero sí que es importante que sus teorías sean consistentes con el comportamiento subyacente de millones de consumidores y empresas que conforman una economía, y en este sentido se habla de una microfundamentación de la macroeconomía moderna. Esta microfundamentación ha creado una macroeconomía rigurosa y formal a la que denominamos macro moderna y que tiene como caballo de batalla al modelo neoclásico basado en Ramsey.

La macroeconomía moderna usa modelos formales y rigurosos con el objeto de ofrecer explicaciones de los diferentes problemas que las economías agregadas muestran, e intenta ofrecer soluciones o recomendaciones de política para prevenir la aparición de esos problemas o aliviar sus consecuencias. La macroeconomía actual está formalizada a través de modelos de alto contenido matemático y se sujeta al método científico de medida, teoría y validación de la misma. La medida, que es una descripción de los hechos, es un paso necesario en cualquier investigación económica, pero esta descripción no constituye por sí misma una explicación de los mismos. Para eso se hace necesario el segundo paso: la elaboración de una teoría. Aunque torturemos los datos, estos no hablarán; éstos sólo lo harán a través de los modelos. El tercer paso es el más complicado. Los modelos teóricos están basados en supuestos abstractos, que suponen una simplificación de la realidad, pero pueden ser muy útiles para describirla. Por tanto, no es posible rechazar modelos porque partan de supuestos que estimamos no demasiado realistas. Más bien, la validación debe realizarse en función de la utilidad de dichos modelos para explicar la realidad, y si son superiores o no a otros modelos en dicha explicación (Canova, 2007).

La estrategia que vamos a adoptar para intentar entender el comportamiento y funcionamiento de una economía pasa por la construcción de lo que denominamos un modelo macroeconómico. Un modelo macroeconómico, en tanto que simple modelo de algo mucho más complejo, consiste en una simplificación de la realidad. La razón por la que confiamos en ellos es conocida y sencilla, y

una motivación de esa razón es la siguiente: si queremos ir a una ciudad que no conocemos, pero queremos tener información sobre ella, podemos auxiliarnos recurriendo a un plano o callejero de esa ciudad. El plano de la ciudad supone una simplificación de la misma, pero constituye un instrumento extremadamente útil para poder movernos en ella. Es decir, la falta de realismo de un callejero no obstaculiza su efectividad. Lo que hace útil al callejero es la adecuada correspondencia de los elementos simbólicos sobre el plano, con la disposición real de los elementos a los que el plano se refiere. De la misma manera, el realismo de un modelo económico no es un objetivo que persigan los economistas teóricos, sino la adecuada relación entre variables del modelo y agregados macroeconómicos observables.

En términos generales, el proceso de construcción y análisis a través de un modelo macroeconómico es similar a aquellos modelos utilizados para explicar el comportamiento de un sistema físico, excepto por una importante diferencia: el comportamiento de la economía depende de las expectativas generadas por el pensamiento humano. Esta diferencia es radical a la hora de conceptualizar la economía tanto en la definición de equilibrio como en la resolución de los modelos. La diferencia fundamental consiste en que en el mundo físico las partículas son neutrales con respecto a las leyes que gobiernan sus interacciones. En el mundo económico, las partículas, o agentes, tienen teorías sobre el funcionamiento del sistema en el que están inmersos, y la interacción de esas teorías forma parte del equilibrio. Por tanto, en un sistema económico no es suficiente con formalizar una representación de los agentes, sino que hay que dotarlos de unas expectativas sobre el funcionamiento del sistema. Esta apreciación es el núcleo de las expectativas racionales y de la Crítica de Lucas.

Para poder cerrar un modelo que contiene expectativas es necesario disponer de una teoría acerca de éstas. La revolución de las expectativas racionales supuso la creación de agentes que conocían el modelo y que, por tanto, sus creencias podían ser genuinamente denominadas como expectativas, ya que los agentes sabían qué debían esperar del comportamiento de la economía, puesto que estos agentes son parte integrante del propio modelo y que lo conocen tan bien como el teórico que ha desarrollado dicha teoría.

La estructura de un modelo macroeconómico que explicase la realidad estaría formada por los dos siguientes sistemas de ecuaciones:

$$X_t = E_t [F(X_{t+1}, Z_t, u_t)] \quad (1.1)$$

$$Z_t = G(Z_{t-1}, v_t) \quad (1.2)$$

donde X_t es un vector de variables endógenas, Z_t un vector de variables exógenas, E_t es el operador de expectativas, y u_t y v_t son perturbaciones aleatorias con funciones de densidad bien definidas. La función F es lo que va a definir la Teoría Económica, mientras que la función G se denomina Reglas de Política. En la práctica tendríamos una gran cantidad de ecuaciones y de variables. La solución a este sistema de ecuaciones estocásticas sería una secuencia de distribuciones de probabilidad. Tal y como podemos comprobar, este sistema contiene un elemento fundamental y es que el valor de las variables en el momento actual depende de su valor esperado en el futuro. A esto es lo que denominamos expectativas, que van a jugar un papel fundamental en la predicción económica.

El uso de un modelo teórico para describir y entender el comportamiento de una economía es muy importante por una gran variedad de razones:

1. En primer lugar, los modelos teóricos introducen una métrica para poder hablar de economía en términos comprensibles y definir conceptos y medir variables no observables en la práctica (como por ejemplo la productividad marginal del capital) o variables de estado (como por ejemplo la productividad total de los factores).
2. Los modelos teóricos pueden utilizarse para realizar proyecciones ante diferentes perturbaciones. Así, los modelos teóricos permiten estudiar el comportamiento de una economía ante una determinada perturbación o cambio de política económica.
3. Los modelos teóricos permiten la realización de contrafácticos, es decir, responder a la pregunta de qué hubiese sucedido en la economía si la política económica hubiese sido diferente (en contra de los hechos), así como la realización de simulaciones fuera de la muestra ante diferentes escenarios.

4. Los modelos teóricos pueden indicar cuál va a ser la evolución futura de la economía, dada la situación en la que se encuentra en el momento actual. Por tanto, es posible utilizar los modelos EGDE para la realización de predicciones bajo un enfoque estructural.

1.2 El equilibrio general dinámico

Tal y como hemos comentado anteriormente, para el análisis que pretendemos realizar necesitamos disponer de un marco teórico que pueda explicar el comportamiento de la economía, al tiempo que nos permita introducir cambios sobre la misma. Esto es, necesitamos construir una economía artificial de laboratorio que podamos usar en nuestros experimentos para conocer qué ocurriría en el caso de que se produjese una determinada perturbación o intentar replicar determinados fenómenos que observamos en la realidad.

El modelo teórico que vamos a utilizar es un modelo neoclásico de equilibrio general dinámico, que constituye la punta de lanza en el análisis macroeconómico actual. Este modelo no es nuevo, sino que fue desarrollado por Ramsey en 1928 en contacto con Keynes. De hecho al comportamiento dinámico de la economía en equilibrio resultante de este análisis es a lo que se le denomina la Regla de Keynes-Ramsey, que es una ecuación de Euler que describe el comportamiento del consumo agregado. Se trata de un modelo muy fácil de entender: es una economía en la cual existen tres (aunque pueden ser más) tipos de agentes económicos: consumidores, empresas y gobierno (únicamente los dos primeros en la versión más simple). Los consumidores toman decisiones en términos de cuánto consumir (ahorrar) y a qué dedicar su tiempo, esto es, cuánto tiempo dedicar al ocio (trabajo). Las empresas deciden cuánto producen y el gobierno decide la política fiscal. Una vez que cada agente ha tomado sus decisiones, el equilibrio resulta de aquella situación en la cual dichas decisiones son compatibles entre sí y factibles.

Una vez disponemos de este marco teórico es posible obtener soluciones numéricas del mismo, calibrando o estimando dicho modelo para una determinada economía. Para ello recurrimos a la Contabilidad Nacional o a cualquier otra fuente estadística que proporcione información sobre las variables macroeconómicas del modelo y calculamos los parámetros que hacen que el modelo replique

los datos observados, es decir, ponemos el modelo en la métrica de la realidad. Ya disponemos de nuestro laboratorio.

El uso que le vamos a dar a nuestro modelo es el cálculo de los efectos de distintas perturbaciones. Es decir, estamos interesados en ver cómo las principales variables macroeconómicas reaccionan a lo largo del tiempo ante alteraciones aleatorias o cambios en las variables de política económica. A este experimento se le denomina análisis impulso-respuesta. Partimos de una situación de reposo de la economía o equilibrio de largo plazo, introducimos una perturbación en la misma y calculamos el comportamiento de las diferentes variables macroeconómicas hasta que vuelven a alcanzar un nuevo estado estacionario.

La motivación para usar este tipo de análisis, es que la velocidad a la que se mueven las distintas variables económicas es muy distinta. Así, hay variables económicas que se ajustan a gran velocidad, es decir, son muy flexibles, como pueden ser las variables financieras, mientras que otras variables se ajustan muy lentamente, es decir, son muy rígidas, como por ejemplo el stock de capital. Esto provoca que cuando se produce una perturbación, la respuesta de la economía no sea instantánea, sino que el sistema económico tarda un tiempo en absorber dicha perturbación, incluso en el caso en el que la perturbación no sea persistente. Esto da lugar a la posible existencia de respuestas complejas, donde las variables pueden presentar relaciones positivas o negativas en función del periodo de tiempo considerado, dado que todas las variables macroeconómicas están interconectadas entre sí.

La construcción de un modelo de equilibrio general requiere de la definición de elementos correspondientes a dos niveles: Agentes y estructura. En primer lugar, hemos de definir los distintos tipos de agentes que vamos a considerar en función de los objetivos que queramos alcanzar. Los agentes económicos pueden ser variados. Así, el esquema más básico puede desarrollarse con únicamente un agente, Robinson Crusoe, que hace las funciones de productor y consumidor de forma simultánea. El modelo básico de equilibrio general considera la existencia de dos agentes: consumidores y empresas. El número de agentes puede ampliarse, incluyendo el gobierno, el banco central, los capitalistas, el sistema financiero, etc. Los diferentes tipos de agentes que pueden considerarse en un modelo de equilibrio general son los siguientes:

- **Consumidores:** Los consumidores son los agentes que toman decisiones de consumo-ahorro y decisiones en relación al ocio o, equivalentemente, en relación a la oferta de trabajo. En términos generales, también son estos agentes los que toman las decisiones de inversión, a través de su decisión de ahorro. El comportamiento dinámico del modelo está basado fundamentalmente en las decisiones de consumo que toma este agente, dados unos precios de los factores productivos que posee como dotación, y los precios de las mercancías que desea consumir.
- **Empresas:** Las empresas son las unidades productivas de la economía. Estas deciden qué cantidad de factores productivos quieren alquilar, tomando como dados el precios de los factores productivos: capital y trabajo. Las empresas aplican una función tecnológica a estos factores productivos para producir los bienes finales.
- **Capitalistas:** Los capitalistas son agentes que deciden el nivel de inversión de la economía. Este tipo de agentes se incluye en algunos modelos con el propósito de diferenciar las decisiones de ahorro de las decisiones de inversión. En este caso se trataría de un agente diferente al consumidor.
- **El gobierno:** El gobierno es el agente que decide la política fiscal. Así, el gobierno es el agente que fija el menú de impuestos y el que determina el volumen y tipo de gasto público.
- **Banco Central:** La figura del Banco Central se introduce en el modelo cuando su objetivo es el estudio de los efectos de la política monetaria. Habitualmente el Banco Central se incluye en los modelos de EGD a través de la regla de Taylor.
- **Sistema Financiero:** En determinados modelos de EGD se incluye una figura adicional, que refleja el comportamiento del sistema financiero. En este caso, existen diferentes tipos de interés en la economía, siendo distintos los tipos que aplican a si los agentes prestan o si piden dinero prestado.
- **Sector exterior:** Reflejaría el comportamiento del conjunto de agentes que forman las otras economías con las cuales

existen relaciones económicas y que por tanto afectan al equilibrio de la economía. El comportamiento del resto del mundo se toma como dado, al considerar que nuestra economía es relativamente pequeña frente a este resto del mundo. Si nuestra economía es relativamente grande, el comportamiento del resto del mundo no sería exógeno.

En segundo lugar, se hace necesario definir cómo es la estructura de la economía, que está compuesta por tres elementos: preferencias, tecnología y entorno institucional.

- **Preferencias:** Las preferencias hacen referencia a la función objetivo de los distintos agentes que intervienen en la economía. Así, la base del modelo es que los agentes maximizan una determinada función objetivo. Por tanto, hemos de especificar cómo es esta función objetivo. En el caso de los consumidores esta función objetivo es la utilidad o felicidad. En el caso de las empresas, esta función objetivo son los beneficios. El objetivo del gobierno es habitualmente maximizar el bienestar social, mientras que el del Banco Central sería la lucha contra la inflación.
- **Tecnología:** Este elemento define cómo la economía transforma inputs, es decir, factores productivos en producción. La tecnología constituye un aspecto esencial del modelo, por cuanto determina cómo son los rendimientos de los distintos factores productivos.
- **Entorno institucional:** El entorno institucional hace referencia a las restricciones de carácter institucional que determinan las relaciones entre los distintos agentes económicos. Así, es necesario definir cómo son los diferentes mercados, si competitivos o bien de competencia imperfecta, la disponibilidad y el acceso a la información, si existen rigideces en la economía, el papel que se le asigna al gobierno, etc.

1.3 Estructura del documento

Todos los temas que siguen a continuación tienen una estructura similar. En cada uno de ellos se desarrolla un modelo, con un

aspecto particular a estudiar. Posteriormente se utiliza el modelo desarrollado para la realización de simulaciones y el cálculo de las funciones de impulso-respuesta, a través de la calibración de los parámetros. Para ello vamos a utilizar Dynare para MatLab. Dynare es un pre-procesador que utiliza un lenguaje muy sencillo y que permite la conversión del modelo en un programa que puede ser ejecutado en varios lenguajes de programación para resolver y estimar el modelo.² En el apéndice de cada tema aparece el fichero de Dynare para MatLab correspondiente.

El capítulo 2 presenta el modelo básico de equilibrio general dinámico, en la cual especificamos la existencia de dos agentes: consumidores y empresas. Se trata de la estructura básica del modelo que usa la macroeconomía actual, a partir del cual se puede ir introduciendo nuevas variables que incorporen aspectos del comportamiento económico de los agentes. La estructura de este modelo es muy simple. Tenemos dos agentes: consumidores y empresas. Los consumidores toman decisiones sobre cuánto van a consumir (cuánto van a ahorrar) y cuántas horas van a dedicar a trabajar (cuál va a ser su ocio), dado el precio relativo de los factores productivos y las variables del gobierno que consideramos exógenas. Una vez resolvemos el modelo, a continuación realizamos un ejercicio de simulación con el mismo para ilustrar su funcionamiento. Este ejercicio de simulación consiste en analizar cómo responde la economía ante una perturbación de productividad, que es el análisis básico que se ha llevado a cabo en la literatura.

El capítulo 3 incorpora una extensión al modelo básico desarrollado en el capítulo anterior, consistente en la consideración de los denominados hábitos del consumo. En efecto, en la estructura básica la utilidad de los consumidores es instantánea ya que únicamente depende del consumo realizado en el mismo periodo, sin tener en cuenta los consumos realizados en periodos anteriores. Sin embargo, la evidencia empírica muestra que los agentes presentan un comportamiento en el cual el consumo es muy constante periodo a periodo. La incorporación de los hábitos de consumo puede explicar por qué el nivel de consumo reacciona relativamente poco ante las distintas perturbaciones en la práctica.

²Información adicional así como el propio preprocesador y su manual pueden obtenerse de <http://www.dynare.org>

El capítulo 4 introduce un nuevo elemento: el ratio de uso del capital. Así, la intensidad en el uso del capital puede variar a lo largo del ciclo económico, en el sentido de que parte del stock de capital instalado no se utiliza en el proceso de producción (y por tanto no genera ninguna rentabilidad) y que dicha proporción es una decisión adicional que toman los propietarios del capital, en este caso los consumidores. Por tanto ahora los consumidores no sólo tienen que decidir su nivel de inversión sino también que proporción del capital utilizan en el proceso de producción. La introducción de esta nueva variable en el modelo EGDE podemos hacerla de dos formas alternativas: bien introduciendo un coste asociado a la variación en dicha ratio, o bien haciendo que la tasa de depreciación física del capital sea una función positiva de dicha ratio. De este modo podemos estudiar cómo estas decisiones afectan al comportamiento cíclico de la economía.

El capítulo 5 incorpora la existencia de costes de ajuste en el proceso de inversión, teniendo como referente la teoría de la Q de Tobin. Las variaciones en el stock de capital de la economía están sujetas a unos costes que tienen una gran importancia en su determinación y sobre las decisiones de inversión. Estos costes pueden estar asociados tanto al stock de capital como a la propia inversión. En el modelo EGDE que desarrollamos consideramos la existencia de costes de ajuste asociados a la inversión. Dado que suponemos que son los consumidores los agentes que toman las decisiones de inversión, también son estos agentes los que hacen frente a estos costes. Dicho coste depende de la variación de la inversión en un periodo respecto al del periodo anterior, lo que va a provocar que las inversiones se realicen de una forma más dilatada en el tiempo. La incorporación de estos costes nos va a permitir estudiar cómo reacciona la decisión de inversión ante una perturbación.

El capítulo 6 estudia el papel del progreso tecnológico específico o incorporado en los nuevos bienes de capital. En los modelos anteriores existía una única fuente de progreso tecnológico, que afectaba por igual a todos los factores productivos, tratándose de un progreso tecnológico que la literatura denomina neutral. Sin embargo, una importante fuente de progreso tecnológico es la que se produce a través de la incorporación de nuevos activos de capital al proceso productivo. Estos nuevos activos de capital incorporan un mayor nivel tecnológico que los activos previamente existentes.

En este caso estudiaremos los efectos tanto de una perturbación tecnológica neutral como de una perturbación tecnológica específica a los nuevos bienes de capital.

El capítulo 7 incorpora un nuevo agente al modelo básico de equilibrio general: el gobierno. Así, ahora el modelo estaría compuesto por el comportamiento e interacción de tres agentes económicos: los consumidores, las empresas y el sector público. En esta extensión incorporamos al gobierno a través de los impuestos, que consideramos constantes, por lo que el modelo sería determinista. Así, consideramos la existencia de tres tipos de impuestos: sobre el consumo, sobre las rentas del trabajo y sobre las rentas del capital. Para simplificar, suponemos que el gobierno devuelve en forma de transferencias los ingresos impositivos. En este caso, vamos a realizar dos tipos de análisis. En primer lugar, vamos a utilizar el modelo para estimar las curvas de Laffer. En segundo lugar, vamos a utilizar el modelo para estudiar los efectos de distintas perturbaciones sobre los impuestos, tanto de forma transitoria como permanente y anticipado o no anticipado.

El capítulo 8 continúa con el papel del sector público, pero incorporando al modelo la existencia de consumo público. En este modelo la utilidad de los consumidores no sólo depende de su nivel de consumo de bienes privados, sino que también depende del consumo de los bienes públicos que son producidos por el gobierno. El elemento clave de este análisis consiste en determinar cómo influye el consumo público en la utilidad de los agentes en relación al consumo privado. De nuevo usamos este modelo para estudiar el impacto de una alteración en el nivel de consumo público sobre la economía.

En el capítulo 9 analizamos el papel del sector público, pero desde otro punto de vista: como oferente de capital público. La economía viene determinada por una función de producción en la cual las empresas, junto con los factores productivos privados utilizan un factor productivo público: el capital público. El capital público se determina a partir de la decisión de inversión del gobierno. De este modo, ahora suponemos que parte los ingresos públicos se utilizan para invertir, lo que aumenta la dotación de capital público. En este contexto estudiaremos los efectos de un aumento en la proporción de ingresos públicos destinados a inversión pública.

El capítulo 10 introduce en el modelo el papel del trabajo doméstico. En este caso, el tiempo disponible por parte de los

individuos se divide en tres elementos: ocio, trabajo y tiempo dedicado a las actividades domésticas. Así, los individuos quieren consumir ahora dos tipos de bienes: bienes de mercado y bienes del hogar, por lo que van a dedicar parte de su tiempo a producir estos últimos bienes. Se trata ahora de un modelo de dos sectores, donde la producción de mercado puede destinarse bien al consumo o a la inversión, mientras que la producción de bienes domésticos únicamente se puede consumir, al tiempo que los bienes de los dos sectores no son sustitutivos perfectos. En este contexto estudiaremos los efectos de perturbaciones de productividad en ambos sectores y cómo es la interacción entre tiempo de trabajo y tiempo dedicado a las tareas del hogar.

El capítulo 11 considera la existencia de mercados imperfectos, estudiando el modelo en un contexto de competencia monopolística. Para ello desarrollamos un modelo en el cual consideramos la existencia de dos sectores productivos: el sector de bienes intermedios y el sector de bienes finales. En el sector de bienes intermedios tenemos una gran cantidad de empresas, cada una de ellas produciendo un bien diferenciado. En este mercado existe competencia monopolística, dado que cada empresa tiene poder para determinar el precio del bien que produce. Por otra parte, suponemos que en el sector de bienes finales existe competencia perfecta, por lo que podemos suponer que existe una empresa que agrega los bienes intermedios en el bien de producción final. En este caso vamos a comprobar cómo los precios de los factores productivos no se corresponden con su productividad marginal, como en el caso de un mercado competitivo.

Finalmente, el capítulo 12 desarrolla un modelo en el cual una parte de la población no puede tomar decisiones óptimas de consumo, debido a que no pueden perder prestado y endeudarse para traer renta del futuro al periodo actual. En este caso estaríamos incorporando la existencia de un mercado financiero imperfecto, en el cual existen restricciones a la liquidez. El objetivo de considerar la existencia de restricciones a la liquidez es explicar la evidencia empírica observada de que el consumo depende en cierta medida de la renta, evidenciando la existencia de desviaciones respecto al resultado del modelo básico, en el cual los agentes toman decisiones óptimas de consumo-ahorro, con independencia del nivel de renta del periodo. Para ello, el modelo considera que la economía está compuesta por

dos tipos de agentes: agentes ricardianos, que no tienen restricciones a la liquidez y su comportamiento es el descrito anteriormente, en términos de que maximizan su utilidad intertemporal y agentes no-ricardianos, que están sujetos a restricciones a la liquidez, de forma que el consumo que realizan periodo a periodo está restringido por su renta en dicho periodo. El comportamiento agregado de la economía vendrá dado por la suma ponderada del comportamiento de cada grupo de agentes.

References

- [1] Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J. y Villani, M. (2007): RAMSES, a new general equilibrium model for monetary policy analysis, *Economic Review*, 2, Riskbank.
- [2] Andrés, L, Burriel, P. y Estrada, A. (2006): BEMOD: a DSGE model for the Spanish economy and the rest of the Euro Area. *Banco de España Working Paper*, n. 631.
- [3] Boscá, J. Díaz, A., Doménech, R., Ferri, J, Pérez, E. y Puch, L. (2010): A rational expectations model for simulation and policy evaluation of the Spanish economy. *SERIES*, 1(1).
- [4] Burriel, P, Fernández-Villaverde, J. y Rubio-Ramírez, J. (2010): MEDEA: a DSGE model for the Spanish economy. *SERIES*, 1(1).
- [5] Christoffel, K., Coenen, G. y Warne, A. (2008). The new area-wide model of the euro area - a micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis, *European Central Bank Working Paper Series* n. 944.
- [6] Canova F. (2007): *Methods for Applied Macroeconomic Research*. Princenton University Press.

- [7] Edge, R., Kiley, M. y Laforce, J.P. (2008): Natural rate measures in an estimated DSGE model of the U.S. economy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32(8), 2512-2535.
- [8] Erceg, C., Guerrieri, L. y Gust, C. (2006): SIGMA: A new open economy model for policy analysis. *International Journal of Central Banking*, 2(1), 1-50.
- [9] Ramsey, F. (1927): A contribution to the theory of taxation. *Economic Journal*, 37(145), 47-61.
- [10] Ramsey, F. (1928): A mathematical theory of saving. *Economic Journal*, 38(152), 543-559.

Tema 2

El modelo básico de equilibrio general dinámico

2.1 Introducción

En este tema vamos a describir las características del modelo de equilibrio general básico que se usa en el análisis macroeconómico actual. Este modelo fue inicialmente desarrollado por Ramsey a finales de los años veinte del siglo pasado, (Ramsey, 1927, 1928). Con posterioridad, Cass (1965), Koopmans (1965) y Brock y Mirman (1972), realizan contribuciones en la misma dirección que ya antes había llevado a cabo Ramsey. Sin embargo, no es sino a partir de la década de los ochenta, gracias a las posibilidades de la computación, cuanto recobra verdadero protagonismo, siendo el modelo utilizado en la actualidad para el análisis económico. Es a partir de la denominada Teoría del Ciclo Real, cuando el modelo de equilibrio general dinámico recobra su protagonismo, que se ha intensificado en los últimos años. El trabajo de Kydland y Prescott (1982) supuso la consideración del modelo básico de equilibrio general en macroeconomía como la herramienta básica de trabajo.

A lo largo de los últimos años los modelos de equilibrio general han ido aumentando de tamaño, introduciendo numerosas rigideces tanto reales como nominales. Esto ha dado lugar a lo que se conoce como los modelos Nuevo Keynesianos. Los modelos del

Nuevo Keynesianismo tienen las mismas bases que los modelos Nuevos Clásicos de equilibrio general, pero con la introducción de diferentes tipos de rigideces en la economía. Esta nueva corriente fue introducida por Rotemberg y Woodford (1997). Así, mientras que el modelo Nuevo Clásico, supone un entorno de competencia perfecta, en el modelo Nuevo Keynesiano se introducen elementos tales como la competencia imperfecta, la existencia de costes de ajuste en el proceso de inversión, restricciones a la liquidez, rigideces en la determinación de precios y salarios, etc. Esto hace que los modelos Nuevo Keynesianos sean más complejos que los modelos Nuevo Clásicos, aunque parten de la misma base: la microfundamentación del comportamiento de los agentes económicos.

La estructura básica de este modelo es relativamente simple. Consta de la descripción del comportamiento de los dos tipos de agentes que existen en una economía: familias o consumidores por un lado y empresas por el otro. A estos agentes privados se les añade el comportamiento del gobierno. Así, en la realidad existe un número muy grande de consumidores o familias (millones de agentes) que vamos a suponer que son idénticos. Esto nos va a permitir hablar del consumidor o la familia representativa. Por otra parte, existe un gran número de empresas (millones de agentes) que vamos a suponer que son idénticas. Esto nos va a permitir hablar de la empresa representativa. De forma adicional, en las economías existe un tercer agente, que es el gobierno, que introduciremos en nuestro análisis con posterioridad.

Un elemento importante a considerar en nuestro análisis es definir la vida de los diferentes agentes económicos. Cuando hablamos de la vida de un agente económico nos estamos refiriendo al periodo de tiempo que dicho agente toma como referencia para tomar sus decisiones. Vamos a suponer que tanto las empresas como el gobierno tienen vida infinita. Obviamente, sabemos que la vida de las empresas y de los gobiernos es finita, es decir, van a desaparecer en un momento dado del tiempo. Así, no existe en la actualidad ningún gobierno de los existentes hace 2.000 años ni ninguna empresa de dicha época. Lo que realmente queremos decir es que tanto las empresas como el gobierno toman como referencia un periodo infinito para la toma de sus decisiones. Ningún gobierno piensa que va a dejar de existir en un momento futuro, ni ningún empresario toma

decisiones pensando que su empresa va a quebrar en un determinado momento futuro.

Respecto a los consumidores podemos suponer que pueden tener vida finita o bien vida infinita. Habitualmente, vamos a suponer que los consumidores tienen vida infinita.¹ Si esto nos causa problemas, en lugar de hablar de consumidores podemos hablar de familias. Y sí que podemos pensar que la vida de una familia es infinita. Pensad que si vosotros estáis vivos es porque todos vuestros familiares desde hace miles de años han vivido, por lo menos hasta la edad de procrear. En cualquier caso, si queremos estudiar el ciclo vital de un agente como finito, existe para ello otra tipología de modelos más adecuada para ello, que son los denominados modelos de generaciones solapadas.

El resultado que vamos a obtener de la interacción de los diferentes agentes lo llamamos Equilibrio General. Este resultado va a venir derivado de las decisiones que van a tomar cada uno de los diferentes agentes económicos. Como vamos a desarrollar nuestro análisis suponiendo la existencia de competencia perfecta, al equilibrio resultante lo vamos a denominar Equilibrio General Competitivo.

En este tema vamos a estudiar en primer lugar, el modelo de equilibrio general dinámico en un contexto determinista. Posteriormente, vamos a definirlo en un contexto estocástico. En la práctica podemos añadir diferentes tipos de perturbaciones al modelo. La más común es la productividad total de los factores o el cambio tecnológico neutral. Sin embargo, también podemos añadir otro tipo de perturbaciones, como el cambio tecnológico específico a la inversión, perturbaciones en las preferencias, perturbaciones en el consumo, perturbaciones en la oferta de trabajo, etc.

La estructura de este tema es la siguiente. En la sección 2 vamos a presentar el comportamiento de los consumidores, cuyo comportamiento viene determinado por la maximización de su función de utilidad. Esta función de utilidad depende por un lado del consumo y por otro del ocio, que lo definimos como el tiempo discrecional disponible excepto las horas dedicadas a

¹La infinitud del tiempo hace referencia a la condición de transversalidad o de terminación. Así, si suponemos un número finito de periodos, el stock de capital en el último periodo debería ser igual a cero (para la maximización). Sin embargo, esto nos daría una trayectoria del capital que no es real. Por el contrario, la trayectoria del capital sería más realista si consideramos el tiempo como infinito.

trabajar. A partir de la maximización de esta función objetivo obtenemos el comportamiento de los consumidores, en términos de sus decisiones consumo-ahorro y de oferta de trabajo (ocio-trabajo). Estas decisiones se toman dados unos precios relativos para los factores productivos. La sección tercera presenta el comportamiento de las empresas. En nuestro caso suponemos que las empresas actúan en un entorno competitivo y son idénticas. Así, todas las empresas tienen la misma tecnología, por lo que de nuevo vamos a usar el concepto de agente representativo, es decir, analizamos el comportamiento de una empresa representativa. El objetivo de esta empresa representativa es el de maximizar beneficios o minimizar costes. Para ello va a decidir contratar una determinada cantidad de factores productivos que va a alquilar a los consumidores, que son los propietarios de los mismos.

La sección cuarta presenta el equilibrio del modelo, que los resolvemos bajo dos entornos: competencia perfecta y planificación centralizada. Sin distorsiones sobre las decisiones de los agentes ambos entornos ofrecen el mismo resultado. Una vez obtenido el equilibrio del modelo a continuación calculamos el estado estacionario. En la sección quinta presentamos el modelo en su versión estocástica, que denominamos EGDE, que simplemente consiste en añadir distintas perturbaciones a la estructura determinista del mismo. La resolución del modelo estocástico aparece en el apéndice B. La sección sexta presenta las ecuaciones del modelo que vamos a utilizar para su computación así como el valor calibrado para los parámetros. La sección séptima presenta los resultados de una perturbación de productividad a través del cálculo de las funciones impulso respuesta de las variables del modelo ante dicha perturbación. El tema finaliza con un apartado de conclusiones.

2.2 Los consumidores

El primer agente económico que vamos a analizar son los consumidores o las familias. Para analizar los diferentes agentes económicos vamos a usar el concepto de agente representativo. Esto es vamos a suponer que todos los agentes son idénticos en preferencias y tecnologías. Esto hace que podamos analizar el comportamiento

de uno de ellos y luego agregar. Además, tenemos que realizar una serie de supuestos sobre cómo son dichas preferencias.

El siguiente supuesto que hacemos es que agente representativo es optimizador, es decir, maximiza una determinada función objetivo. En el caso de los consumidores la función objetivo es la utilidad o función de felicidad instantánea. En términos generales podemos pensar que la función de felicidad de un individuo está compuesta por tres elementos: salud, dinero y amor. Como estamos hablando de economía, nos vamos a concentrar en el segundo componente, el dinero. Este concepto de dinero es una abstracción de todos los elementos económicos que intervienen en la felicidad de un individuo y que van a configurar los argumentos de la función de utilidad. Habitualmente estos argumentos con el consumo de bienes y servicios, las tenencias de saldos reales y el ocio.

Vamos a suponer que la utilidad o felicidad depende de dos elementos: Consumo, C , y Ocio, O . El consumo hace referencia a la cantidad de bienes y servicios que consume un individuo mientras que el ocio es la parte del tiempo disponible por el individuo que no dedica a trabajar.

La maximización de la función objetivo se va a llevar a cabo sujeta a una determinada restricción, que es a la que vamos a denominar restricción presupuestaria. Por tanto, para definir el comportamiento del consumidor, únicamente necesitamos especificar dos elementos: la función objetivo a maximizar y la restricción a la que está sujeta dicha función objetivo.

La función de utilidad instantánea la podemos escribir como:

$$U(C, O) \quad (2.1)$$

La función matemática $U(\cdot)$ que define la utilidad del individuo tiene que cumplir las siguientes condiciones:

$$U_C > 0, \quad U_O > 0 \quad (2.2)$$

es decir, la primera derivada respecto al consumo y al ocio es positiva. Esto significa que ambas variables tienen un efecto positivo sobre el nivel de felicidad del individuo. Cuanto mayor sea el nivel de consumo, mayor el nivel de utilidad. Cuanto mayor el nivel de ocio, mayor el nivel de utilidad. Por el contrario, la segunda derivada es negativa, tal que:

$$U_{CC} < 0, \quad U_{OO} < 0 \quad (2.3)$$

indicando que la función de utilidad es cóncava. Es decir, a medida que aumenta el consumo el nivel de utilidad aumenta, pero cada vez lo hace en menor proporción.

$$U_{CO} > 0 \quad (2.4)$$

El supuesto de concavidad en la función de utilidad es un elemento fundamental en nuestro análisis y procede de la propia naturaleza del mismo, que llega a saciarse en su consumo y así garantiza su propia existencia. Quizás el único animal que no tiene una función de utilidad cóncava sean los peces de acuario, que mientras tengan comida la consumen hasta morir de una indigestión.

Otro supuesto que hacemos es que la función de utilidad es aditivamente separable en el tiempo. Este supuesto lo realizamos por conveniencia, ya que así resulta más tratable el problema. Esto es lo que permite que hablemos de la función de utilidad instantánea, en la cual el agente recibe utilidad únicamente por el consumo que realiza en un momento dado del tiempo.

El problema de maximización intertemporal del individuo vendría dado por:

$$\max_{(C_t, O_t)} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, O_t) \quad (2.5)$$

siendo $E_t(\cdot)$ la esperanza matemática sobre las variables futuras en el momento t , condicionada a la información disponible en dicho momento del tiempo y donde β es el factor de descuento intertemporal, $\beta \in (0, 1)$, siendo:

$$\beta = \frac{1}{1 + \theta} \quad (2.6)$$

donde θ es la tasa de preferencia subjetiva intertemporal ($\theta > 0$). Este parámetro nos indica cuánto valora la utilidad futura un individuo en relación a su utilidad actual. Cuanto mayor sea este valor, menor será la valoración del individuo de su utilidad futura respecto a la actual. El hecho de que este parámetro sea positivo obedece a una característica del ser humano, y es que descuenta el futuro. Esto significa que valoramos más la utilidad en el momento

actual que la utilidad futura. En realidad la tasa de preferencia subjetiva intertemporal lo que nos está diciendo es la preocupación del individuo por el futuro. Así si θ toma un valor muy bajo cercano a cero, esto indicaría que el individuo se preocupa mucho por el futuro (lo descuenta muy poco), mientras que si el valor de θ es muy elevado esto nos indicaría que el grado de preocupación por el futuro del individuo es muy bajo. Al igual que los individuos pueden tener diferentes grados de preocupación por el futuro, también las sociedades pueden ser muy diferentes en este aspecto, lo que tendrá consecuencias sobre dichas economías.

Los consumidores maximizan la suma ponderada de sus utilidades sujetas a la restricción presupuestaria. La restricción presupuestaria intertemporal nos va a indicar tanto los usos como los recursos disponibles. Los recursos disponibles por parte de los consumidores provienen del alquiler de sus dotaciones. Así, suponemos que los consumidores son los propietarios de los factores productivos de la economía. Estos factores productivos son, por un lado, el tiempo, a partir del cual va a determinarse la cantidad de trabajo. El segundo factor productivo es el capital, que se genera a través del proceso de ahorro-inversión. Para ello suponemos que existe un sector competitivo que transforma ahorro en inversión sin coste alguno. Dado el precio de los factores productivos, los consumidores van a decidir qué cantidad de factores productivos (cuanto capital y cuanto trabajo) van a alquilar a las empresas.

Para resolver el anterior problema, vamos primero a parametrizar la función de utilidad, es decir, vamos a utilizar una función de utilidad determinada. En concreto vamos a suponer una función de utilidad logarítmica tanto en consumo como en ocio.

$$U(C_t, O_t) = \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \quad (2.7)$$

donde $\gamma \in (0, 1)$, representa la proporción de consumo sobre la renta total, N_t es la población (suponemos que todos son trabajadores o bien es la población entre 16 años y 65 años, es decir, la población totalmente activa), \bar{H} es el número total de horas efectivas disponibles (16 horas al día x 6 días a la semana x 52 semanas al año, dado que suponemos que necesitamos 8 horas para dormir): 4.992 horas y L_t es el número total de horas dedicadas a trabajar.

El problema a maximizar vendría dado por:

$$\max_{(C_t, I_t, O_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(N_t \bar{H} - L_t)] \quad (2.8)$$

sujeto a la restricción presupuestaria:

$$P_t(C_t + I_t) = W_t L_t + R_t K_t \quad (2.9)$$

donde I_t es la inversión, W_t es el salario real, K_t es el stock de capital y R_t es el tipo de interés, esto es, el coste de uso del capital que también es un precio relativo en términos de unidades de consumo. N_t es la población en edad de trabajar $N_t \bar{H}$ La renta salarial del individuo vendría dada por $W_t L_t$, es decir, el salario multiplicado por la fracción de tiempo que dedica a trabajar. Esto significa que el coste del ocio es $W_t(N_t \bar{H} - L_t)$. Por su parte, la rentas procedentes del capital vendrían dadas por $R_t K_t$. P_t es el precio del bien final, medido en unidades de consumo, que normalizamos a uno, $P_t = 1$.²

Ahora necesitamos una ecuación adicional, que nos indique como es el proceso de acumulación del capital a lo largo del tiempo. Este proceso lo vamos a definir a través de una ecuación de inventario:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (2.10)$$

donde $\delta > 0$ es la tasa de depreciación física del capital que suponemos positiva, es decir, parte de la inversión bruta que se realiza en un periodo tiene como objetivo la reposición del capital que se deprecia periodo a periodo.

En la realidad el capital está compuesto por una gran variedad de diferentes tipos de capital, que tienen características diferentes y que, por tanto, presentan diferentes tasas de depreciación. Así, encontramos activos de capital que presentan tasas de depreciación muy bajas, como son los edificios. Sin embargo, existen otros tipos de capital con tasas de depreciación muy elevadas, como los programas informáticos o los ordenadores.

²Nótese que esto implica que tanto el salario como el tipo de interés vienen definidos en términos reales, esto es, en unidades de consumo. En efecto, la restricción presupuestaria la podemos escribir como:

$$C_t + I_t = \frac{W_t}{P_t} L_t + \frac{R_t}{P_t} K_t$$

El problema del consumidor podemos resolverlo, por ejemplo, a través del lagrangiano dinámico:

$$\max_{(C_t, K_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(N_t \bar{H} - L_t) \\ -\lambda_t [C_t + K_{t+1} - K_t - W_t L_t - (R_t - \delta)K_t] \end{array} \right\} \quad (2.11)$$

que nos indicaría la senda óptima del consumo que maximiza el nivel de bienestar del individuo a lo largo de su vida, así como la oferta de trabajo del individuo y donde λ_t es el parámetro de Lagrange. Para ello los agentes toman como dado los precios relativos de los factores productivos, esto es, el salario y el tipo de interés real.³

A la hora de maximizar el anterior problema hemos de tener en cuenta que la restricción presupuestaria vendría definida para cada periodo y, por tanto, la restricción a la que se enfrenta el consumidor sería

$$\begin{aligned} & \dots - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} [C_{t-1} + K_t - K_{t-1} - W_{t-1} L_{t-1} - (R_{t-1} - \delta)K_{t-1}] \\ & - \beta^t \lambda_t [C_t + K_{t+1} - K_t - W_t L_t - (R_t - \delta)K_t] \dots \end{aligned}$$

dado que el stock de capital para un momento determinado del tiempo, aparece en la restricción presupuestaria correspondiente a dicho periodo y en la restricción presupuestaria del periodo siguiente.

Resolviendo el problema anterior, obtenemos que las condiciones de primer orden vendrían dadas por:

³Aunque en términos teóricos, el tratamiento que hemos dado al problema del consumidor es correcto, en términos computacionales los subíndices de tiempo del stock de capital serían diferentes. Así, para que cuantitativamente el modelo sea coherente, la cantidad que se dedica a inversión tiene que transformarse en capital en dicho periodo, no pudiendo desaparecer dicha cantidad para reaparecer en el siguiente periodo. Para evitar este problema, basta con definir la ecuación de acumulación de capital como:

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t$$

mientras que la restricción presupuestaria se definiría como:

$$C_t + I_t = W_t L_t + R_t K_{t-1}$$

En este caso el Lagrangiano del problema del consumidor podríamos definirlo como:

$$\max_{(C_t, K_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(N_t \bar{H} - L_t) \\ -\lambda_t [C_t + K_t - K_{t-1} - W_t L_t - (R_t - \delta)K_{t-1}] \end{array} \right\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} : \beta^t \left[\frac{\gamma}{C_t} - \lambda_t \right] = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} : \beta^t \left[\frac{1 - \gamma}{N_t \bar{H} - L_t} - \lambda_t W_t \right] = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} : \beta^t \lambda_t [R_t + 1 - \delta] - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} = 0 \quad (2.14)$$

Para obtener las decisiones del individuo tenemos que calcular el valor del parámetro de Lagrange, que representa el precio sombra del consumo. Para ello, despejamos de la primera condición de primer orden y sustituimos en la segunda condición de primer orden. Esto da lugar a una condición que iguala el ratio de sustitución marginal entre consumo y ocio al coste de oportunidad de una unidad adicional de ocio:

$$\frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{C_t}{N_t \bar{H} - L_t} = W_t \quad (2.15)$$

Por otra parte, en la tercera condición de primer orden aparece tanto el parámetro de Lagrange en el periodo t , como en el periodo $t-1$. Como de la primera condición de primer orden hemos obtenido que $\lambda_t = \gamma/C_t$, esto supone que $\lambda_{t-1} = \gamma/C_{t-1}$. Sustituyendo obtenemos la condición que iguala el ratio marginal del consumo con el de la inversión:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [R_t + 1 - \delta] \quad (2.16)$$

La condición de equilibrio anterior determina la decisión de ahorro del individuo, o equivalentemente, la inversión. Así, a la hora de decidir su nivel de ahorro el individuo compara la utilidad que le proporcionaría hoy en consumir una unidad adicional respecto a la utilidad que le reportaría no consumir dicha unidad y guardarla para el siguiente periodo.

2.2.1 Otras parametrizaciones de la función de utilidad

En la práctica, nos vamos a encontrar con una gran cantidad de especificaciones paramétricas alternativas de la función de utilidad de los individuos, tanto en relación a su forma funcional como a sus

argumentos. Una de las parametrizaciones más usadas en la literatura es el empleo de la función de utilidad del tipo CRRA (Constant Risk Relative Aversion) que tiene la siguiente forma:

$$U(X_t) = \frac{X_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \quad (2.17)$$

donde $\sigma > 0$, representa el grado de aversión al riesgo, siendo el parámetro que determina el grado de curvatura de la función anterior. Esta función de utilidad se utiliza tanto para el consumo como para el empleo. Así, existen modelos en los cuales la función de utilidad de los individuos es la siguiente:

$$U(C_t, L_t) = \log C_t - \omega \frac{L_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \quad (2.18)$$

siendo $\omega > 0$, es decir, la función de utilidad sería una combinación de la función logarítmica y la función CRRA.

Otra alternativa también usada en la literatura es suponer que el consumo y el ocio presentan una función del tipo Cobb-Douglas anidado en una función tipo CRRA, por ejemplo:

$$U(C_t, L_t) = \frac{[C_t^\omega (1 - L_t)^{1-\omega}]^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad (2.19)$$

Otra forma funcional que también se emplea en algunas ocasiones es la función de utilidad del tipo CARA (Constant Absolute Risk Aversion) tiene la siguiente forma:

$$U(X_t) = -\frac{1}{\sigma} \exp(-\sigma X_t)$$

2.3 Las empresas

El otro agente económico que consideramos son las empresas, que representan al sector productivo de la economía. Las empresas constituyen el agente económico que se dedica a producir los bienes y servicios que luego van a consumir los individuos o bien que estos van a ahorrar y a transformar en capital. Para ello alquilan los factores productivos a los individuos, que son los propietarios de los mismos. Estos factores productivos son, por un lado el capital y por otro, el trabajo. El precio de estos factores productivos viene determinado

por la tecnología en el lado de la demanda y por las preferencias en el lado de la oferta, que conforman el mercado de factores donde de determinan los precios.

Suponemos que las empresas maximizan beneficios, sujetas a la restricción tecnológica. Como estamos en un entorno competitivo esto significa que los beneficios de las empresas van a ser cero dado que el coste de los factores productivos va a ser igual al valor de la productividad de los mismos. De este modo, se trata de un problema de optimización en el cual se determina un vector de factores productivos, dados unos precios de los mismos, y a través de la función tecnológica, el nivel de producción. La función de producción agregada (la tecnología que opera la empresa) suponemos que tiene la siguiente forma:

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t) \quad (2.20)$$

donde Y_t es el nivel de producción agregado de la economía. Al igual que la función de utilidad del consumidor, esta función tiene que cumplir las mismas propiedades: estrictamente creciente, estrictamente cóncava y dos veces diferenciables.

Vamos a suponer que la función de producción presenta rendimientos constantes a escala. Es decir, si aumentamos al doble la cantidad de factores productivos la producción de la economía aumenta al también al doble. Esto significa que la función de producción es linealmente homogénea respecto a los factores productivos. Así tendríamos que:

$$F(\zeta K_t, \zeta L_t) = \zeta Y_t \quad (2.21)$$

Esta función de producción cumple las siguientes propiedades:

$$F_K > 0, F_L > 0 \quad (2.22)$$

$$F_{KK} < 0, F_{LL} < 0 \quad (2.23)$$

$$F_{KL} > 0 \quad (2.24)$$

La condición (2.22) indica que las primeras derivadas respecto a cada uno de los factores productivos son positivas, es decir, se trata de una función creciente. Cuanto mayor sea el nivel de capital mayor

será el nivel de producción. Lo mismo ocurre con el factor productivo trabajo. Por el contrario la condición (2.23) nos dice que la segunda derivada de la función de producción es negativa, indicando que la productividad marginal de los factores productivos capital y trabajo es decreciente. Así, a medida que aumenta el capital la producción también aumenta, aunque lo hace cada vez en menor proporción. Lo mismo es aplicable al factor productivo trabajo. Por otra parte, la función de producción cumple las denominadas condiciones de Inada, que vienen dadas por:

$$\lim_{K \rightarrow 0} F_K = \infty, \lim_{K \rightarrow \infty} F_K = 0 \quad (2.25)$$

$$\lim_{L \rightarrow 0} F_L = \infty, \lim_{L \rightarrow \infty} F_L = 0 \quad (2.26)$$

Es decir, para producir hacen falta ambos factores productivos, ya que los camiones no se conducen sólo y para transportar mercancías aparte del conductor necesitamos el camión.

La función de producción tiene otro elemento: A_t que representa el estado de la tecnología y que se denomina Productividad Total de los Factores (PTF). La Productividad Total de los Factores es en principio una variable no observable, pero que puede ser calculada como un residuo.⁴ La PTF la podemos interpretar como el nivel de conocimientos general sobre las artes productivas de que dispone una economía, es decir, estaría reflejando un concepto muy amplio de tecnología. En términos económicos estaría reflejando la productividad agregada de la economía en el uso de todos sus factores productivos. Es decir, sería el nivel de eficiencia productiva agregada que vendría determinado por una gran variedad de factores como la tecnología, la estructura organizativa, el capital humano, factores institucionales, etc.

⁴El concepto económico de Productividad Total de los Factores es similar al concepto que representa la constante cosmológica en la Teoría de la Relatividad de Einstein. Aunque no existe la certeza de que dicha constante exista, está representando a alguna fuerza por ahora desconocida, que resulta necesaria para explicar el comportamiento del Universo. Sin dicha constante, la Teoría de la Relatividad no funcionaría. Algo parecido sucede con la PTF, de la cual no existe una teoría sobre la misma ni sobre cuáles son sus factores determinantes, pero que es un componente imprescindible para explicar el nivel de producción de una economía, como un elemento adicional a la dotación de factores productivos.

El problema que resuelven las empresas consiste en la maximización de beneficios (o alternatively podríamos definirlo en términos de minimización de costes y beneficio cero):

$$\max \Pi_t = Y_t - W_t L_t - R_t K_t \quad (2.27)$$

sujeito a la restricción tecnológica:

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t) \quad (2.28)$$

Si suponemos rendimientos constantes a escala y mercados competitivos entonces $\Pi_t = 0$. Como podemos comprobar, el problema para la maximización de beneficios de la empresa es estático, si bien las empresas toman sus decisiones en un contexto dinámico. De hecho, si resolvemos el problema de maximización de beneficios en un contexto dinámico, el resultado que obtenemos es exactamente el mismo, dados los supuestos que estamos haciendo, principalmente el hecho de que las empresas alquilan periodo a periodo tanto el factor productivo trabajo como el factor productivo capital.

Las condiciones de primer orden:

$$F_K(K_t, L_t) - R_t = 0 \quad (2.29)$$

$$F_L(K_t, L_t) - W_t = 0 \quad (2.30)$$

El resultado que se deriva de las condiciones de primer orden anteriores es que el precio relativo de los factores es igual a su productividad marginal. Así, el retorno del capital es igual a la productividad marginal del factor productivo capital y el salario (real) es igual a la productividad marginal del factor productivo trabajo.

El problema de maximización de beneficios de la empresa también es intertemporal. Así, la empresa maximizaría el valor presente de los beneficios. La tasa de actualización sería el tipo de interés real. Sin embargo, el resultado sería el mismo que si el problema fuese estático. Al igual que hemos asignado una determinada forma funcional para la utilidad de los consumidores, vamos a seleccionar una determinada forma funcional para la función de producción.

A continuación, vamos a parametrizar la función de tecnología de la empresa al igual que hicimos con la función de utilidad del

consumidor. En la literatura, la parametrización más utilizada es suponer que la función de producción es del tipo Cobb-Douglas, tal que:

$$F(K_t, L_t) = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2.31)$$

donde α es la elasticidad del nivel de producción respecto al capital. También la podemos interpretar como la participación de las rentas de capital en la renta total. $1 - \alpha$ sería la participación de las rentas laborales en la renta total.⁵

Por tanto, los beneficios de la empresa vendrían dados por:

$$\max \Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - W_t L_t - R_t K_t \quad (2.32)$$

Calculando las condiciones de primer orden respecto al capital y al trabajo obtendríamos:

$$\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} - R_t = 0 \quad (2.33)$$

$$(1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} - W_t = 0 \quad (2.34)$$

O escrito de otro modo:

$$R_t = \frac{\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha}}{K_t} = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \quad (2.35)$$

$$W_t = \frac{(1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha}}{L_t} = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t} \quad (2.36)$$

Como podemos comprobar las productividades marginales son decrecientes:

$$F_{KK} = (\alpha - 1) \alpha A_t K_t^{\alpha-2} L_t^{1-\alpha} < 0 \quad (2.37)$$

$$F_{LL} = -\alpha(1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha-1} < 0 \quad (2.38)$$

⁵Aunque en términos teóricos hemos definido la producción en el momento t , en términos de la cantidad de factores productivos en dicho momento del tiempo, en términos computacionales utilizaríamos la siguiente especificación:

$$F(K_t, L_t) = A_t K_{t-1}^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

Por otra, parte, podemos comprobar que en efecto los beneficios de las empresas son nulos. Para ello únicamente tenemos que sustituir en la función de beneficios el precio de los factores productivos. La función de beneficios viene dada por:

$$\Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - R_t K_t - W_t L_t \quad (2.39)$$

Sustituyendo el valor del coste de alquiler del capital y del salario obtenemos que:

$$\Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} - (1-\alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} = 0 \quad (2.40)$$

donde en efecto, comprobamos que los beneficios son cero, ya que el precio de los factores productivos es igual a su productividad marginal.

Combinando las condiciones de primer orden obtenemos que el ratio capital trabajo (el stock de capital per cápita) viene dado por:

$$\frac{\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha}}{(1-\alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha}} = \frac{R_t}{W_t} \quad (2.41)$$

$$\frac{\alpha A_t Y_t L_t}{(1-\alpha) A_t Y_t K_t} = \frac{R_t}{W_t} \quad (2.42)$$

Despejando obtenemos que:

$$\frac{\alpha}{(1-\alpha)} = \frac{R_t K_t}{W_t L_t} \quad (2.43)$$

que indican que la proporción de rentas del capital en relación a las rentas del trabajo es una constante, lo que constituye la característica más importante de la función de producción de tipo Cobb-Douglas.

2.3.1 Otras parametrizaciones de la función de producción

Si bien la mayoría de desarrollos teóricos utilizan la función de producción Cobb-Douglas, también existen otras especificaciones que introducen otros supuestos alternativos sobre la elasticidad de sustitución entre los factores productivos. Otra función ampliamente utilizada en la literatura es la denominada función CES que tiene la siguiente forma:

$$F(K_t, L_t) = [\alpha K_t^\rho + (1 - \alpha)L_t^\rho]^{\frac{1}{\rho}} \quad (2.44)$$

donde $\rho \in (-\infty, 1)$ es un parámetro que determina la elasticidad de sustitución entre ambos factores productivos. La elasticidad de sustitución entre ambos factores productivos la definiríamos como $\varepsilon = 1/(1 - \rho)$. Si $\rho = 0$, entonces la función de producción anterior (expresión 2.44) se transforma en una función del tipo Cobb-Douglas (expresión 2.31)⁶, es decir, la función de producción del tipo Cobb-Douglas tienen una elasticidad de sustitución unitaria.

2.4 Equilibrio del modelo

Una vez descrito el comportamiento de cada agente, vamos a estudiar la interacción entre ambos para determinar el equilibrio macroeconómico. Esto significa que vamos a poner ahora los dos agentes descritos anteriormente de forma conjunta. Los consumidores deciden cuánto van a consumir, C_t , cuánto van a invertir, I_t y cuánto van a trabajar, L_t , con el objetivo de maximizar su nivel de felicidad, tomando como dados los precios de los factores productivos. Por otra parte, las empresas van a producir una determinada cantidad de bienes, Y_t , que viene dada en función de su decisión sobre cuanto capital, K_t y trabajo L_t , van a contratar dados los precios de los factores productivos.

Por tanto, el equilibrio del modelo está compuesto por los siguientes tres bloques de componentes:

- i) Un sistema de precios para W y R .
- ii) Una asignación de valores para Y , C , L y K .
- iii) Una restricción de factibilidad, que nos indica las asignaciones posibles:

⁶Si tomamos logaritmos en la expresión (2.44) resulta que:

$$\ln(Y_t) = \frac{1}{\rho} \ln [\alpha K_t^\rho + (1 - \alpha)L_t^\rho]$$

Aplicando la Regla de L'Hôpital resulta que:

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \ln(Y_t) = \alpha \ln K_t + (1 - \alpha) \ln L_t$$

y aplicando la función exponencial llegamos a la función de producción dada por (2.31).

$$Y_t = C_t + I_t \quad (2.45)$$

Como podemos observar, la definición de equilibrio que estamos utilizando implica que todos los mercados de la economía están en equilibrio. Así, tanto el mercado de trabajo como el mercado de capitales, como el mercado de bienes están en equilibrio. Es a esto a lo que denominamos equilibrio general.

Definición de Equilibrio: Un equilibrio competitivo para nuestra economía es una secuencia de consumo, ocio e inversión por parte de los consumidores $\{C_t, 1 - L_t, I_t\}_{t=0}^{\infty}$ y una secuencia de capital y de horas de trabajo utilizadas por parte de las empresas $\{K_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}$, tal que dada una secuencia de precios $\{W_t, R_t\}_{t=0}^{\infty}$:

- i)* El problema de optimización de los consumidores se satisface.
- ii)* Se cumplen las condiciones de primer orden para las empresas.
- iii)* La restricción de factibilidad de la economía se cumple.

Tal y como hemos definido nuestro modelo anteriormente, la solución al mismo es óptimo de Pareto garantizando que el bienestar social es máximo. Cualquier desviación de este equilibrio implica pérdidas de bienestar para alguno de los agentes del modelo. De este modo, la especificación teórica anterior cumple los Teoremas del Bienestar.

Teoremas del Bienestar: Si no existen distorsiones tales como impuestos (distorsionadores) o externalidades:

- *Primer Teorema del Bienestar:* Todo equilibrio competitivo es un óptimo de Pareto.
- *Segundo Teorema del Bienestar:* Para cada óptimo de Pareto existe un sistema de precios que lo hace un Equilibrio Competitivo.

Podemos resolver el modelo de dos formas: En primer lugar, podemos suponer que cada agente toma sus decisiones para maximizar su función objetivo, en un entorno competitivo. Esto es lo que se denomina el problema Descentralizado o el problema

competitivo. Este caso sería la representación de una economía de mercado, donde las decisiones de los agentes se toman en función de los precios relativos. La otra opción consiste en la maximización conjunta del bienestar de la sociedad. A esto es lo que se denomina problema del Planificador Central o Dictador Benevolente (sin precios en la restricción presupuestaria al sustituirla por la restricción de factibilidad).

En el modelo que hemos desarrollado ambas soluciones son la misma, dado que no existe ningún tipo de distorsión y, por tanto, las decisiones de los agentes individuales son tales que también garantizan la maximización de la función de bienestar social. Con distorsiones, la solución del Planificador Central genera un mayor nivel de bienestar que el Problema Descentralizado, ya que incorpora las distintas externalidades o fallos de mercado, mientras que la solución competitiva sería ineficiente.

2.4.1 Equilibrio del modelo (*Equilibrio competitivo*)

En primer lugar vamos a considerar la existencia de un entorno competitivo o descentralizado, donde cada agente toma sus propias decisiones para maximizar sus respectivas funciones objetivo. El problema descentralizado vendría dado por la maximización del siguiente problema:

$$\max_{(C_t, I_t, O_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \quad (2.46)$$

sujeito a la restricción presupuestaria:

$$C_t + I_t = W_t L_t + R_t K_t \quad (2.47)$$

donde la inversión viene definida por:

$$I_t = K_{t+1} - (1 - \delta)K_t \quad (2.48)$$

Nótese que la dotación total de tiempo disponible por parte del individuo la hemos normalizado a 1. Esto significa que L_t representa la fracción de tiempo que el individuo dedica a trabajar, siendo el ocio por tanto $1 - L_t$.

En este caso los consumidores eligen, dado el precio de los factores productivos, cuánto van a consumir (y al mismo tiempo cuánto van a

ahorrar lo que va a determinar el proceso de acumulación del capital) así como cuánto tiempo van a dedicar a trabajar. Es decir, existe un vector de precios que va a constituir la información fundamental que van a utilizar los individuos para tomar sus decisiones.

Para resolver dicho problema construimos el Lagrangiano:

$$\max_{(C_t, K_t, O_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\begin{array}{l} [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \\ -\lambda_t [C_t + K_{t+1} - W_t L_t - (R_t + 1 - \delta)K_t] \end{array} \right)$$

Las condiciones de primer orden vienen dadas por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} : \gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} : -\frac{1 - \gamma}{1 - L_t} + \lambda_t W_t = 0 \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} : \beta^t \lambda_t (R_t + 1 - \delta) - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} = 0 \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} : C_t + K_{t+1} - (R_t + 1 - \delta)K_t - W_t L_t = 0 \quad (2.52)$$

Sustituyendo la condición de primer orden (2.49) en la condición de primer orden (2.50), obtenemos la condición que iguala el ratio de sustitución marginal entre consumo y ocio al coste de oportunidad de una unidad adicional de ocio:

$$\frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1 - L_t} = W_t \quad (2.53)$$

Sustituyendo la condición de primer orden (2.49) en la condición de primer orden (2.51), obtenemos la condición que iguala el ratio marginal del consumo con el de la inversión:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [R_t + 1 - \delta] \quad (2.54)$$

Por otra parte, del problema de maximización de la empresa sabemos que R_t y W_t son iguales a sus productos marginales:

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (2.55)$$

$$W_t = (1 - \alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (2.56)$$

Sustituyendo en las condiciones de equilibrio del consumidor obtenemos:

$$\frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1 - L_t} = (1 - \alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (2.57)$$

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta] \quad (2.58)$$

Por otra parte, sustituyendo el precio relativo de los factores productivos en la restricción presupuestaria del individuo obtenemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = C_t + K_{t+1} - K_t - (R_t - \delta)K_t - W_t L_t = 0 \quad (2.59)$$

De nuevo, sustituyendo el precio de los factores productivos capital y trabajo resulta:

$$C_t + K_{t+1} - K_t - (\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} - \delta)K_t - (1 - \alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} L_t = 0$$

$$C_t + K_{t+1} - K_t - \alpha A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} + \delta K_t - A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} + \alpha A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} = 0$$

y operando llegamos finalmente a:

$$C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t - A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} = 0 \quad (2.60)$$

expresión que nos indica el proceso de acumulación de capital a lo largo del tiempo, en la que el capital en el próximo periodo es igual a lo que se produce hoy, menos lo que se consume, más el capital de hoy menos su depreciación.

Por tanto, la solución competitiva viene determinada por dos ecuaciones en diferencias:

$$C_t = \beta [\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta] C_{t-1} \quad (2.61)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - C_t \quad (2.62)$$

más una ecuación estática que nos relaciona la oferta de trabajo con el salario real:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2.63)$$

De hecho, nuestro modelo podemos reducirlo a un sistema de dos ecuaciones, una estática a partir de la cual obtendríamos el nivel de empleo de la economía y otra ecuación de segundo grado la cual nos daría el stock de capital de la economía, y que obtendríamos sustituyendo la ecuación dinámica del consumo en la ecuación dinámica del capital. En este caso resultaría que:

$$C_t = K_{t+1} - (1-\delta)K_t - A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2.64)$$

y sustituyendo en la expresión (2.60) resulta:

$$\begin{aligned} & K_{t+1} - (1-\delta)K_t - A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} = \\ & \beta [\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta] K_t - (1-\delta)K_{t-1} - A_{t-1} K_{t-1}^\alpha L_{t-1}^{1-\alpha} \end{aligned}$$

El equilibrio competitivo consiste en encontrar secuencias de las variables $\{C_t, I_t, K_t, L_t, R_t, W_t, Y_t\}_{t=0}^\infty$ tal que sean satisfechas las condiciones que definen el equilibrio. En resumen, el modelo de nuestra economía estaría compuesto por las siguientes siete ecuaciones:

$$\frac{(1-\gamma)}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = W_t \quad (2.65)$$

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta [R_{t+1} + 1 - \delta] \quad (2.66)$$

$$R_t = \frac{\alpha A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}}{K_t} = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \quad (2.67)$$

$$W_t = \frac{(1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}}{L_t} = (1-\alpha) \frac{Y_t}{L_t} \quad (2.68)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2.69)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \quad (2.70)$$

$$C_t + I_t = Y_t \quad (2.71)$$

2.4.2 Equilibrio del modelo (*Dictador benevolente*)

En esta sección vamos a resolver el problema anterior, pero suponiendo la existencia de una economía de planificación centralizada. Para ello suponemos la existencia de un agente, que denominamos el dictador benevolente, que decide la maximización conjunta de todos los agentes de la economía. Es decir, existe un agente que va a elegir las sendas de consumo, inversión y trabajo, tal que las empresas maximicen beneficios y los consumidores maximicen su nivel de felicidad. En esta economía no hay papel para los precios. Es decir, los factores productivos no tendrían una remuneración, ya que es el dictador benevolente el que decide las cantidades y los recursos disponibles por parte de la economía serían igual a la producción de forma directa.

El problema del planificar centralizado consistiría en maximizar su función de utilidad:

$$\max_{(C_t, I_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \quad (2.72)$$

sujeto a:

$$C_t + I_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2.73)$$

Como podemos comprobar, ahora en lugar de la restricción presupuestaria aparece la restricción de factibilidad, por lo que los gastos siguen siendo los mismos, consumo y ahorro o inversión, pero los ingresos vienen determinados por la producción agregada de la economía. Los precios de los factores productivos no juegan ahora ningún papel ya que no se retribuye como tal a cada uno de ellos, sino que lo que se produce en la economía conforman los ingresos que reciben los agentes para ser o bien consumidos o bien ahorrados.

El lagrangiano correspondiente a este problema sería:

$$\max_{(C_t, K_t, O_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\begin{array}{c} [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] - \\ \lambda_t [C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t - A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}] \end{array} \right) \quad (2.74)$$

Las condiciones de primer orden vendrían dadas por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} : \gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \quad (2.75)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} : -\frac{1-\gamma}{1-L_t} + \lambda_t(1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} = 0 \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} : \beta^t \lambda_t (\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta) - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} = 0 \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} : C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t - A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} = 0 \quad (2.78)$$

Sustituyendo obtenemos:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (2.79)$$

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta] \quad (2.80)$$

Es decir, la solución a este problema resulta en dos ecuaciones en diferencias:

$$C_t = \beta [\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta] C_{t-1} \quad (2.81)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - C_t \quad (2.82)$$

más una ecuación estática que nos relaciona la oferta de trabajo con el salario real:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (2.83)$$

Vemos como la solución bajo un entorno de economía planificada es exactamente el mismo que bajo un entorno competitivo. Esto es así porque no existe ningún tipo de distorsión sobre la economía que altere las decisiones de los agentes respecto a la situación eficiente. La única diferencia que podemos apreciar es que mientras en la economía descentralizada existe un mercado de factores productivos donde se determina el precio de éstos, en una economía centralizada no existen estos mercados de factores

Por tanto ahora la solución del problema consiste en encontrar $\{C_t, I_t, K_t, L_t, Y_t\}_{t=0}^\infty$, tal que se cumplan las condiciones que definen el equilibrio. La estructura de la economía viene por tanto definida por el siguiente sistema de cinco ecuaciones:

$$\frac{(1-\gamma)}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (2.84)$$

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta [\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta] \quad (2.85)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2.86)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \quad (2.87)$$

$$C_t + I_t = Y_t \quad (2.88)$$

2.4.3 El estado estacionario

Una vez obtenido el equilibrio de la economía, a continuación podemos definir los valores de estado estacionario de nuestra economía. En efecto el modelo presentado anteriormente es estacionario, en el sentido de que existe un valor para las variables que se mantiene constante en el tiempo. Para calcular el estado estacionario, en primer lugar, eliminamos los subíndices de tiempo de las variables. Así, la definición de estado estacionario nos indica una situación en la cual las variables se mantienen constantes periodo a periodo. Esto significa, por ejemplo, que tendríamos $\dots = C_{t-1} = C_t = C_{t+1} = \dots = \bar{C}$. Por tanto, el modelo podemos definirlo como:

$$\frac{(1-\gamma)}{\gamma} \frac{\bar{C}}{1-\bar{L}} = (1-\alpha)\bar{A}\bar{K}^\alpha \bar{L}^{-\alpha} \quad (2.89)$$

$$1 = \beta [\bar{R} + 1 - \delta] \quad (2.90)$$

$$\bar{Y} = \bar{A}\bar{K}^\alpha \bar{L}^{1-\alpha} \quad (2.91)$$

$$\bar{I} = \delta \bar{K} \quad (2.92)$$

$$\bar{C} + \bar{I} = \bar{Y} \quad (2.93)$$

De la ecuación (2.90) obtenemos directamente que el tipo de interés real de equilibrio viene dado por:

$$\bar{R} = \frac{1}{\beta} + \delta - 1 \quad (2.94)$$

expresión que tiene una interpretación interesante ya que esto significa que en equilibrio el tipo de interés real de una economía va a depender del factor de descuento, esto es, de una característica de los individuos que conforman dicha economía.

Lo primero que hacemos es poner todas las variables en función del nivel de producción de equilibrio. La expresión (2.90) la podemos escribir como:

$$1 = \beta \left[\alpha \frac{\bar{Y}}{\bar{K}} + 1 - \delta \right]$$

Resolviendo para \bar{K} resulta:

$$\bar{K} = \frac{\alpha\beta}{1 - \beta + \beta\delta} \bar{Y} \quad (2.95)$$

En segundo lugar, usando (2.92) y dada (2.95) la inversión en equilibrio vendría dada por:

$$\bar{I} = \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta + \beta\delta} \bar{Y} \quad (2.96)$$

En tercer lugar, usando las expresiones (2.93) y (2.96) obtenemos que el consumo en equilibrio sería:

$$\bar{C} = \frac{1 - \beta + (1 - \alpha)\beta\delta}{1 - \beta + \beta\delta} \bar{Y} \quad (2.97)$$

A continuación, usando la expresión (2.89) obtenemos que:

$$\bar{L} = \frac{\gamma(1 - \alpha)(1 - \beta + \beta\delta)}{(1 - \gamma)(1 - \beta + (1 - \alpha)\beta\delta) + \gamma(1 - \alpha)(1 - \beta + \beta\delta)} \quad (2.98)$$

Finalmente, sustituyendo (2.95) y (2.98) en (2.91) llegamos al valor de equilibrio para el nivel de producción de la economía:

$$\bar{Y} = \bar{A}^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{\alpha\beta}{1 - \beta + \beta\delta} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (2.99)$$

$$\left[1 + \frac{\gamma(1 - \alpha)(1 - \beta + \beta\delta)}{(1 - \gamma)(1 - \beta + (1 - \alpha)\beta\delta)} \right] \quad (2.100)$$

dado \bar{A} . En el caso de un entorno competitivo también obtendríamos los valores de estado estacionario para el salario y el tipo de interés real. Una vez obtenido el estado estacionario de la economía, ya podemos proceder a transformar en estacionarias las variables de la economía y calcular la desviación de cada una de ellas respecto a su estado estacionario. En el apéndice B presentamos el modelo log-linearizado.

2.5 El modelo de equilibrio general dinámico estocástico

En la sección anterior hemos resuelto el modelo de equilibrio general dinámico en su versión determinista. Esto significa que hemos supuesto que todas las perturbaciones que puedan afectar a la economía son cero para cualquier momento del tiempo. Sin embargo, en la práctica la economía está sujeta a una gran variedad de perturbaciones que afectan a las distintas variables macroeconómicas, por lo que hemos de incorporar estas perturbaciones en nuestro análisis.

La conversión de nuestro modelo determinista en estocástico provoca que no podamos disponer de una solución al mismo, salvo en casos muy concretos (por ejemplo, cuando la función de utilidad es logarítmica y el capital se deprecia totalmente periodo a periodo). Por este motivo se hace necesario el uso de métodos de resolución computacionales. Existen diferentes métodos de resolución de los modelos EGDE. Estos son el método de Blanchard y Kahn (1980), el método de Uhlig (1999), el método de Sims (2001) y el método de Klein (2000). En el apéndice B mostramos la aplicación del método de Blanchard y Kahn (1980) al modelo básico presentado anteriormente.

En el modelo presentado anteriormente podemos introducir, sin alterar su estructura, directamente cuatro tipos de perturbaciones: productividad, perturbación a la función de utilidad, perturbación al consumo y perturbación al empleo. Así, tal y como hemos definido la función de producción, aparece una variable exógena, A_t , que habíamos supuesto que era fija. La forma más fácil de convertir el modelo anterior en estocástico, consiste en suponer que esta variable no es fija, sino que sigue un determinado proceso estocástico sujeto a

perturbaciones. De hecho, esta es la única perturbación considerada en la literatura sobre el ciclo real (modelo RBC estándar).

Suponemos que la perturbación de productividad sigue un proceso autorregresivo de primer orden, tal que:

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t^A, \quad \varepsilon_t^A \sim N(0, \sigma_A^2) \quad (2.101)$$

donde $|\rho_A| < 1$ con objeto de asegurar la estacionariedad del proceso.

Por otra parte, la función de utilidad de los individuos la podemos reescribir como:

$$\max_{(C_t, K_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t B_t [\gamma D_t \log C_t + (1 - \gamma) H_t \log(1 - L_t)] \quad (2.102)$$

donde B_t es una perturbación que refleja un shock general a las preferencias que afecta a la sustitución intertemporal de los consumidores (es a lo que denominamos una perturbación en las preferencias, D_t representa una perturbación en las preferencias de consumo y H_t representa una perturbación a la oferta de trabajo. Suponemos que el proceso que siguen estas tres perturbaciones es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \ln B_t \\ \ln D_t \\ \ln H_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_B & v_{BD} & v_{BH} \\ v_{DB} & \rho_D & v_{DH} \\ v_{HB} & v_{HD} & \rho_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln B_{t-1} \\ \ln D_{t-1} \\ \ln H_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^B \\ \varepsilon_t^D \\ \varepsilon_t^H \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

donde $|\rho_i \pm v_{ij}| < 1$, $i \neq j$, $i, j = B, D, H$, con objeto de asegurar la estacionariedad de los procesos, siendo $E(\varepsilon_t^i) = 0$ y $E(\varepsilon_t^i \varepsilon_t^i) = \sigma_i^2$, $\forall i$.

En nuestro caso, vamos a considerar únicamente la existencia de la perturbación de productividad, es decir, usamos el esquema clásico de la literatura RBC. No obstante, a medida que incorporemos nuevos elementos en la estructura básica del modelo, también podremos estudiar los efectos de otros tipos de perturbaciones sobre la dinámica de la economía.

2.6 Ecuaciones del modelo y calibración

Una vez resuelto el modelo que hemos presentado anteriormente tenemos dos posibilidades. O bien estimamos los parámetros del

modelo usando algún método econométrico o bien los calibramos. La calibración consiste en calcular de alguna forma el valor de los parámetros, bien dándoles un valor arbitrario, bien obteniéndolo usando los datos disponibles y diferentes definiciones de los mismos o bien usando los valores que aparecen en otros trabajos. Esta ha sido la opción utilizada por la mayoría de trabajos hasta fechas recientes. Por el contrario, la estimación, por ejemplo vía máxima verosimilitud o bayesiana, consiste en ajustar el modelo a los datos estadísticos para así determinar el valor de los parámetros del mismo. Esta segunda opción es la que está tomando más fuerza recientemente.

La estimación de este tipo de modelos ha resultado ser problemática. En primer lugar, el número de variables de control es superior al número de variables de estado. Esto da lugar al denominado problema de la singularidad estocástica. Este problema se ha resuelto básicamente de dos formas: bien incorporando la existencia de errores de medida en los datos (esta es la estrategia seguida por Sargent, 1989; Altug, 1989; y Ireland, 2004), o bien a través de incrementar el número de perturbaciones del modelo (esta parece ser la estrategia seguida por la mayoría de autores). Por otra parte, las estimaciones de máxima-verosimilitud han dado problemas en relación al valor de diferentes parámetros. Así, por ejemplo, las diferentes estimaciones arrojan como resultado valores considerados excesivamente bajos para la tasa de descuento intertemporal, β . En cualquier caso, parece más correcto, al menos desde el punto de vista teórico, proceder a estimar estos modelos en lugar de simplemente calibrarlos.

No obstante, en nuestro análisis vamos a elegir el primer método. Es decir, en lugar de estimar los modelos, vamos a calibrarlos, fijando a priori los valores de los distintos parámetros del mismo. Una vez determinado el valor de los parámetros procedemos a calcular y simular numéricamente el modelo. Para ello vamos a usar el programa Dynare en MatLab, que nos permite computar numéricamente el modelo de una forma muy sencilla y con unos requisitos muy básicos de programación.

El equilibrio del modelo viene dado por un conjunto de seis ecuaciones, en el caso de una economía planificada, que representan el comportamiento de las cinco variables endógenas, Y_t , C_t , I_t , K_t , L_t y de la variable A_t que en principio es una variable exógena pero

que también podemos considerarla como una variable endógena ya que suponemos que sigue un determinado proceso estocástico. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = (1-\alpha)Y_t/L_t \quad (2.104)$$

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [\alpha Y_t/K_t + 1 - \delta] \quad (2.105)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (2.106)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2.107)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \quad (2.108)$$

$$\ln A_t = (1-\rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.109)$$

En el caso de una economía de mercado, tendríamos un total de 8 variables endógenas y, por tanto, el equilibrio vendría definido por 8 ecuaciones (las anteriores más las correspondientes a la determinación del precio de los dos factores productivos). Las dos ecuaciones adicionales serían:

$$W_t = (1-\alpha)Y_t/L_t \quad (2.110)$$

$$R_t = \alpha Y_t/K_t \quad (2.111)$$

Dado que en nuestro caso vamos a proceder a calibrar el modelo, necesitamos para ello asignar de alguna forma valores a los parámetros. Los parámetros que tenemos que calibrar, seis en total, son los siguientes:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \delta, \gamma, \rho_A, \sigma_A\}$$

α : Este parámetro representa la proporción de las rentas del capital sobre la renta total de la economía, $\alpha \in (0, 1)$. Por tanto $1-\alpha$ representa la proporción de las rentas del factor productivo trabajo sobre la renta total, dado el supuesto de rendimientos constantes a escala. Así, este parámetro nos está indicando como se distribuye

la renta nacional entre los factores productivos. Como podemos comprobar, se trata de un parámetro tecnológico, que determina cómo es la función de producción y, por tanto, la aportación de cada factor productivo a la producción final. De hecho, va a ser el parámetro determinante de la productividad de cada uno de los factores productivos. El valor de este parámetro puede obtenerse a partir de los datos de Contabilidad Nacional, como por ejemplo 1 menos la proporción que representan las rentas del trabajo sobre el total de rentas de la economía. Para la mayoría de las economías se sitúa en torno a 0,3-0,35.

β : Este parámetro representa cómo los agentes actualizan la utilidad futura en función de la utilidad actual, dependiendo de la tasa de preferencia subjetiva intertemporal de los individuos. A este parámetro se le denomina factor de descuento y suele tomar un valor ligeramente inferior a la unidad, indicando cuánto los agentes descuentan el futuro. Si el valor es igual a 1, esto significa que los agentes valoran por igual la utilidad futura que la utilidad en el momento actual, es decir, no descuentan el futuro. Cuanto menor sea este valor respecto a la unidad, mayor es el descuento que se hace del futuro, es decir, menor es la valoración que se hace de la utilidad futura respecto a la utilidad actual. En la literatura habitualmente se usan valores en torno a 0,97 en el caso de datos anuales o de 0,99 en el caso de datos trimestrales.

Una forma de calcular este parámetro de preferencias consiste en utilizar las condiciones de primer orden del modelo en estado estacionario. En efecto, a partir de la condición de primer orden (2.105) podemos obtener un valor calibrado para este parámetro en función de la tasa de depreciación del capital y de la productividad marginal del capital, medida por el tipo de interés real. Calculando dicha expresión en estado estacionario resulta:

$$\beta = \frac{1}{R + 1 - \delta} \quad (2.112)$$

De este modo, dado un tipo de interés real de equilibrio para la economía y dada una tasa de depreciación física del capital, podemos obtener un valor para el parámetro de descuento.

δ : Este parámetro representa la tasa de depreciación física del stock de capital. Es decir, representa la proporción del stock de capital que se pierde periodo a periodo por el uso del mismo. Estimaciones de este parámetro pueden encontrarse en

diferentes bases de datos, como por ejemplo la base de datos sobre productividad EU-Klems. En el caso de datos trimestrales, la literatura usa valores de 0,02-0,03. En el caso de datos anuales encontramos valores que van desde 0,04 a 0,1.

γ : Este parámetro representa las preferencias del individuo en relación a la decisión consumo-ocio, $\gamma \in (0, 1)$. Su valor representa la proporción del gasto en consumo sobre la renta total. De hecho en un mundo donde no existiese capital o la posibilidad de ahorro, este parámetro simplemente vendría dado por la proporción de horas trabajadas del individuo sobre el total de horas disponibles. Una posible estimación de este parámetro puede obtenerse a través de las condiciones de primer orden del modelo. En efecto, a partir de la condición (2.104) en estado estacionario obtenemos que:

$$\gamma = \frac{\bar{C}}{\bar{C} + \bar{W}(1 - \bar{L})} \quad (2.113)$$

En este caso necesitaríamos un valor para el consumo en estado estacionario más la valoración del ocio, que puede obtenerse a partir de la remuneración al trabajo.

ρ_A : Es el parámetro autorregresivo de la perturbación de productividad. El valor de este parámetro va a reflejar la persistencia en el tiempo de esta perturbación. En la literatura se usan habitualmente parámetros superiores a 0,9 fijados arbitrariamente, si bien es posible obtener la productividad total de los factores como un residuo (el residuo de Solow) y, a partir de estos valores estimar económicamente dicho parámetro.

σ_A : Es la desviación estándar del término de error asociado al proceso estocástico que sigue la productividad total de los factores. Al igual que el parámetro anterior, también puede ser estimado económicamente a partir del residuo de la función de producción.

La tabla 2.1 muestra los valores de los parámetros calibrados que vamos a utilizar en nuestro análisis, suponiendo que la frecuencia de los datos es anual, valores que son muy similares a los usados habitualmente por la literatura.

Tabla 2.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,400
δ	Tasa de depreciación	0,060
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,010

2.7 Perturbación de productividad

Una vez resuelto el modelo podemos realizar una gran variedad de experimentos y aplicaciones empíricas que nos permitan explicar la dinámica de las diferentes variables macroeconómicas. El ejercicio que vamos a realizar es el tradicional y consiste en estudiar cómo responde el modelo ante diferentes perturbaciones, calculando las desviaciones de las distintas variables respecto a su valor de estado estacionario. Asimismo, estamos interesados en estudiar cómo el sistema vuelve a su estado estacionario inicial o bien, se mueve hacia un nuevo estado estacionario, en función de si las perturbaciones tienen efectos transitorios o permanentes.

A continuación vamos a estudiar los efectos de una perturbación en la productividad de la economía. Es decir, vamos a analizar los efectos de una alteración en la productividad total de los factores, que es un análisis estándar y que constituye el ejercicio básico en la denominada literatura del ciclo real.

Tal y como hemos indicado anteriormente suponemos que la perturbación de productividad sigue un proceso autorregresivo de primer orden, tal que:

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t^A; \quad \varepsilon_t^A \sim N(0, \sigma_A^2) \quad (2.114)$$

En nuestro caso vamos a suponer que $\rho_A = 0.95$, $\sigma_A = 0.01$ y que $\bar{A} = 1$. A partir de la computación del modelo podemos calcular las desviaciones de las variables respecto a su valor de estado estacionario, lo que permite representar gráficamente las denominadas funciones impulso-respuesta.

En el apéndice A presentamos el programa de Dynare correspondiente a este modelo. Tal y como podemos observar el

modelo está compuesto por un total de 8 ecuaciones, definidas por el sistema (2.104)-(2.109), para un total de 8 variables endógenas, dentro de las cuales se incluye la productividad total de los factores. El modelo contiene una variable exógena, que son las perturbaciones de productividad.

La tabla 2.2 muestra los valores de estado estacionario, dada la calibración de los parámetros del modelo realizada anteriormente. El valor de estado estacionario del nivel de producción es de 0,744. Este valor está condicionado por el hecho de que hemos supuesto que la dotación de tiempo discrecional de la economía es igual a la unidad. Por otra parte, obtenemos que el valor del empleo en estado estacionario es 0,36, es decir, el 36% del tiempo total discrecional se emplea en tareas productivas. En cuanto al uso que se le da a la producción en equilibrio, vemos que casi el 77% de la renta se destina al consumo, mientras que el 23% restante se destina al ahorro. Finalmente, observamos que el stock de capital es casi 4 veces la producción, lo que concuerda con los datos estadísticos disponibles sobre el stock de capital de la economía.

Tabla 2.2: Valores de estado estacionario

Variable	Valor	Ratio respecto a \bar{Y}
\bar{Y}	0,74469	1,000
\bar{C}	0,57270	0,769
\bar{I}	0,17199	0,231
\bar{K}	2,86649	3,849
\bar{L}	0,36039	-
\bar{R}	0,09092	-
\bar{W}	1,34312	-
\bar{A}	1,00000	-

La figura 2.1 muestra los efectos de dicha perturbación sobre las variables del modelo a lo largo de 40 periodos posteriores a que se produzca dicha perturbación. Suponemos que inicialmente se produce un aumento en la Productividad Total de los Factores del 1%. Dada la persistencia que hemos supuesto para el proceso que sigue la Productividad Total de los Factores, disminuyendo su valor de forma lenta en el tiempo dado que hemos modelizado la perturbación como un proceso autorregresivo de orden 1 con un

parámetro relativamente elevado, cercano a la unidad, indicando un elevado grado de autocorrelación.

En primer lugar, observamos que el nivel de producción aumenta en impacto, desviándose positivamente respecto a su valor de estado estacionario. Posteriormente, la desviación positiva comienza a disminuir, pero mostrando una importante persistencia en el tiempo. De hecho, después de haber transcurrido 20 periodos, el nivel de producción sigue siendo un 0,5% superior a su valor de estado estacionario. Por tanto, como era de esperar, una perturbación de productividad positiva (un cambio que hace aumentar la productividad total de la economía) provoca un efecto positivo sobre el nivel de producción. Nótese, que el nivel de producción aumenta inicialmente sin que varíe la cantidad de capital y con un leve aumento en el factor productivo trabajo. Esto es debido a que la perturbación supone un aumento instantáneo de la PTF, que se traslada directamente a la producción.

En segundo lugar, el consumo también aumenta de forma instantánea respecto a su valor de estado estacionario, pero en menor proporción. Posteriormente, dicha desviación sigue aumentando hasta que alcanza un máximo pasado 10 periodos, para ir disminuyendo posteriormente. Vemos que la respuesta del consumo ante esta perturbación tiene forma de campana. Este comportamiento del consumo viene explicado tanto por el comportamiento del nivel de producción como por el comportamiento de la inversión. La inversión aumenta de forma instantánea como consecuencia del choque de productividad, para posteriormente ir disminuyendo rápidamente hacia su valor de estado estacionario.

Por su parte, el stock de capital de la economía también muestra una función de impulso-respuesta en forma de campana. Así, inicialmente el aumento de la inversión provoca también un aumento del stock de capital (la inversión neta es positiva). Sin embargo, a medida que la inversión disminuye, el stock de capital alcanza un máximo a partir del cual comienza a descender, pero siempre por encima de su valor de estado estacionario. El efecto sobre el empleo es muy limitado. De hecho, el empleo aumenta inicialmente, aunque en un porcentaje muy reducido (aproximadamente un 0,2%) para posteriormente disminuir, incluso a valores ligeramente inferiores a su estado estacionario.

Finalmente, por lo que respecta al precio de los factores productivos, el salario aumenta en impacto, hasta alcanzar un máximo, a partir del cual disminuye, pero siempre por encima de su valor de estado estacionario, reflejando el efecto positivo de la perturbación de productividad agregada sobre la productividad marginal del trabajo. Por su parte, el tipo de interés real experimenta una ligera variación positiva inicialmente, dado el aumento en la productividad marginal del capital, si bien posteriormente disminuye muy ligeramente por debajo de su valor de estado estacionario, como consecuencia del proceso de acumulación del capital generado.

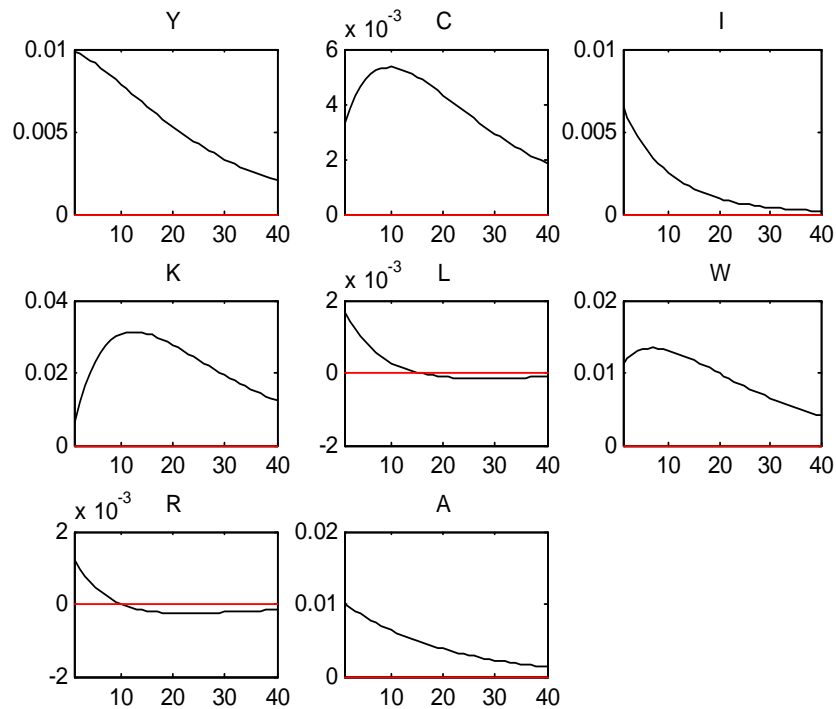


Figura 2.1. Efectos de una perturbación en la productividad total de los factores

El ejercicio que hemos realizado es el típico análisis de la literatura del ciclo real (RBC en su acepción anglosajona), desarrollado por

Kydland y Prescott (1982) y Long y Plosser (1983), en el cual los ciclos están generados por perturbaciones exógenas a la función de producción. El mecanismo implícito en estos modelos es el siguiente. La perturbación que recibe la función de producción, hace que los agentes alteren sus decisiones de consumo y de inversión, debido a su comportamiento optimizador en un entorno dinámico. La perturbación que recibe la producción altera la productividad marginal del trabajo, lo que afecta a las decisiones trabajo-ocio. Por su parte, la acumulación de capital introduce un elemento de persistencia, incluso en el caso en el que la perturbación que afecta al nivel de producción esté no correlacionada serialmente. De este modo obtenemos un conjunto de efectos que son, en términos generales, similares a los observados durante los ciclos económicos. El ejercicio resultante es altamente ilustrativo del funcionamiento del modelo y de las diferentes relaciones que existen entre las distintas variables. No obstante hemos de advertir que el modelo desarrollado es altamente estilizado y agregado, implicando una serie de supuestos que pueden resultar excesivamente restrictivos para replicar la dinámica de las variables de una economía.

2.8 Conclusiones

En este capítulo hemos presentado una versión del modelo de equilibrio general dinámico, que se ha convertido en el esquema básico de análisis de la macroeconomía en la actualidad. El modelo desarrollado es una versión muy simplificada de los modelos que tanto Bancos Centrales como diferentes organismos económicos vienen utilizando para describir el comportamiento de la economía y para la realización de análisis de perturbaciones.

La estructura del modelo viene dada por el comportamiento de dos agentes económicos: los consumidores por un lado y las empresas por el otro. Los consumidores determinan las sendas del consumo, inversión y oferta de trabajo, mientras que las empresas deciden la cantidad de factores productivos que van a utilizar para producir, dados unos precios de los mismos.

El hecho de que este tipo de análisis constituya el esquema básico de análisis macroeconómico obedece al hecho de que se trata de un modelo altamente estilizado en el cual el comportamiento de las variables se determina de forma endógena, en el cual

se tienen en cuenta todas las interacciones entre las diferentes variables macroeconómicas siendo capaz de replicar la dinámica de la economía.

En el modelo presentado en este capítulo únicamente hemos considerado una fuente de perturbación, la derivada de la productividad total de los factores. No obstante, es relativamente fácil introducir otro tipo de perturbaciones, como por ejemplo una perturbación de demanda a las preferencias del consumidor, perturbación a la oferta de trabajo, etc.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, que se corresponde con el fichero *modell1.mod*, es el siguiente:

```
// Model 1. IEGD
// Código Dynare
// File: modell1.mod
// Modelo Básico de EGDE
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, C, I, K, L, W, R, A;
// Definición de variables exógenas
varexo e;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, rho;
// Valores de los parámetros
alpha = 0.35;
beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
rho = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
C = (gamma/(1-gamma))*(1-L)*(1-alpha)*Y/L;
1 = beta*((C/C(+1))*(R(+1)+(1-delta)));
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
K = (Y-C)+(1-delta)*K(-1);
I = Y-C;
```

```

W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.8;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento condición BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
end;
// Simulación estocástica
stoch_simul(periods=1000);

```

Apéndice B: Solución del modelo estocástico

A continuación, vamos a proceder a resolver el modelo en su versión estocástica. Para ello, comenzamos realizando la linearización del modelo alrededor de su estado estacionario. El modelo propuesto, pese a la simplicidad de su estructura, es un modelo altamente no lineal, reflejando relaciones muy complejas entre las distintas variables económicas, lo que dificulta enormemente su aplicación práctica, hasta el punto de hacerla imposible tal y como viene definido. Para resolver este problema, vamos a recurrir a realizar una aproximación lineal del mismo, que nos permitiría su aplicación directa a los datos estadísticos.

La log-linealización del modelo consiste en expresar las variables como desviaciones log-lineales respecto a sus valores de estado estacionario calculados anteriormente. La desviación log-lineal de una variable u alrededor de su valor de estado estacionario, \bar{u} , la denotamos como \hat{u} , donde $\hat{u}_t = \ln u_t - \ln \bar{u}$. Esto es

$$u_t = \bar{u}^{\hat{u}_t} \approx \bar{u}(1 + \hat{u}_t)$$

En la derivación de las aproximaciones vamos a seguir dos reglas básicas (Uhlig, 1999). En primer lugar, para dos variables u_t y z_t , tenemos que:

$$u_t z_t \approx \bar{u}(1 + \hat{u}_t) \bar{z}(1 + \hat{z}_t) \approx \bar{u} \bar{z} (1 + \hat{u}_t + \hat{z}_t)$$

es decir, asumimos que el término del producto de dos desviaciones, tal como $\hat{u}_t \hat{z}_t$, es aproximadamente igual a cero. En segundo lugar, asumimos la siguiente aproximación:

$$u_t^a \approx \bar{u}^a (1 + \hat{u}_t)^a \approx \bar{u}^a (1 + a \hat{u}_t)$$

Teniendo en cuenta estas definiciones, ya podemos proceder a la log-linearización de nuestro modelo. Partiendo de la primera ecuación, que define el nivel de producción de la economía tendríamos:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

Dicha ecuación en estado estacionario sería:

$$\bar{Y} = \bar{A} \bar{K}^\alpha \bar{L}^{1-\alpha}$$

Por tanto, obtendríamos que:

$$\bar{Y}(1 + \hat{y}_t) = \bar{A} \bar{K}^\alpha \bar{L}^{1-\alpha} (1 + \hat{a}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 - \alpha) \hat{l}_t)$$

Sustituyendo los valores obtenidos anteriormente para las variables en estado estacionario, la ecuación log-linealizada para la función de producción de la economía sería:

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 - \alpha) \hat{l}_t \quad (\text{A.1})$$

Este mismo procedimiento lo repetimos para las siguientes ecuaciones del modelo. Así, la segunda ecuación vendría dada por:

$$C_t = Y_t - I_t$$

En términos de desviaciones respecto al estado estacionario tendríamos:

$$\hat{c}_t = \frac{\bar{Y}}{\bar{C}} \hat{y}_t - \frac{\bar{I}}{\bar{C}} \hat{i}_t$$

Por tanto, la ecuación log-linealizada para la restricción de factibilidad de la economía, sustituyendo los correspondientes valores de estado estacionario, vendría dada por:

$$[1 - \beta + (1 - \alpha)\beta\delta] \hat{c}_t = (1 - \beta + \beta\delta) \hat{y}_t - \alpha\beta\delta \hat{i}_t \quad (\text{A.2})$$

La ecuación de acumulación del capital log-linealizada vendría dada por

$$\hat{k}_{t+1} = (1 - \delta) \hat{k}_t + \delta \hat{i}_t \quad (\text{A.3})$$

La ecuación de la oferta de trabajo se obtiene a partir de:

$$\frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1 - L_t} = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t}$$

que tras las transformaciones oportunas se llega a:

$$(1 - \gamma) \bar{C} \bar{L} = \gamma(1 - \alpha) \bar{Y}(1 - \bar{L})$$

Sustituyendo los correspondientes valores de estado estacionario calculados anteriormente, obtenemos la siguiente expresión:

$$\left[1 + \frac{\gamma(1 - \alpha)}{(1 - \gamma)} \frac{1 - \beta + \beta\delta}{1 - \beta + (1 - \alpha)\beta\delta} \right] \hat{l}_t = \hat{y}_t - \hat{c}_t \quad (\text{A.4})$$

Respecto a la quinta ecuación:

$$\frac{E_t C_{t+1}}{C_t} = E_t \beta \left[1 + \left(\alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} - \delta \right) \right]$$

la log-linealización de la misma daría lugar a la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\beta} E_t \hat{c}_{t+1} - \frac{1}{\beta} \hat{c}_t = (1 - \beta + \beta\delta) E_t \hat{y}_{t+1} - (1 - \beta + \beta\delta) E_t \hat{k}_{t+1} \quad (\text{A.5})$$

Finalmente, dado que hemos supuesto que la productividad total de los factores sigue un proceso autorregresivo de orden 1, su log-desviación respecto al estado estacionario vería dado por la siguiente expresión:

$$\widehat{a}_t = \rho \widehat{a}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.6})$$

Una vez que disponemos del modelo en forma log-lineal, ya podemos proceder a la resolución del mismo, si bien hemos de tener en cuenta que se trata de una aproximación al modelo inicial que es altamente no lineal.

A la hora de resolver un modelo EGDE existen diferentes métodos, que producen resultados muy similares. Los distintos métodos existentes son los propuestos por Blanchard y Kahn (1980), Uhlig (1999), Sims (2001) y Klein (2000). En nuestro caso vamos a utilizar el procedimiento de resolución de Blanchard-Kahn (1980). Para ello partimos de la definición de los dos siguientes vectores de desviaciones respecto al estado estacionario:

$$x_t^0 = \begin{bmatrix} \widehat{y}_t \\ \widehat{i}_t \\ \widehat{l}_t \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$s_t^0 = \begin{bmatrix} \widehat{k}_t \\ \widehat{c}_t \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

donde el primer vector está formado por las desviaciones del nivel de producción, de la inversión y del nivel de empleo respecto a sus valores de estado estacionario y el segundo vector está formado por las desviaciones del stock de capital y del consumo, dado que son las variables para las cuales no solamente disponemos de su valor actual sino también de su valor futuro.

En primer lugar, podemos escribir el siguiente sistema:

$$Ax_t^0 = Bs_t^0 + C\widehat{a}_t \quad (\text{A.9})$$

que estaría formado por las siguientes tres ecuaciones:

$$\widehat{y}_t - (1 - \alpha)\widehat{l}_t = \widehat{a}_t + \alpha\widehat{k}_t$$

$$(1 - \beta + \beta\delta)\widehat{y}_t - \alpha\beta\delta\widehat{i}_t = [1 - \beta + (1 - \alpha)\beta\delta]\widehat{c}_t$$

$$\widehat{y}_t - \left[1 + \frac{\gamma(1-\alpha)}{(1-\gamma)} \frac{1-\beta+\beta\delta}{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta} \right] \widehat{l}_t = \widehat{c}_t$$

Definiendo los siguientes parámetros para simplificar la notación:

$$\theta = 1 - \beta + \beta\delta$$

$$\phi = 1 - \beta + (1 - \alpha)\beta\delta$$

$$\eta = 1 + \frac{\gamma(1-\alpha)}{(1-\gamma)} \frac{\theta}{\phi}$$

obtenemos que las matrices del anterior sistema vienen dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha - 1 \\ \theta & \phi - \theta & 0 \\ 1 & 0 & -\eta \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \phi \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De forma adicional, también podemos definir el siguiente sistema en términos del valor esperado futuro de las variables del modelo:

$$DE_t s_{t+1}^0 + FE_t x_{t+1}^0 = Gs_t^0 + Hx_t^0 \quad (\text{A.10})$$

que estaría compuesto por las siguientes dos ecuaciones:

$$(1 - \beta + \beta\delta) E_t \widehat{k}_{t+1} + \frac{1}{\beta} E_t \widehat{c}_{t+1} - (1 - \beta + \beta\delta) E_t \widehat{y}_{t+1} = \frac{1}{\beta} \widehat{c}_t$$

$$\widehat{k}_{t+1} = (1 - \delta) \widehat{k}_t + \delta \widehat{i}_t$$

donde las matrices correspondientes vendrían dadas por:

$$D = \begin{bmatrix} \theta & \frac{1}{\beta} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} -\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 - \delta \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta & 0 \end{bmatrix}$$

Finalmente, el cierre del modelo en notación matricial, incorporaría la siguiente expectativa para las desviaciones de la productividad total de los factores:

$$E_t \hat{a}_{t+j} = \rho_A^j \hat{a}_t$$

El sistema (A.9) puede reescribirse como:

$$x_t^0 = A^{-1} B s_t^0 + A^{-1} C \hat{a}_t$$

Tomando un periodo hacia adelante, el anterior sistema tendría como expresión la siguiente:

$$E_t x_{t+1}^0 = A^{-1} B E_t s_{t+1}^0 + A^{-1} C \rho_A \hat{a}_t$$

Sustituyendo en el sistema (A.10) obtenemos que:

$$(D + F A^{-1} B) E_t s_{t+1}^0 = (G + H A^{-1} B) s_t^0 + (H A^{-1} C - F A^{-1} C \rho_A) \hat{a}_t$$

Redefiniendo las matrices, el sistema resultante sería:

$$E_t s_{t+1}^0 = J s_t^0 + L \hat{a}_t$$

donde:

$$J = (D + F A^{-1} B)^{-1} (G + H A^{-1} B)$$

$$M = (D + F A^{-1} B)^{-1} (H A^{-1} C - F A^{-1} C \rho_A)$$

Utilizando la descomposición de Jordan, la matriz J puede descomponerse tal que:

$$J = O^{-1}NO$$

donde:

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 \\ 0 & N_{22} \end{bmatrix}$$

y donde:

$$O = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix}$$

Nótese que los elementos de la diagonal de N son los valores propios de la matriz J , teniendo que resultar que N_{11} esté dentro del círculo unidad y que N_{22} esté fuera del círculo unidad, para que la solución sea única. En caso contrario no se cumpliría la condición de rango, por lo que la solución no sería única. Las columnas del O^{-1} serían los vectores propios de la matriz J .

Por tanto, el sistema puede escribirse como:

$$E_t s_{t+1}^0 = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N_{11} & 0 \\ 0 & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} s_t^0 + \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{21} \end{bmatrix} \hat{a}_t$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} E_t s_{t+1}^0 &= \begin{bmatrix} N_{11} & 0 \\ 0 & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} s_t^0 \\ &+ \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{21} \end{bmatrix} \hat{a}_t \end{aligned}$$

Alternativamente, podemos escribir las siguientes expectativas:

$$E_t s_{1,t+1}^1 = N_{11} s_{1,t}^1 + Q_{11} \hat{a}_t$$

$$E_t s_{2,t+1}^1 = N_{22} s_{2,t}^1 + Q_{21} \hat{a}_t$$

donde:

$$s_{1,t}^1 = O_{11} \hat{k}_t + O_{12} \hat{c}_t$$

$$s_{2,t}^1 = O_{21} \hat{k}_t + O_{22} \hat{c}_t$$

y donde:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{21} \end{bmatrix} = OM$$

Dado que el valor de N_{22} está fuera del círculo unidad, podemos resolver $s_{2,t}^1$ hacia adelante:

$$s_{2,t}^1 = \frac{1}{N_{22}} E_t s_{2,t+1}^1 - \frac{Q_{21}}{N_{22}} \hat{a}_t$$

resultando:

$$\begin{aligned} s_{2,t}^1 &= -\frac{Q_{21}}{N_{22}} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{N_{22}} \right)^j E_t \hat{a}_{t+j} \\ &= -\frac{Q_{21}}{N_{22}} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\rho_A}{N_{22}} \right)^j \hat{a}_t = \frac{Q_{21}}{\rho_A - N_{22}} \hat{a}_t \end{aligned}$$

Resolviendo para \hat{c}_t obtenemos:

$$\frac{Q_{21}}{\rho_A - N_{22}} \hat{a}_t = O_{21} \hat{k}_t + O_{22} \hat{c}_t$$

Despejando la log-desviación del consumo resulta:

$$\hat{c}_t = -\frac{O_{21}}{O_{22}} \hat{k}_t + \frac{Q_{21}}{O_{22}(\rho_A - N_{22})} \hat{a}_t$$

o de forma equivalente:

$$\hat{c}_t = S_1 \hat{k}_t + S_2 \hat{a}_t$$

siendo

$$S_1 = -\frac{O_{21}}{O_{22}}$$

$$S_2 = \frac{Q_{21}}{O_{22}(\rho_A - N_{22})}$$

Para el caso del vector $s_{1,t}^1$ obtenemos que:

$$s_{1,t}^1 = (O_{11} + O_{12} S_1) \hat{k}_t + O_{12} S_2 \hat{a}_t$$

Sustituyendo este resultado tendríamos:

$$E_t s_{1,t+1}^1 = N_{11} s_{1,t}^1 + Q_{11} \hat{a}_t$$

$$E_t s_{1,t+1}^1 = N_{11} \left[(O_{11} + O_{12} S_1) \hat{k}_t + O_{12} S_2 \hat{c}_t \right] + Q_{11} \hat{a}_t$$

$$(O_{11} + O_{12} S_1) \hat{k}_{t+1} = N_{11} (O_{11} + O_{12} S_1) \hat{k}_t + (Q_{11} + O_{12} S_2 (1 - \rho_A)) \hat{a}_t$$

o de forma equivalente:

$$\hat{k}_{t+1} = S_3 \hat{k}_t + S_4 \hat{a}_t$$

donde:

$$S_3 = N_{11}$$

$$S_4 = \frac{Q_{11} + N_{11} O_{12} S_2 - O_{12} S_2 \rho_A}{O_{11} + O_{12} S_1}$$

Finalmente, volviendo al sistema inicial:

$$x_t^0 = A^{-1} B s_t^0 + A^{-1} C \hat{a}_t$$

$$x_t^0 = A^{-1} B \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{c}_t \end{bmatrix} + A^{-1} C \hat{a}_t$$

$$x_t^0 = A^{-1} B \begin{bmatrix} 1 \\ S_1 \end{bmatrix} \hat{k}_t + \left[A^{-1} C + A^{-1} B \begin{bmatrix} 0 \\ S_2 \end{bmatrix} \right] \hat{a}_t$$

que alternativamente puede ser escrito como:

$$x_t^0 = S_5 s_t^0 + S_6 \hat{a}_t$$

donde:

$$S_5 = A^{-1} B \begin{bmatrix} 1 \\ S_1 \end{bmatrix}$$

$$S_6 = A^{-1} C + A^{-1} B \begin{bmatrix} 0 \\ S_2 \end{bmatrix}$$

Una vez realizados todos los cálculos anteriormente, ya estamos en disposición de obtener la solución del modelo. Así, la solución del modelo vendría dado por los siguientes dos sistemas:

$$\begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{a}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_3 & S_4 \\ 0 & \rho_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t+1} \\ \varepsilon_{2,t+1} \end{bmatrix}$$

y

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_t \\ \hat{i}_t \\ \hat{l}_t \\ \hat{c}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_5 & S_6 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix}$$

por lo que hemos definido el vector de las log-desviaciones de las variables de control en términos de las variables de estado, donde las matrices S_5 y S_6 son funciones de los parámetros estructurales del modelo $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho_A, \sigma_A)$. Por tanto, la resolución del modelo implicaría la estimación de las matrices anteriores, es decir, de los parámetros estructurales del modelo, que ligán la evolución de las variables fundamentales con las variables de estado, donde las variables de estado siguen un vector autorregresivo de orden 1. Dado este proceso para las variables de estado, podemos predecir su valor futuro, por lo que utilizando el último sistema, podemos obtener proyecciones para el valor futuro de las variables fundamentales.

Dados los valores de los parámetros calibrados, resulta que:

$$A = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0000 & -0,6500 \\ 0,0882 & -0,0204 & 0,0000 \\ 1,0000 & 0,0000 & -1,5635 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0,35 & 0 \\ 0 & 0,0678 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0,0882 & 1,0309 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} -0,0882 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1,0309 & 0 \\ 0 & 0,94 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,06 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir de las matrices anteriores obtenemos que las matrices J y M son:

$$J = \begin{bmatrix} 0,1556 & 0,5553 \\ 0,9376 & -0,0180 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0,4447 \\ 0,1167 \end{bmatrix}$$

Aplicando la descomposición de Jordan a la matriz J , obtenemos que:

$$O = \begin{bmatrix} 0,4403 & 0,5597 \\ -0,6450 & 0,6450 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} -0,6579 & 0 \\ 0 & 0,7956 \end{bmatrix}$$

siendo

$$Q = \begin{bmatrix} 0,2611 \\ -0,2115 \end{bmatrix}$$

Finalmente, podemos calcular que:

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = -2,1240$$

$$S_3 = -0,6579$$

$$S_4 = 2,1727$$

$$S_5 = \begin{bmatrix} -0,1125 \\ -3,8171 \\ -0,7116 \end{bmatrix}$$

$$S_6 = \begin{bmatrix} 3,2230 \\ 21,0279 \\ 3,4200 \end{bmatrix}$$

Por tanto, los sistemas que definen la solución del modelo serían:

$$\begin{bmatrix} \widehat{k}_{t+1} \\ \widehat{a}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6579 & 2,1727 \\ 0 & 0,9500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{k}_t \\ \widehat{a}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t+1} \\ \varepsilon_{2,t+1} \end{bmatrix}$$

y

$$\begin{bmatrix} \widehat{y}_t \\ \widehat{i}_t \\ \widehat{l}_t \\ \widehat{c}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1125 & 3,2230 \\ -3,8171 & 21,0279 \\ -0,7116 & 3,4200 \\ 1,0000 & -2,1240 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{k}_t \\ \widehat{a}_t \end{bmatrix}$$

References

- [1] Blanchard, O. y Kahn, C.M. (1980): The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica*, 48(1), 305-311.
- [2] Brock, W. y Mirman, L. (1972): Optimal economic growth and uncertainty: The discounted case. *Journal of Economic Theory*, 4, 479-513.
- [3] Cass, D. (1965): Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation. *Review of Economic Studies*, 32, 233-240.
- [4] Ireland, P. (2004): A method for taking models to the data. *Journal of Economic Dynamic and Control*, 28, 1205-1226.
- [5] Klein, P. (2000): Using the generalized Schur form to solve a multivariate linear rational expectations model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24(1), 405-423.
- [6] Koopmans, T. (1965): On the concept of optimal economic growth, en *The Econometric Approach to Development Planning*, North-Holland, Amsterdam.
- [7] Kydland, F. y Prescott, E. (1982): Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica*, 50, 1350-1372.

- [8] Long, J. y Plosser, C. (1983): Real Business Cycles. *Journal of Political Economy*, 91(1), 39-69.
- [9] Ramsey, F. (1927): A contribution to the theory of taxation. *Economic Journal*, 37(145), 47-61.
- [10] Ramsey, F. (1928): A mathematical theory of saving. *Economic Journal*, 38(152), 543-559.
- [11] Rotemberg, J. y Woodford, M. (1997): An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy. *NBER Macroeconomics Annual*, 12, 297-346.
- [12] Sargent, T. (1989): Two models of measurements and the investment accelerator. *Journal of Political Economy*, 97(2), 251-287.
- [13] Sims, C. (2001): Solving linear rational expectations models. *Computational Economics*, 20, 1-20.
- [14] Uhlig, H. (1999): A toolkit for analyzing non-linear dynamic stochastic models easily, in R. Marimon y A. Scott (Eds.), *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, Oxford University Press, New York.

Tema 3

Hábitos de consumo

3.1 Introducción

En el tema anterior hemos presentado una función de utilidad que depende del consumo en el momento t . Esto era así porque suponíamos que la utilidad del individuo era instantánea, es decir, la satisfacción la obtenía en el momento en el que realizaba el consumo. De este modo, la utilidad que obtiene el individuo en un determinado periodo únicamente se ve afectada por el consumo que realiza en dicho periodo.

Sin embargo, la evidencia disponible constata la existencia de los denominados hábitos de consumo por los cuales la utilidad no es instantánea. Los hábitos de consumo hacen referencia al hecho de que la satisfacción que obtienen los consumidores no sólo se ve afectada por el consumo actual sino también por el consumo realizado en periodos anteriores. Esto se debe a una característica intrínseca del ser humano, que le supone un coste hacer frente a cambios en su entorno. Así, si un individuo está acostumbrado a realizar un nivel elevado de consumo y se produce un cambio brusco negativo en su riqueza, dicho individuo tenderá a seguir manteniendo el mismo patrón de consumo. Esta situación de rechazo al cambio se va a producir durante un periodo de tiempo, hasta que el individuo

amolde su nivel de consumo a su nuevo nivel de riqueza. Tal y como apuntan Campbell y Cochrane (1999), la formación de hábitos es un aspecto fundamental de la psicología: la repetición de un estímulo disminuye la percepción del estímulo y la respuesta al mismo.

La consideración de hábitos de consumo introduce un elemento nuevo en el modelo, dado que su incorporación al mismo provoca que la función de utilidad de los consumidores no sea aditivamente separable en el tiempo. En el modelo básico hemos supuesto que la función de utilidad de los consumidores es aditivamente separable en el tiempo. Esto supone que la suma de la utilidad en cada momento del tiempo es igual a la utilidad total descontada a lo largo del periodo. La consideración de hábitos de consumo implica que la función de utilidad de los consumidores no es separable en el tiempo, ya que las decisiones de consumo en periodos anteriores afectan a la utilidad actual.¹

La justificación para la introducción de hábitos de consumo en el modelo es la siguiente. La evidencia empírica muestra la existencia de desviaciones respecto a la hipótesis del ciclo vital-renta permanente. Estas desviaciones son de dos tipos: exceso de sensibilidad del consumo ante la renta actual y exceso de suavidad del consumo respecto a cambios en la renta. La existencia de hábitos de consumo puede explicar esta segunda desviación. Así, la existencia de hábitos de consumo va a provocar que ante una determinada perturbación, el consumo reaccione de una forma más suave que la que implica el modelo básico. Esto es así porque los hábitos de consumo inducen un mayor suavizado en la senda de consumo, lo que podría explicar el exceso de suavidad del consumo encontrado en la evidencia empírica.

La estructura de este tema es la siguiente. En la sección segunda presentamos una revisión del significado de los hábitos de consumo. En la sección tercera presentamos el modelo teórico, en el cual se describe el comportamiento de los consumidores, donde alteramos la función de utilidad instantánea para considerar la existencia de hábitos de consumo. La sección cuarta presenta la calibración del modelo y las ecuaciones que componen el mismo. La sección

¹Para una revisión sobre la literatura de hábitos de consumo véase, por ejemplo, Denton (1992).

quinta analiza los efectos de una perturbación de productividad. Finalmente, la sección sexta presenta algunas conclusiones.

3.2 Los hábitos de consumo

El modelo básico supone que la utilidad en un periodo depende únicamente del consumo realizado en dicho periodo, sin verse afectada por los consumos realizados en periodos anteriores. Esto significa que la función de utilidad es aditivamente separable en el tiempo.

Sin embargo, una característica que encontramos en el patrón de consumo de los individuos es lo que se denominan hábitos de consumo. La existencia de hábitos de consumo es un elemento que puede explicar el exceso de suavidad del consumo respecto a cambios en el nivel de producción, ya que en este caso las preferencias no son separables en el tiempo. Los hábitos de consumo pueden entenderse como un coste de ajuste del consumo cuando se produce algún tipo de perturbación. Este coste de ajuste se mide en términos de utilidad. Así, si los hábitos de consumo son muy pronunciados, ante una determinada perturbación el consumo tenderá a cambiar muy lentamente en el tiempo. Por tanto, los hábitos de consumo pueden ser los responsables del exceso de suavidad observado empíricamente en el consumo ante cambios en el nivel de producción. Por otra parte, tal y como muestran Boldrin, Christiano y Fisher (2001), también pueden explicar la otra desviación observada respecto a la hipótesis del ciclo vital-renta permanente: el exceso de sensibilidad del consumo ante cambios en el nivel de renta.

Los hábitos de consumo se introducen de forma habitual en los modelos EGDE con objeto de intentar explicar mejor la dinámica observada de la economía. Así, los datos indican que la respuesta del consumo frente a una perturbación positiva tiene forma de campana, con la mayor respuesta ocurriendo algunos periodos posteriores a la fecha en la que se produce la perturbación. Dicho comportamiento en forma de campana, así como un menor cambio instantáneo en el consumo, puede obtenerse considerando la existencia de hábitos de consumo.

De forma particular, los hábitos de consumo implican la no separabilidad de las preferencias en el tiempo. Bajo la existencia de hábitos de consumo, un aumento en el consumo actual disminuye

la utilidad marginal del consumo en el momento actual, pero la aumenta en el siguiente periodo o periodos. Lo contrario también es cierto. Por tanto, el problema a resolver es técnicamente más complejo, por cuanto que la decisión de consumo en el momento actual no sólo determina de forma directa la utilidad del periodo, sino también la utilidad futura.

En términos generales los hábitos de consumo pueden ser internos o externos. Una primera posibilidad es suponer que los hábitos son externos al individuo, es decir, no dependen de las decisiones pasadas del individuo respecto a su consumo, sino del consumo agregado de la economía. Esta es la especificación usada por Duesenberry (1949), Pollak (1970) y Abel (1990). Cuando los hábitos son externos, el stock de hábitos depende de la historia del consumo agregado en el pasado y no del consumo pasado del propio agente. Este tipo de hábitos de consumo es lo que se conoce en la literatura como "catching up with the Joneses".

La otra posibilidad es considerar los hábitos de consumo internos, que hacen referencia a una especificación en la cual los hábitos del individuo vienen determinados en términos de su propio consumo pasado. Esta es la especificación usada por Constantinides (1990). No obstante, tal y como apuntan Schmitt-Grohé y Uribe (2008), la dinámica del modelo en ambos casos va a ser muy similar, máxime si tenemos en cuenta que en equilibrio el consumo del agente representativo coincide con el consumo agregado en términos per cápita.

Los hábitos de consumo han tenido especial relevancia a la hora de explicar el denominado "equity premium puzzle", las fluctuaciones observadas en el ciclo económico, la dinámica de la inflación y cómo elemento clave para el desarrollo de una teoría de márgenes contra-cíclicos de los precios sobre los costes marginales. Constantinides (1990) muestra que los hábitos de consumo pueden resolver el "equity premium puzzle", debido fundamentalmente a que aumenta la divergencia entre la aversión al riesgo relativa del agente representativo y la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo. Carroll, Overland y Weil (2000) utilizan los hábitos de consumo para explicar la existencia de una relación positiva entre ahorro y crecimiento. En este sentido, la literatura empírica muestra que un alto crecimiento económico provoca también una elevado ahorro, lo que contradice los modelos estándar de crecimiento

económico, en los cuales los agentes "forward-looking" ahorrarían menos en una economía con alto crecimiento debido a que saben que en el futuro serán más ricos. Estos autores muestran que bajo la existencia de hábitos de consumo, se obtiene un resultado compatible con la evidencia empírica. Boldrin, Christiano y Fisher (2001) muestran que la consideración de los hábitos de consumo pueden explicar una gran variedad de hechos empíricos, tales como el exceso de sensibilidad del consumo ante variaciones en la renta, la propiedad de indicador adelantado inverso del tipo de interés, etc. Ravn, Schmitt-Grohé y Uribe (2006) introducen un modelo con lo que denominan "hábitos profundos", en el cual los hábitos de consumo no se forman a nivel agregado, sino que se determinan bien a bien, en función de las características de cada uno de ellos.

En la literatura encontramos una gran variedad de especificaciones a la hora de introducir la existencia de hábitos de consumo en la función de utilidad del individuo. La forma funcional más comúnmente utilizada es introducir dentro de la función de utilidad una cuasi diferencia del consumo, es decir, como una función del consumo del periodo menos una proporción del consumo del periodo anterior. De este modo la utilidad del individuo en un determinado periodo no dependería del nivel de consumo de dicho periodo sino de la cuasi-diferencia del mismo.

Así, vamos a suponer que el consumidor representativo maximiza la siguiente función de utilidad:

$$U(C_t - X_t, O_t) \quad (3.1)$$

donde C_t es el consumo, X_t representa los hábitos de consumo y O_t hace referencia al ocio. En cuanto a los hábitos de consumo, suponemos que son proporcionales al consumo realizado en el periodo anterior, tal que:

$$X_t = \phi C_{t-1} \quad (3.2)$$

donde $\phi > 0$ es el coeficiente de persistencia en los hábitos de consumo. El parámetro ϕ representa la intensidad de los hábitos de consumo y es el que introduce la no-separabilidad de las preferencias a lo largo del tiempo. Su implicación más directa es que un aumento del consumo actual disminuye la utilidad marginal del consumo en el periodo actual pero la aumenta en el periodo siguiente.

Intuitivamente significa que cuanto más comamos hoy, con más hambre nos levantaremos mañana.

Otra forma de introducir los hábitos de consumo es considerar en la función de utilidad un cuasi-ratio de consumo en lugar de una cuasi-diferencia del consumo. Este tipo de función de utilidad fue introducido por Duesenberry (1949).

Especificaciones más generales permiten que el nivel de hábitos sea una función de todos los consumos pasados. Así podemos suponer que la función de utilidad tiene la siguiente forma:

$$U(C_t - \phi X_{t-1}) \quad (3.3)$$

donde

$$X_{t-1} = X(C_{t-1}, C_{t-2}, \dots) \quad (3.4)$$

siendo X_{t-1} el stock de hábitos en el momento t . En términos general se supone que el stock de hábitos sigue un proceso autorregresivo de primer orden, AR(1), tal que:

$$X_t = (1 - \delta_X)X_{t-1} + \theta C_t \quad (3.5)$$

donde el parámetro δ_X es la tasa de depreciación del stock de hábitos y el parámetro θ mide la sensibilidad del stock de hábitos respecto al consumo actual.

Abel (1990) utiliza una función de utilidad general que puede contener tres especificaciones de la función de utilidad alternativas: la función de utilidad aditivamente separable en el tiempo, la función de utilidad que depende del nivel de consumo del individuo relativo al consumo agregado de la economía en el periodo anterior, es decir, hábitos externos, y la función de utilidad que incorpora hábitos del propio individuo, esto es, hábitos internos. La forma de esta función de utilidad es:

$$U(C_t, V_t) \quad (3.6)$$

donde

$$V_t = \left[C_{t-1}^S \tilde{C}_{t-1}^{1-S} \right]^\phi \quad (3.7)$$

y donde \tilde{C}_{t-1} es el nivel de consumo agregado de la economía en el periodo $t-1$. Si $\phi = 0$, entonces $V_t = 1$, y por tanto estamos en el

caso estándar donde la función de utilidad es separable en el tiempo. Si $\phi > 0$ y $S = 0$, entonces V_t depende únicamente del consumo agregado de la economía en el periodo anterior, por lo que los hábitos serían exernos. Finalmente, si $\phi > 0$ y $S = 1$, entonces estaríamos en el caso de hábitos internos, en el cual V_t depende únicamente del consumo del propio individuo en el periodo anterior.

3.3 El modelo

El modelo que vamos a desarrollar a continuación es similar al anterior en todos sus aspectos, excepto por la consideración de los hábitos de consumo. Para ello, suponemos que la función de utilidad del individuo depende de la cuasi diferencia del consumo. Esto significa que el único cambio respecto al modelo básico reside en la definición de la función de utilidad objetivo del consumidor.

3.3.1 Los consumidores

Suponemos que el consumidor representativo maximiza la siguiente función de utilidad:

$$U(C_t - H_t, O_t) \quad (3.8)$$

donde C_t es el consumo, H_t representa los hábitos de consumo y O_t hace referencia al ocio. En cuanto a los hábitos de consumo, suponemos que son proporcionales al consumo realizado en el periodo anterior, tal que:

$$H_t = \phi C_{t-1} \quad (3.9)$$

donde $\phi > 0$ es el coeficiente de persistencia en los hábitos de consumo. Esto significa que en la función de utilidad instantánea no sólo aparece el consumo actual, sino también el nivel de consumo del periodo inmediatamente anterior. La interpretación económica de este término es que la utilidad que se obtiene por el consumo actual es relativa al consumo realizado en el periodo anterior.

El problema de los consumidores sería ahora maximizar la siguiente función:

$$\max_{(C_t, K_t, L_t)} \mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log(C_t - \phi C_{t-1}) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \quad (3.10)$$

sujeto a la restricción presupuestaria:

$$C_t + I_t = W_t L_t + R_t K_t \quad (3.11)$$

La ecuación de acumulación de capital del individuo viene dada por:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (3.12)$$

Sustituyendo la inversión en la restricción presupuestaria quedaría:

$$C_t + K_{t+1} = W_t L_t + (R_t + 1 - \delta)K_t \quad (3.13)$$

Por tanto, el lagrangiano correspondiente al anterior problema sería:

$$\max_{(C_t, K_t, L_t)} \mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log(C_t - \phi C_{t-1}) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \\ -\lambda_t [C_t + K_{t+1} - W_t L_t - (R_t + 1 - \delta)K_t] \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

Resolviendo el problema anterior obtenemos que las condiciones de primer orden correspondientes vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} : \beta^t \left[\gamma \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \lambda_t \right] \quad (3.15)$$

$$-E_t \beta^{t+1} \left[\gamma \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t} \right] = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} : -(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} + \lambda_t W_t = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} : \beta^t \lambda_t [R_t + 1 - \delta] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} \quad (3.18)$$

donde $\beta^t \lambda_t$ es el multiplicador de Lagrange asignado a la restricción presupuestaria en el momento t . Despejando el multiplicador de Lagrange, obtenemos:

$$\lambda_t = \gamma \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \beta \gamma \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t}$$

Combinando las ecuaciones (??) y (3.17) obtenemos la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada:

$$(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} = \left[\gamma \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \beta \gamma \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t} \right] W_t \quad (3.19)$$

Combinando la ecuación (??) con la ecuación (3.18), teniendo en cuenta que:

$$\lambda_{t-1} = \gamma \frac{1}{C_{t-1} - \phi C_{t-2}} - \beta \gamma \phi \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}}$$

obtenemos la condición de primer orden intertemporal,

$$\frac{\left[\frac{1}{C_{t-1} - \phi C_{t-2}} - \beta \phi \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} \right]}{\left[\frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \beta \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t} \right]} = \beta [R_{t+1} + 1 - \delta] \quad (3.20)$$

que nos indica cuál es la senda óptima de consumo a lo largo del tiempo, esto es, la ratio de utilidades marginales igualadas al factor que pondera las ganancias de retrasar en un periodo el consumo presente. Si $\phi = 0$ estaríamos en el caso básico. Tal y como podemos observar, ahora la ecuación que determina las decisiones de inversión del individuo no sólo dependen del consumo de un periodo respecto a otro, sino que dependen de los consumos realizados en cuatro momentos del tiempo diferentes, reflejando el hecho de que el agente quiere mantener su nivel de consumo lo más estable posible en el tiempo.

3.3.2 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de utilización de los factores productivos capital y trabajo. Para la producción del bien privado final, Y , se requiere los servicios del trabajo, L , y del capital, K . Tanto los mercados de bienes y servicios como los mercados de factores se suponen perfectamente

competitivos. Las empresas alquilan el capital y el trabajo a las familias con el objetivo de maximizar beneficios, tomando como dados el precio de los mismos. La función de producción viene dada por:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (3.21)$$

donde A_t es una medida de la productividad total de los factores, α es la proporción de las rentas de capital sobre la renta total y $(1-\alpha)$ la proporción de las rentas salariales sobre la renta total.

El problema de la empresa (definido en términos estáticos) consistiría en maximizar, periodo a periodo, sus beneficios:

$$\Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - W_t L_t - R_t K_t \quad (3.22)$$

Del problema de maximización de beneficios de las empresas obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t = (1-\alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (3.24)$$

3.3.3 El equilibrio del modelo

Una vez descrito el comportamiento de cada agente, vamos a estudiar la interacción entre ambos para determinar el equilibrio macroeconómico. Esto significa que vamos a poner ahora los dos agentes descritos anteriormente de forma conjunta. Los consumidores deciden cuánto van a consumir, C_t , cuánto van a invertir, I_t y cuánto van a trabajar, L_t , con el objetivo de maximizar su nivel de felicidad, tomando como dados los precios de los factores productivos. Por otra parte, las empresas van a producir una determinada cantidad de bienes, Y_t , que viene dada en función de su decisión sobre cuánto capital, K_t y trabajo L_t , van a contratar dados los precios de los factores productivos. La definición de equilibrio es la misma que la usada anteriormente:

Definición de Equilibrio: Un equilibrio competitivo para nuestra economía es una secuencia de consumo, ocio e inversión por parte de los consumidores $\{C_t, 1 - L_t, I_t\}_{t=0}^{\infty}$ y una secuencia

de capital y de horas de trabajo utilizadas por parte de las empresas $\{K_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}$, tal que dada una secuencia de precios $\{W_t, R_t\}_{t=0}^{\infty}$:

- i) El problema de optimización de los consumidores se satisface.
- ii) Se cumplen las condiciones de primer orden para las empresas.
- iii) La restricción de factibilidad de la economía se cumple.

Combinando las condiciones de primer orden para los consumidores y para las empresas se obtiene finalmente que la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada es:

$$(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} = \left[\gamma \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \beta \gamma \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t} \right] (1 - \alpha) A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \quad (3.25)$$

mientras que la condición de primer orden intertemporal resultaría,

$$\frac{\left[\frac{1}{C_{t-1} - \phi C_{t-2}} - \beta \phi \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} \right]}{\left[\frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \beta \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t} \right]} = \beta [\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} L_{t+1}^{1-\alpha} + 1 - \delta] \quad (3.26)$$

Tal y como podemos comprobar, los hábitos de consumo afectan tanto a la condición estática que define la oferta de trabajo como a la condición intertemporal que determina la decisión consumo-ahorro. Finalmente, la economía debe cumplir la siguiente restricción de factibilidad:

$$C_t + I_t = Y_t \quad (3.27)$$

3.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de ocho ecuaciones que representan el comportamiento de las siete variables endógenas, $Y_t, C_t, I_t, K_t, L_t, R_t, W_t$ y la variable exógena A_t , que al definirla como un proceso estocástico la incorporaríamos en nuestro modelo como una variable endógena más, siendo en este caso la variable exógena la perturbación de dicho proceso estocástico. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} = \left[\gamma \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \beta \gamma \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t} \right] W_t \quad (3.28)$$

$$\frac{\left[\frac{1}{C_{t-1} - \phi C_{t-2}} - \beta \phi \frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} \right]}{\left[\frac{1}{C_t - \phi C_{t-1}} - \beta \phi \frac{1}{C_{t+1} - \phi C_t} \right]} = \beta [R_{t+1} + 1 - \delta] \quad (3.29)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (3.30)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (3.31)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (3.32)$$

$$W_t = (1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (3.33)$$

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (3.34)$$

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.35)$$

La estructura del modelo es similar a la anterior, con los mismos parámetros, exceptuando la aparición de un parámetro adicional, ϕ , que representa los hábitos de consumo. Así, los parámetros a los que debemos asignar valores son los siguientes:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \delta, \gamma, \phi, \rho_A, \sigma_A\}$$

Por tanto, vamos a seguir usando los mismos valores que en el capítulo anterior para los parámetros ya estudiados. Al único parámetro adicional al que tenemos que darle un valor es al parámetro que define los hábitos de consumo, ϕ . Si el valor de este parámetro es cero, estaríamos en el caso en el que no existen hábitos de consumo. Cuando mayor sea el valor de este parámetro, mayores son los efectos de estos hábitos. Por tanto, la diferencia en los resultados que se deriven de este modelo respecto a la versión básica van a venir dados exclusivamente por el valor que le asignemos a este parámetro.

Tabla 3.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,400
ϕ	Hábitos de consumo	0,800
δ	Tasa de depreciación	0,060
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,010

En la literatura encontramos diferentes valores para el parámetro de hábitos de consumo para parametrizaciones como la que hemos utilizado. Christiano, Eichenbaum y Evans (2005) estiman un valor de 0,65 para Estados Unidos. Ravn, Schmitt-Grohé y Uribe (2005) usan un valor de 0,85. Burriel, Fernández-Villaverde y Rubio (2009) estiman un valor de 0,847 para la economía española, con un valor estimado de 0,948 para el subperiodo 1997-2007. Smets y Wouters (2002) estiman un valor de 0,54 para la eurozona. En nuestra simulación vamos a usar un valor de 0,8, próximo a los obtenidos en los trabajos referenciados anteriormente. La tabla 3.1 muestra los valores calibrados para los diferentes parámetros del modelo que vamos a utilizar para su simulación.

3.5 Efectos de una perturbación de productividad

Al igual que hemos hecho en el tema anterior, en esta sección vamos a estudiar los efectos de una perturbación de productividad en el caso en que existan hábitos de consumo. Esta es la única perturbación que seguimos considerando en nuestro modelo, es decir, cambios en la productividad total de los factores. El resumen de los resultados de aplicar Dynare al modelo (el programa correspondiente aparece en el apéndice A), aparece reflejado en la figura 3.1 a través de las funciones impulso respuesta sobre las variables.

Ahora la dinámica de las variables del modelo es diferente respecto al modelo básico. Comenzando por el consumo, observamos que el efecto de impacto de la perturbación es menor, dado que el consumo muestra ahora una mayor resistencia al cambio. Por otra parte, también observamos que ahora es más evidente la forma de campana

en el consumo, mostrando una mayor persistencia en el tiempo. Este hecho puede explicar el exceso de suavidad que muestra el consumo ante perturbaciones no anticipadas en la renta que parece derivarse de la evidencia empírica, si bien aumenta la sensibilidad de la inversión ante dicha perturbación. Este comportamiento diferencial el consumo también afecta a la dinámica del resto de variables. Así, el menor aumento del consumo en el momento en que se produce la perturbación, provoca un mayor aumento inicial de la inversión, que a su vez, se traslada a una mayor acumulación de capital.

Vemos, por tanto, cómo los hábitos de consumo tienen importantes consecuencias sobre la dinámica de la inversión y, por tanto, sobre el proceso de acumulación del capital, ejerciendo un efecto amplificador de la perturbación de productividad sobre estas variables. De este modo, los hábitos de consumo tienden a aumentar el efecto positivo de las perturbaciones de productividad sobre la inversión, pero también lo hacen en el caso de perturbaciones de naturaleza negativa. La explicación es sencilla. Ante una determinada perturbación, si el ajuste correspondiente a la reoptimización no puede hacerse vía consumo, tiene que hacerse vía ahorro.

La respuesta del nivel de producción refleja la importancia de considerar los hábitos de consumo. En este caso observamos que el nivel de producción aumenta en impacto, pero que continua aumentando en los periodos posteriores hasta alcanzar un máximo. Así, en este caso también encontramos una forma de campana para la función impulso-respuesta del nivel de producción. La explicación de este comportamiento en el nivel de producción hay que buscarla en el comportamiento del consumo. Ahora el consumo se mueve más lentamente, lo que provoca unos niveles de inversión más elevados en los periodos iniciales, lo que lleva también a un mayor aumento del stock de capital. Este comportamiento del factor productivo capital es el que explica el comportamiento del nivel de producción.

En resumen, la existencia de hábitos de consumo provoca que la perturbación de productividad tenga unos efectos de impacto menores sobre la mayoría de variables macroeconómicas, exceptuando la inversión, al tiempo que provoca que la respuesta de las mismas sea más gradual en el tiempo. La explicación de este comportamiento la encontramos en la dinámica del consumo, que

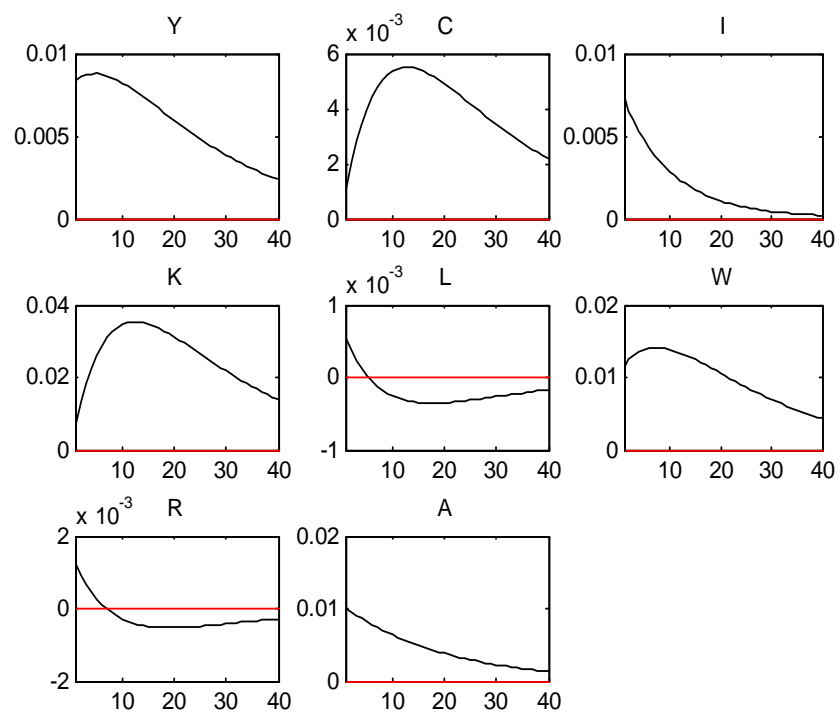


Figura 3.1. Perturbación de productividad con hábitos de consumo

muestra una mayor reticencia al cambio ante cualquier perturbación conforme mayores sean los hábitos de consumo.

3.6 Conclusiones

En este tema hemos realizado nuestra primera ampliación del modelo básico desarrollado en el capítulo anterior. Esta ampliación ha consistido en la introducción de los denominados hábitos de consumo. En efecto, una característica del ser humano es el desarrollo de hábitos de comportamiento, que son difíciles de cambiar en el corto plazo. Así, somos capaces de adaptarnos a una determinada rutina de la cual resulta costoso salir. En términos económicos hablamos de hábitos de consumo para hacer referencia a la rigidez que parece mostrar el nivel de consumo de un individuo ante cambios en su entorno económico.

Los hábitos de consumo nos permiten explicar el exceso de suavidad observado en el consumo ante una variación en la renta. Los hábitos de consumo suponen una restricción al cambio en el consumo, por lo que éste muestra un perfil más estable a lo largo del tiempo. Así, ante una determinada perturbación, el efecto de impacto sobre el consumo es menor, mientras que los efectos de dicha perturbación se van a distribuir con una mayor persistencia a lo largo del tiempo. En términos agregados los hábitos también tienen efectos significativos sobre la respuesta del nivel de producción, que tiene a mostrar una forma de campana, reduciendo el efecto de impacto de la perturbación.

La literatura ha utilizado los hábitos de consumo como una característica fundamental para explicar determinados comportamientos observados empíricamente y que suponen desviaciones respecto a los resultados del modelo estándar.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, correspondiente al fichero *model2.mod*, es el siguiente:

```
// Model 2. IEGDS
// Código Dynare
```



```

// File: model2.mod
// Hábitos de consumo
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de las variables endógenas
var Y, C, I, K, L, W, R, A;
// Definición de las variables exógenas
varexo e;
// Definición de los parámetros del modelo
parameters alpha, beta, delta, gamma, rho, phi;
// Valor de los parámetros del modelo
alpha = 0.35;
beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
rho = 0.95;
phi = 0.80;
// Ecuaciones del modelo
model;
(gamma/(C-phi*C(-1))-beta*gamma*phi/(C(+1)-phi*C))
  =(1-gamma)/((1-L)*(1-alpha)*Y/L);
(gamma/(C-phi*C(-1))-beta*gamma*phi/(C(+1)-phi*C))/
  (gamma/(C(+1)-phi*C)-beta*gamma*phi/(C(+2)-phi*C(+1)))
  =beta*(alpha*Y(+1)/K+(1-delta));
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
K = I+(1-delta)*K(-1);
I = Y-C;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.8;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;

```

```
A = 1;
e = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento condiciones BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
end;
// Simulación estocástica
stoch_simul(periods=1000);
```

References

- [1] Abel, A. (1990): Asset prices under habit formation and catching-up with the Joneses. *American Economic Review*, 80(2), 38-42.
- [2] Boldrin, M., Christiano, L. y Fisher, J. (2001): Habit persistence, asset returns, and the business cycle. *American Economic Review*, 91(1), 149-166.
- [3] Campbell, J. y Cochrane, J. (1999): By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior. *Journal of Political Economy*, 107(2), 205-251.
- [4] Carroll, C., Overland, J. y Weil, D. (2000): Saving and growth with habit formation. *American Economic Review*, 90(3), 341-355.
- [5] Christiano, L., Eichenbaum, M., y Evans, C. (2005): Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 113(1), 1-45.
- [6] Constantinides, G. (1990): Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle. *Journal of Political Economy*, 98(3), 519-543.

- [7] Deaton, A. (1992): *Understanding Consumption*. New York: Oxford University Press.
- [8] Fuhner, J. (2000): Optimal monetary policy in a model with habit formation. *American Economic Review*, 90(3), 367-390.
- [9] Heaton, J. (1993): The interaction between time-nonseparable preferences and time aggregation. *Econometrica*, 61(2), 353-385.
- [10] Pollak, R. (1970): Habit formation and dynamic demand functions. *Journal of Political Economy*, 78(4), 745-763.
- [11] Ravn, M., Schmitt-Grohé, S. y Uribe, M. (2006): Relative deep habits. Mimeo.

Tema 4

Ratio de uso del capital

4.1 Introducción

En el modelo básico hemos supuesto que el uso que se hace del capital ya instalado en una economía es del cien por cien en todo momento. Es decir, todo el capital acumulado se usa en el proceso productivo en cada periodo. Sin embargo, en la realidad nos encontramos con situaciones en las cuales el uso del capital es inferior al cien por cien, por lo que parte del capital disponible no se usa efectivamente en la producción. Además, el grado de uso del capital varía en el tiempo, estando relacionado con el ciclo económico. El hecho de que el grado de uso del capital pueda ser variable (e inferior al uso total del mismo) tiene importantes implicaciones en términos de los resultados que se derivan del modelo.

En este tema vamos a ampliar el modelo básico introduciendo una nueva variable que recoge la intensidad en el uso del capital. Así, en la versión básica anterior, las fluctuaciones cíclicas de la economía están generadas por perturbaciones exógenas a la función de producción. Ahora, incluimos además los efectos derivados de cambios en el uso del stock de capital instalado en el proceso productivo.

Detrás de la incorporación de una ratio de uso del capital endógena, está la visión de Keynes (1936) de que las perturbaciones

a la eficiencia marginal de la inversión son de gran importancia para explicar las fluctuaciones cíclicas. Así, un aumento en la eficiencia del nuevo capital generado por la inversión estimula la creación de nuevo capital así como un mayor grado de utilización y una depreciación acelerada del capital ya instalado previamente. La consideración de una ratio variable de uso del capital tiene por objetivo hacer que el modelo básico sea más consistente con determinados hechos empíricos que se observan en relación a las fluctuaciones cíclicas, al tiempo que introduce un nuevo mecanismo de transmisión de perturbaciones.

En este tema vamos a introducir una ratio variable de uso del capital en el modelo básico de EGDE. Vamos a suponer que el agente que toma la decisión sobre el uso del capital es el consumidor. En la realidad, esta decisión la tomarían las empresas. Sin embargo, en el modelo que estamos desarrollando, los consumidores son los que toman las decisiones de acumulación del capital, por lo que también resulta adecuado suponer que son también los consumidores los que deciden sobre su ratio de uso.

La estructura del tema es la siguiente. En la sección 2 analizamos el concepto de ratio de uso del capital, así como las diferentes formas de modelizarlo que podemos encontrar en la literatura. La sección 3 presenta el modelo en el cual los agentes no sólo toman decisiones sobre cuánto invertir, sino también en qué proporción van a usar el capital disponible en el proceso productivo. La sección 4 presenta las ecuaciones que definen el modelo y la calibración del mismo. La sección 5 analiza los efectos de una perturbación de productividad. El tema finaliza con algunas conclusiones que se derivan del análisis realizado.

4.2 Ratio de uso del capital

Un elemento adicional que podría explicar algunos hechos empíricos en relación con las fluctuaciones cíclicas, es el grado en que se usa el capital instalado disponible en una economía. En el modelo estándar todo el capital disponible se usa en el proceso productivo. Sin embargo, en la realidad observamos que la intensidad con la que se usa el capital disponible en una economía varía en el tiempo. Esto significa que ante una determinada perturbación, no sólo se va a alterar el nivel de inversión, sino también el grado de uso del capital

ya instalado, dado lugar a mecanismos diferentes de transmisión de la perturbación.

Keynes (1936) apunta a que una de las principales fuentes de las fluctuaciones cíclicas son perturbaciones que afectan a la eficiencia marginal de la inversión. Así, un cambio en la eficiencia marginal de la inversión va a condicionar la incorporación de nuevo capital, ya que no afecta a la productividad del capital que ya estaba previamente instalado. De este modo, un aumento en la eficiencia marginal de la inversión llevaría a un aumento en el nivel de empleo y producción de la economía. En un contexto de equilibrio general, el aumento en la rentabilidad de la inversión provocaría un efecto sustitución intertemporal respecto al ocio, lo que daría lugar a un mayor nivel de empleo y, por tanto, de producción. Sin embargo, Barro y King (1984) apuntan a que el anterior mecanismo podría no producirse en la práctica, ya que el efecto sustitución intertemporal sobre el ocio también provoca una disminución en el consumo. Al mismo tiempo, el aumento en la oferta de trabajo, dado un stock de capital, provocaría una disminución en la productividad marginal del trabajo.

Greenwood, Hercowitz y Huffman (1988) desarrollan un modelo con un mecanismo de transmisión de las perturbaciones de inversión diferente, a través de la decisión sobre el uso óptimo del capital y sus efectos positivos sobre la productividad marginal del capital, a través de la consideración de progreso tecnológico asociado únicamente al nuevo capital que se incorpora, es decir, progreso tecnológico específico a la inversión. En este caso se produce el efecto sustitución intertemporal respecto al ocio, pero el consumo aumenta, generando efectos procíclicos tanto sobre el consumo como sobre el trabajo. La obtención de estos efectos se debe a que la perturbación a la inversión se entiende como equivalente a un cambio tecnológico que afecta únicamente a la productividad del nuevo capital que se instala, pero que no afecta a la productividad marginal del capital ya instalado. Este aspecto será tratado en mayor profundidad en el capítulo 6.

La ratio de uso del capital la definimos como

$$u_t > 0 \quad (4.1)$$

Si $u_t = 1$, el capital instalado se usa al 100% en el periodo t , por lo que estaríamos en el caso estándar. Si fuese inferior a la unidad estaríamos en una situación donde no todo el capital instalado se usa

en el proceso productivo. Esta variable representa la intensidad en el uso del capital, es decir, el número de horas por periodo en el que el capital es usado para producir o alternatively, la velocidad a la que se usa el capital. Otra posible interpretación podría ser que esta ratio representa la proporción del stock de capital que se usa directamente en el proceso productivo, mientras que el resto del capital está sujeto a labores de mantenimiento. Así, en este caso, la función de producción de la economía vendría dada por:

$$Y_t = F(u_t K_t, L_t) \quad (4.2)$$

En la literatura, la ratio variable de uso del capital ha sido modelizada de diferentes formas. Una forma de introducir la ratio de uso de capital es suponer que la tasa de depreciación física del capital no es una constante, sino que es una función de dicha ratio de uso del capital. Así, una mayor ratio de utilización del capital provoca una depreciación más rápida del capital. La idea es simple. Cuanto mayor sea el uso de una máquina, mayor es su depreciación. Por tanto, la ratio de depreciación física del capital no sería ahora una constante, sino que dependería de la ratio de uso del capital. Este forma de modelizar la ratio del uso del capital ha sido utilizada por Taubman y Wilkinson (1970), Calvo (1975), Merrick (1984), Hercowitz (1986), Greenwood *et al.* (1988) entre otros. En este caso, la ecuación de inventario de acumulación del stock de capital vendría dada por:

$$K_{t+1} = [1 - \delta(u_t)] K_t + I_t \quad (4.3)$$

donde $\delta(u_t)$ es una función no negativa que satisface las siguientes propiedades: $0 < \delta(u_t) < 1$, $\delta'(u_t) > 0$, $\delta''(u_t) > 0$. Greenwood *et al.* (1988) usan la siguiente especificación:

$$\delta(u_t) = \frac{1}{\eta} u_t^\eta \quad (4.4)$$

donde $\eta > 1$. Otra especificación alternativa, que es la que usaremos posteriormente, es:

$$\delta(u_t) = \delta u_t^\eta \quad (4.5)$$

La figura 4.1 muestra la función anterior para un valor $\eta = 1,6$ y $\delta = 0,06$. Como podemos comprobar, si la ratio de uso del capital

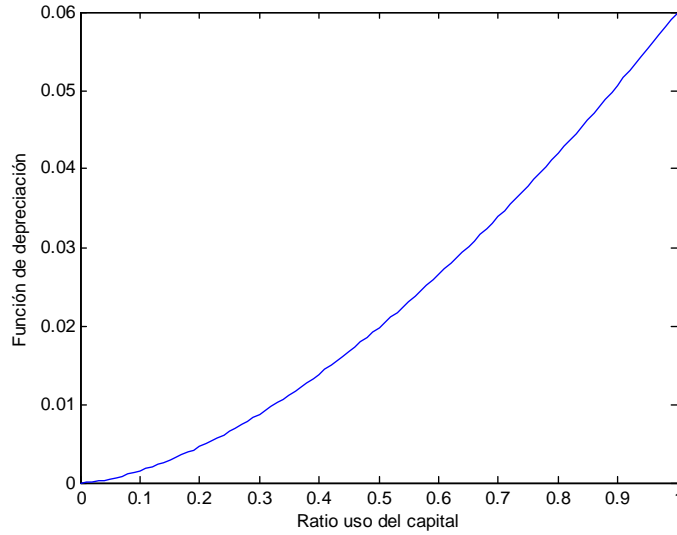


Figura 4.1. Tasa de depreciación como función del uso del capital

es 1, entonces la tasa de depreciación toma su máximo valor, fijado en el 6%. Cuanto menor sea la ratio de uso del capital, menor es la tasa de depreciación. Como es lógico, si la ratio de uso del capital es cero, la depreciación también es nula.

Otra forma alternativa de introducir en el modelo una ratio variable del uso del capital consiste en la definición de una función de costes asociados a las variaciones en el grado de uso del stock de capital. Esta es la forma utilizada por Christiano, Eichenbaum y Evans (2001) y Smets y Wouters (2002), que definen una función $\Phi(u_t)$ que representa el coste físico de variaciones en el uso del capital, siendo una función creciente y convexa: $\Phi'(u_t) > 0, \Phi''(u_t) > 0$. Es decir, esta función muestra el coste, en unidades de consumo, de fijar una determinada ratio de uso del capital. Estos autores suponen que cuanto el grado de utilización del capital es total entonces este coste es nulo, $\Phi(1) = 0$.

En este caso, los ingresos asociados al capital vendrían dados por la siguiente expresión:

$$R_t u_t K_t - \Phi(u_t) K_t \quad (4.6)$$

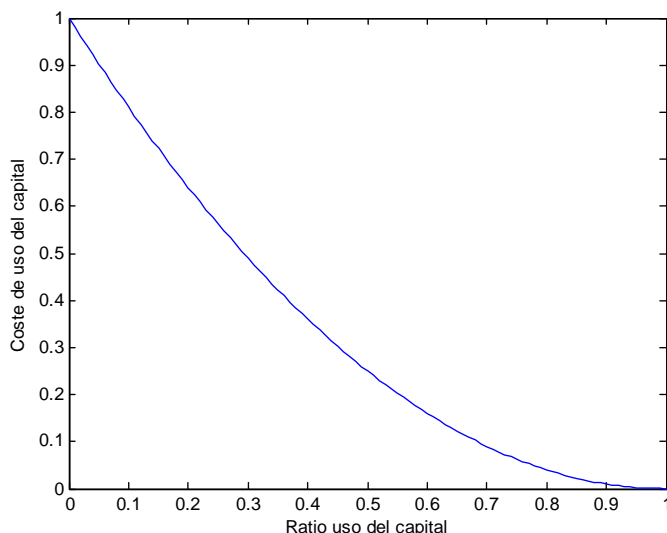


Figura 4.2. Coste de variación del uso del capital

donde el primer término refleja la rentabilidad asociada a la proporción de capital que se usa en la producción y el segundo término representa los costes asociados a la variación en el grado de uso del capital.

Un posible forma funcional para el coste de variación en el grado de uso del capital es la siguiente:

$$\Phi(u_t) = \Phi_1(u_t - 1) + \frac{\Phi_2}{2}(u_t - 1)^2$$

donde $\Phi_1, \Phi_2 > 0$. La figura 4.2 muestra la función anterior para $\Phi_1 = 0$ y $\Phi_2 = 2$.

Kydland y Prescott (1988, 1991) desarrollan un modelo EGDE en el cual la ratio de uso del capital es variable, obteniendo que en torno al 70% de la varianza en las fluctuaciones cíclicas de Estados Unidos se deben al residuo de Solow y mostrando que el efecto de considerar un ratio variable del capital tiene un efecto pequeño sobre dicho resultado, si bien significativo, reduciendo la contribución de una perturbación de productividad a la hora de explicar las fluctuaciones cíclicas. Bils y Cho (1994) desarrollan un modelo con ratio variable de uso tanto del capital como del empleo, a través de cambios en el esfuerzo de trabajo. En este caso, el ratio de

uso del capital depende del esfuerzo de la fuerza de trabajo. Estos autores muestran evidencia empírica sobre el hecho de que el uso del capital responde de forma significativa a las variaciones en el número de horas trabajadas lo que da como resultado que sean los cambios en la productividad el principal elemento explicativo de las fluctuaciones cíclicas. Finn (1994) desarrolla un modelo en el cual existen dos costes asociados a la decisión de utilización del capital: un coste por depreciación y un coste energético. En este caso el cambio en el residuo de Solow puede ser diferente del cambio tecnológico, ya que estaría incluyendo los efectos de alteraciones en la ratio de uso del capital. DeJong, Ingram y Whiteman (2000) introducen una utilización variable del capital en un modelo con perturbaciones de productividad neutrales y con cambio tecnológico específico a la inversión, siguiendo el trabajo de Greenwood *et al.* (1988), llegando a conclusiones similares.

4.3 El modelo

A continuación vamos a desarrollar un modelo de equilibrio general pero introduciendo la elección sobre el grado de uso del capital. Dado que son los consumidores los propietarios del stock de capital y los que toman las decisiones de inversión, también van a ser los consumidores los que tomen la decisión sobre el grado de uso el stock de capital. En la práctica, esta decisión correspondería a las empresas, pero realizamos este supuesto para seguir manteniendo la misma estructura del modelo básico.

Los elementos que cambian respecto a la estructura básica son la restricción presupuestaria de los individuos, al cambiar la rentabilidad asociada al capital y la función de producción agregada de la economía, en la que ahora entra únicamente la proporción de capital que se usa. Por otra parte vamos a realizar dos desarrollos teóricos. En primer lugar vamos a desarrollar el modelo con una función de costes asociada a cambios en la ratio de uso del capital. En segundo lugar, vamos a desarrollar el modelo introduciendo una tasa variable de depreciación del capital en función de su utilización. Esta última versión es la que utilizaremos en el análisis de perturbación.

4.3.1 Los consumidores

La existencia de un ratio de uso del capital variable supone cambiar el problema del consumidor. En primer lugar, debemos cambiar la restricción presupuestaria, en la línea de lo apuntado anteriormente. Por otra parte, este elemento es ahora una nueva decisión que debe realizar el individuo. Esto significa que ahora el individuo toma decisiones sobre su nivel de consumo, su oferta de trabajo, sobre el stock de capital y sobre la proporción del stock de capital que alquila a las empresas.

El problema de los consumidores sería ahora:

$$\max_{(C_t, I_t, O_t, u_t)} \mathcal{L}_t = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log(C_t) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \quad (4.7)$$

sujeto a la restricción presupuestaria, que en este caso vendría dada por:

$$C_t + I_t = W_t L_t + [R_t u_t - \Phi(u_t)] K_t \quad (4.8)$$

Como podemos observar, ahora la rentabilidad asociada al capital depende de la ratio de uso del capital y de los posibles costes asociados a cambios en la ratio de uso del mismo.

La ecuación de acumulación de capital sería la ecuación de inventario estándar:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (4.9)$$

Sustituyendo la ecuación de acumulación de capital en la restricción presupuestaria obtenemos:

$$C_t + K_{t+1} - K_t = W_t L_t + [R_t u_t - \Phi(u_t) - \delta] K_t \quad (4.10)$$

Por tanto, el Langrangiano del problema del consumidor sería:

$$\max_{(C_t, I_t, O_t, u_t)} \mathcal{L}_t = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} [\gamma \log(C_t) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \\ - \lambda_t \left[\begin{array}{l} C_t + K_{t+1} - W_t L_t - \\ [R_t u_t - \Phi(u_t) + 1 - \delta] K_t \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (4.11)$$

Las condiciones de primer orden del problema de los consumidores vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial C_t} : \beta^t \left[\gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t \right] = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial L_t} : \beta^t \left[-(1 - \gamma) \frac{1}{N_t \bar{H} - L_t} + \lambda_t W_t \right] = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t [R_t u_t - \Phi(u_t) + 1 - \delta] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial u_t} : \lambda_t \beta^t [R_t - \Phi'(u_t)] = 0 \quad (4.15)$$

donde $\beta^t \lambda_t$ es el multiplicador de Lagrange asignado a la restricción presupuestaria en el momento t .

Despejando el multiplicador de Lagrange, obtenemos:

$$\lambda_t = \gamma \frac{1}{C_t}$$

Combinando las ecuaciones (4.12) y (4.13) obtenemos la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada:

$$(1 - \gamma) \frac{1}{N_t \bar{H} - L_t} = \gamma \frac{1}{C_t} W_t$$

Combinando la ecuación (4.12) con la ecuación (4.14) obtenemos la condición de primer orden intertemporal,

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [R_t u_t - \Phi(u_t) + 1 - \delta]$$

que nos indica cuál es la senda óptima de consumo a lo largo del tiempo, donde ahora las decisiones de inversión dependen tanto del grado de uso del capital ya instalado como del coste asociado a cambiar dicho grado de utilización.

Por último, de la condición de primer orden (4.15), que representa la ecuación de Euler asociada a la decisión de los individuos respecto a la utilización del capital, obtenemos que:

$$R_t = \Phi'(u_t)$$

expresión que nos indica que el beneficio marginal asociado a aumentar la ratio de uso del capital debe ser igual al coste marginal asociado a dicha variación. Así, cuanto mayor sea el tipo de interés real mayor es el beneficio de aumentar el uso del capital, hasta el punto en que los beneficios que se obtengan sean iguales al coste adicional.

4.3.2 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de utilización de los factores productivos capital y trabajo. Para la producción del bien privado final, Y , se requiere los servicios del trabajo, L , y del capital, K . Tanto los mercados de bienes y servicios como los mercados de factores se suponen perfectamente competitivos. Las empresas alquilan el capital y el trabajo a las familias con el objetivo de maximizar beneficios, tomando como dados el precio de los mismos.

Sin embargo, ahora el ratio de uso del capital va a afectar a la cantidad de factor productivo capital que puede utilizar el sector productivo de la economía. Así, la producción va a venir condicionada por la cantidad de capital que decidan los consumidores utilizar en el proceso productivo.

La función de producción viene dada por:

$$Y_t = A_t (u_t K_t)^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (4.16)$$

donde A_t es una medida de la productividad total de los factores, α es la proporción de las rentas de capital sobre la renta total y $(1-\alpha)$ la proporción de las rentas salariales sobre la renta total.

El problema para las empresas (definido como un problema estático) consistiría en maximizar los beneficios periodo a periodo:

$$\max_{(K_t, L_t)} \Pi_t = A_t (u_t K_t)^\alpha L_t^{1-\alpha} - R_t u_t K_t - W_t L_t \quad (4.17)$$

Las condiciones de primer orden asociadas al problema anterior son:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t - \alpha A_t (u_t K_t)^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} = 0 \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t - (1 - \alpha) A_t (u_t K_t)^\alpha L_t^{-\alpha} = 0 \quad (4.19)$$

donde el precio de los factores productivo viene condicionado por la ratio de uso del capital.

4.3.3 El equilibrio del modelo

Una vez descrito el comportamiento de cada agente, vamos a estudiar la interacción entre ambos para determinar el equilibrio macroeconómico. Los consumidores deciden cuánto van a consumir, C_t , cuánto van a invertir, I_t , en qué grado van a utilizar el capital instalado, u_t y cuánto van a trabajar, L_t , con el objetivo de maximizar su nivel de felicidad, tomando como dados los precios de los factores productivos. Por otra parte, las empresas van a producir una determinada cantidad de bienes, Y_t , que viene dada en función de su decisión sobre cuanto capital, $u_t K_t$ y trabajo L_t , van a contratar, dados los precios de los factores productivos.

Definición de Equilibrio: Un equilibrio competitivo para nuestra economía es una secuencia de consumo, ocio, inversión y grado de uso del capital por parte de los consumidores $\{C_t, 1 - L_t, I_t, u_t\}_{t=0}^{\infty}$ y una secuencia de capital y de horas de trabajo utilizadas por parte de las empresas $\{u_t K_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}$, tal que dada una secuencia de precios $\{W_t, R_t\}_{t=0}^{\infty}$:

- i) El problema de optimización de los consumidores se satisface.
- ii) Se cumplen las condiciones de primer orden para las empresas.
- iii) La restricción de factibilidad de la economía se cumple.

Por tanto, el equilibrio viene dado por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [\alpha A_t u_t^\alpha K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} u_t - \Phi(u_t) + 1 - \delta] \quad (4.20)$$

o equivalentemente:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [\Phi'(u_t) u_t - \Phi(u_{t+1}) + 1 - \delta] \quad (4.21)$$

mientras que la condición de equilibrio para la oferta de trabajo es

$$(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} = \gamma \frac{1}{C_t} (1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (4.22)$$

Finalmente, la economía debe cumplir la siguiente restricción de factibilidad:

$$C_t + I_t = Y_t \quad (4.23)$$

4.3.4 El modelo con tasa de depreciación variable

A continuación vamos a resolver el modelo utilizando una especificación alternativa, que es la que vamos a utilizar para el análisis de perturbaciones. Tal y como hemos comentado anteriormente, la decisión sobre la utilización del capital está relacionada con el concepto de Keynes de coste de uso del capital. Así, una mayor ratio de utilización del capital provoca una depreciación más rápida del capital. La idea es simple. Cuanto mayor sea el uso de una máquina, mayor es su depreciación. Por tanto, la ratio de depreciación física del capital no sería ahora una constante, sino que dependería del ratio de uso del capital.

$$K_{t+1} = [1 - \delta(u_t)] K_t + I_t \quad (4.24)$$

En particular, podemos suponer que:

$$\delta(u_t) = \delta u_t^\eta$$

siendo η un parámetro positivo. Suponiendo la anterior función, la ecuación de acumulación de capital podemos escribirla como:

$$K_{t+1} = (1 - \delta u_t^\eta) K_t + I_t \quad (4.25)$$

El problema de los consumidores sería ahora:

$$\max_{(C_t, I_t, O_t, u_t)} \mathcal{L}_t = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log(C_t) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \quad (4.26)$$

sujeto a la restricción presupuestaria:

$$C_t + K_{t+1} = W_t L_t + R_t u_t K_t \quad (4.27)$$

Sustituyendo la ecuación de acumulación de capital resulta:

$$C_t + K_{t+1} = W_t L_t + (R_t u_t + 1 - \delta u_t^\eta) K_t \quad (4.28)$$

El langrangiano del problema anterior sería:

$$\max_{(C_t, I_t, O_t, u_t)} \mathcal{L}_t = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} [\gamma \log(C_t) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \\ -\lambda_t \left[\begin{array}{l} C_t + K_{t+1} - W_t L_t \\ -(R_t u_t + 1 - \delta u_t^\eta) K_t \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (4.29)$$

Las condiciones de primer orden del problema de los consumidores vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial C_t} : \beta^t \left[\gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t \right] = 0 \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial L_t} : \beta^t \left[-(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} + \lambda_t W_t \right] = 0 \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t [R_t u_t + 1 - \delta u_t^\eta] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial u_t} : -\beta^t \lambda_t (R_t - \eta \delta u_t^{\eta-1}) K_t = 0 \quad (4.33)$$

Combinando las ecuaciones (4.30) y (4.31) obtenemos la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada:

$$(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} = \gamma \frac{1}{C_t} W_t$$

Combinando la ecuación (4.30) con la ecuación (4.32) obtenemos la condición de primer orden intertemporal,

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [R_t u_t + 1 - \delta u_t^\eta]$$

que nos indica cual es la senda óptima de consumo a lo largo del tiempo. Por otra parte, a partir de la última condición de primer orden obtenemos que:

$$R_t = \eta \delta u_t^{\eta-1}$$

que de nuevo establece que la ratio de uso de capital será aquella en la que la rentabilidad del capital, medido por el tipo de interés real, sea igual al coste asociado al uso del capital, en terminos de la depreciación del mismo.

La función de producción vendría dada en este caso por:

$$Y_t = A_t (u_t K_t)^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (4.34)$$

donde A_t es una medida de la productividad total de los factores, α es la proporción de las rentas de capital sobre la renta total y $(1-\alpha)$ la

proporción de las rentas salariales sobre la renta total. Resolviendo el problema de maximización de beneficios de la empresa resulta:

$$\begin{aligned} R_t &= \alpha A_t (u_t K_t)^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \\ W_t &= (1-\alpha) A_t (u_t K_t)^\alpha L_t^{-\alpha} \end{aligned}$$

Finalmente, la economía debe cumplir la siguiente restricción de factibilidad:

$$C_t + I_t = Y_t \quad (4.35)$$

donde las rentas procedentes del capital dependen del uso del mismo.

Smets y Wouters (2003) indican que la primera especificación es preferible a esta especificación en términos del ratio de depreciación debido a que el coste asociado al cambio en el uso del capital viene expresado en términos de unidades de consumo, y no en términos de unidades de capital. No obstante en la literatura es más habitual el uso de esta segunda especificación.

4.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio de la economía es similar al obtenido anteriormente, excepto por el hecho de que ahora hay una variable endógena adicional sobre la que los consumidores toman su decisión: la ratio de uso del capital. Por tanto, hemos de determinar cómo los consumidores toman la decisión sobre el porcentaje del capital disponible que van a alquilar a las empresas. Por otra parte, esta variable también influye en la decisión de consumo e inversión del individuo.

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de nueve ecuaciones que representan el comportamiento de las ocho variables endógenas, Y_t , C_t , I_t , K_t , L_t , R_t , W_t , u_t y una variable exógena, A_t . Estas ecuaciones son las siguientes:

$$(1-\gamma) \frac{1}{1-L_t} = \gamma \frac{1}{C_t} W_t \quad (4.36)$$

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [R_t u_t + 1 - \delta u_t^\eta] \quad (4.37)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (4.38)$$

$$Y_t = A_t (u_t K_t)^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (4.39)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (4.40)$$

$$W_t = (1 - \alpha)A_t (u_t K_t)^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (4.41)$$

$$R_t = \alpha A_t (u_t K_t)^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (4.42)$$

$$R_t = \eta \delta u_t^{\eta-1} \quad (4.43)$$

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.44)$$

Para calibrar nuestro modelo, necesitamos determinar el valor de los siguientes parámetros:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, \rho_A, \sigma_A\}$$

El único parámetro nuevo que tenemos es η , que corresponde a la función de depreciación. Este parámetro determina la curvatura de la función de depreciación y, junto con el factor de descuento, determina el valor de estado estacionario de la depreciación. Por tanto, es el parámetro fundamental que va a determinar la ratio de uso del capital en la economía y su influencia sobre el resto de variables. Para los restantes parámetros seleccionamos los mismos valores que hemos utilizado anteriormente.

Tabla 4.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,450
δ	Parámetro de depreciación	0,060
η	Parámetro función de depreciación	1,600
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estandar PTF	0,001

La tabla 4.1 muestra los valores calibrados de los parámetros que utilizaremos para simular el modelo. El parámetro η tiene que ser mayor que 1 para que la función sea convexa. En la literatura no existe ningún tipo de elemento que ayude a la determinación de ese valor, por lo que su calibración resulta totalmente arbitraria. Greenwood *et al.* (1998) usan un valor de 1,42 con el objeto que en estado estacionario la tasa de depreciación sea del 0,1, dado el valor especificado para β . DeJong *et al.* (2000) estiman un valor medio de 1,6. En nuestro caso concreto hemos seleccionado un valor de 1,6, similar al obtenido por DeJong *et al.* (2000).

La tabla 4.2 muestra los valores de estado estacionario del modelo, dados los parámetros calibrados anteriormente. Como podemos observar el valor de estado estacionario de la ratio de uso del capital es aproximadamente del 91% del total de capital instalado. Este resultado depende de los parámetros calibrados anteriormente. También observamos que la ratio de stock de capital respecto al output es superior al que se obtiene en el modelo estándar, siendo en este caso superior a 4. Ahora la proporción del consumo sobre el output en estado estacionario es del 78%, mientras que la ratio de inversión es de aproximadamente el 22%. Dado que en estado estacionario tenemos que $\bar{I} = \delta \bar{K}$, de los valores anteriores es posible obtener la tasa de depreciación en estado estacionario. Realizando esta operación obtenemos que los parámetros calibrados se corresponden con una tasa de depreciación en estado estacionario del 5,15%.

Tabla 4.2: Valores de estado estacionario

Variable	Valor	Ratio respecto a \bar{Y}
\bar{Y}	0,73826	1,000
\bar{C}	0,57677	0,781
\bar{I}	0,16149	0,218
\bar{K}	3,13297	4,244
\bar{L}	0,35677	-
\bar{R}	0,09068	-
\bar{W}	1,34503	-
\bar{A}	1,00000	-
\bar{u}	0,90945	-

4.5 Perturbación de productividad

A continuación, vamos a estudiar el efecto de una perturbación de productividad sobre la economía descrita anteriormente, donde los agentes pueden alterar el ratio de uso del capital instalado. Una de las implicaciones que se derivan de la variabilidad en la ratio de uso del capital es que reduce el impacto que tienen los cambios en el nivel de producción sobre la tasa de rentabilidad del capital. Esto es así debido a que ahora los individuos no sólo alteran sus decisiones de inversión sino también su decisión sobre el grado de uso el capital ya instalado. En términos generales ahora están operando dos efectos que dan lugar a dos mecanismos de transmisión diferentes. En primer lugar, opera el efecto de sustitución intertemporal que aparece en el modelo básico. Así, ante una perturbación positiva de productividad, se produce un aumento en la rentabilidad del capital, lo que provoca un efecto sustitución intertemporal sobre el ocio, aumentando el empleo y la producción. Por otra parte, ahora existe un nuevo mecanismo de transmisión de la perturbación, a través de las decisiones óptimas de utilidad del capital, que también va a afectar a la productividad marginal del trabajo, por lo que de nuevo se va a producir un efecto sustitución, intratemporal en este caso, sobre el ocio.

La figura 4.3 muestra las funciones impulso-respuesta de las variables del modelo ante dicha perturbación. Ahora disponemos de una variable de decisión adicional, por lo que podemos observar los efectos de la perturbación sobre la decisión de los agentes acerca de la intensidad en el uso del capital disponible. En primer lugar, observamos que un perturbación positiva de productividad provoca un aumento instantáneo de la tasa de uso del capital instalado. Por tanto, como era de esperar, genera un efecto positivo sobre la producción de la economía, vía el mayor uso del capital ya existente, al aumentar la rentabilidad asociada al mismo. Por otra parte, esta perturbación positiva de productividad también genera un aumento de la inversión, dado que aumenta la rentabilidad del capital. No obstante, a medida que transcurre el tiempo, la ratio de uso del stock de capital instalado disminuye inicialmente por debajo de su valor de estado estacionario, debido a la mayor pérdida por depreciación que sufre el capital por su mayor utilización.

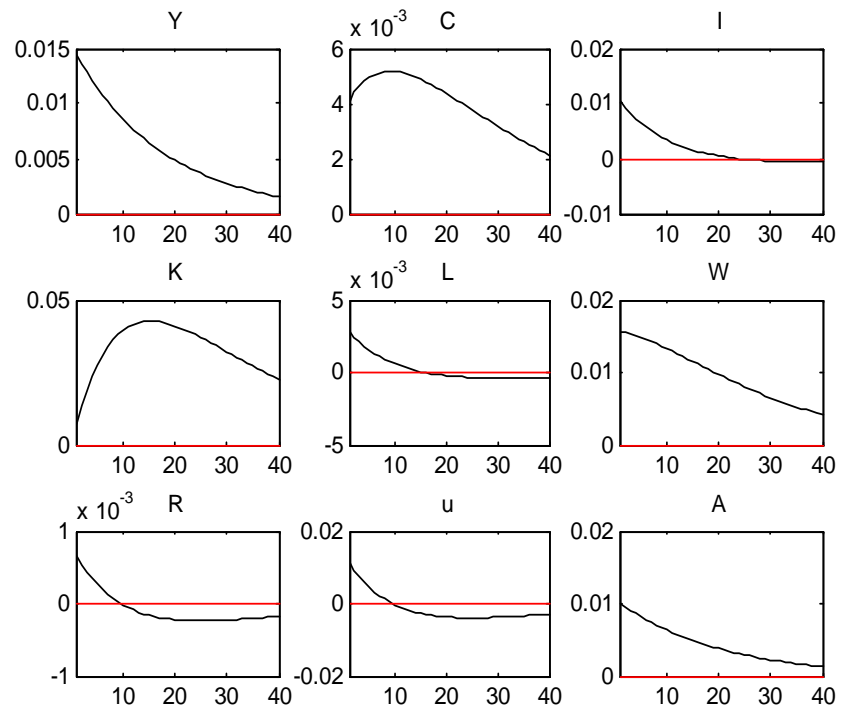


Figura 4.3. Perturbación de productividad con ratio variable de uso del capital

El proceso de inversión provoca que el stock de capital pase a situarse por encima de su valor de estado estacionario, pero aunque se produce un importante efecto sobre el proceso de acumulación de capital, la rentabilidad del mismo apenas sí varía, debido a que está alterándose también su ratio de uso.

Tal y como podemos comprobar, ahora los efectos de la perturbación de productividad son más elevados cuantitativamente respecto al modelo básico en el cual la ratio de uso del capital es constante. En este caso, el efecto de impacto de la perturbación sobre la producción, inversión y capital son superiores, debido a que no sólo opera el mecanismo de transmisión de la inversión, sino el mecanismo asociado a la mayor utilización del capital instalado. El resultado final que obtenemos es que ahora la variabilidad del nivel de producción en esta economía ante una perturbación de productividad es mayor respecto al modelo con una ratio constante de uso del capital instalado.

4.6 Conclusiones

En este tema hemos introducido la posibilidad de que los agentes varíen el uso del capital instalado en el proceso productivo. En la práctica, la tasa a la que se usa el capital instalado en una economía, varía en función de las perturbaciones que se produzcan. Así, en las etapas expansivas la ratio de uso del capital instalado aumenta, mientras que disminuye en las etapas de recesión.

En este caso, los agentes no sólo deciden cuánto capital desean tener sino también su tasa de uso. Por tanto, ahora las decisiones de inversión vienen condicionadas por este nuevo elemento, ya que ante una determinada perturbación, los agentes pueden variar la ratio de uso del stock de capital instalado. El efecto de una perturbación de productividad es cuantitativamente más elevado en el corto plazo, debido a que la producción puede aumentar vía aumentos en la tasa de uso del capital instalado. Esto provoca que el efecto impacto de una perturbación de productividad sea más elevado que en el caso básico con tasa constante de uso del capital, amplificando la variabilidad del nivel de producción.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, correspondiente al fichero *model3.mod*, es el siguiente:

```
// Model 3. IEGDE
// Código Dynare
// File model3.mod
// Ratio variable uso del capital
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, C, I, K, L, W, R, u, A;
// Definición de variables exógenas
varexo e;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, phi, rho;
// Valor de los parámetros
alpha = 0.35;
beta  = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
phi   = 1.60;
rho   = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
C = (gamma/(1-gamma)*(1-L)*(1-alpha)*Y/L);
1 = beta*((C/C(+1))*(R(+1)*u(+1)+1-delta*u(+1)^phi));
Y = A*((u*K(-1))^alpha)*(L^(1-alpha));
K = I+(1-delta*u^phi)*K(-1);
I = Y-C;
R = phi*delta*u^(phi-1);
W = (1-alpha)*A*((u*K(-1))^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*((u*K(-1))^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.8;
L = 0.3;
```



```
K = 3.5;
I = 0.2;
u = 0.9;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento condiciones BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
end;
// Simulación estocástica
stoch_simul(periods=1000);
```


References

- [1] Bils, M. y Cho, J. (1994): Cyclical factor utilization. *Journal of Monetary Economics*, 33, 319-354.
- [2] Calvo, G. (1975): Efficient and optimal utilization of capital services. *American Economic Review*, 65, 181-186.
- [3] Christiano, L., Eichenbaum, M., y Evans, C. (2005): Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 113, 1-45.
- [4] DeJong, D., Ingram, B. y Whiteman, C. (2000): Keynesian impulses versus Solow residuals: Identifying sources of business cycle fluctuations. *Journal of Applied Econometrics*, 15, 331-329.
- [5] Fimm, M. (1994): Variance properties of Solow's productivity residual and their cyclical implications. *Federal Reserve Bank of Richmond*. WP 94-01.
- [6] Greenwood, J. y Hercowitz, Z. (1991): The allocation of capital and time over the business cycle. *Journal of Political Economy*, 99(6), 1188-1214.

- [7] Greenwood, J., Hercowitz, Z. y Huffman, G. (1988): Investment, capacity utilisation and the real business cycle. *American Economic Review*, 78(3), 402-417.
- [8] Keynes, J.M. (1936): *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London: MacMillan.
- [9] Kydland, F. y Prescott, E. (1988): The workweek of capital and its cyclical implications. *Journal of Monetary Economics*, 21, 343-360.
- [10] Kydland, F. y Prescott, E. (1991): Hours and employment variation in business cycle theory. *Economic Theory*, 1, 63-81.
- [11] Merrick, J. (1984): The anticipated real interest rate, capital utilization and the cyclical pattern of real wages. *Journal of Monetary Economics*, 13, 17-30.
- [12] Taubman, P. y Wilkinson, M. (1970): User cost, capital utilization and investment theory. *International Economic Review*, 11, 209-215.

Tema 5

Costes de ajuste en la inversión

5.1 Introducción

Cuando hemos definido la dinámica del capital físico de una economía, hemos supuesto que éste puede alterarse de un periodo a otro, a través del proceso de inversión, sin ninguna restricción sobre su variación. De este modo, ante una determinada perturbación, los agentes pueden alterar sus decisiones de inversión tal que el stock de capital resultante sea el óptimo en todos los periodos. Sin embargo, en la realidad el capital es una variable rígida, debido a las propias características de esta variable. Así, los procesos de inversión llevan implícitos unos costes que no hemos contemplado, lo que introduce una rigidez en el proceso de acumulación de capital. Esto significa que ante una desviación del stock de capital de la economía respecto a su valor óptimo, la decisión de inversión no tiende a cubrir totalmente dicha diferencia en un único periodo de tiempo, sino que el proceso de acumulación de capital va a ser más gradual.

En términos generales, podemos estudiar la existencia de costes de ajuste en la inversión o bien la existencia de costes de ajuste en el stock de capital. En el primer caso, nos enfrentaríamos a un coste asociado a la variación en el nivel de inversión respecto a su valor de estado estacionario. En el segundo caso, estaríamos hablando de

un coste en términos de la variación en el stock de capital. Ambos conceptos son equivalentes en términos generales, aunque suponen diferentes especificaciones de los costes de ajuste. En nuestro caso vamos a centrarnos en la existencia de costes de ajuste asociados al proceso de inversión.

Cuanto tenemos en cuenta la existencia de costes de ajuste en la inversión o en el capital, el análisis podemos llevarlo a cabo bien desde el punto de vista de la empresa o bien desde el punto de vista del consumidor, dependiendo de la estructura del modelo que consideremos. Estrictamente, la opción más realista parece la primera, ya que son las empresas las que deciden el nivel de inversión en cada periodo. Este enfoque ha sido ampliamente utilizado para estudiar la función de inversión, dando lugar a la denominada teoría de la Q de Tobin, (Tobin, 1969 y Hayashi, 1982), que permite estudiar el proceso de inversión en función de la dinámica del stock de capital y la dinámica de la ratio Q que representa la proporción entre el valor de mercado de la empresa y el coste de reposición del capital instalado.

La otra opción, que es la que se utiliza habitualmente en el desarrollo de modelos EGDE, es analizar los costes de ajuste de la inversión desde el punto de vista de los consumidores. En este caso suponemos que los individuos son los propietarios de los factores productivos capital y trabajo. Los consumidores alquilan a las empresas su dotación de capital, al tiempo que pueden aumentar su oferta de capital a través de la inversión. Por tanto, en este caso, la existencia de costes de ajuste de la inversión va asociada a la decisión intertemporal de los individuos en términos de consumo actual respecto al consumo futuro.

En este tema vamos a incorporar la existencia de costes de ajuste en el proceso de acumulación del capital, a través de costes asociados a las decisiones de inversión. En este caso las decisiones de inversión son costosas, en términos de pérdidas de consumo, ya que parte de la producción que se destina a inversión desaparece, es decir, no llega a transformarse en capital.

La estructura del tema es la siguiente. En la sección segunda revisamos el concepto de costes de ajuste en la inversión, y las diferentes aproximaciones que se han utilizado respecto al mismo. En la sección tercera desarrollamos el modelo EGDE en el cual introducimos la existencia de costes de ajuste en la inversión en

la ecuación de acumulación de capital. La sección cuarta presenta las ecuaciones del modelo y la calibración de los parámetros. La sección quinta analiza los efectos dinámicos de una perturbación de productividad. El tema finaliza con algunas conclusiones que se extraen del análisis realizado.

5.2 Costes de ajuste en la inversión

Tal y como hemos visto anteriormente en el modelo estándar, el tratamiento que se da al sector productivo en el modelo EGDE básico es muy simple. Las empresas maximizan beneficios periodo a periodo, resolviendo un problema estático. En la práctica, las empresas toman también sus decisiones en un contexto intertemporal, por lo que lo correcto sería especificar el problema en términos de la maximización de la sumatoria de toda la corriente de beneficios en términos descontados. Sin embargo, si resolvemos este problema dinámico, el resultado que obtenemos es exactamente el mismo que en el caso estático, indicando que las decisiones de la empresa hoy no afectan a los beneficios futuros, lo cual no parece que tenga mucha lógica. Este resultado se produce porque los supuestos en relación al comportamiento de las empresas son excesivamente restrictivos.

Uno de los problemas que presenta el análisis anterior es que suponemos que no existe ningún tipo de restricción a que el stock de capital varíe de forma instantánea. Sin embargo, el stock de capital de las empresas es una variable que presenta una gran cantidad de rigideces lo que provoca que su ajuste no sea tan rápido. En la realidad, las empresas se enfrentan a unos costes de ajuste al alterar su stock de capital. En esta sección vamos a introducir la existencia de costes de ajuste en el proceso de inversión. Estos costes de ajuste son mayores cuanto más rápidamente la empresa pretenda ajustar su capital. Podemos distinguir entre dos tipos de costes de ajuste: externos e internos.

Los costes de ajuste externos surgen cuando las empresas se enfrentan a una oferta de capital perfectamente elástica. Sin embargo, en la realidad se puede disponer de bienes de capital a diferentes velocidades. Esto va a provocar que el precio del capital depende del tiempo en que se quiera disponer de él. Cuanto más rápidamente sea, mayor será su precio. Los costes de ajuste

internos se miden en términos de pérdidas de producción. Cuando se incorpora nuevo capital hay que destinar parte de los recursos productivos de la empresa a su instalación. Estos recursos no están transitoriamente disponibles para producir, por lo que se produce una pérdida de beneficios.

En términos generales podemos distinguir entre costes de ajuste del capital y costes de ajuste de la inversión. La existencia de costes de ajuste en el capital ha tenido como origen el desarrollo de la teoría de la Q de Tobin, mientras que los costes de ajuste a la inversión proceden de Jorgenson (1963). Tobin (1969) desarrolla una teoría en la cual las decisiones de inversión de la empresa se toman en función del valor de una ratio que denomina Q . Cualquier elemento que afecte a la inversión, lo hace a través de su efecto sobre dicha ratio. Esta ratio se define como el valor de mercado de la empresa respecto al coste de reposición del capital instalado. Hayashi (1982) muestra que bajo determinadas condiciones dicha ratio es equivalente a su marginal. Jorgenson (1963) introduce la existencia de costes de ajuste de la inversión como una estructura de retardos asociados a la inversión.

La existencia de costes de ajuste del capital ha sido considerada de forma exhaustiva en la literatura sobre inversión en los trabajos de Hayashi (1982), Abel y Blanchard (1993), Shapiro (1986), entre otros. En términos generales podemos definir la siguiente función de costes de ajuste el capital:

$$\Psi(\cdot) = \Psi(I_t/K_t) \quad (5.1)$$

donde los costes de ajuste dependen del volumen de inversión respecto al stock de capital instalado. Esta función de coste cumple una serie de características, tal que:

$$\begin{aligned} \Psi(\delta) &= 0 \\ \Psi'(\delta) &> 0 \\ \Psi''(\delta) &> 0 \end{aligned}$$

es decir, los costes de ajuste dependen positivamente de la inversión respecto al stock de capital. Por otra parte, su derivada segunda es positiva, indicando que crecen de forma más que proporcional, es decir, es una función creciente y convexa.

La existencia de costes de ajuste significa una pérdida de capital o un coste adicional, en el proceso de inversión. Así, por cada euro invertido, se va a transformar en capital una cantidad inferior al euro, debido a la existencia de estos costes de ajuste. La función anterior nos indica que ahora la productividad marginal del capital es igual a una expresión en la que aparece el coste de uso del capital pero también la función de inversión neta de costes de ajuste. Con costes de ajuste el coste de uso del capital es inferior dependiendo de cómo sean los costes de ajuste en función del stock de capital y de cómo sean los costes de ajuste en función del volumen de inversión. Esto hace que aunque el stock de capital de una empresa en un periodo sea inferior al óptimo, la empresa no realice una inversión en dicho periodo para cubrir totalmente dicha diferencia, ya que el coste de ajuste puede ser muy importante, llevando a cabo sus inversiones de forma gradual en el tiempo.

Por su parte, los costes de ajuste asociados a la inversión hacen referencia a la existencia de costes en términos de las variaciones de la inversión periodo a periodo. En términos generales, la forma habitual de definir los costes de ajuste de la inversión es a través de la siguiente función:

$$\Psi(\cdot) = \Psi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) \quad (5.2)$$

donde

$$\begin{aligned} \Psi(1) &= 0 \\ \Psi'(1) &= 0 \\ \Psi''(1) &> 0 \end{aligned}$$

implicando que existe un coste asociado a cambiar el nivel de inversión, que dicho coste es creciente en relación al cambio en la inversión y que dicho coste es nulo en estado estacionario.

Como hemos apuntado anteriormente, cuando hablamos de la inversión tenemos dos posibilidades. Podemos suponer que los consumidores son los propietarios del capital, por lo que en este caso las decisiones de inversión son equivalentes a las decisiones de ahorro. Esta es la aproximación que utilizamos habitualmente, en la que el stock de capital viene determinado por la decisión de ahorro de los consumidores. Por otra parte, podemos suponer que las empresas

son propietarias de su capital. En este caso distinguiríamos entre consumidores, por un lado, y empresarios, por el otro, siendo estos últimos los propietarios de las empresas y, por tanto, del capital y los que toman las decisiones de inversión. Utilizando esta especificación alternativa podemos separar la decisión de ahorro de la decisión de inversión y, así obtener la demanda de inversión. En nuestro caso, vamos a utilizar la primera opción, que es la más habitual en la literatura de EGDE, en la cual los consumidores son los propietarios del capital y, por tanto, los que tienen que hacer frente a los costes de ajuste asociados a las decisiones de inversión.

La forma habitual en la cual se considera la existencia de costes de ajuste asociados a la inversión en los modelos EGDE, es a través de la especificación de la siguiente ecuación de acumulación de capital:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + \left[1 - \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right] I_t \quad (5.3)$$

donde I_t es la inversión bruta y $\Psi(\cdot)$ es una función de costes de ajuste asociados a la inversión.

En la literatura existe una gran cantidad de trabajos en los cuales se introducen la existencia de costes de ajuste en la inversión y en el capital en modelos EGD. Costes de ajuste en el capital han sido considerados por Jermann (1998), Edge (2000) y Boldrin, Christiano y Fisher (2001), Fernández de Córdoba y Kehoe (2000), entre otros muchos. Por ejemplo, Edge (2000) por su parte muestra que la consideración de costes de ajuste en el capital junto con hábitos de consumo hace que el modelo monetario RBC con precios rígidos sea capaz de generar efectos liquidez consistente en una disminución del tipo de interés nominal a corto plazo en respuesta a una perturbación monetaria expansiva, efecto que no se genera en el modelo RBC estándar.

Respecto a los costes de ajuste de la inversión también estos han sido considerados extensivamente en la literatura. En este sentido, Christiano *et al.* (2001) muestran que la opción de considerar costes de ajuste en la inversión es superior al supuesto de costes de ajuste en el capital, en términos de la capacidad del modelo para replicar la dinámica de la economía en términos de la respuesta del nivel de producción y la inversión ante una perturbación monetaria. Christiano *et al.* (2005) muestran que la consideración de costes de ajuste en la inversión puede generar una respuesta de la dinámica

de la inversión en forma de campana, consistente con la estimada ante una perturbación de política monetaria. Finalmente, Burnside, Eichenbaum y Fisher (2004) muestran que un modelo RBC con costes de ajuste en la inversión puede explicar los efectos de una perturbación fiscal sobre las horas trabajadas y los salarios.

5.3 El modelo

El modelo que vamos a desarrollar introduce la existencia de costes de ajuste en el proceso de inversión. Esto supone que ahora vamos a alterar la función de acumulación de capital, incluyendo la función de costes de ajuste de la inversión señalada anteriormente. Esto supone que ahora los consumidores deben realizar una decisión adicional. Así, no sólo debe decidir el stock de capital óptimo sino cual es la inversión a realizar, decisiones que ahora aparecen separadas debido a la existencia de costes de ajuste en la inversión.

5.3.1 Los consumidores

El problema de los consumidores consiste en maximizar la siguiente función:

$$\max_{(C_t, I_t, O_t, K_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log(C_t) + (1 - \gamma) \log(N_t \bar{H} - L_t)] \quad (5.4)$$

sujeto a la restricción presupuestaria:

$$C_t + I_t = W_t L_t + R_t K_{t-1} \quad (5.5)$$

Tal y como hemos especificado anteriormente, el stock de capital se mueve de acuerdo con:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + \left[1 - \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right] I_t \quad (5.6)$$

donde δ es la tasa de depreciación del capital y donde I_t es la inversión bruta y $\Psi(\cdot)$ es una función de costes de ajuste asociados a la inversión.

Smets y Wouters (2002) introducen una perturbación a la función de costes de la inversión tal que:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + \left[1 - \Psi \left(V_t \frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right] I_t \quad (5.7)$$

donde V_t se supone que sigue un proceso autorregresivo de primer orden, $\log V_t = \rho_V \log V_{t-1} + \varepsilon_t^V$.

La función de Lagrange asociada al problema de los consumidores es:

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} [\gamma \log(C_t) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \\ - \lambda_t (C_t + I_t - W_t L_t - R_t K_{t-1}) \\ - Q_t \left(K_t - (1 - \delta) K_{t-1} - \left[1 - \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right] I_t \right) \end{array} \right\} \quad (5.8)$$

donde Q_t es el multiplicador de Lagrange asociado a la evolución del capital instalado. Esto es lo que se conoce también como la Q de Tobin que se define como la ratio del valor del capital instalado respecto al coste de reemplazamiento del capital.

Las condiciones de primer orden del problema serían:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} : \gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} : -(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} + \lambda_t W_t = 0 \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} : \beta^t [\lambda_t R_t + (1 - \delta) Q_t] - \beta^{t-1} Q_{t-1} = 0 \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_t} : \beta^t \left[Q_t - Q_t \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - Q_t \Psi' \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} - \lambda_t \right] + \\ E_t \beta^{t+1} Q_{t+1} \Psi' \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

Definimos la Q de Tobin marginal como q_t , donde:

$$q_t = \frac{Q_t}{\lambda_t} \quad (5.13)$$

es decir, es la ratio de los dos multiplicadores de Lagrange. En términos del modelo de la Q de Tobin, esta ratio marginal nos estaría indicado cuanto varía el valor de mercado de la empresa respecto a la variación del coste de reposición del capital instalado. Por tanto, tendríamos que $Q_t = q_t \lambda_t$. Operando en la condición de equilibrio para el capital resulta que:

$$\frac{\lambda_{t-1}}{\lambda_t} Q_{t-1} = \beta \left[\lambda_t R_t + (1 - \delta) Q_t \frac{\lambda_t}{\lambda_t} \right]$$

Por tanto tendríamos que:

$$q_{t-1} = \beta \frac{\lambda_t}{\lambda_{t-1}} [q_t(1 - \delta) + R_t]$$

La expresión anterior indica que el valor del capital instalado depende del valor esperado futuro, teniendo en cuenta el ratio de depreciación y la tasa de rentabilidad esperada.

Por otra parte, operando en la condición de primer orden para la inversión obtenemos:

$$\begin{aligned} & \beta^t \frac{\lambda_t}{\lambda_t} \left[Q_t - Q_t \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - Q_t \Psi' \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} - \lambda_t \right] \\ = & -E_t \beta^{t+1} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_{t+1}} Q_{t+1} \Psi' \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo la expresión

$$\begin{aligned} & \beta^t \left[q_t - q_t \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - q_t \Psi' \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} - 1 \right] \\ = & -E_t \beta^{t+1} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} \Psi' \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 \\ & q_t - q_t \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - q_t \Psi' \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \\ & + E_t \beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} \Psi' \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 = 1 \end{aligned}$$

La condición de primer orden respecto a la inversión tiene una interpretación simple. Así, si $\Psi(\cdot) = 0$, es decir, en el caso de que no existiesen costes de ajuste, entonces tendríamos que $q_t = 1$, es decir la Q de Tobin marginal sería igual al coste de reemplazamiento del capital en términos del bien final.

Combinando las expresiones (5.9) y (5.10) obtenemos la condición que iguala el ratio marginal de sustitución entre consumo y ocio

al coste de oportunidad de obtener una unidad adicional de ocio, expresión que coincide con la que se deriva del modelo básico.

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = W_t$$

Por otra parte, combinando (5.9) y (5.11) obtenemos la nueva condición dada por:

$$q_{t-1} = \beta \frac{C_{t-1}}{C_t} [q_t(1-\delta) + R_t]$$

5.3.2 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de capital y trabajo. La producción final Y requiere el uso de los servicios del trabajo L y del capital K . De este modo las empresas alquilan el capital y el empleo tal que maximicen los beneficios en el periodo t , tomando como dados los precios de los factores productivos. Suponemos que la tecnología es del tipo Cobb-Douglas, presentando rendimientos constantes a escala,

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (5.14)$$

donde A_t mide la productividad total de los factores y $0 \leq \alpha \leq 1$.

El problema para las empresas (definido como un problema estático) consistiría en maximizar los beneficios periodo a periodo:

$$\max_{(K_t, L_t)} \Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - R_t K_t - W_t L_t \quad (5.15)$$

Las condiciones de primer orden asociadas al problema anterior son:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t - \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t - (1-\alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} = 0 \quad (5.17)$$

5.3.3 El equilibrio del modelo

Para obtener el equilibrio del modelo, vamos a especificar la función de costes de ajuste de la inversión que hemos definido en términos generales, esto es, necesitamos parametrizar dicha función. En

la literatura encontramos una gran variedad de especificaciones diferentes. Así, Chistiano, Eichenbaum y Evans (2001) especifican una función de costes de ajuste que cumple las siguientes propiedades $\Psi(1) = \Psi'(1) = 0$, $\Psi''(1) > 0$, $\Psi_{I_t}(\cdot) = 1$ y $\Psi_{I_{t-1}}(\cdot) = 0$. Christoffel, Coenen y Warne (2007) utilizan la siguiente función de costes de ajuste en la inversión:

$$\Psi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) = \frac{\psi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - g_z\right)^2 \quad (5.18)$$

donde $\psi > 0$ y g_z representa la tasa de crecimiento de la productividad de la economía en el largo plazo. Canzoneri, Cumby y Diba (2005), consideran costes de ajuste del capital en lugar de en la inversión, usando la siguiente especificación para la ecuación de acumulación de capital:

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t - \frac{\psi}{2} \frac{(I_t - \delta K_{t-1})^2}{K_{t-1}} \quad (5.19)$$

En nuestro caso particular vamos a utilizar la siguiente función de costes de ajuste en la inversión:

$$\Psi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) = \frac{\psi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2 \quad (5.20)$$

De este modo, la condición de primer orden para la inversión quedaría como:

$$\begin{aligned} q_t - q_t \frac{\psi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2 - q_t \psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \\ + \beta \frac{C_t}{C_{t+1}} q_{t+1} \psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)^2 = 1 \end{aligned}$$

5.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de nueve ecuaciones que representan el comportamiento de las ocho variables endógenas, Y_t , C_t , I_t , K_t , L_t , R_t , W_t , q_t y una variable exógena, A_t . Estas ecuaciones son las siguientes:

$$(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} = \gamma \frac{1}{C_t} W_t \quad (5.21)$$

$$q_{t-1} = \beta \frac{C_{t-1}}{C_t} [q_t(1 - \delta) + R_t] \quad (5.22)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (5.23)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (5.24)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + \left[1 - \frac{\psi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right)^2 \right] I_t \quad (5.25)$$

$$W_t = (1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (5.26)$$

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} q_t - q_t \frac{\psi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1 \right)^2 - q_t \psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1 \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \\ + \beta \frac{C_t}{C_{t+1}} q_{t+1} \psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1 \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 = 1 \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.29)$$

Para calibrar nuestro modelo, necesitamos determinar el valor de los siguientes parámetros:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \psi, \rho_A, \sigma_A\}$$

El único parámetro nuevo que tenemos es ψ , que corresponde a la función de costes de ajuste en la inversión. Para los restantes parámetros seleccionamos los mismos valores que hemos utilizado anteriormente. La tabla 5.1 muestra los valores calibrados de los parámetros que utilizaremos para simular el modelo. Dado que en la literatura se utilizan diferentes especificaciones de la función de costes de ajuste, esto da lugar parámetros calibrados de diferente naturaleza. Smets y Wouters (2002) estiman un valor del parámetro

de costes de ajuste de 5,9 para una función de costes de ajuste similar a la utilidad en nuestro modelo. Christoffel *et al.* (2007) estiman un valor de 5,8, para la misma parametrización. Por el contrario Burriel *et al.* (2009) estiman un valor de 28,9, si bien no especifican exactamente la función de costes de ajuste utilizada. En nuestro caso, vamos a ser más conservadores y vamos a utilizar un parámetro igual a 2.

Tabla 5.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,400
δ	Parámetro de depreciación	0,060
ψ	Parámetro costes de ajuste inversión	2,000
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estandar PTF	0,010

5.5 Perturbación de productividad

A continuación vamos a analizar los efectos de una perturbación positiva en la productividad total de los factores en el caso en que existan costes de ajuste en el proceso de inversión. Tal y como podemos observar en la figura 5.1, las respuestas de las variables de la economía presentan algunas notables diferencias respecto a la versión básica sin costes de ajuste en la inversión. En primer lugar destaca la respuesta de la inversión, que ahora tiene forma de campana, reflejando un mecanismo diferente de transmisión de la perturbación. Esta forma está provocada precisamente por los costes de ajuste asociados a la inversión, que hace que las decisiones de inversión por parte de los agentes se tomen de forma más dilatada en el tiempo, dada la parametrización de la función de costes de ajuste utilizada. Cuanto más importantes sean los costes de ajuste, menor es la respuesta de la inversión ante una perturbación.

De este modo, la respuesta de la inversión tiene forma de campana, siendo menor el efecto de impacto de la perturbación. En este caso las decisiones de inversión se toman de manera gradual, lo que va a dar lugar a una diferente forma de acumulación de capital, con una

desviación menor respecto a su valor de estado estacionario pero más persistente en el tiempo.

Ahora observamos que el efecto de impacto de la perturbación sobre la inversión es positivo, pero a continuación la inversión sigue aumentando. Esto es debido a que los costes de ajuste limitan el efecto de impacto, dando como resultado un menor aumento de la inversión respecto a la que se produciría sin costes de ajuste. Esto significa que ahora el proceso inversor muestra una mayor persistencia en el tiempo. Como consecuencia, el efecto de impacto de la perturbación sobre el stock de capital es prácticamente nulo, si bien ahora el stock de capital está aumentando por encima de su valor de estado estacionario durante un lapso de tiempo relativamente elevado.

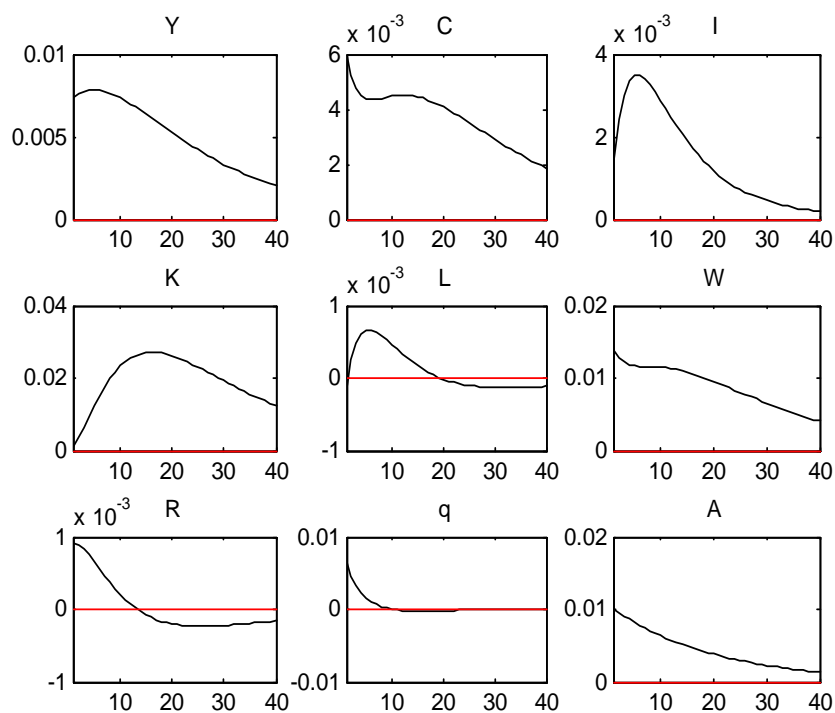


Figura 5.1. Perturbación de productividad con costes de ajuste en la inversión

Otro resultado interesante es la respuesta de la ratio q ante la perturbación. Tal y como podemos observar, la perturbación positiva de productividad provoca que dicha ratio aumente por encima de su valor de estado estacionario, que es 1. Esto hace que sea rentable invertir, ya que en este caso el coste del capital instalado es inferior a su rentabilidad. A medida que el stock de capital aumenta, la ratio q va disminuyendo, al disminuir la productividad marginal del mismo. El aumento en la ratio viene dada por el hecho de que la perturbación de productividad aumenta la rentabilidad asociada al capital, por lo que el coste de incorporar una unidad adicional de capital a la empresa es inferior al aumento que provoca en su valor de mercado.

Destacar también la respuesta en forma de campana del empleo. En efecto, ahora tenemos una función de respuesta el empleo en la cual el efecto de impacto es nulo, aumentando posteriormente por encima de su valor de estado estacionario. Esta respuesta del empleo se produce a pesar del aumento en el salario. De nuevo la explicación hay que encontrarla en el proceso de inversión. Así, la perturbación de productividad aumenta la rentabilidad asociada a los factores productivos capital y trabajo. Sin embargo, los costes de ajuste en la inversión hacen que el stock de capital aumente muy lentamente ante dicho cambio, provocando un mayor aumento del consumo, lo que explica porqué a pesar de que aumente el salario, el individuo no aumente su oferta de horas trabajadas.

5.6 Conclusiones

En este tema hemos desarrollado un modelo EGDE con costes de ajuste en el proceso de inversión. A la hora de estudiar los efectos de la existencia de costes de ajuste asociados a los procesos de inversión podemos utilizar dos enfoques: el de la empresa o el de los consumidores, dependiendo de quien sea el propietario del factor productivo capital. En nuestro caso, hemos supuesto que los propietarios del factor productivo capital y, por tanto, el agente que toma las decisiones de inversión son los consumidores.

Por tanto, el modelo desarrollado mantiene la estructura de la empresa y únicamente altera el problema del consumidor para introducir la existencia de costes de ajuste en el proceso de inversión. Para ello hemos utilizado una función de costes que depende de

las variaciones de la inversión respecto a la inversión en el periodo anterior. Los resultados que obtenemos muestran una función impulso-respuesta para el consumo un poco extraña, respecto a las obtenidas anteriormente. En efecto, ahora cuando se produce una perturbación las decisiones de inversión se toman de una forma más gradual en el tiempo lo que provoca que la función impulso-respuesta de la inversión tenga forma de campana, generando una forma similar en el caso del empleo.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, correspondiente al fichero *model4.mod*, es el siguiente:

```
// Model 4. IEGDE
// Código Dynare
// File model4.mod
// Costes de ajuste en la inversión
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, C, I, K, L, W, R, q, A;
// Definición de variables exógenas
varexo e;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, psi, rho;
// Valor de los parámetros
alpha = 0.35;
beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
psi = 2.00;
rho = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
C=(gamma/(1-gamma))*(1-L)*W;
q=beta*(C/C(+1))*(q(+1)*(1-delta)+R(+1));
q-q*psi/2*((I/I(-1))-1)^2-q*psi*((I/I(-1))-1)*I/I(-1)
+beta*C/C(+1)*q(+1)*psi*((I(+1)/I)-1)*(I(+1)/I)^2=1;
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
```

```

K = (1-delta)*K(-1)+(1-(psi/2*(I/I(-1)-1)^2))*I;
I = Y-C;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.8;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
q = 1;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento condiciones BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
end;
//Simulación estocástica
stoch_simul(periods=1000);

```


References

- [1] Abel, A. y Blanchard, O. (1983): An intertemporal equilibrium model of savings and investment. *Econometrica*, 51, 675-692.
- [2] Beaudry, P. y Portier, F. (2006): Stock prices, news, and economic fluctuations. *American Economic Review*, 96(4), 1293-1307.
- [3] Boldrin, M., Christiano, L. y Fisher, J. (2001): Habit persistence, asset returns and the business cycle. *American Economic Review*, 91, 149-166.
- [4] Burnside, C., Eichenbaum, M. y Fisher, J. (2004): Fiscal shocks and their consequences. *Journal of Economic Theory*, 115, 89-117.
- [5] Canzoneri, M., Cumby, R. y Diba, B. (2005): Price and wage inflation targeting: Variations on a theme by Erceg, Henderson and Levin. En Orphanides, A y Reifschneider, D. (eds.), *Models and monetary policy: Research in the Tradition of Dale Henderson, Richard Porter and Peter Tinsley*. Washington, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- [6] Chari, V., Kehoe, P. y McGrattan, E. (2000): Sticky price models of the business cycle: Can the contract multiplier solve the persistence problem? *Econometrica*, 68(5), 1151-1179.

- [7] Christiano, L., Eichenbaum, M., y Evans, C. (2005): Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 113, 1-45.
- [8] Edge, R. (2007): Time-to-build, time-to-plan, habit-persistence, and the liquidity effect. *Journal of Monetary Economics*, 54, 1644-1669.
- [9] Fernández de Córdoba, G. y Kehoe, T. (2000): Capital flows and real exchange rate following Spain's entry into the European Community. *Journal of International Economics*, 51, 49-78.
- [10] Greenwood, J. y Hercowitz, Z. (1991): The allocation of capital and time over the business cycle. *Journal of Political Economy*, 99(6), 1188-1214.
- [11] Hayashi, F. (1982): Tobin's marginal q and average q : A neoclassical interpretation. *Econometrica*, 50(1), 213-224.
- [12] Jermann, U. (1998): Asset pricing in production economy. *Journal of Monetary Economics*, 41, 257-275.
- [13] Jorgenson, D. (1963): Capital theory and investment behavior. *American Economic Review*, 53(2), 247-259.
- [14] McCallum, B. y Nelson, E. (1999): Nominal income targeting in an open-economy optimizing model. *Journal of Monetary Economics*, 43, 553-578.
- [15] Shapiro, M. (1986): The dynamic demand for capital and labor. *Quarterly Journal of Economics*, 101, 512-542.
- [16] Tobin, J. (1969): A general equilibrium approach to monetary theory. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1(1), 15-29.

Tema 6

Progreso tecnológico específico a la inversión

6.1 Introduction

El modelo básico introduce una serie de supuestos muy específicos sobre el proceso de acumulación de capital. Así, se supone que el ahorro se transforma directamente en capital a través del proceso de inversión, siendo este proceso irreversible. La ecuación de acumulación de capital supone que periodo a periodo cada unidad que se gasta en inversión se transforma en capital y que el capital es una variable que se mantiene homogénea a través del tiempo. Es decir, periodo a periodo, es una parte de la producción la que se transforma en capital.

Sin embargo, en la práctica, el progreso tecnológico altera las características del capital a lo largo del tiempo. Cuando incorporamos nuevos activos de capital a la economía a través del proceso de inversión, estos activos presentan características diferentes a los ya existentes, es decir, no son homogéneos con el transcurso del tiempo. Podemos pensar en el caso de un ordenador. Su precio, en términos de bienes de producción (o de consumo, tal y como viene definido en el modelo), se puede mantener constante a lo largo del tiempo, pero un ordenador de 2010 es muy diferente a un ordenador de 1990, ya que su capacidad

ha aumentado considerablemente. Así, el coste de incorporar un ordenador adicional al proceso productivo puede resultar el mismo en el tiempo, pero su productividad es mucho mayor, es decir, sería equivalente a disponer de mayor capital debido a que incorpora el progreso tecnológico. El progreso tecnológico asociado al capital, principalmente a los equipos, viene siendo muy intenso desde la últimas dos décadas. Así, en los últimos años hemos asistido a un cambio radical en áreas como las telecomunicaciones o en equipamientos informáticos, que presentan un desarrollo tecnológico muy superior al que muestran otros tipos de capital.

El modelo neoclásico de crecimiento económico predice que en el largo plazo, el crecimiento de la productividad únicamente viene dado por el progreso tecnológico exógeno. Tradicionalmente, el concepto de progreso tecnológico usado en economía es el asociado al incremento en la productividad total de los factores. Este tipo de progreso tecnológico es un elemento general a la economía, afectando al conjunto de los factores productivos.

Sin embargo, en la realidad existe un progreso tecnológico adicional, que resulta ser específico a la inversión. De este modo, cuando se incorporan nuevos activos de capital a la economía, estos resultan ser más avanzados que los existentes previamente. Es decir, los activos de capital no son homogéneos con el paso del tiempo, ya que la carga tecnológica implícita en cada uno de ellos es diferente. En este caso, el progreso tecnológico únicamente se traslada a la economía en la medida en que ésta introduce los nuevos activos de capital que ya incorporan dicho progreso tecnológico.

En este tema diferenciamos entre progreso tecnológico neutral derivado de cambios en la productividad total de los factores, frente a progreso tecnológico asociado al proceso de inversión en nuevos activos de capital. Mientras que el primero supone un cambio en el nivel de eficiencia general de la economía, el segundo tipo de progreso tecnológico hace referencia a la cantidad de tecnología que puede ser adquirida con una unidad de producción. Esta tecnología es específica a cada uno de los diferentes activos de capital existentes.

El modelo que vamos a analizar en este tema es una simplificación del modelo desarrollado por Greenwood, Hercowitz y Huffman (1988) y Greenwood, Hercowitz y Krusell (1997). Para ello vamos a introducir una perturbación adicional en el modelo, concretamente en el proceso de acumulación de capital. Ahora la inversión en

cada momento del tiempo se transforma en capital en función de la tecnología asociada a dicho capital. En otras palabras, por cada unidad de producción que se destina a la inversión, el capital resultante de la misma depende de la carga tecnológica implícita en el mismo.

La estructura de este tema es como sigue: la sección segunda introduce el concepto de progreso tecnológico específico a la inversión. En la tercera sección presentamos el modelo en el cual el comportamiento de los consumidores, que es similar al presentado anteriormente. La única diferencia estriba en el proceso de acumulación de capital, en el cual que considera la existencia de progreso tecnológico específico al proceso de inversión. La sección cuarta presenta las ecuaciones del modelo junto con su calibración. La sección quinta estudia los efectos de una perturbación tecnológica específica a la inversión. El tema finaliza con algunas conclusiones.

6.2 El progreso tecnológico específico a la inversión

La forma habitual de considerar el progreso tecnológico en los modelos de equilibrio general consiste en suponer la existencia de una perturbación que afecta a la función de producción agregada de la economía o bien al factor productivo trabajo. Esta perturbación de productividad, cuando afecta a la función de producción, es a la que se denomina productividad total de los factores, estaría representando el progreso tecnológico neutral, dado que afecta por igual a todos los factores productivos no modificando por tanto sus precios relativos. Esta productividad total de los factores estaría reflejando la productividad total de una economía en términos de la combinación de los factores productivos trabajo y capital. La otra forma tradicional de introducir la tecnología en el modelo, consiste en asociarla exclusivamente al factor productivo trabajo, que es lo que se denomina una tecnología ahorradora de trabajo. En ese caso, la producción de la economía vendría definida en términos de las unidades eficientes de trabajo. En los modelos EGDE la forma habitual de considerar el progreso tecnológico es la primera.

Sin embargo, la especificación estándar presenta un problema y es que supone que cuando se produce una innovación, ésta afecta por igual tanto al nuevo capital que se incorpora a la economía como al antiguo capital. Sin embargo, este supuesto no es válido, ya que

el capital instalado no se ve afectado por el progreso tecnológico asociado a los activos de capital, sino que dicho progreso tecnológico únicamente se incorpora al proceso de producción si se incorpora nuevo capital. De hecho, si la inversión fuese cero el desarrollo tecnológico que se produjese no tendría ningún efecto sobre la economía, ya que la calidad de los activos de capital que se usan no varía. Tan sólo a partir del proceso de instalación de nuevo capital, es decir, a través del proceso de inversión, se va incorporando dicho cambio tecnológico a la economía. Por este motivo este cambio tecnológico se le denomina específico a la inversión.

Greenwood, Hercowitz y Huffman (1988) son los primeros en introducir el progreso tecnológico específico a la inversión en la función de acumulación del capital, como un proceso estocástico exógeno asociado a la inversión.

El elemento clave del modelo es que el proceso de acumulación de capital viene definido como:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + Z_t I_t \quad (6.1)$$

donde δ es el ratio de depreciación y Z_t representa el progreso tecnológico específico a la inversión. Siguiendo a Greenwood *et al.* (1997), Z_t determina la cantidad de capital que puede ser comprada con una unidad de producción, representando el estado actual de la tecnología para producir capital. En el modelo neoclásico estándar tendríamos que $Z_t = 1$ para todo t , es decir, la cantidad de capital que puede ser comprada con una unidad de producción final es constante en el tiempo. Sin embargo, en la realidad el precio relativo del capital disminuye en términos generales, lo que evidencia que a lo largo del tiempo podemos comprar una mayor cantidad de capital con la misma cantidad de producción final. Así, cuanto mayor sea Z_t mayor es la cantidad de capital que se puede incorporar a la economía con una unidad de inversión, reflejando que la calidad del capital ha aumentado.

Para obtener una medida del progreso tecnológico específico a la inversión, se hace necesario de disponer de precios de los activos de capital ajustados por la calidad. Esto es lo que se denomina precios hedónicos, es decir, el precio de un determinado activo de capital cuya calidad se mantiene constante a lo largo del tiempo. Así, por ejemplo, no podemos comparar el precio de un automóvil hoy respecto al de un automóvil de hace 20 años, dado que la

calidad del mismo ha ido variando en el tiempo (el de hace 20 años no tenía ni frenos ABS, ni Airbag, ni dirección asistida, etc.). Para poder realizar dicha comparación tendríamos que disponer de precios corregidos por la calidad del producto y podría resultar el caso de que el automóvil de hoy sea más barato que el de hace 20 años. Este fenómeno se puede observar claramente en el caso de los ordenadores. Así, un ordenador hoy tiene prácticamente el mismo precio que un ordenador de hace 20 años, pero resulta que su poder de almacenamiento y de cálculo es 1.000 veces mayor. Por tanto, resulta que un ordenador hoy es 1.000 veces más barato que dicho ordenador hace 20 años. Por tanto el precio de los activos de capital corregidos por calidad sería:

$$\frac{1}{Z_t} \quad (6.2)$$

Por tanto, el progreso tecnológico implícito vendría determinado por el cociente entre los precios del capital corregidos por calidad y el deflactor del consumo, medido como el índice de precios de los bienes no-duraderos más los servicios, excluyendo los servicios de las viviendas. La figura 6.1 muestra la evolución del progreso tecnológico implícito para la economía de Estados Unidos para el periodo 1947-2000, usando los datos de Cummins y Violante (2002), que son una extensión de los precios hedónidos elaborados por Gordon (1990) para los activos de capital de equipos, excluyendo los activos "edificios y construcciones", y los datos de la NIPA (*National Income and Product Accounts*). Podemos observar cómo el progreso tecnológico incorporado a los activos de capital es muy diferente si usamos los datos de la NIPA respecto a los datos de Gordon-Cummins-Violante, siendo el progreso tecnológico mucho más intenso en estos últimos, especialmente en los últimos años.

El hecho de que el desarrollo tecnológico implícito a cada activo de capital sea muy diferente es lo que ha llevado a desagregar el stock de capital, ya que cada uno de ellos lleva parejo una calidad diferente. Así, no es lo mismo hablar de activos de capital en forma de edificios, que evidencian un progreso tecnológico muy lento en el tiempo, que activos de capital en forma de equipos o maquinaria, que presentan una tasa de progreso tecnológico mucho más elevada. Entre los posibles tipos de activos de capital que podemos considerar, tienen especial relevancia en este contexto las denominadas tecnologías de la información y el conocimiento (TICs), que incluyen ordenadores,

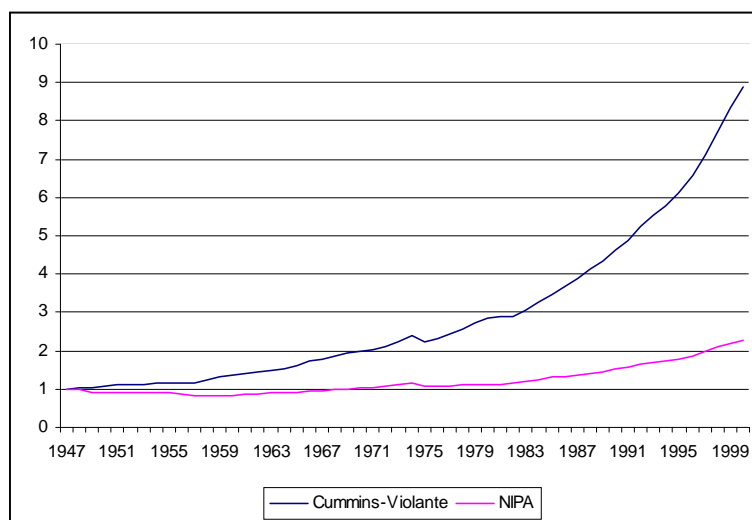


Figura 6.1. Progreso tecnológico implícito en los activos de capital para Estados Unidos

internet, software, equipos de telecomunicaciones, etc. Estos activos de capital muestran unas tasas muy elevadas de progreso tecnológico, por lo que es de esperar que tengan un impacto muy importante sobre el crecimiento de la productividad. En este sentido, numerosos estudios ponen en evidencia el papel fundamental que están jugando las TICs en la recuperación de la productividad desde mediados de los noventa en Estados Unidos y en algunos países de Europa (véase por ejemplo Colecchia y Schreyer, 2001; Stiroh, 2002; Daveri, 2002; Timmer, Ypma and van Ark, 2003, 2005, Martínez, Rodríguez y Torres, 2008; y Rodríguez y Torres, 2010).

En la literatura encontramos algunos trabajos que utilizan el modelo que desarrollamos a continuación para estudiar la contribución al crecimiento de la productividad del trabajo que se deriva del cambio tecnológico específico a la inversión. Greenwood *et al.* (1997) distinguen entre dos activos de capital: equipos y estructuras. Estos autores suponen que el progreso tecnológico implícito sólo aparece en el caso de los equipos, mientras que las estructuras no experimentan cambio tecnológico con el tiempo. Martínez, Rodríguez y Torres (2008) extienden el modelo anterior

considerando seis tipos diferentes de activos de capital: estructuras, equipos, maquinaria de transporte, ordenadores, software y equipos de telecomunicaciones, así como el cambio tecnológico implícito a cada uno de ellos, aplicando dicho análisis a la economía española. Martínez, Rodríguez y Torres (2010), amplían el análisis de Greenwood et al. (1997) para la economía USA, pero distinguiendo entre activos TICs y no-TICs. Rodríguez y Torres (2010) estudian la importancia del progreso tecnológico en Estados Unidos, Alemania y Japón, distinguiendo entre activos TICs y activos no-TICs, que se corresponden con el capital más tradicional, mostrando que el progreso tecnológico asociado a las TICs es la principal fuente de crecimiento de la productividad en Estados Unidos, mientras que en Japón ha tenido una especial relevancia en su crecimiento el progreso tecnológico asociado al capital más tradicional no-TIC.

6.3 El modelo

A continuación vamos a presentar una versión muy simple de un modelo EGDE con cambio tecnológico específico a la inversión. En nuestro caso, suponemos la existencia de un único capital agregado. En este caso tenemos un modelo con dos perturbaciones: productividad agregada, que mide el cambio tecnológico neutral, y productividad específica, que mide el cambio tecnológico asociado a los nuevos activos de capital. El único cambio a introducir es en la ecuación de acumulación del capital.

6.3.1 Los consumidores

Suponemos que la economía está habitada por un agente representativo que tiene vida infinita y cuyas preferencias son separables en el tiempo en términos del consumo del bien final, $\{C_t\}_{t=0}^{\infty}$, y del ocio, $\{1 - L_t\}_{t=0}^{\infty}$. Las preferencias del consumidor representativo vienen definidas por la siguiente función de utilidad:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \quad (6.3)$$

donde β es la tasa de descuento y donde $\gamma \in (0, 1)$ es la participación del consumo en el ingreso total. El consumo privado viene definido

por C_t . El ocio viene definido como $1 - L_t$, donde suponemos que el número de horas efectivas disponibles es igual a la unidad.

La restricción presupuestaria del consumidor nos dice que el consumo más la inversión, I_t , no pueden exceder la suma de los ingresos provenientes del trabajo y del capital:

$$C_t + I_t = W_t L_t + R_t K_t \quad (6.4)$$

donde W_t es el salario y R_t es el tipo de interés real.

El elemento clave del modelo es que el proceso de acumulación de capital viene definido como:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + Z_t I_t \quad (6.5)$$

donde δ es el ratio de depreciación. Siguiendo a Greenwood *et al.* (1997), Z_t determina la cantidad de capital que puede ser comprada con una unidad de producción, representando el estado actual de la tecnología para producir capital. En el modelo neoclásico estándar tendríamos que $Z_t = 1$ para todo t , es decir, la cantidad de capital que puede ser comprada con una unidad de producción final es constante en el tiempo. Sin embargo, en la realidad el precio relativo del capital disminuye en términos generales, evidenciando que a lo largo del tiempo, podemos comprar una mayor cantidad de capital con la misma cantidad de producción final.

Por tanto, la inversión la podemos definir como:

$$I_t = \frac{K_{t+1} - (1 - \delta) K_t}{Z_t} \quad (6.6)$$

por lo que la restricción presupuestaria del individuo la podemos reescribir como:

$$C_t + \frac{K_{t+1}}{Z_t} = W_t L_t + R_t K_t + \frac{(1 - \delta) K_t}{Z_t} \quad (6.7)$$

El Langrangiano correspondiente al problema al que se enfrentan los consumidores, consistente en elegir C_t , L_t , e I_t tal que maximizen su utilidad intertemporal, es el siguiente:

$$\max_{(C_t, I_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \\ - \lambda_t \left[C_t + \frac{K_{t+1}}{Z_t} - W_t L_t - R_t K_t - \frac{(1 - \delta) K_t}{Z_t} \right] \end{array} \right\} \quad (6.8)$$

Las condiciones de primer orden derivadas del problema del consumidor son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \gamma C_t^{-1} - \lambda_t = 0 \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} : -\frac{(1-\gamma)}{1-L_t} + \lambda_t W_t = 0 \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t \frac{Z_{t-1}}{Z_t} [Z_t R_t + 1 - \delta] - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} \quad (6.11)$$

Combinando las expresiones (6.9) y (6.10) obtenemos la condición que iguala el ratio marginal de sustitución entre consumo y ocio al coste de oportunidad de obtener una unidad adicional de ocio, expresión que coincide con la que se deriva del modelo básico.

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = W_t \quad (6.12)$$

Por otra parte, combinando (6.9) y (6.11) obtenemos la nueva condición dada por:

$$\frac{1}{\beta} \frac{C_t}{C_{t-1}} = \frac{Z_{t-1}}{Z_t} [Z_t R_t + 1 - \delta] \quad (6.13)$$

Ahora la condición que indica la senda óptima del consumo es diferente a la obtenida en el modelo estándar. En este caso, las decisiones de inversión vienen determinadas por el cambio tecnológico específico a los nuevos activos de capital.

6.3.2 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de capital y trabajo. La producción final Y requiere el uso de los servicios del trabajo L y del capital K . De este modo las empresas alquilan el capital y el empleo tal que maximicen los beneficios en el periodo t , tomando como dados los precios de los factores productivos. Suponemos que la tecnología es del tipo Cobb-Douglas, presentando rendimientos constantes a escala,

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (6.14)$$

donde A_t mide la productividad total de los factores y $0 \leq \alpha \leq 1$.

El problema para las empresas (definido como un problema estático) consistiría en maximizar los beneficios periodo a periodo:

$$\max_{(K_t, L_t)} \Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - R_t K_t - W_t L_t \quad (6.15)$$

Las condiciones de primer orden asociadas al problema anterior son:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t - \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} = 0 \quad (6.16)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t - (1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} = 0 \quad (6.17)$$

6.3.3 El equilibrio del modelo

El equilibrio de la economía lo obtenemos combinando las condiciones de primer orden del consumidor con las condiciones de primer orden del problema de maximización de beneficios de la empresa, tal que resulta:

$$\frac{1 - \phi}{\phi} \frac{C_t}{1 - L_t} = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t} \quad (6.18)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{C_t}{C_{t-1}} = \frac{Z_{t-1}}{Z_t} \left[Z_t \alpha \frac{Y_t}{K_t} + 1 - \delta \right] \quad (6.19)$$

Para cerrar el modelo, la economía debe cumplir la siguiente condición de factibilidad:

$$C_t + I_t = Y_t \quad (6.20)$$

Las condiciones de primer orden para los consumidores junto con las condiciones de primer orden para la empresa (6.18) y (6.19) y la condición de factibilidad de la economía (6.20), caracterizan el equilibrio competitivo de la economía.

6.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio de la economía es similar al obtenido anteriormente, excepto por el hecho de que ahora hay una variable exógena adicional, para la cual hemos de definir un determinado proceso

estocástico. De este modo, ahora tenemos un modelo con dos perturbaciones: la perturbación de productividad total de la economía y una nueva perturbación que refleja el cambio tecnológico asociado a la inversión.

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de nueve ecuaciones que representan el comportamiento de las siete variables endógenas, Y_t , C_t , I_t , K_t , L_t , R_t , W_t , y las dos variables exógenas A_t y Z_t . Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1-L_t} = W_t \quad (6.21)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{C_t}{C_{t-1}} = \frac{Z_{t-1}}{Z_t} \left[Z_t \alpha \frac{Y_t}{K_t} + 1 - \delta \right] \quad (6.22)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (6.23)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (6.24)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + Z_t I_t \quad (6.25)$$

$$W_t = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (6.26)$$

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (6.27)$$

$$\ln A_t = (1-\rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t^A \quad (6.28)$$

$$\ln Z_t = (1-\rho_Z) \ln \bar{Z} + \rho_Z \ln Z_{t-1} + \varepsilon_t^Z \quad (6.29)$$

En el modelo desarrollado tenemos dos perturbaciones tecnológicas, una neutral y una específica. Tal y como lo hemos definido anteriormente, ambas perturbaciones son independientes. Sin embargo, dado que ambas perturbaciones representan cambios tecnológicos podemos alternativamente suponer que puede existir algún tipo de relación entre ambas variables. En concreto, podemos suponer que el proceso que siguen ambas perturbaciones es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \ln A_t \\ \ln Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_A & v_{AZ} \\ v_{ZA} & \rho_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln A_{t-1} \\ \ln Z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^A \\ \varepsilon_t^Z \end{bmatrix}$$

donde $|\rho_i \pm v| < 1, i = A, Z$, con objeto de asegurar la estacionaridad de los procesos, siendo $E(\varepsilon_t^i) = 0$ y $E(\varepsilon_t^i \varepsilon_t^i) = \sigma_i^2, \forall i$.

A continuación vamos a calibrar nuestro modelo para analizar los efectos de una perturbación tecnológica específica. Para calibrar nuestro modelo, necesitamos determinar el valor de los siguientes parámetros:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho_A, \sigma_A, \rho_Z, \sigma_Z\}$$

Los únicos parámetros adicionales que aparecen en este modelo son los correspondientes al proceso estocástico que sigue la tecnología asociada a los nuevos bienes de capital. Para los restantes parámetros seleccionamos los mismos valores que hemos utilizado anteriormente.

Tabla 6.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,450
δ	Parámetro de depreciación	0,060
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,001
ρ_Z	Parámetro autorregresivo CTE	0,950
σ_Z	Desviación estándar CTE	0,001

La tabla 6.1 muestra los valores calibrados de los parámetros que utilizaremos para simular el modelo. Suponemos que los parámetros que definen el proceso estocástico para la tecnología específica a los nuevos activos de capital es exactamente igual a los correspondientes a la productividad total de los factores, valores que son muy similares a los que aparecen en la literatura. Greenwood *et al.* (2000) para la economía de Estados Unidos estiman un valor del parámetro autorregresivo de 0,64 para el cambio tecnológico específico. Pakko (2005) usando un modelo similar estima, también para Estados Unidos, un parámetro de 0,945 para el cambio tecnológico neutral y de 0,941 para el cambio tecnológico específico. Rodríguez y Torres (2009) estiman valores de estos parámetros, en el caso de la productividad agregada, de 0,95 para Estados Unidos, 0,83 para Japón y de 0,72 para Alemania, con una desviación estándar de 0,013-0,014. En el caso de los activos TIC, los valores son 0,97, 0,96

y 0,85, para Estados Unidos, Japón y Alemania, respectivamente. En el caso de los activos no-TIC, los valores son 0,92, 0,89 y 0,81, para los tres países, respectivamente.

6.5 Perturbaciones tecnológicas específicas

Una vez calibrado nuestro modelo, vamos a usar Dynare para calcular las funciones impulso respuesta de las variables del modelo ante una perturbación tecnológica específica a la inversión, ya que la estructura del modelo es exactamente la misma que el modelo básico por lo que los efectos de una perturbación de productividad agregada (o cambio tecnológico neutral en la terminología de este tema) serían exactamente los mismos.

La figura 6.1 muestra las funciones impulso-respuesta de las diferentes variables ante una perturbación específica a la inversión. Tal y como podemos observar, este tipo de perturbación genera unos efectos distintos a los correspondientes a una perturbación de productividad agregada, destacando un efecto de impacto negativo sobre el consumo y el salario, así como una respuesta negativa de la rentabilidad del capital. Estos resultados se derivan de que la perturbación tecnológica únicamente afecta a la economía a través de la inversión en nuevos activos de capital, no afectando a los activos de capital que ya están instalados que se hacen más obsoletos por la mayor carga tecnológica del nuevo capital.

El cambio más destacado es el correspondiente a la dinámica del consumo. Vemos que en este caso el efecto de impacto es negativo, disminuyendo el consumo por debajo de su valor de estado estacionario. Este efecto contrasta con el de una perturbación tecnológica neutral que tiene un efecto positivo sobre el consumo a través del efecto renta. Por el contrario, en el caso de una perturbación tecnológica específica, el efecto durante los primeros periodos es negativo. Este comportamiento del consumo viene justificado por la reacción optimizadora de los agentes ante dicha perturbación. En efecto, la perturbación hace que las unidades de inversión sean más baratas en relación a las unidades de consumo. Es decir, con una unidad de consumo que destinemos ahora a la inversión, generamos un mayor volumen de capital. Por tanto, esta perturbación provoca un efecto sustitución intertemporal de

consumo por ahorro, al tiempo que también va a provocar un efecto intratemporal de sustitución entre consumo y ocio.

La inversión aumenta como consecuencia de la perturbación, provocando un aumento en el proceso de acumulación del capital. El impacto de esta perturbación sobre la inversión es muy elevado cuantitativamente, que es lo que lleva a una disminución en el consumo. Nótese que en este caso el efecto sobre la rentabilidad del capital es negativo. El efecto sobre el empleo también es positivo. Dada la evolución del salario, el ocio disminuye, lo que lleva a un aumento de las horas trabajadas. De nuevo, obtenemos que el nivel de producción tiene forma de campana, con los efectos máximos de la perturbación unos 10 periodos con posterioridad al momento en que ocurre la misma.

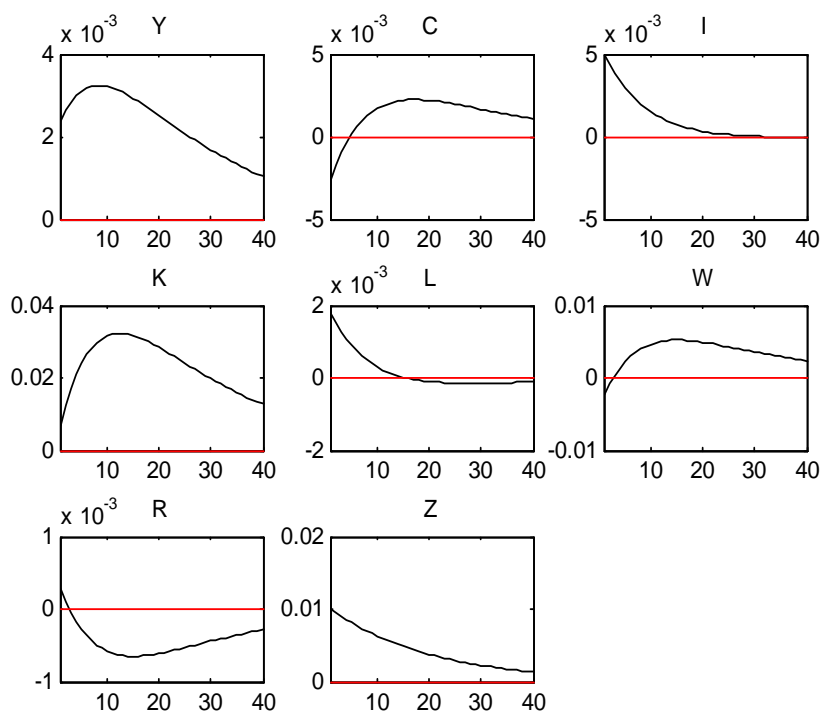


Figura 6.2. Perturbación específica a la inversión

Otro elemento interesante es el efecto de la perturbación sobre la productividad del trabajo. En el caso de una perturbación de productividad neutral, la productividad del trabajo aumenta, dado que el nivel de producción aumenta en mayor proporción que las horas trabajadas. Sin embargo, en el caso de una perturbación tecnológica específica, el efecto sobre la productividad es prácticamente nulo, ya que el aumento en la producción es prácticamente compensado por un aumento en el empleo.

6.6 Conclusiones

En este capítulo hemos desarrollado un modelo en el cual hemos introducido la existencia de cambio tecnológico incorporado a los activos de capital. Así, frente a los cambios tecnológicos que afectan al agregado de la economía, existe un progreso tecnológico que va incorporado a los nuevos activos de capital y que sólo influye en el proceso productivo a través de la inversión en estos nuevos activos de capital. Esto es lo que se conoce como progreso tecnológico específico a la inversión, ya que no afecta a los activos de capital ya instalados, sino a las nuevas incorporaciones de capital. Esto va a dar lugar a que los efectos de una perturbación tecnológica agregada a la economía, denominada neutral, sean muy diferentes a los de una perturbación tecnológica específica a la inversión.

La ampliación resultante ha sido muy simple: únicamente hemos de introducir el progreso tecnológico implícito en la ecuación de acumulación del stock de capital. Los efectos dinámicos de la economía son muy diferentes en el caso de una perturbación específica a la inversión respecto a una perturbación tecnológica agregada, existiendo un importante efecto sustitución intertemporal de consumo por ahorro.

Una aplicación interesante del anterior modelo consiste en realizar un ejercicio de descomposición del crecimiento en equilibrio general. Así, del modelo presentado anteriormente podemos obtener la senda de crecimiento equilibrado de la economía. En el largo plazo, la tasa de crecimiento del stock de capital será igual al crecimiento agregado de la economía. Por tanto, podemos descomponer el crecimiento de la productividad del trabajo en el largo plazo, en términos del progreso tecnológico neutral y del progreso tecnológico específico a la inversión.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este capítulo, correspondiente al fichero *model5.mod*, es el siguiente:

```
// Model 5. IEGDE
// Código Dynare
// File: model5.mod
// Progreso tecnolológico específico a la inversión:
//  $K(t+1)=(1-\delta)*K(t)+Z(t)*I(t)$ 
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, C, I, K, L, W, R, A, Z;
// Definición de variables exógenas
varexo e, u;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, rho1, rho2;
// Valores de los parámetros
alpha = 0.35;
beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
rho1 = 0.95;
rho2 = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
C = (gamma/(1-gamma))*(1-L)*(1-alpha)*Y/L;
1 = beta*(Z*C/(Z(+1)*C(+1)))
  *(Z*alpha*Y(+1)/K+(1-delta));
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
K = Z*I+(1-delta)*K(-1);
I = Y-C;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
log(A) = rho1*log(A(-1))+e;
log(Z) = rho2*log(Z(-1))+u;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
```



```
C = 0.8;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
Z = 1;
e = 0;
u = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento condiciones BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
var u; stderr 0.01;
end;
// Simulación
stoch_simul(periods=1000);
```


References

- [1] Cummins, J.G. y Violante, G. L. (2002): Investment-specific technical change in the U.S. (1947-2000): Measurement and macroeconomic consequences, *Review of Economic Dynamics*, 5, 243-284.
- [2] Fisher, J. (2006): "The dynamic effects of neutral and investment-specific technology shocks". *Journal of Political Economy*, 114 (June), 413-451.
- [3] Gordon, R. (1990): The measurement of durable goods prices. University of Chicago Press.
- [4] Gort, M., J. Greenwood, y Rupert, P. (1999): "Measuring the rate of technological progress in structures". *Review of Economic Dynamics* 2 (January): 207-30.
- [5] Greenwood, J., Hercowitz, Z. y Huffman, G. (1988): Investment, capacity utilisation and the real business cycle. *American Economic Review*, 78(3), 402-417.
- [6] Greenwood, J., Hercowitz, Z. y Krusell, P. (1997): Long-run implication of investment-specific technological change, *American Economic Review*, 87, 342-362.

- [7] Greenwood, J., Hercowitz, Z. y Krusell, P. (2000): The role of investment-specific technological change in the business cycle, *European Economic Review*, 44, 91-115.
- [8] Inklaar, R., Timmer, y van Ark, B. (2005): ICT and productivity in Europe and the United States. Where the differences come from?, *The Conference Board EPWP* 03-05.
- [9] Jorgenson, D. (2001): Information technology and the U.S. Economy, *American Economic Review*, 91, 1-32.
- [10] Jorgenson, D. (2002): *Economic growth in the information age*. MIT Press, Cambridge.
- [11] Jorgenson, D. y Motohashi, K. (2005): Information technology and the Japanese economy. *Journal of the Japanese and International Economies*, 19, 460-481.
- [12] Jorgenson, D. y Stiroh, K. J. (2000): Raising the speed limit: U.S. economic growth in the information age, *Brooking Papers on Economic Activity*, 1, 125-211.
- [13] Justiniano, A. y E. Primiceri (2008): The time varying volatility of macroeconomic fluctuations, *American Economic Review*, 98(3), 604-641.
- [14] Martínez, D., J. Rodríguez y Torres, J.L. (2008): The productivity paradox and the new economy: The Spanish case". *Journal of Macroeconomics*, 30(4), 1169-1186.
- [15] Martínez, D., J. Rodríguez y Torres, J.L. (2010): ICT-specific technological change and productivity growth in the US: 1980–2004. *Information Economics and Policy*, 22(2), 121-129.
- [16] Pakko, M.R., (2005): Changing technology trends, transition dynamics, and growth accounting, *The B.E. Journal of Macroeconomics, Contributions*, 5(1), Article 12.
- [17] Rodríguez, J. y Torres, J.L. (2010): Technological sources of productivity growth in Germany, Japan, and the U.S. *Macroeconomic Dynamics*, forthcoming.

- [18] Timmer, M. y van Ark, B. (2005): Does information and communication technology drive EU-US productivity growth differentials?, *Oxford Economic Papers*, 57, 693-716.

Tema 7

Los impuestos

7.1 Introducción

En los modelos estudiados anteriormente únicamente considerábamos la existencia de dos agentes: consumidores y empresas. En este tema vamos a introducir un tercer agente: el gobierno. El gobierno podemos introducirlo a partir de un amplio conjunto de variables, puesto que este agente interviene en prácticamente todas las esferas de la economía. En este capítulo vamos a considerar únicamente los efectos de la introducción del gobierno a través del lado de los ingresos públicos, es decir, considerando la existencia de impuestos. En concreto, vamos a considerar la existencia de tres tipos de impuestos: impuesto sobre las rentas del trabajo, impuesto sobre las rentas del capital y un impuesto sobre el consumo, que son los que afectan directamente a los consumidores.

El elemento clave que vamos a estudiar es que dichos impuestos suponen una distorsión sobre la economía, puesto que alteran el precio relativo de los factores productivos y, por tanto, las decisiones de los individuos. En efecto, el impuesto sobre las rentas del trabajo supone una alteración del precio del factor productivo trabajo, encareciéndolo. Lo mismo ocurre con impuesto sobre el capital, ya que altera el coste de uso del capital. Por otra parte, el efecto de

un impuesto sobre el consumo es similar al de un impuesto sobre las rentas del trabajo, ya que disminuye el poder adquisitivo del salario. De esta forma podemos estudiar los efectos de las políticas fiscales a través de los ingresos públicos. En el modelo que vamos a estudiar el gobierno decide la política fiscal y los consumidores y las empresas toman sus decisiones en consecuencia, tomando como dados los tipos impositivos fijados por el gobierno. Suponemos que los ingresos públicos se devuelven a la economía en forma de transferencias.

A partir de este modelo vamos a realizar dos análisis diferentes. En primer lugar, vamos a utilizar este modelo para calcular las curvas de Laffer de una economía, calculando el valor de estado estacionario de las distintas variables para cada tipo impositivo. En segundo lugar, vamos a estudiar el efecto sobre las principales variables macroeconómicas de una alteración en los tipos impositivos, alteración que puede ser tanto permanente como transitoria y anticipada o no anticipada.

Los análisis que vamos a realizar trata al modelo como determinista. Así, cuando consideramos los impuestos tenemos dos posibilidades. O bien consideramos que los impuestos siguen un determinado proceso estocástico y, por tanto, también el modelo tendría naturaleza estocástica, o bien consideramos a los impuestos como una variable exógena cuyo valor es fijo y determinado por el gobierno. El primer caso es el análisis realizado por McGrattan (1994), que considera que los impuestos son estocásticos. En nuestro caso vamos a utilizar la segunda opción y, por tanto, los tratamos como una variable exógena que está dada.

La estructura de este tema es la siguiente. En la segunda sección definimos la estructura impositiva de la economía, así como el comportamiento del gobierno. En la sección tercera presentamos el modelo. El problema a maximizar sigue siendo el mismo que anteriormente, si bien ahora cambia la restricción presupuestaria de los individuos. Es en la restricción presupuestaria donde, por un lado, aparecen los impuestos y, por otro, las transferencias del gobierno. El comportamiento de las empresas sigue siendo el mismo, dado que continuamos suponiendo un entorno competitivo en los que los beneficios de las empresas son cero, por lo que no consideramos la existencia de un impuesto como el de sociedades que grava los beneficios, aunque es posible obtener beneficios positivos si suponemos que el capital es propiedad de la empresa. El gobierno

obtiene unos ingresos fiscales vía impuestos y los devuelve a través de transferencias. Para que el análisis sea lo más simple posible suponemos que existe equilibrio presupuestario periodo a periodo en las cuentas públicas. La sección cuarta presenta las ecuaciones que definen el modelo, en este caso determinista, así como la calibración del mismo. La sección quinta presenta las curvas de Laffer estimadas, dada la calibración del modelo. La sección sexta muestra las funciones impulso-respuesta ante una alteración en el impuesto sobre el consumo. Finalmente, la sección séptima presenta algunas conclusiones.

7.2 Los impuestos

A continuación vamos a redefinir la estructura de nuestra economía a través de la introducción de diferentes tipos de impuestos que afectan a los individuos. En concreto, vamos a considerar la existencia de tres tipos de impuestos: impuestos sobre el consumo, impuestos sobre las rentas del trabajo e impuestos sobre las rentas del capital.

Los impuestos sobre el consumo son impuestos indirectos, y provocan que el precio de los bienes sea superior al que existiría sin este impuesto. Esto significa que cuanto mayor sea el impuesto, menor será el nivel de consumo dados unos determinados recursos. Como veremos posteriormente, este impuesto afecta directamente a la decisión de oferta de trabajo de los individuos, ya que supone un menor poder adquisitivo del salario. El principal componente del impuesto sobre el consumo es el IVA (Impuesto sobre el Valor Añadido), si bien también existen otros impuestos indirectos sobre otros conceptos como las importaciones así como impuestos especiales sobre determinados productos como los carburantes, el alcohol o el tabaco.

Por su parte, los impuestos sobre la renta generada por el factor trabajo y la renta generada por el capital son impuestos directos, y aparecen contenidos en el IRPF (Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas). Los ingresos del factor trabajo van a provenir del salario obtenido mientras que los ingresos del capital provienen de la rentabilidad obtenida del mismo. En realidad, el impuesto sobre la rentabilidad del capital es un impuesto sobre el ahorro. También podemos interpretar el impuesto sobre el capital como un impuesto indirecto sobre el consumo, ya que el ahorro actual es consumo

futuro. Es decir, si gravamos impositivamente el capital, estamos gravando el ahorro, lo que equivale a un impuesto sobre el consumo futuro.

Por otra parte, vemos que siempre existe doble imposición en el sentido de que se grava los ingresos del individuo (las rentas) y posteriormente se vuelven a gravar cuando se transforman en consumo (el gasto de las rentas).

El cuadro 7.1 muestra la estructura impositiva de la economía española para el año 2006. Excluyendo las cotizaciones a la Seguridad Social, observamos que el volumen de ingresos provenientes de los impuestos indirectos es muy similar al derivado de los impuestos directos, llegando en ambos casos a representar en torno al 50% del total de ingresos impositivos. El IVA supone la mitad de los ingresos por impuestos indirectos, por lo que asciende en torno al 25% del total de ingresos impositivos. Dentro de los impuestos directos, el mayor porcentaje corresponde al IRPF, si bien también el Impuesto de Sociedades supone una cuantía importante, aunque no está considerado en el modelo que vamos a desarrollar.

Tabla 7.1: Estructura impositiva de España, 2006
(Millones de euros)

	2006	% Impuesto	% Ingresos
Impuestos Indirectos	124.528	51,11	34,32
IVA	62.677	25,73	17,28
Impuestos Especiales	22.131	9,08	6,10
Imp. otros productos	28.465	11,68	7,85
Otros impuestos ind.	11.255	4,62	3,10
Impuestos Directos	119.109	48,89	32,83
IRPF	69.412	28,49	19,13
Sociedades	41.483	17,03	11,43
Otros impuestos directos	8.214	3,37	2,26
Total Impuestos	243.637	100,00	67,15
Cotizaciones a la S. Social	119.178	100,00	32,85
Cotiz. Empleadores	86.768	72,81	23,92
Cotiz. Empleados	18.991	15,93	5,23
Cotiz. Autónomos	13.419	11,26	3,70
Total Ingresos del Estado	362.815		100,00

La figura 7.1 muestra la evolución de los tipos efectivos medios de los tres principales impuestos que afectan a los individuos para España durante el periodo 1965-2005, estimados por Boscá, García y Taguas (2008). Como se puede observar la tendencia de estos tipos impositivos ha sido la de aumentar a lo largo del tiempo. El tipo sobre el consumo se mantuvo estable e incluso disminuyó durante la década de los 70, para posteriormente aumentar a partir de mediados de los 80. Esto coincide con la entrada de España en la Unión Europea y la introducción del IVA (Impuesto sobre el Valor Añadido) que es el principal impuesto sobre el consumo. Los otros tipos impositivos han experimentado una senda creciente durante todo el periodo.

Comparando los tres tipos impositivos observamos que el menor corresponde al impuesto sobre el consumo, mientras que el más elevado es el impuesto sobre las rentas del trabajo. Así, en una economía como la española son las rentas del trabajo las que soportan la mayor parte de la carga fiscal, situación que no ocurre en otros sistemas impositivos.

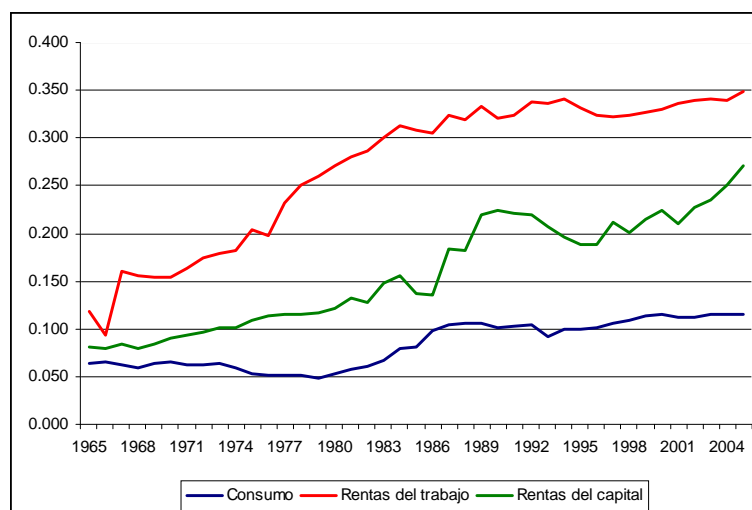


Figura 7.1. Tipos impositivos de España

La tabla 7.2 muestra los tipos efectivos medios correspondientes a un grupo de países. Lo importante de esta comparación es que

el menú de impuestos es muy diferentes entre países. Podemos distinguir dos grupos diferenciados. En primer lugar, hay un grupo de países donde el impuesto sobre el trabajo es muy superior al impuesto sobre el capital. Estos países son Austria, Finlandia, Francia, Alemania, Italia, Holanda, España y Suecia, es decir, la Europa continental. Por el contrario, hay otro grupo de países donde los impuestos sobre las rentas del trabajo son mucho más bajos e inferiores al tipo impositivo sobre las rentas del capital. Estos países son Australia, Canadá, Japón, Reino Unido y Estados Unidos, es decir, el mundo anglosajón más el imperio del sol naciente.

Tabla 7.2: Tipos medios efectivos (2005)

	τ_c	τ_l	τ_k
Australia	0.095	0.218	0.450
Austria	0.147	0.482	0.176
Canada	0.098	0.299	0.334
Denmark	0.199	0.397	0.448
Finland	0.176	0.451	0.256
France	0.129	0.430	0.298
Germany	0.120	0.374	0.177
Italy	0.107	0.431	0.283
Japan	0.062	0.257	0.356
Netherlands	0.146	0.359	0.192
Spain	0.116	0.348	0.272
Sweden	0.166	0.523	0.301
UK	0.124	0.255	0.325
USA	0.039	0.221	0.299

Fuente: Boscá et al. (2009)

Respecto a la estructura del modelo, la introducción de estos tres tipos impositivos hace que la restricción presupuestaria del individuo la tengamos que escribir como:

$$(1 + \tau_t^c)C_t + I_t = (1 - \tau_t^l)W_tL_t + (1 - \tau_t^k)R_tK_t + G_t \quad (7.1)$$

donde τ_t^c es el tipo impositivo sobre el consumo, τ_t^l es el tipo impositivo sobre las rentas del trabajo y τ_t^k es el tipo impositivo sobre las rentas del capital. La restricción presupuestaria nos indica

que el consumo más la inversión neta no pueden exceder la suma de las rentas del trabajo y de las rentas netas de depreciación del capital. Por tanto, vemos que la introducción del gobierno cambia la restricción presupuestaria del individuo. G_t son las transferencias que recibe el individuo del gobierno. Nótese que las transferencias entran como una constante (una determinada cantidad de dinero) en la restricción presupuestaria del gobierno, por lo que no va a tener ninguna influencia sobre las decisiones en el margen del mismo. Esto no ocurre con los tipos impositivos, que si que van a alterar las decisiones de los consumidores en términos de consumo-ahorro y en términos de su oferta de trabajo.

Finalmente, para simplificar nuestro análisis suponemos que periodo a periodo se cumple la restricción presupuestaria del gobierno. Por tanto, las transferencias que reciben los consumidores son exactamente iguales que los ingresos tributarios¹:

$$G_t = \tau_t^c C_t + \tau_t^l W_t L_t + \tau_t^k (R_t - \delta) K_t \quad (7.2)$$

Los trabajos iniciales incluyendo los impuestos y la política fiscal en un contexto de equilibrio general son los de Aschauer (1988) y Barro (1989). No obstante, en estos trabajos se realizaban supuestos muy restrictivos. Así, el trabajo de Aschauer (1988) estudiaba los efectos de cambios en los impuestos pero considerando la inexistencia de capital. Por su parte Barro (1989) utiliza un modelo en el cual la oferta de trabajo es fija. Posteriormente, Baxter y King (1993) desarrollan un modelo de equilibrio general en el cual los impuestos se utilizan para financiar tanto el consumo público como la inversión pública, aspectos que trataremos en los siguientes temas. Braun (1994) estudia la importancia de cambios en los impuestos sobre las fluctuaciones cíclicas. Finalmente, McGrattan (1994) estudia los efectos de perturbaciones en los impuestos y en el consumo público, encontrando que estas perturbaciones explican una fracción significativa de la varianza de los principales agregados macroeconómicos.

¹Nótese que de los ingresos fiscales por las rentas generadas por el capital se deduce la parte correspondiente a su depreciación. Más adelante especificamos cómo se llega a dicha expresión.

7.3 El modelo

La estructura del modelo cambia ahora, debido a que introducimos un agente adicional. Así, junto con los consumidores y las empresas, consideramos el gobierno como un tercer agente. Por otra parte, el papel del gobierno va a ser muy simple, afectando únicamente a la restricción presupuestaria de los consumidores, distorsinando precios a cambio de transferencias.

7.3.1 Los consumidores

Consideramos una economía en la que existe un gran número de consumidores, con idénticas preferencias, representadas por la siguiente función de utilidad instantánea:

$$U(C_t, 1 - L_t) = \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \quad (7.3)$$

donde C_t representa al consumo privado en bienes y servicios y el ocio se define como $1 - L_t$, donde el tiempo total disponible se ha normalizado a 1 y, por tanto el ocio se define como el tiempo total menos la proporción dedicadas a trabajar, L_t . El parámetro γ ($0 < \gamma < 1$) nos indica la proporción de consumo sobre la renta total.

El problema al que se enfrentan las familias consiste en maximizar el valor de su utilidad:

$$\text{Max}_{\{C_t, L_t\}_t^\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)) \quad (7.4)$$

sujeto a la restricción presupuestaria del consumidor representativo que viene dada por:

$$(1 + \tau_t^c)C_t + I_t = (1 - \tau_t^l)W_t L_t + (1 - \tau_t^k)R_t K_t + G_t \quad (7.5)$$

El stock de capital se mueve de acuerdo con:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (7.6)$$

donde δ es la tasa de depreciación del capital y donde I_t es la inversión bruta. Sustituyendo la ecuación de acumulación del capital en la restricción presupuestaria obtenemos:

$$(1 + \tau_t^c)C_t + K_{t+1} - K_t = (1 - \tau_t^l)W_t L_t + (1 - \tau_t^k)(R_t - \delta)K_t + G_t \quad (7.7)$$

dado K_0 , el stock de capital inicial y donde $\beta \in (0, 1)$, es el factor de descuento de los consumidores, G_t son las transferencias *lump-sum* que reciben los consumidores del gobierno, K_t es el stock de capital privado, W_t es el salario, R_t es el tipo de interés, δ es la tasa de depreciación del capital la cual es deducible de los impuestos sobre el mismo y $\tau_t^c, \tau_t^l, \tau_t^k$, con los tipos impositivos al consumo privado, a las rentas salariales y a las rentas del capital privado, respectivamente.

Tal y como podemos observar, la introducción del gobierno viene reflejada en la restricción presupuestaria de los consumidores. La restricción presupuestaria nos indica que el consumo más la inversión no pueden exceder la suma de las rentas provenientes del trabajo y de capital, netas de impuestos, más las transferencias.

El Lagrangiano correspondiente al problema al que se enfrentan los consumidores, consistente en elegir C_t , L_t , e I_t tal que maximizen su utilidad intertemporal, es el siguiente:

$$\max_{(C_t, I_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ -\lambda_t \left[\begin{array}{l} \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \\ (1 + \tau_t^c)C_t + K_{t+1} - (1 - \tau_t^l)W_t L_t \\ -(1 - \tau_t^k)(R_t - \delta)K_t - K_t - G_t \end{array} \right] \right\} \quad (7.8)$$

Las condiciones de primer orden del problema de las familias son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t (1 + \tau_t^c) = 0 \quad (7.9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} : -(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} + \lambda_t (1 - \tau_t^l) W_t = 0 \quad (7.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t \left[(1 - \tau_t^k)(R_t - \delta) + 1 \right] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (7.11)$$

donde $\beta^t \lambda_t$ es el multiplicador de Lagrange asignado a la restricción presupuestaria en el momento t . Combinando las ecuaciones (7.9) y (7.10) obtenemos la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada:

$$\frac{1}{1 - L_t} = \frac{\gamma}{(1 - \gamma)} \frac{(1 - \tau_t^l) W_t}{(1 + \tau_t^c) C_t} \quad (7.12)$$

Combinando la ecuación (7.9) con la ecuación (7.11) obtenemos la condición de primer orden intertemporal,

$$\frac{(1 + \tau_t^c) C_t}{(1 + \tau_{t-1}^c) C_{t-1}} = \beta \left[(1 - \tau_t^k) (R_t - \delta) + 1 \right] \quad (7.13)$$

que nos indica cuál es la senda óptima de consumo a lo largo del tiempo. Nótese, que si el tipo impositivo sobre el consumo permaneciera constante en el tiempo, no afectaría a la decisión de consumo-ahorro del individuo.

7.3.2 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de utilización de los factores productivos capital y trabajo. Para la producción del bien privado final, Y , se requiere los servicios del trabajo, L , y del capital, K . Tanto los mercados de bienes y servicios como los mercados de factores se suponen perfectamente competitivos. Las empresas alquilan el capital y el trabajo a las familias con el objetivo de maximizar beneficios, tomando como dados el precio de los mismos. La función de producción viene dada por:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (7.14)$$

donde A_t es una medida de la productividad total de los factores, α es la proporción de las rentas de capital sobre la renta total y $(1-\alpha)$ la proporción de las rentas salariales sobre la renta total.

El problema para las empresas (definido como un problema estático) consistiría en maximizar los beneficios periodo a periodo:

$$\max_{(K_t, L_t)} \Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - R_t K_t - W_t L_t \quad (7.15)$$

Las condiciones de primer orden asociadas al problema anterior son:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t - \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} = 0 \quad (7.16)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t - (1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} = 0 \quad (7.17)$$

7.3.3 El gobierno

Finalmente, consideramos la existencia de un gobierno cuyo papel se limita a obtener unos ingresos a través de los impuestos para financiar unas transferencias a las familias. Suponemos que la restricción presupuestaria del gobierno se cumple periodo a periodo, a través de la devolución de los ingresos provenientes de los impuestos distorsionadores vía transferencias, G_t . El gobierno obtiene recursos de la economía a través de la fijación de impuestos sobre el consumo y sobre los ingresos del trabajo y del capital, siendo los tipos marginales efectivos, τ_t^c , τ_t^l , τ_t^k , respectivamente. La restricción presupuestaria del gobierno en cada periodo vendría dada por,

$$\tau_t^c C_t + \tau_t^l W_t L_t + \tau_t^k (R_t - \delta) K_t = G_t \quad (7.18)$$

7.3.4 El equilibrio del modelo

Combinando las ecuaciones de equilibrio de los consumidores con las de las empresas obtenemos:

$$\frac{(1 + \tau_t^c) C_t}{(1 + \tau_{t-1}^c) C_{t-1}} = \beta \left[(1 - \tau_t^k) (\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} - \delta) + 1 \right]$$

$$\frac{C_t}{1 - L_t} = \frac{\gamma}{(1 - \gamma)} \frac{(1 - \tau_t^l)}{(1 + \tau_t^c)} (1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha}$$

Finalmente, la economía debe cumplir la siguiente restricción de factibilidad:

$$C_t + I_t = Y_t$$

Definición de Equilibrio: Un equilibrio competitivo para nuestra economía es una secuencia de consumo, ocio e inversión por parte de los consumidores $\{C_t, 1 - L_t, I_t\}_{t=0}^\infty$, una secuencia de capital y de horas de trabajo utilizadas por parte de las empresas $\{K_t, L_t\}_{t=0}^\infty$ y una secuencia de transferencias por parte del gobierno, $\{G_t\}_{t=0}^\infty$ tal que dada una secuencia de precios $\{W_t, R_t\}_{t=0}^\infty$ y una secuencia de impuestos por parte del gobierno $\{\tau_t^c, \tau_t^l, \tau_t^k\}_{t=0}^\infty$:

- i) El problema de optimización de los consumidores se satisface.
- ii) Se cumplen las condiciones de primer orden para las empresas.
- iii) Dada la secuencia de impuestos, se cumple la restricción presupuestaria del gobierno.
- iv) La restricción de factibilidad de la economía se cumple.

7.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio de la economía es similar al del modelo básico, excepto por la introducción de tres variables exógenas, que consideramos fijas. El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de nueve ecuaciones que representan el comportamiento de las siete variables endógenas, Y_t , C_t , I_t , K_t , L_t , R_t , W_t , y las cuatro variables exógenas A_t y τ_t^c , τ_t^l , τ_t^k . Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{1}{1-L_t} = \frac{\gamma}{(1-\gamma)} \frac{(1-\tau_t^l) W_t}{(1+\tau_t^c) C_t} \quad (7.19)$$

$$\frac{(1+\tau_t^c) C_t}{(1+\tau_{t-1}^c) C_{t-1}} = \beta \left[(1-\tau_t^k) (R_t - \delta) + 1 \right] \quad (7.20)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (7.21)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (7.22)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \quad (7.23)$$

$$W_t = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (7.24)$$

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (7.25)$$

$$\ln A_t = (1-\rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t^A \quad (7.26)$$

Para calibrar este modelo, únicamente necesitamos información adicional sobre los tipos impositivos. En este caso los parámetros del modelo son los siguientes:

$$\Omega = \left\{ \alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho_A, \sigma_A, \tau^c, \tau^l, \tau^k \right\}$$

Los únicos parámetros adicionales que aparecen en este modelo son los correspondientes a los tres tipos impositivos considerados. Para los restantes parámetros seleccionamos los mismos valores que hemos utilizado anteriormente. La tabla 7.1 muestra los valores calibrados de los parámetros que utilizaremos para simular el modelo. En

nuestro caso vamos a tratar a los tipos impositivos como constantes exógenas fijas. Esto significa que nuestro modelo va a tener ahora naturaleza determinística en términos de los efectos de cambios en los impuestos.

Tabla 7.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,450
δ	Parámetro de depreciación	0,060
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,010
τ^c	Impuesto sobre el consumo	0,116
τ^l	Impuesto sobre las rentas del trabajo	0,348
τ^k	Impuesto sobre las rentas del capital	0,225

Los agentes toman sus decisiones dependiendo de las tasas impositivas marginales, por lo que se hace necesario disponer de medidas adecuadas de los tipos impositivos con el objeto de tener en cuenta sus efectos distorsionadores, principalmente en relación a la acumulación del capital. No obstante, tal y como apuntan Mendoza *et al.* (1994), la estimación de los tipos marginales es una tarea bastante complicada, dadas las limitaciones respecto a la información disponible y la complejidad de los sistemas fiscales. Estos autores proponen estimar tasas medias efectivas, mostrando que dichas tasas medias se sitúan en el rango de las tasas marginales estimadas en la literatura y que muestran una evolución temporal similar. En nuestro caso, usamos las tasas medias efectivas para la economía española estimadas por Boscá *et al.* (2008), siguiendo la metodología de Mendoza *et al.* (1994). Estos tipos impositivos, para el año 2004, son: $\tau^c = 0.116$, $\tau^k = 0.225$, $\tau^l = 0.344$.

Por último, indicar que los tipos impositivos que deben ser considerados son los marginales efectivos. Sin embargo, el cálculo de estos tipos es bastante complicado, lo que hace difícil la disponibilidad de esta información. Prácticamente, podemos afirmar que desconocemos cuáles son los tipos impositivos marginales efectivos de una economía. En teoría, se podrían calcular como en cuánto cambian los ingresos fiscales, si le damos un euro más

al agente representativo. Este concepto, a nivel agregado, sería equivalente a un tipo medio efectivo, que sí que es medible, siendo éste el tipo impositivo que vamos a utilizar en nuestro análisis.

7.5 Estimación de las curvas de Laffer

En primer lugar, vamos a utilizar el modelo desarrollado anteriormente para estimar las curvas de Laffer asociadas a cada uno de los tipos de impuestos estudiados. La curva de Laffer hace referencia a la relación entre el nivel de impuestos y el nivel de recaudación impositiva (ingresos fiscales) para una economía. Si los impuestos son nulos, está claro que el nivel de ingresos públicos es también cero. Lo mismo ocurriría en el caso extremo en el que el tipo impositivo fuese del 100%, ya que en este caso el nivel de actividad sería cero. Por tanto, la curva de Laffer tiene un tramo creciente y un tramo decreciente en términos de los ingresos fiscales. Aunque generalmente se atribuye este razonamiento a Laffer, y de ahí su nombre, lo cierto es que este resultado económico es muy antiguo, quizás por lo intuitivo del mismo.

Aunque fue Laffer quien lo popularizó, lo cierto es que dicho análisis se debe originalmente a Ibn Khaldun, que vivió entre los años 1332 y 1406, al que también se le considera como precursor del marxismo y que fue Ministro de Economía y Hacienda de Túnez. En su libro titulado *Muqaddimah* (*Prolegómeno* en griego) realiza un gran número de contribuciones al análisis económico, elaborando una teoría del valor del trabajo, así como diferentes análisis sobre el papel del sector público. Entre sus planteamientos está el que un aumento de los impuestos por parte del gobierno podría no provocar un mayor nivel de ingresos, ya que afectaría negativamente a la actividad económica, mientras que una disminución de los impuestos aumentaría el nivel de producción y los ingresos fiscales, lo que equivaldría a una situación reflejada por la parte decreciente de la curva de Laffer.

La importancia de la curva de Laffer radica en el hecho de que constituye un instrumento fundamental a la hora de analizar cambios en la política fiscal. Así, en primer lugar, supone un aspecto de vital importancia conocer en qué parte de la curva de Laffer se encuentra una economía, con el objeto de diseñar la política impositiva óptima. Si una economía se encuentra en la parte decreciente de la curva

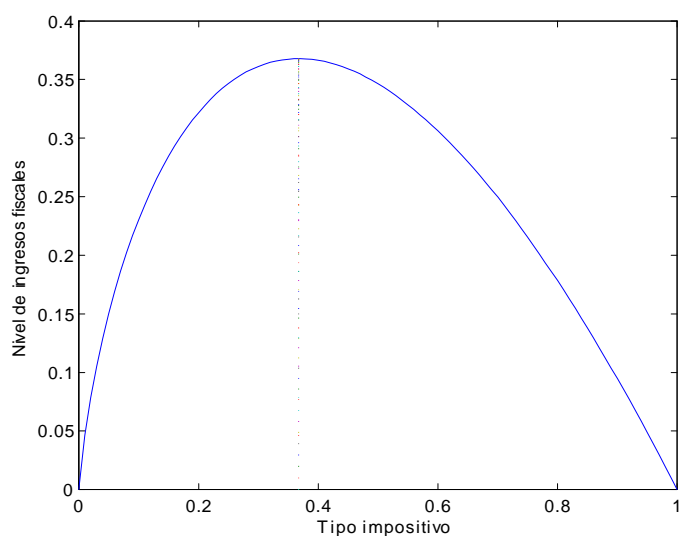


Figura 7.2. La curva de Laffer

de Laffer, entonces debe bajar los tipos impositivos, ya que con ello se conseguiría aumentar la recaudación fiscal y la actividad económica. Sin embargo, si una economía se encuentra en la parte creciente de la curva de Laffer, entonces una disminución de los tipos impositivos provocaría un aumento de la actividad económica, pero a costa de una disminución en los ingresos fiscales. Por otra parte, el conocimiento de la curva de Laffer permitiría saber qué recorrido queda en una economía para aumentar los impuestos con objeto de obtener mayores ingresos fiscales y qué tipos impositivos deberían de aumentar con objeto de provocar las menores distorsiones negativas posibles en la economía.

En realidad, lo que está representando la curva de Laffer es la elasticidad de los ingresos públicos ante variaciones en los tipos impositivos y que existe un tipo impositivo óptimo en términos de ingresos públicos. Para niveles impositivos bajos, la elasticidad de los ingresos fiscales es mayor que la unidad. Esta elasticidad va disminuyendo a medida que aumenta el tipo impositivo hasta alcanzar un valor nulo, que se corresponde con el punto en el cual los ingresos fiscales son máximos. Si el tipo impositivo sigue

aumentando, la elasticidad se hace negativa, disminuyendo los ingresos fiscales.

Implícito a este razonamiento está el hecho de que los tipos impositivos afectan negativamente a la actividad económica. Así, partiendo de un nivel impositivo muy bajo, aumentar los impuestos provoca un aumento en los ingresos fiscales, debido a que el impacto negativo sobre la actividad económica es menor que el impacto positivo que genera sobre la recaudación. Sin embargo, a medida que aumentamos los tipos impositivos el efecto distorsionador de los mismos se hace más grande, los efectos negativos sobre la actividad económica van en aumento, por lo que los ingresos fiscales aumentan en menor proporción. Este efecto ocurre hasta que los impuestos alcanzan un nivel en el que la actividad económica se ve seriamente afectada, provocando pérdidas en el nivel de ingresos fiscales.

La figura 7.2 muestra en términos teóricos la curva de Laffer. La hemos dibujado asimétrica para indicar que el máximo no tiene porqué estar situado en un tipo impositivo en torno al 50%, ni la pendiente de ambos tramos ser iguales. La curva de Laffer no ha estado exenta de críticas, principalmente de aquellos que consideran que es imposible su estimación práctica y de los que piensan que la forma asumida de la misma es una simplificación de la realidad y que podría no ser continua e incluso no tener un máximo definido.

La forma habitual de presentar la curva de Laffer consiste en la realización de un gráfico que relacione el nivel de ingresos impositivos en función del nivel de impuestos de una economía. Sin embargo, el principal problema al que nos enfrentamos es cómo estimar dicha curva para una determinada economía, con el objeto de que se convierta en un instrumento útil en relación a la política impositiva. Para poder estimar la curva de Laffer necesitaríamos conocer cómo respondería la economía ante cada nivel de impuestos, para a partir de dicha respuesta calcular el nivel de ingresos que correspondería a cada menú de impuestos. Ello es posible a través del uso de un modelo de equilibrio general, donde se tienen en cuenta las decisiones de los diferentes agentes económicos y cómo éstos responden ante cambios en el esquema impositivo.

Una vez tenemos calibrado el modelo, la estimación práctica de las curvas de Laffer es una operación relativamente sencilla, ya que es posible ir calculando para cada tipo impositivo el valor de estado estacionario de las distintas variables de la economía. Realizando

esta operación para cada nivel posible de impuestos obtenemos la curva de Laffer. Una aplicación de este ejercicio es el realizado por Fernández de Córdoba y Torres (2007), que estiman las curvas de Laffer para los países de la Unión Europea, calculando curvas bidimensionales en términos de los tipos impositivos del trabajo y del capital, a partir de las cuales es posible identificar cuál es el menú de impuestos más eficiente desde el punto de vista de la producción.

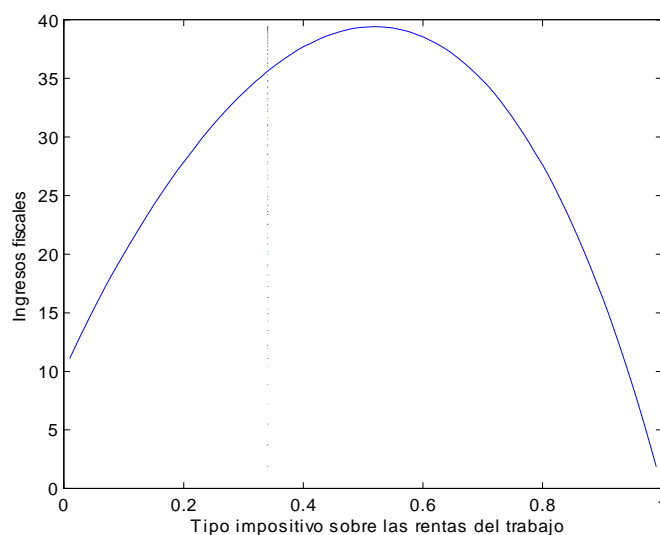


Figura 7.3. Curva de Laffer del tipo impositivo sobre las rentas del trabajo

Las figuras 7.3, 7.4 y 7.5, muestran las curvas de Laffer unidimensionales, en función de tres tipos impositivos: sobre las rentas del trabajo, sobre las rentas del capital y sobre el consumo. Dichas estimaciones han sido realizadas en términos del estado estacionario (equilibrio a largo plazo) del modelo en función de la calibración de los parámetros del mismo. Así, dado el resto de tipos impositivos, las curvas muestran el total de ingresos fiscales que se obtendrían de un determinado impuesto calculando cuál sería el estado estacionario para todos los posibles valores para dicho impuesto.

La figura 7.3 muestra la curva de Laffer en el caso del tipo impositivo sobre las rentas del trabajo, dados los actuales tipos impositivos sobre el capital y el consumo (correspondientes al año 2004, último dato disponible). Tal y como podemos comprobar, tiene

una forma estándar, muy similar a la que se supone en términos teóricos. La línea vertical indica el nivel impositivo sobre las rentas del trabajo en España, del 34%, cayendo en la parte creciente de la curva, lo que indica que existe espacio para aumentar los ingresos fiscales a través del aumento de este tipo impositivo.

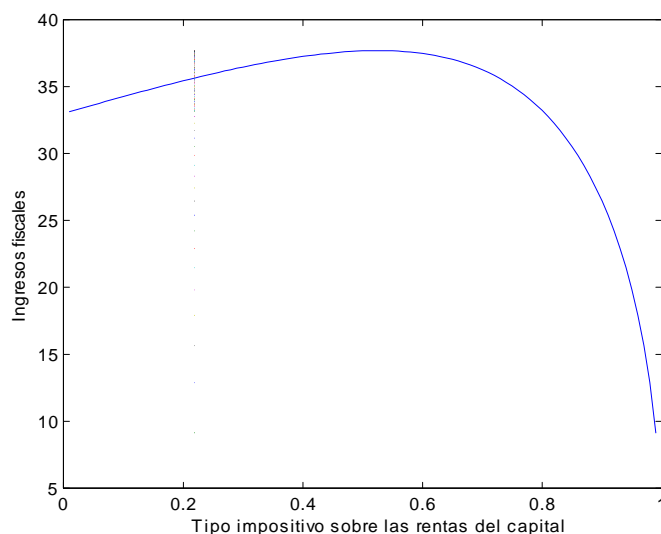


Figura 7.4. Curva de Laffer del tipo impositivo sobre las rentas del capital

La figura 7.4 muestra la curva de Laffer en el caso del tipo impositivo sobre las rentas del capital (dados los tipos sobre el trabajo y el consumo). En este caso nos encontramos con una curva muy plana en su parte creciente y muy vertical en su parte decreciente. Este tipo de relación está provocado por los efectos distorsionadores que genera este tipo impositivo sobre el proceso de acumulación de capital en la economía y, por tanto, sobre el nivel de actividad. Así, a medida que aumentamos el tipo impositivo sobre el capital, los ingresos fiscales aumentan, aunque lo hacen en una cuantía muy pequeña. En efecto, el aumento del tipo impositivo hace que disminuya la acumulación de capital, por lo que el aumento en la recaudación es muy pequeño. Por el contrario, cuando se alcanza el máximo de la curva, aumentos posteriores del tipo impositivo hacen que los ingresos fiscales disminuyan rápidamente, debido a que el proceso de acumulación de capital se ve afectado de forma

importante, disminuyendo de forma considerable el nivel de actividad económica.

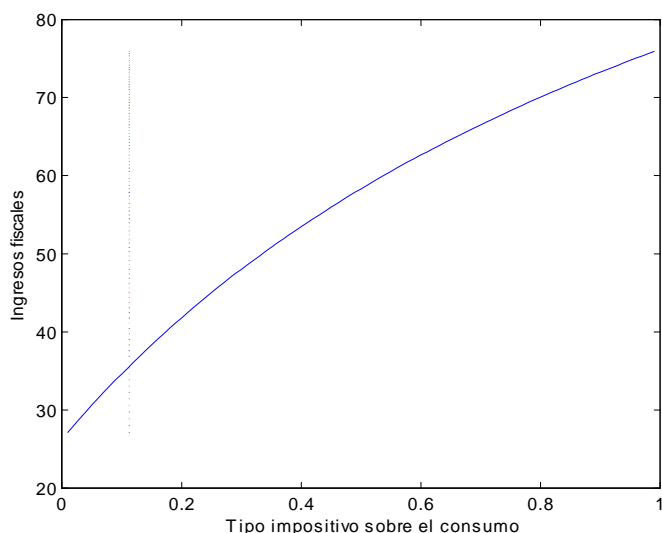


Figura 7.5. Curva de Laffer del impuesto sobre el consumo

Por último, la figura 7.5 muestra la curva de Laffer en el caso del tipo impositivo sobre el consumo (IVA, impuestos especiales, etc.), dados los tipos impositivos sobre las rentas del trabajo y del capital. Como podemos comprobar el tipo impositivo sobre el consumo es relativamente bajo en relación a los anteriores. El resultado que obtenemos en este caso es radicalmente diferente a los obtenidos anteriormente y altamente sugerente. En este caso, vemos que aún aumentando el tipo impositivo al 100% (podría superar el 100% ya que en este caso es un impuesto sobre el consumo, es decir, un sobreprecio sobre el gasto en bienes y servicios y no un porcentaje sobre una renta), los ingresos fiscales siguen aumentando. La razón de este resultado tenemos que encontrarla en el hecho de que este tipo de impuesto no afecta negativamente al nivel de actividad económica a través de la dotación de factores productivos, ya que no se trata de un impuesto sobre las rentas que generan los factores productivos trabajo y capital. Se trata de un impuesto que grava el gasto, introduciendo un sobreprecio sobre los bienes de consumo. Esto hace que, al aumentar el impuesto, aunque el efecto sobre la economía es

negativo, en términos de producción y consumo, la disminución que provoca en el consumo es inferior al aumento que se produce en la recaudación. Es decir, la disminución que provoca en el consumo es inferior al aumento que se produce en el impuesto.

7.6 Efectos de cambios en los tipos impositivos

En esta sección vamos a analizar los efectos de un cambio en uno de los tipos impositivos. En concreto, vamos a analizar cuáles serían los efectos de una alteración sobre el impuesto del consumo. En este caso se trata de un impuesto que no grava las rentas como los otros dos tipos impositivos considerados, sino que grava la parte del gasto que se destina a consumo. No obstante, como hemos visto anteriormente, este impuesto tiene efectos distorsionadores sobre la oferta del trabajo, ya que al variar el precio final de los bienes de consumo también varía el poder adquisitivo del salario. Téngase en cuenta que el impuesto sobre el consumo aparece en la ecuación intertemporal que determina el ahorro de los agentes, pero sólo en términos de su variación en el tiempo.

En concreto, vamos a realizar tres ejercicios de simulación: un aumento del impuesto sobre el consumo permanente y no anticipado, un aumento transitorio y no anticipado y, un aumento transitorio y anticipado. Estos mismos ejercicios podríamos repetirlos en el caso de los impuestos sobre las rentas del trabajo y las rentas del capital.

7.6.1 *Aumento del impuesto sobre el consumo permanente no anticipado*

En primer lugar vamos a considerar el caso de un aumento permanente y no anunciado por parte del gobierno del impuesto sobre el consumo. En concreto, vamos a suponer que el impuesto sobre el consumo inicial es del 11,6% y pasa a situarse en el 13%, esto es, un aumento de 1,4 puntos porcentuales. La figura 7.6 muestra los efectos en términos de producción, consumo, inversión e ingresos fiscales, de dicha perturbación. La producción disminuye de forma instantánea, para posteriormente seguir disminuyendo lentamente hasta alcanzar el nuevo estado estacionario que es alrededor de un 0,4% inferior al existente inicialmente. Un comportamiento similar es el presentado por el consumo. Por lo que respecta a

la inversión, también observamos un efecto negativo, siendo más elevado en el impacto. Por lo que respecta a los ingresos totales obtenidos por los impuestos, éstos aumentan de forma instantánea hasta prácticamente su nuevo valor de estado estacionario.

El ajuste que observamos en la economía ante esta perturbación procede de los efectos distorsionadores que genera este tipo impositivo, a través de un efecto intertemporal en el cual se produce una sustitución entre consumo y ocio y una alteración en las decisiones de inversión. En términos generales observamos que el ajuste de la economía hacia el nuevo estado estacionario es relativamente rápido, al menos en términos del nivel de producción y de los ingresos fiscales, si bien el ajuste es más lento en términos de consumo y de inversión. Nótese que en este tipo de modelos no existe como tal el efecto renta o riqueza, ante una variación en los impuestos. En nuestro caso hemos supuesto que los ingresos fiscales que obtiene el gobierno vuelven a los consumidores en forma de transferencias. Pero sería igual en el caso en que no se devolviese vía transferencias, ya que la renta permanente del individuo no se vería alterada. Por tanto, los efectos distorsionadores de este impuesto proceden de los efectos intertemporales en términos de la sustitución entre consumo y ahorro, y la sustitución entre consumo y ocio.

El hecho más destacado que observamos es el comportamiento de la inversión, que experimenta una importante disminución en el impacto, mostrando una elevada sensibilidad a variaciones en este tipo impositivo. Este resultado está provocado por el comportamiento optimizador de los agentes, que reaccionan ante el nuevo tipo impositivo sobre el consumo, que va a llevar aparejado un menor nivel de actividad. Nótese que el tipo impositivo sobre el consumo no afecta directamente a las decisiones de inversión, pero sí los cambios en el mismo.

Este comportamiento viene determinado por la existencia de un efecto intertemporal de sustitución entre consumo y ahorro y por la existencia de un efecto sustitución intertemporal de trabajo por ocio. El aumento del impuesto disminuye el poder adquisitivo del salario, por lo que disminuye el número de horas que los agentes dedican a trabajar. El menor nivel de actividad provoca una disminución tanto del consumo como del ahorro. Por su parte, hemos señalado anteriormente que el impuesto sobre el consumo no afecta a la decisión de inversión si éste se mantiene constante en el tiempo, pero

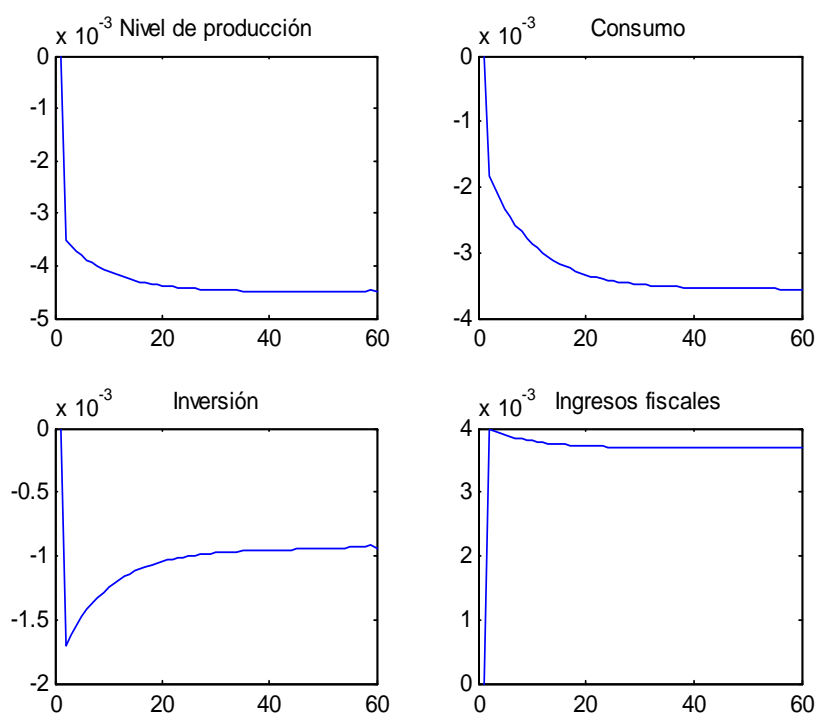


Figura 7.6. Aumento permanente del impuesto sobre el consumo (I)

si que dicha decisión se ve afectada en el momento en que se produce un cambio en el mismo. Hemos de tener en cuenta que el ahorro hoy equivale a consumo futuro que va a ser gravado por el impuesto sobre el consumo cuando éste se realice. Por tanto, un aumento en el impuesto sobre el consumo también puede interpretarse como la existencia de un mayor gravamen sobre el ahorro.

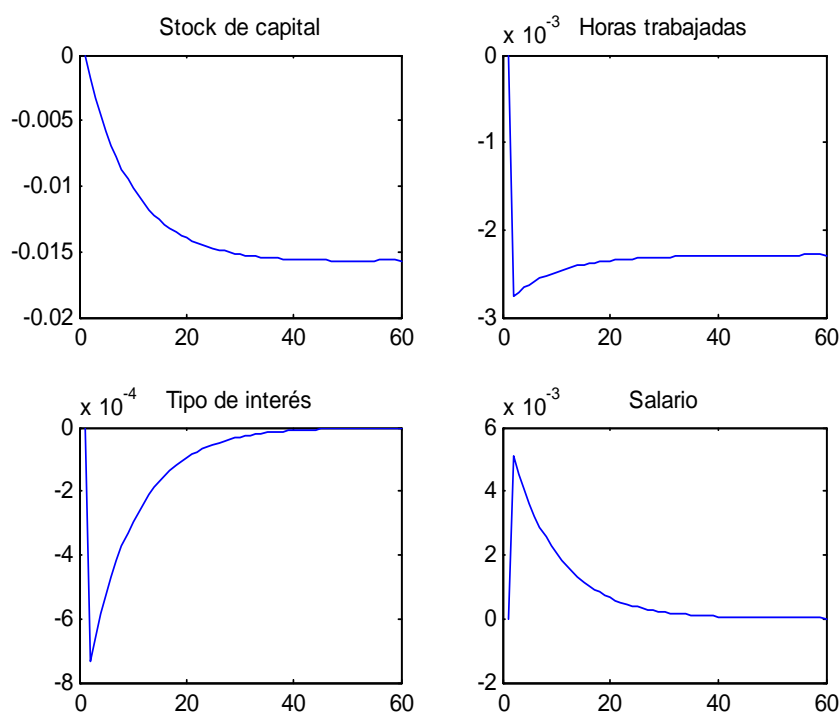


Figura 7.7. Aumento permanente del impuesto sobre el consumo (II)

Tal y como muestra la figura 7.7 el aumento en el impuesto sobre el consumo provoca una disminución tanto del stock de capital como de las horas trabajadas. por tanto, su efecto sobre la cantidad de factores productivos es negativo, dado que por un lado disminuye la inversión y, por otro, se produce un efecto sustitución de trabajo por ocio. Sin embargo, podemos observar como la variación en este impuesto no afecta al precio de los factores productivos en el largo plazo, debido a que la variación que se produce en las cantidades

de ambos factores productivos son las mismas, mientras que a corto plazo sus efectos cuantitativos son muy limitados. En concreto, se produce una disminución del tipo de interés a corto plazo mientras que aumenta el salario en el corto. Posteriormente la dinámica de ambos precios es diferente: mientras que el tipo de interés aumenta los salarios disminuyen, hasta alcanzar el mismo nivel que tenían inicialmente antes de que se produjese el cambio impositivo. Como podemos observar, el efecto negativo sobre el empleo es inmediato, mientras que el efecto negativo sobre el stock de capital es más dilatado en el tiempo, a medida que el capital se va depreciando a una tasa superior a la inversión que se realiza.

7.6.2 *Aumento del impuesto sobre el consumo transitorio*

A continuación vamos a repetir el mismo ejercicio anterior (aumento del impuesto sobre el consumo), pero ahora suponiendo que este aumento es transitorio, es decir, tiene lugar durante un determinado momento del tiempo, desapareciendo dicha perturbación con posterioridad. Así, se produce un aumento del impuesto sobre el consumo durante 4 periodos y posteriormente vuelve a su nivel inicial. Obviamente en este caso los efectos de esta perturbación van a ser transitorios, por lo que la economía vuelve al estado estacionario inicial. Sin embargo, este cambio no sólo va a tener efectos sobre la dinámica de la economía durante esos 4 periodos, sino que sus efectos también se van a sentir posteriormente, hasta que la economía se ajuste totalmente y vuelva al estado estacionario inicial.

Esto es debido a que se va a producir un efecto sustitución intertemporal del consumo. Los individuos van a reajustar su senda óptima de consumo, trasladando consumo desde los periodos en los que el tipo impositivo está alto, a los periodos en los cuales el impuesto es inferior. Obviamente, en la práctica este efecto intertemporal se va a producir en relación a los bienes duraderos, cuyo consumo puede ser pospuesto o adelantado en función de la evolución del impuesto sobre el consumo. El análisis que vamos a realizar implica que el individuo sabe que durante los primeros 4 periodos el impuesto va a ser más alto, para posteriormente disminuir a partir del quinto periodo.

La figura 7.8 muestra los efectos de esta perturbación transitoria sobre el nivel de producción, consumo, inversión e ingresos fiscales. Tal y como podemos observar el efecto de impacto de este aumento es

una disminución en el nivel de producción, pero posteriormente, justo en el siguiente periodo, la producción comienza a recuperarse hasta alcanzar un valor superior al de equilibrio en el periodo en el cual se produce la vuelta del impuesto a su nivel inicial. Posteriormente, el nivel de producción va disminuyendo hasta finalmente alcanzar el estado estacionario. Es decir, se produce una sobre-reacción del nivel de producción ante dicha perturbación, disminuyendo inicialmente por debajo de su estado estacionario para posteriormente aumentar hasta situarse por encima.

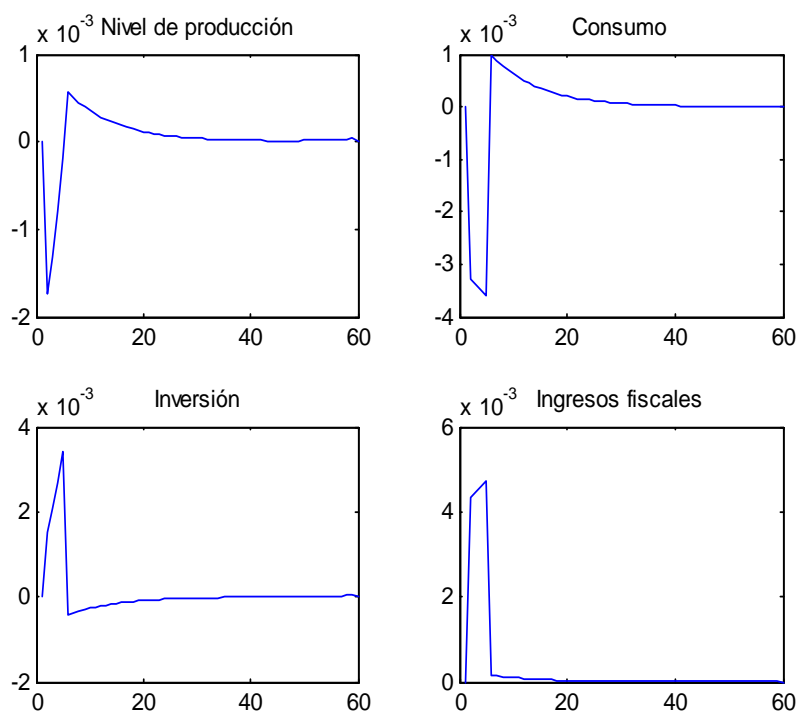


Figura 7.8. Aumento transitorio del impuesto sobre el consumo (I)

Este comportamiento de la producción viene explicado exclusivamente por el efecto sustitución intertemporal, ya que en este caso el efecto riqueza es prácticamente nulo, dado que la alteración del impuesto es muy transitoria. Así, el aumento en este impuesto durante 4 periodos disminuye la renta de los individuos en ese tiempo pero su

impacto sobre la renta permanente es muy limitado, prácticamente nulo. Por tanto, en el caso de un cambio transitorio en los impuestos el efecto predominante es el sustitución intertemporal, mientras que en el caso de un cambio permanente el efecto predominante es el derivado de la alteración en la renta.

El consumo muestra un perfil similar, pero ahora la disminución del consumo se produce durante los cuatro periodos en los que el tipo impositivo es más elevado. Posteriormente el consumo aumenta hasta situarse por encima de su valor de estado estacionario justo en el momento en el cual el impuesto vuelve a su nivel inicial. Esta evolución del consumo viene explicada por el comportamiento optimizador de los agentes y por varios efectos. Así, los agentes reducen el consumo mientras el impuesto está alto, para aumentarlo posteriormente cuando baje el impuesto. Este comportamiento no puede aplicarse a todos los bienes, pero sí que es cierto en el caso de los bienes duraderos, ya que el individuo puede esperar a consumirlos cuando baje el impuesto, siempre que la duración del aumento impositivo no sea excesivamente elevada. Por otra parte, también se produce una disminución del consumo debido al mayor coste de los bienes, en lo que podemos denominar un efecto renta.

Lo que observamos aquí de forma clara es el efecto sustitución intertemporal entre consumo y ahorro. Obviamente, dado que los consumidores conocen la senda futura del impuesto y que volverá a disminuir dentro de 4 periodos, su decisión óptima consiste en retrasar el consumo y aumentar el ahorro durante esos periodos, para reaccionar en sentido contrario una vez el impuesto haya vuelto a su nivel inicial.

La inversión, experimenta un comportamiento contrario al del consumo. Así, aumenta durante la fase en la que el impuesto es elevado, para disminuir a su valor de estado estacionario en el momento en el que el impuesto vuelva a su nivel inicial. De nuevo, la explicación de este comportamiento hay que buscarla en el comportamiento optimizador de los agentes. Así, durante la etapa de impuesto alto, los agentes disminuyen su consumo y aumentan su ahorro. Finalmente, el comportamiento de los ingresos fiscales es el esperado, aumentando durante la fase en la que también el impuesto ha sido elevado y volviendo a su nivel inicial una vez la alteración fiscal ha desaparecido.

La figura 7.9 muestra los efectos del aumento transitorio sobre el resto de variables del modelo. En primer lugar, observamos que este aumento transitorio del impuesto sobre el consumo tiene efectos positivos sobre el stock de capital. Este efecto es consecuencia del menor nivel de consumo y el mayor nivel de inversión que se produce durante la perturbación.

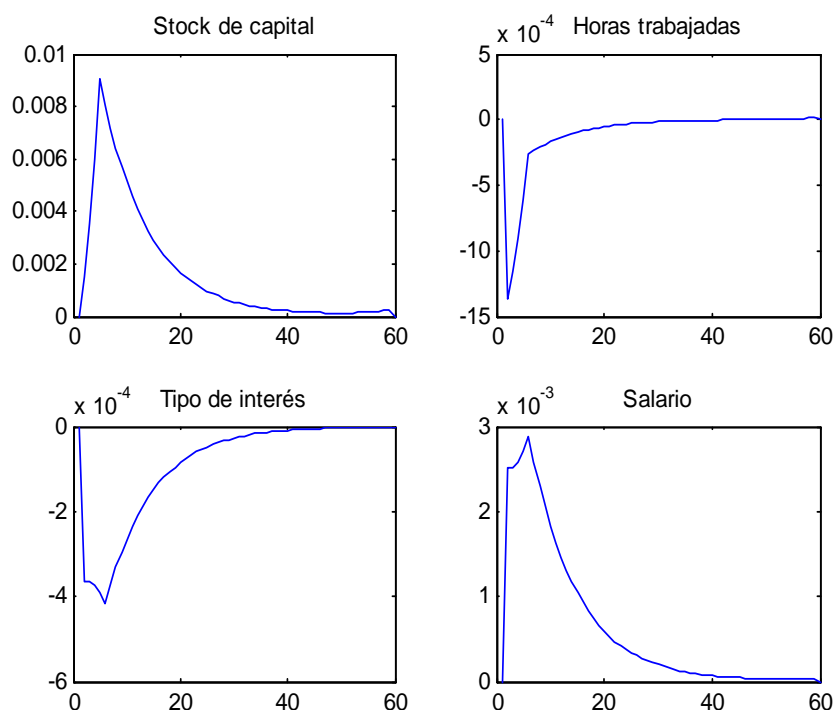


Figura 7.9. Aumento transitorio del impuesto sobre el consumo (II)

Por el contrario, el efecto sobre el empleo es negativo, disminuyendo el número de horas trabajadas. Esto es debido a que ahora el coste de oportunidad del ocio aumenta, al ser más caro el consumo. De nuevo, tenemos un efecto contrario respecto a la cantidad de factores productivos, que también se traduce en un efecto contrario de sus precios respectivos. Así, el tipo de interés disminuye, recuperándose sólo cuando desaparece la perturbación.

Un comportamiento similar, pero de signo contrario, muestra el salario.

Los resultados mostrados en el caso de un cambio impositivo transitorio ponen de manifiesto claramente cómo son las distorsiones que genera este tipo de impuesto sobre la economía, y en qué medida altera las decisiones de los agentes, incluso en el caso en que no se produzca un efecto renta significativo.

7.6.3 Aumento del impuesto sobre el consumo transitorio anticipado

Finalmente, vamos a estudiar de nuevo el caso de un aumento transitorio en el impuesto sobre el consumo, pero en este caso anticipado. El objetivo es estudiar como el anuncio anticipado de determinadas políticas, como la fiscal, influye en los efectos que éstas tienen sobre la economía. Para ello vamos a suponer que los agentes conocen que dentro de 4 periodos se va a producir un aumento transitorio del impuesto sobre el consumo, aumento que a su vez va a durar otros 4 periodos, para posteriormente volver a su valor inicial. Esta información es usada por los agentes para la toma de sus decisiones, por lo que desde el mismo momento en que se conoce esta información, afecta al comportamiento de la economía. Los supuestos del comportamiento optimizador de los agentes junto con el de previsión perfecta, hace que el mero anuncio de un cambio de política tenga efectos sobre la economía, dado que se incorpora en el conjunto de información de utilizan los agentes para la toma de sus decisiones.

La figura 7.10 muestra la dinámica de las principales variables del modelo, que si las comparamos con las correspondientes en la figura 7.8 muestra una pintura totalmente diferente de la reacción de la economía ante el aumento del impuesto del consumo. Como podemos observar, esta medida provoca una respuesta negativa en el nivel de producción, derivada del efecto anticipación. Esta respuesta negativa del nivel de producción se mantiene hasta el periodo en el que se produce el aumento efectivo del impuesto, momento en el cual el nivel de producción comienza a aumentar, si bien mantiene valores por debajo de su valor de estado estacionario. Finalmente, cuando el valor del impuesto retorna al inicial, el nivel de producción se recupera reaccionando ligeramente por encima de su nivel de estado estacionario. El mecanismo que subyace a dicho

comportamiento del nivel de actividad es que, ante el conocimiento del anuncio futuro, los agentes alteran sus decisiones óptimas a través del efecto sustitución intertemporal, implicando una menor dotación de factores productivos durante los periodos previos al aumento en el impuesto.

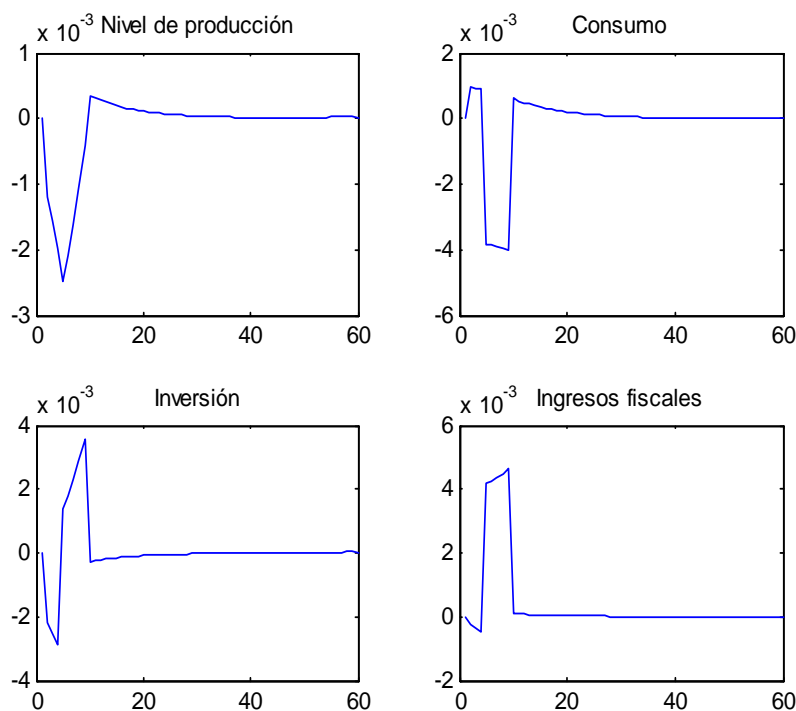


Figura 7.10. Aumento transitorio anticipado del impuesto sobre el consumo (I)

El consumo, por el contrario presenta un comportamiento positivo en los periodos anteriores al aumento en el impuesto, para disminuir en los periodos en los cuales el tipo impositivo es alto. En el momento en que se anuncia la medida, se produce un aumento instantáneo del consumo, aumento que perdura hasta que se produce el incremento efectivo del impuesto, momento en el cual el consumo disminuye hasta valores inferiores al estado estacionario. Vemos como este comportamiento viene determinado por el efecto

sustitución intertemporal entre consumo y ahorro. En este caso los agentes aumentan su nivel de consumo en los periodos anteriores al aumento del impuesto, ya que adelantan el consumo futuro al periodo actual, donde el coste del consumo es inferior. Esto es lo que provoca que cuando aumenta efectivamente el impuesto el consumo disminuya hasta valores inferiores al de equilibrio, produciéndose en este momento una sustitución del consumo por ahorro. Este efecto también lo observamos en los periodos posteriores a la vuelta del impuesto a su valor indicial. Por tanto observamos que los agentes, ante la perturbación anticipada, o bien adelantan consumo a los periodos anteriores al aumento del impuesto o bien retrasan consumo a los periodos en los cuales el impuesto ha vuelto a bajar.

Este reajuste en el consumo tiene importantes implicaciones en términos del ahorro. Así, la inversión disminuye en los periodos previos al aumento del impuesto, para aumentar posteriormente por encima de su valor de equilibrio, durante los periodos en los cuales el tipo impositivo es alto, debido a que precisamente en estos periodos el consumo es bajo. Posteriormente, la inversión retorna a sus valores de estado estacionario de forma inmediata una vez desaparece la perturbación.

Finalmente los ingresos fiscales experimentan una ligera disminución en los periodos previos al aumento en el impuesto, como consecuencia de los menores niveles de renta que se generan en estos periodos. Cuando el aumento del impuesto es efectivo los ingresos fiscales aumentan en mayor cuantía, debido a que ahora el consumo está gravado a una mayor tasas. Obviamente, cuando el impuesto vuelve a su valor inicial, los ingresos fiscales vuelven a disminuir a valores cercanos al estado estacionario.

La figura 7.11 muestra los efectos de esta perturbación anticipada sobre los factores productivos y sobre el precio de los mismos. Como podemos observar, desde la fecha del anuncio se produce una disminución tanto del stock de capital como de las horas trabajadas. El primer efecto está provocado por la disminución en la inversión, mientras que el segundo viene determinado por el aumento en el salario, que reduce la cantidad de horas destinada a trabajar. Sin embargo, una vez que se produzca el aumento efectivo del impuesto, ambos factores productivos evolucionan positivamente. En el caso de las horas trabajadas, el aumento se produce hasta casi alcanzar

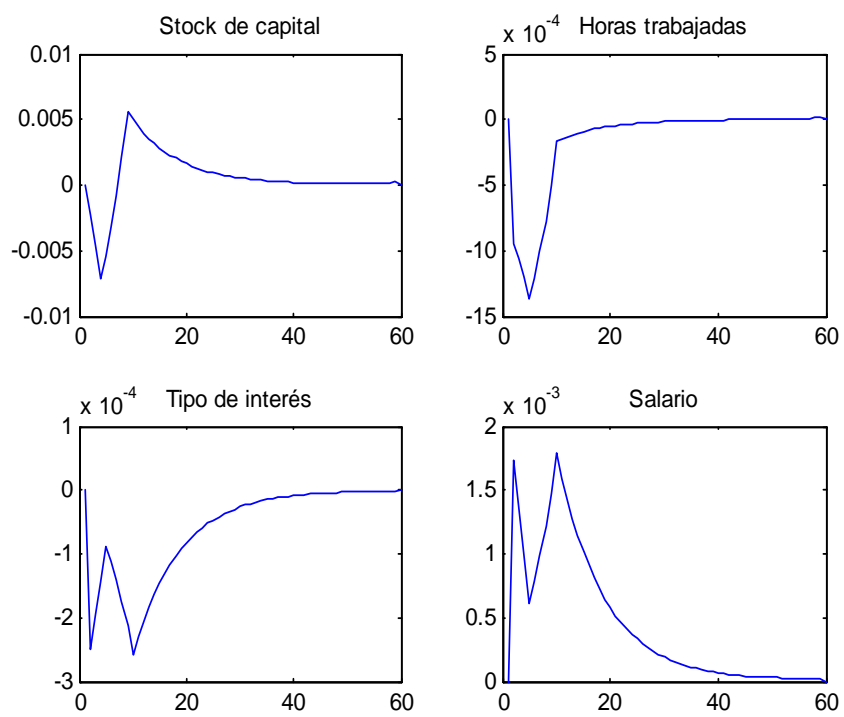


Figura 7.11. Aumento transitorio anticipado del impuesto sobre el consumo (II)

su valor de estado estacionario, mientras que en el caso del capital, se produce una sobre-reacción, situándose por encima de su valor de estado estacionario, como consecuencia del intenso proceso inversor que se produce durante la etapa en la cual el impuesto está elevado.

Finalmente, observamos un comportamiento extraño en los precios de los factores productivos. Así, por ejemplo, el salario primero aumenta de forma instantánea ante el anuncio, posteriormente disminuye, para volver a aumentar justo en el momento en el que se produce el aumento efectivo en el impuesto, para posteriormente volver a disminuir una vez que el impuesto vuelve a su valor inicial.

7.7 Perturbación de productividad

En esta sección vamos a estudiar cuales son los efectos de una perturbación de productividad agregada, pero teniendo en cuenta los efectos distorsionadores generados por los tres tipos de impuestos considerados. Tal y como hemos apuntado anteriormente, estos impuestos generan distorsiones sobre las decisiones de los individuos, afectando a la dinámica de la economía ante una determinada perturbación. Este ejercicio resulta interesante puesto que nos va a permitir cuantificar cómo son dichos efectos distorsionadores en el caso de que se produzca una perturbación de productividad positiva. De este modo, podemos comparar cómo son las funciones impulso-respuesta en el modelo básico sin impuestos, con las que obtenemos en el modelo con impuestos, para los valores calibrados de los mismos.

Tal y como podemos observar, ahora el efecto de impacto sobre el nivel de producción es mucho menor, en términos cuantitativos, que el que se obtendría sin impuestos, si bien la respuesta en términos cualitativos es similar. Esto es debido al efecto distorsionador que generan dichos impuestos, que provocan un menor aumento de los factores productivos, principalmente del capital. Así, la perturbación de productividad tiene un efecto positivo sobre la inversión, pero de menor cuantía conforme los impuestos sean más elevados, dado que una parte de la renta generada y del gasto realizado es detraído de la economía vía impuestos. Esto hace que el stock de capital aumente en menor cuantía respecto a su valor de estado estacionario respecto al caso sin impuestos.

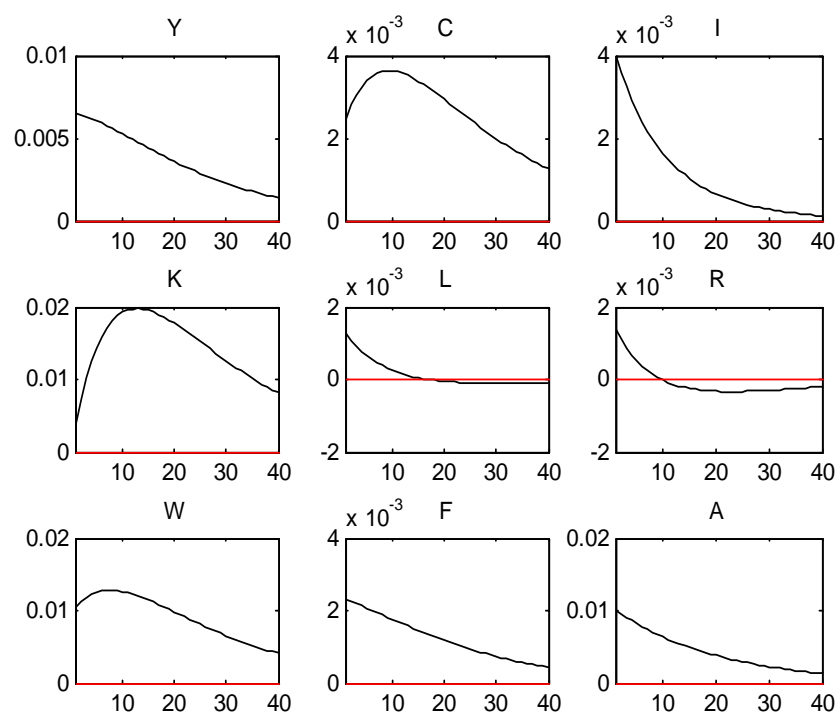


Figura 7.12. Perturbación de productividad agregada con impuestos

Los precios de los factores productivos, al reflejar la productividad marginal de cada uno de ellos, se comportan exactamente igual que en el modelo básico. Es decir, el aumento, tanto del tipo de interés real como del salario provocado por la perturbación son cuantitativamente los mismos que los que se obtendrían en el modelo básico sin impuestos, dado que dependen directamente de la perturbación de productividad. Sin embargo, la renta generada por los factores productivos que llega a los consumidores es diferente, dado que una parte de dicha renta se transforma en impuestos. Esto hace que los efectos de la perturbación de productividad lleguen disminuidos a los agentes, que toman decisiones de inversión inferiores a las que tomarían en un contexto sin impuestos, dando lugar a un menor nivel de capital y, por tanto, de producción, conforme mayores sean los impuestos. De hecho, podemos observar claramente que el principal efecto distorsionador que genera los impuestos es precisamente sobre el proceso de inversión.

Finalmente, y como era de esperar, esta perturbación de productividad positiva, al generar una expansión de la actividad económica, también genera un aumento de los ingresos fiscales. Notar que este aumento de los ingresos fiscales podemos descomponerlo en los ingresos fiscales provenientes de cada tipo impositivo, lo que nos permitiría conocer vía que impuesto se produce el mayor incremento de los ingresos fiscales como consecuencia de esta perturbación de productividad, análisis que puede resultar de gran interés para determinar cual es el menú de impuestos óptimo desde el punto de vista de maximizar la recaudación fiscal.

7.8 Conclusiones

En este tema hemos introducido los impuestos en el modelo EGDE, lo que en la práctica supone la introducción de un tercer agente adicional a los consumidores y empresas que es el gobierno. Para ello hemos considerado la existencia de tres tipos impositivos: impuesto sobre el consumo, impuesto sobre las rentas del trabajo e impuesto sobre las rentas del capital, que son los tres tipos impositivos que afectan a los individuos. En la práctica también hay otros tipos impositivos, como el impuesto sobre los beneficios de las empresas y también podríamos considerar las cotizaciones a la Seguridad Social.

El único papel que le hemos asignado al gobierno es obtener unos determinados ingresos a través de los impuestos que luego devuelve a los consumidores en forma de transferencias, cumpliéndose la restricción presupuestaria del gobierno periodo a periodo. Los impuestos considerados tienen efectos distorsionadores sobre las decisiones de los individuos. Así, tanto el impuesto sobre las rentas del trabajo como el impuesto sobre el consumo afectan a la oferta de trabajo de los individuos. Por su parte, el impuesto sobre las rentas del trabajo afecta a sus decisiones de inversión.

Usando el modelo desarrollado hemos realizado tres tipos de ejercicios. En primer lugar, hemos calculado las curvas de Laffer para cada tipo de impuesto. En segundo lugar hemos analizado diferentes perturbaciones en relación a cambios en un impuesto, tanto de carácter permanente como transitorio, y tanto anticipado como no anticipado. Finalmente, hemos analizado los efectos de una perturbación de productividad agregada sobre la economía cuando operan los tres tipos impositivos considerados. Los efectos distorsionadores generados por los impuestos hace que una perturbación de productividad positiva sobre la economía tenga menores efectos expansivos respecto a una situación sin impuestos.

Apéndice A: Modelo en Dynare

Los programas en Dynare para el modelo desarrollado en este tema corresponden a los ficheros *model6a.mod*, *model6b.mod*, *model6c.mod* y *model6d.mod*, para una perturbación permanente, para una perturbación transitoria, para una perturbación transitoria anticipada en el impuesto sobre el consumo y para una perturbación de productividad, respectivamente. El fichero *model6a.mod* es el siguiente:

```
// Model 6a. IEGDE
// Código Dynare
// File: model6a.mod
// Modelo con impuestos
// Aumento en el impuesto sobre el consumo
// Perturbación permanente
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
```

```

var Y, C, I, F, K, L, R, W, A;
// Definición de variables exógenas
varexo e, tauc, taul, tauk;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, rho;
// Valores de los parametros
alpha = 0.35;
beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
rho = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
(1+tauc)*C=(gamma/(1-gamma))*(1-L)*(1-taul)*(1-alpha)*Y/L;
1 = beta*(((1+tauc)*C)/((1+tauc(+1))*C(+1)))
  *((1-tauk)*(R(+1)-delta)+1));
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
K = I+(1-delta)*K(-1);
I = Y-C;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
F = tauc*C+taul*W+tauk*(R-delta)*K;
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.8;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
tauc = 0.116;
tauk = 0.225;
taul = 0.344;
end;

```

```

// Cálculo del estado estacionario
steady;
SS0=oo_.steady_state;
// Verificación condiciones BK
check;
// Valores finales
endval;
Y = 1;
C = 0.8;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
tauc = 0.130;
tauk = 0.225;
taul = 0.344;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Perturbación
shocks;
var tauc;
// Periodos de la perturbación
periods 0;
// Cambio del impuesto respecto al valor final
values 0;
end;
// Simulación determinista
simul(periods=38);
// Gráficos
figure;
subplot(2,2,1);
plot(Y-SS0(1));
title('Nivel de producción');
subplot(2,2,2);
plot(C-SS0(2));

```

```
title('Consumo');  
subplot(2,2,3);  
plot(I-SS0(3));  
title('Inversión');  
subplot(2,2,4);  
plot(F-SS0(4));  
title('Ingresos fiscales');  
figure;  
subplot(2,2,1);  
plot(K-SS0(5));  
title('Stock de capital');  
subplot(2,2,2);  
plot(L-SS0(6));  
title('Horas trabajadas');  
subplot(2,2,3);  
plot(R-SS0(7));  
title('Tipo de interés');  
subplot(2,2,4);  
plot(W-SS0(8));  
title('Salario');
```

References

- [1] Aschauer, D. (1985): Fiscal policy and aggregate demand. *American Economic Review*, 75(1), 117-127.
- [2] Aschauer, D. (1988): The equilibrium approach to fiscal policy. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 20, 41-62.
- [3] Barro, R. (1989): The neoclassical approach to fiscal policy, en R. Barro (ed.), *Modern Business Cycle Theory*. Cambridge: Harvard University Press.
- [4] Baxter, M. y King, R. (1993): Fiscal policy in general equilibrium. *American Economic Review*, 83(3), 315-334,
- [5] Boscá, J., García, J. y Taguas, D. (2008): Taxation in the OECD: 1965-2004, Working Paper, Ministerio de Economía y Hacienda, Spain.
- [6] Braun, R. (1994): Tax disturbances and real economic activity in the Postwar United States. *Journal of Monetary Economics*, 33(3), 441-462.
- [7] Fernández-de-Córdoba, G. y Torres, J.L. (2007): Fiscal harmonization in the European Union with public inputs.

Documento de Trabajo de la Asociación Española de Economía y Finanzas Internacionales (AEEFI). DEFI 07/02. 2007.

- [8] Mendoza, E., Razin, A. y Tesar, L. (1994): Effective tax rates in macroeconomics. Cross-country estimated of tax rates on factor incomes and consumption, *Journal of Monetary Economics*, 34, 297-323.
- [9] McGrattan, E. (1994): The macroeconomic effects of distortionary taxation. *Journal of Monetary Economics*, 33, 573-601.

Tema 8

Gasto público

8.1 Introducción

Tal y como hemos comentado en el tema anterior, el papel del sector público puede introducirse en los modelos EGDE de una gran variedad de formas alternativas. Esta heterogeneidad en la forma de considerar al gobierno se debe a que el sector público tiene una gran cantidad de vertientes a través de las cuales influye en el comportamiento de la economía. En el tema anterior hemos analizado una de estas vertientes: los tipos impositivos. En este tema vamos a estudiar otras de las vertientes, que consiste en uno de los usos que puede hacer el gobierno con los ingresos que obtiene de los impuestos: el gasto público.

Por tanto, ahora estaríamos en un contexto en el cual no todo lo recaudado por los impuestos se devuelve a los individuos en forma de transferencias, sino que una parte la gasta el gobierno en demandar bienes privados, es decir, en consumo público o en proveer bienes privados. Esto significa que ahora el Estado compite con los agentes privados por los bienes que se producen y que parte de los bienes privados que éstos consumen sean provistos por el sector público. Así, tenemos que distinguir ahora entre consumo privado y consumo público, desplazando el consumo público al consumo privado.

El elemento fundamental de este análisis consiste en determinar cómo el gasto en consumo público afecta a la utilidad de los individuos. Así, podemos suponer que el consumo público entra dentro de la función de la utilidad del individuo, junto con el consumo privado, con una determinada ponderación. Esto es así, porque el gasto en consumo público termina convirtiéndose en bienes que de alguna forma consumen los individuos. El efecto sobre la utilidad del individuo depende de qué tipo de gasto público consideremos. Así, algunos autores consideran que el gasto público no afecta a la utilidad de los individuos siendo recursos que se pierden dado que constituyen bienes privados que son consumidos por el sector público. Otros análisis consideran que el consumo público afecta positivamente a la utilidad de los individuos, pero en menor proporción de lo que lo hace el consumo privado. Esto supone que aumentos en el consumo público que desplazan el consumo privado, afectan negativamente a la utilidad de los agentes.

Ejemplos de modelos de equilibrio general con consumo público son los desarrollados por Hall (1980), Barro (1981), Aschauer (1985), Christiano y Eichenbaum (1992), Baxter y King (1993), McGrattan (1994), Ljungqvist y Sargent (2004), entre otros. Estos autores introducen el consumo de diferentes formas, con el resultado general de que un aumento en el gasto público disminuye el consumo privado. Este resultado es contrario a la evidencia empírica disponible sobre los efectos del gasto público sobre el consumo privado, en la que el efecto es positivo o nulo.

La estructura de este tema es la siguiente. En la segunda sección realizamos una revisión sobre las distintas alternativas que se han utilizado en la literatura a la hora de modelizar el consumo público. La tercera sección presenta un modelo de equilibrio general con consumo público. La sección cuarta muestra las ecuaciones del modelo y la calibración del mismo. La quinta sección analiza los efectos de una perturbación en el consumo público, suponiendo que éste es una variable fija. Posteriormente también analizamos el efecto de una perturbación de productividad ya en un contexto estocástico. El tema finaliza con algunas conclusiones derivadas del análisis realizado.

8.2 El gasto público

El gasto público constituye una variable que presenta grandes dificultades para ser introducida correctamente en los modelos de equilibrio general. De hecho, relativamente pocos modelos consideran el gasto público como un elemento a tener en cuenta a la hora de modelizar la economía. La realidad parece mostrar que el gasto públicos en bienes privados es relativamente importante en la cesta total de consumo de una economía, y que las decisiones del gobierno en este sentido pueden tener importantes implicaciones sobre la dinámica del resto de variables macroeconómicas. Por otra parte, el consumo público se transforma en bienes que posteriormente son consumidos por los agentes de la economía, bienes que pueden tener diferentes características de heterogeneidad respecto a los bienes privados. Esto provoca que no exista una forma clara para determinar cuál es el efecto del gasto público corriente sobre la utilidad de los individuos.

En general podemos distinguir dos formas diferentes de introducir el gasto público. En primer lugar, podemos introducirlo como un elemento que detrae recursos de la economía pero no afecta a la utilidad de los individuos. Esta es la forma considerada, por ejemplo, por Christiano y Eichenbaum (1992) y Ljungqvist y Sargent (2004). Sin embargo, aunque una parte del consumo público pueda no afectar a la utilidad de los individuos, no parece que este sea un supuesto válido, siendo demasiado restrictivo para representar adecuadamente la realidad.

Alternativamente, la forma que parece más adecuada es considerar que parte del gasto público se transforma en bienes que consumen los agentes privados en la economía y que, por tanto, afectan de alguna forma a su función de utilidad. En términos generales, la función de utilidad de los individuos tendría ahora dos componentes:

$$U(C_{P,t}, O_t) + V(C_{G,t}) \quad (8.1)$$

donde $U(\cdot)$ es la función de utilidad definida anteriormente, sólo que ahora depende únicamente del consumo privado y $V(\cdot)$ es una nueva función que depende del consumo público y que afecta a la utilidad total del individuo, siendo $C_{P,t}$ el consumo de bienes privado y $C_{G,t}$ el consumo de bienes públicos por parte del agente.

Baxter y King (1993) lo introducen en la función de utilidad del individuo, definiéndola como:

$$U [\log C_{P,t} + \gamma \log L_t + \Gamma(C_{G,t})] \quad (8.2)$$

donde $\Gamma(\cdot)$ es una función creciente del gasto público.

Otra forma alternativa de considerar el efecto del gasto público en la función de utilidad de los consumidores consiste en definir el consumo total como:

$$C_t = C_{P,t} + \pi C_{G,t} \quad (8.3)$$

donde π es un parámetro que mide la aportación del gasto público a la utilidad marginal del consumo. Esta forma funcional es la utilizada por Barro (1981), Aschauer (1985), Christiano y Eichenbaum (1992), McGrattan (1994), entre otros. En este caso tenemos que el consumo total del individuo es una combinación lineal del consumo privado y del consumo público. En este caso la elasticidad de sustitución entre ambos tipos de bienes es constante, y viene determinada por el parámetro π . La especificación anterior indica que el gasto público puede influir la utilidad de los consumidores siempre que π sea distinto de cero. Si $\pi > 0$, la utilidad marginal del consumo disminuye con un aumento en el gasto público. Lo contrario ocurre si $\pi < 0$. Así, una unidad de bien público reportaría la misma utilidad que π unidades de consumo privado. De nuevo el consumo público provocaría un desplazamiento del consumo privado. El efecto sobre el bienestar de los consumidores va a depender del parámetro π . Si π es igual a la unidad, el consumo total del individuo y, por tanto, su nivel de bienestar no cambiaría. Esto es así porque un parámetro igual a la unidad implica que la utilidad de los bienes públicos es la misma que la de los bienes privados. Sin embargo, en el caso en que este parámetro tome un valor inferior a la unidad, como puede ser el caso en la realidad, entonces el consumo público tendría efectos negativos sobre el nivel de bienestar del individuo.

Por tanto, el efecto de un aumento en el gasto público se considera que genera un efecto renta negativo, lo que lleva a los agentes a aumentar su oferta de trabajo y a disminuir su consumo privado, tal y como muestran por ejemplo Aiyagari, Christiano y Eichenbaum (1992) y Baxter y King (1993). Sin embargo, existe una serie de estudios empíricos, que estiman modelos VAR y que encuentran

que el consumo privado aumenta ante una perturbación positiva en el consumo público, tales como Fatás y Mihov (1001), Blanchard y Perotti (2002) y Perotti (2007). Obviamente, esto ha llevado a introducir alteraciones en el modelo con objeto de obtener un comportamiento del consumo privado similar al observado de forma empírica, si bien los resultados no han sido del todo positivos.

8.3 El modelo

El modelo que vamos a desarrollar considera la existencia de consumo público. En primer lugar, vamos a desarrollar un modelo en el cual el consumo total del individuo es una CES del consumo privado y del consumo público. En segundo lugar, especificamos una función de utilidad en la cual el consumo total es una función lineal del consumo privado y del consumo público. Los ejercicios de análisis de perturbaciones los realizaremos con esta segunda alternativa. El gobierno financia el consumo público a través de los ingresos fiscales que obtiene de los impuestos distorsionadores estudiados anteriormente.

8.3.1 Los consumidores

La función de utilidad de los consumidores la podemos definir como:

$$U(C_t) = U(C_{P,t}, C_{G,t})$$

implicando que el consumidor recibe utilidad de todos los bienes que consumen, ya sean de carácter privado o de carácter público. Dado que los bienes de carácter privado pueden no ser sustitutivos de los bienes de carácter público, el consumo total del individuo podríamos definirlo como:

$$C_t = \left[\omega C_{P,t}^\eta + (1 - \omega) C_{G,t}^\eta \right]^{\frac{1}{\eta}}$$

donde η es un parámetro que representa la elasticidad de sustitución entre bienes privados y bienes públicos. En este caso el consumidor determinaría la cantidad de bienes privados que quiere consumir, dada una cantidad de bienes públicos. El problema a maximizar sería en este caso:

$$Max_{\{C_t, L_t\}_t^\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\begin{array}{c} \gamma \log \left(\left[\omega C_{P,t}^\eta + (1-\omega) C_{G,t}^\eta \right]^{\frac{1}{\eta}} \right) \\ + (1-\gamma) \log(1-L_t) \end{array} \right]$$

sujeto a la restricción presupuestaria dada por:

$$(1 + \tau_t^c)C_t + I_t = (1 - \tau_t^l)W_t L_t + (1 - \tau_t^k)R_t K_t + T_t$$

donde T_t son las transferencias que recibe el individuo, que en este caso son inferiores a la recaudación fiscal, ya que una parte se destina a consumo público.

El stock de capital se mueve de acuerdo con:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t$$

donde δ es la tasa de depreciación del capital y donde I_t es la inversión bruta. Sustituyendo la ecuación de acumulación del capital en la restricción presupuestaria obtenemos:

$$(1 + \tau_t^c)C_t + K_{t+1} - K_t = (1 - \tau_t^l)W_t L_t + (1 - \tau_t^k)(R_t - \delta)K_t + T_t$$

El Lagrangiano correspondiente al problema al que se enfrentan los consumidores, consistente en elegir C_t , L_t , e I_t tal que maximicen su utilidad intertemporal, es el siguiente:

$$\max_{(C_t, I_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{c} \gamma \log \left(\left[\omega C_{P,t}^\eta + (1-\omega) C_{G,t}^\eta \right]^{\frac{1}{\eta}} \right) \\ + (1-\gamma) \log(1-L_t) \\ - \lambda_t \left[\begin{array}{c} (1 + \tau_t^c)C_t + K_{t+1} - (1 - \tau_t^l)W_t L_t \\ - (1 - \tau_t^k)(R_t - \delta)K_t - K_t - T_t \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (8.4)$$

Las condiciones de primer orden del problema anterior vienen dadas por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \frac{\gamma \eta \omega C_{P,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{P,t}^\eta + (1-\omega) C_{G,t}^\eta \right]} - \lambda_t (1 + \tau_t^c) = 0 \quad (8.5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} : -(1-\gamma) \frac{1}{1-L_t} + \lambda_t (1 - \tau_t^l) W_t = 0 \quad (8.6)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t \left[(1 - \tau_t^k)(R_t - \delta) + 1 \right] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (8.7)$$

donde $\beta^t \lambda_t$ es el multiplicador de Lagrange asignado a la restricción presupuestaria en el momento t , por lo que ahora el precio sombra del consumidor viene definido por:

$$\lambda_t = \frac{\gamma \eta \omega C_{P,t}^{\eta-1}}{(1 + \tau_t^c) [\omega C_{P,t}^\eta + (1 - \omega) C_{G,t}^\eta]}$$

El problema anterior podemos resolverlo en términos de la decisión de los consumidores respecto al consumo privado, mientras que el consumo público viene determinado exógenamente por la decisión del gobierno. En este caso, se produciría una pérdida de bienestar del individuo, ya que sólo puede determinar una parte de su consumo. También podemos resolverlo en términos de un agente que decide qué cantidad tanto de consumo privado como de consumo público va a realizar nuestro consumidor representativo.

Combinando las ecuaciones (8.5) y (8.6) obtenemos la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada:

$$\frac{\gamma \eta \omega C_{P,t}^{\eta-1} (1 - \tau_t^l) W_t}{(1 + \tau_t^c) [\omega C_{P,t}^\eta + (1 - \omega) C_{G,t}^\eta]} = \frac{(1 - \gamma)}{1 - L_t} \quad (8.8)$$

Combinando la ecuación (8.5) con la ecuación (8.7) obtenemos la condición de primer orden intertemporal,

$$\frac{\frac{(1 + \tau_t^c) C_{P,t}^{\eta-1}}{[\omega C_{P,t}^\eta + (1 - \omega) C_{G,t}^\eta]}}{\frac{(1 + \tau_{t-1}^c) C_{P,t-1}^{\eta-1}}{[\omega C_{P,t-1}^\eta + (1 - \omega) C_{G,t-1}^\eta]}} = \beta \left[(1 - \tau_t^k) R_t + 1 - \delta \right] \quad (8.9)$$

que nos indica cual es la senda óptima de consumo a lo largo del tiempo.

8.3.2 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de utilización de los factores productivos capital y trabajo. Para la producción del bien privado final, Y , se requiere los servicios del trabajo, L , y del capital, K . Tanto los mercados de bienes y servicios como los mercados de factores se suponen perfectamente

competitivos. Las empresas alquilan el capital y el trabajo a las familias con el objetivo de maximizar beneficios, tomando como dados el precio de los mismos. La función de producción viene dada por:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (8.10)$$

donde A_t es una medida de la productividad total de los factores, α es la proporción de las rentas de capital sobre la renta total y $(1-\alpha)$ la proporción de las rentas salariales sobre la renta total.

El problema para las empresas (definido como un problema estático) consistiría en maximizar los beneficios periodo a periodo:

$$\max_{(K_t, L_t)} \Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - R_t K_t - W_t L_t \quad (8.11)$$

Las condiciones de primer orden asociadas al problema anterior son:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t - \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} = 0 \quad (8.12)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t - (1-\alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} = 0 \quad (8.13)$$

8.3.3 El gobierno

Finalmente, consideramos la existencia de un gobierno que ahora tiene un papel más activo en la economía. En efecto, anteriormente hemos considerado un gobierno cuyo papel se limitaba a obtener unos ingresos a través de los impuestos distorsionadores para financiar una transferencia a las familias. Ahora, el gobierno realiza una decisión adicional, consistente en qué proporción de los ingresos fiscales destina a transferencias y qué proporción destina al gasto en consumo público, $C_{G,t}$. Esto introduce una nueva dimensión a partir de la cual el gobierno afecta al comportamiento de los agentes privados

Suponemos que la restricción presupuestaria del gobierno se cumple periodo a periodo, a través de la devolución de los ingresos provenientes de los impuestos distorsionadores no gastados en consumo público a las familias a través de transferencias, T_t . El gobierno obtiene recursos de la economía a través de la fijación de impuestos sobre el consumo y sobre los ingresos del trabajo

y del capital, siendo los tipos marginales efectivos, τ_t^c , τ_t^l , τ_t^k , respectivamente. La restricción presupuestaria del gobierno en cada periodo vendría dada por

$$C_{G,t} + T_t = \tau_t^c C_t + \tau_t^l W_t L_t + \tau_t^k (R_t - \delta) K_t \quad (8.14)$$

Por tanto, dados unos ingresos fiscales, el gobierno decide qué parte de los mismos devuelve a los consumidores vía transferencias y qué parte destina al consumo de bienes que se van a transformar en bienes públicos para los agentes. Dicho gasto público podemos considerarlo como una variable exógena al modelo o bien podríamos resolver el modelo en un contexto de economía planificada, donde el consumo público fuese determinado en función de la maximización de utilidad de los agentes privados, dada la existencia de unos determinados tipos impositivos. En nuestro caso vamos a suponer que el consumo público es una variable exógena, que los agentes toman como dada en el proceso de toma de decisión.

Por ejemplo, McGrattan *et al.* (1997) suponen que el consumo de bienes públicos es un proceso estocástico que viene dado por:

$$C_{G,t} = \xi_t Y_t \quad (8.15)$$

donde ξ_t es una variable aleatoria que determina la proporción del nivel de producción que se destina a consumo público. De este modo podemos suponer que la proporción que el gobierno destina a consumo público es estocástica, o bien podemos suponer que es fija, por lo que en el modelo se consideraría como un parámetro adicional. En la simulación que vamos a realizar posteriormente, vamos a suponer que dicha proporción es constante, por lo que estudiaríamos la existencia de una perturbación determinista.

8.3.4 El equilibrio del modelo

Combinando las ecuaciones de equilibrio de los consumidores con las de las empresas obtenemos:

$$\frac{(1+\tau_t^c)C_{P,t}^{\eta-1}}{[\omega C_{P,t}^{\eta} + (1-\omega)C_{G,t}^{\eta}]} = \beta \left[\left(1 - \tau_t^k\right) \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta \right] \\ \frac{(1+\tau_{t-1}^c)C_{P,t-1}^{\eta-1}}{[\omega C_{P,t-1}^{\eta} + (1-\omega)C_{G,t-1}^{\eta}]}$$

$$\frac{\omega C_{P,t}^\eta + (1 - \omega) C_{G,t}^\eta}{\gamma \eta \omega C_{P,t}^{\eta-1}} = \frac{\gamma}{(1 - \gamma)} \frac{(1 - \tau_t^l)}{(1 + \tau_t^c)} (1 - L_t)(1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha}$$

Finalmente, la economía debe cumplir la siguiente restricción de factibilidad:

$$C_{P,t} + C_{G,t} + I_t = R_t K_t + W_t L_t = Y_t \quad (8.16)$$

Definición de Equilibrio: Un equilibrio competitivo para nuestra economía es una secuencia de consumo privado, ocio e inversión por parte de los consumidores $\{C_{P,t}, 1 - L_t, I_t\}_{t=0}^\infty$, una secuencia de capital y de horas de trabajo utilizadas por parte de las empresas $\{K_t, L_t\}_{t=0}^\infty$ y una secuencia de transferencias y de consumo público por parte del gobierno, $\{T_t, C_{G,t}\}_{t=0}^\infty$, tal que dada una secuencia de precios $\{W_t, R_t\}_{t=0}^\infty$ y una secuencia de impuestos por parte del gobierno $\{\tau_t^c, \tau_t^l, \tau_t^k\}_{t=0}^\infty$:

- i) El problema de optimización de los consumidores se satisface.
- ii) Se cumplen las condiciones de primer orden para las empresas.
- iii) Se cumple la restricción presupuestaria del gobierno.
- iv) La restricción de factibilidad de la economía se cumple.

8.3.5 Un modelo alternativo

Otra forma alternativa de considerar el efecto del gasto público en la función de utilidad de los consumidores consiste en definir el consumo total como:

$$C_t = C_{P,t} + \pi C_{G,t} \quad (8.17)$$

donde π es un parámetro que mide la aportación del gasto público a la unidad marginal del consumo. En este caso tenemos que el consumo total del individuo es una combinación lineal del consumo privado y del consumo público. En este caso la elasticidad de sustitución entre ambos tipos de bienes es constante, y viene determinada por el parámetro π . La especificación anterior indica que el gsto público puede influir la utilidad de los consumidores siempre que π sea distinto de cero. Si $\pi > 0$, la utilidad marginal del consumo disminuye con un aumento en el gasto público. Lo contrario ocurre si $\pi < 0$. Así, una unidad de bien público reportaría la misma utilidad que π unidades de consumo privado. De nuevo el consumo

público provocaría un desplazamiento del consumo privado. El efecto sobre el bienestar de los consumidores va a depender del parámetro π . Si π es igual a la unidad, el consumo total del individuo y, por tanto, su nivel de bienestar no cambiaría. Esto es así porque un parámetro igual a la unidad implica que la utilidad de los bienes públicos es la misma que la de los bienes privados. Sin embargo, en el caso en que este parámetro tome un valor inferior a la unidad entonces el consumo público tendría efectos negativos sobre el nivel de bienestar del individuo.

En este caso la función de utilidad para los individuos sería:

$$U(C_t, O_t) = \gamma \log(C_{P,t} + \pi C_{G,t}) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \quad (8.18)$$

Por tanto, el lagrangiano asociado al problema del consumidor vendría dado por:

$$\max_{(C_t, I_t, L_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log(C_{P,t} + \pi C_{G,t}) + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \\ - \lambda_t \left[\begin{array}{l} (1 + \tau_t^c) C_t + K_{t+1} - (1 - \tau_t^l) W_t L_t \\ -(1 - \tau_t^k)(R_t - \delta) K_t - K_t - T_t \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (8.19)$$

Las condiciones de primer orden del problema anterior vienen dadas por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \frac{\gamma}{[C_{P,t} + \pi C_{G,t}]} - \lambda_t (1 + \tau_t^c) = 0 \quad (8.20)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} : -(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} + \lambda_t (1 - \tau_t^l) W_t = 0 \quad (8.21)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t [(1 - \tau_t^k)(R_t - \delta) + 1] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (8.22)$$

Combinando las condiciones de primer orden anteriores obtenemos:

$$\frac{(1 - \gamma)}{1 - L_t} = \frac{\gamma}{[C_{P,t} + \pi C_{G,t}]} \frac{(1 - \tau_t^l)}{(1 + \tau_t^c)} W_t \quad (8.23)$$

y

$$\beta \frac{(1 + \tau_{t-1}^c) [C_{P,t-1} + \pi C_{G,t-1}]}{(1 + \tau_t^c) [C_{P,t} + \pi C_{G,t}]} [(1 - \tau_t^k)(R_t - \delta) + 1] = 1 \quad (8.24)$$

8.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de nueve ecuaciones que representan el comportamiento de las siete variables endógenas, Y_t , $C_{P,t}$, I_t , K_t , L_t , R_t , W_t , y las seis variables exógenas A_t , $C_{G,t}$, ξ_t y τ_t^c , τ_t^l , τ_t^k . En la versión del modelo que estamos desarrollando consideramos que las variables exógenas ξ_t y τ_t^c , τ_t^l , τ_t^k son constantes.

En concreto, si utilizamos la función de utilidad en la cual el consumo total del individuo es una función lineal del consumo privado y del consumo público, el modelo vendría determinado por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{(1-\gamma)}{1-L_t} = \frac{\gamma}{[C_{P,t} + \pi C_{G,t}]} \frac{(1-\tau_t^l)}{(1+\tau_t^c)} W_t \quad (8.25)$$

$$\beta \frac{(1+\tau_{t-1}^c) [C_{P,t-1} + \pi C_{G,t-1}]}{(1+\tau_t^c) [C_{P,t} + \pi C_{G,t}]} \left[(1-\tau_t^k)(R_t - \delta) + 1 \right] = 1 \quad (8.26)$$

$$Y_t = C_{P,t} + I_t + C_{G,t} \quad (8.27)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (8.28)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \quad (8.29)$$

$$W_t = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (8.30)$$

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (8.31)$$

$$C_{G,t} = \xi_t Y_t \quad (8.32)$$

$$\ln A_t = (1-\rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t^A \quad (8.33)$$

En este caso los parámetros del modelo que necesitamos calibrar son los siguientes:

$$\Omega = \left\{ \alpha, \beta, \gamma, \delta, \pi, \xi, \rho_A, \sigma_A, \tau^c, \tau^l, \tau^k \right\}$$

Los únicos parámetros adicionales que aparecen en este modelo son los correspondientes al proceso estocástico que sigue la proporción de la producción que se destina a consumo público, que vamos a suponer es una constante, y el parámetro que indica el efecto que el consumo público tiene sobre la utilidad del individuo. Para los restantes parámetros seleccionamos los mismos valores que hemos utilizado anteriormente. La tabla 8.1 muestra los valores calibrados de los parámetros que utilizaremos para simular el modelo.

Tabla 8.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,450
δ	Parámetro de depreciación	0,060
π	Parámetro de utilidad del consumo público	0,500
ξ	Proporción gasto público	0,100
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,001
τ^c	Impuesto sobre el consumo	0,116
τ^l	Impuesto sobre las rentas del trabajo	0,348
τ^k	Impuesto sobre las rentas del capital	0,225

Aschauer (1985) estima un valor para π entre 0,3 y 0,4 para Estados Unidos. Estos valores significan que una unidad de consumo público reporta la misma utilidad al individuo que 0,3-0,4 unidades de consumo privado. Christiano y Eichenbaum (1992) simplemente suponen que $\pi = 0$, por lo que el consumo público no influye en la utilidad de los individuos. Menos creíble es la estimación realizada por McGrattan (1994) que obtiene un valor negativo para este parámetro, de -0,026, si bien no es estadísticamente diferente de cero. En nuestro caso vamos a suponer que este parámetro es de 0,5. Por su parte, suponemos que la proporción de gasto público sobre el nivel de producción de la economía es del 10%.

8.5 Perturbación en el consumo público

A continuación, vamos a estudiar los efectos de una perturbación positiva sobre el consumo público. En este caso vamos a suponer simplemente que el porcentaje de consumo público sobre el output es determinista, es decir, es una constante fija. Esto significa, que nuestro modelo es determinista, dado que la única perturbación que consideramos por el momento es respecto al consumo público. Por tanto, esta perturbación va a consistir en un aumento de dicho porcentaje, aumento que suponemos es de un punto porcentual (es decir, pasa del 10% al 11%). Los efectos dinámicos de esta perturbación aparecen en las figuras 8.1 y 8.2.

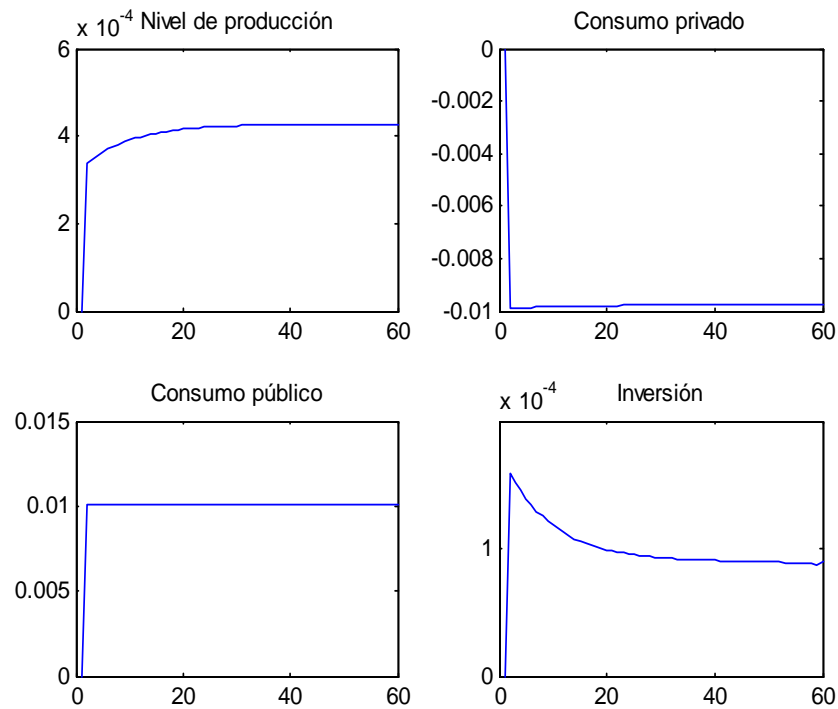


Figura 8.1. Perturbación en el consumo público (I)

Varios son los efectos que observamos derivados de esta perturbación. En primer lugar, el nivel de producción aumenta

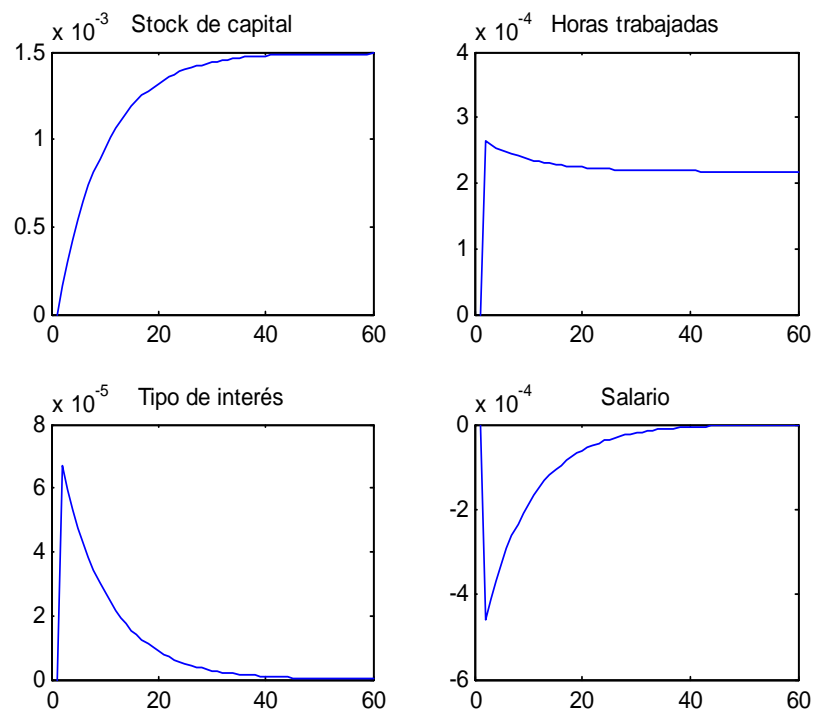


Figura 8.2. Perturbación en el consumo público (II)

como consecuencia del aumento en el consumo público, pero en una cuantía muy reducida. Por tanto, obtenemos que el gasto público genera un efecto positivo sobre el nivel de producción final de la economía, tal y como parece mostrar la evidencia empírica, si bien dicho impacto es muy limitado. También tiene un ligero efecto positivo sobre la inversión, pero de cuantía prácticamente nula. Estos resultados son los esperados dada la estructura de nuestro modelo, ya que el aumento en el consumo público tiene efectos limitados sobre los factores productivos, si bien estos efectos son positivos, aumentando tanto el stock de capital como las horas trabajadas, tal y como podemos observar en la figura 8.2.

El efecto más significativo es el que se produce sobre el consumo privado. Así, vemos que el consumo público provoca un desplazamiento del consumo privado, prácticamente de la misma cuantía. Es decir, se produce un efecto crowding-out casi total del consumo privado por parte del consumo público. La explicación de este resultado es simple. El nivel de producción de la economía apenas experimenta variación, por lo que la cantidad de bienes finales producidos es prácticamente la misma. Ahora bien, la proporción de la producción final de bienes de la economía provistos por el gobierno aumenta, por lo que tiene que disminuir la cantidad de bienes destinados al consumo privado en una cuantía similar. Este es el efecto desplazamiento o efecto crowding-out del sector privado por parte del sector público y uno de los principales resultados neoclásicos en relación a los efectos de la política fiscal.

No obstante, y tal y como hemos comentado anteriormente, este efecto desplazamiento no se observa en los análisis empíricos, en los cuales incluso se estima una reacción positiva del consumo privado ante un aumento en el consumo público. En cualquier caso, hemos de tener en cuenta que nuestro análisis lo estamos llevando a cabo en un contexto muy simplificado, donde la restricción presupuestaria del gobierno se cumple periodo a periodo, sin la posibilidad de que exista déficit público, lo que sin duda tiene importantes implicaciones sobre los resultados obtenidos.

El análisis anterior también podemos llevar a cabo en un contexto estocástico, incorporando una perturbación a la función de consumo público, lo que nos permitiría observar las implicaciones de esta perturbación sobre el comportamiento cíclico de la economía lo que

nos permitiría estudiar el impacto que tienen las políticas de gasto público sobre las fluctuaciones.

8.6 Perturbación de productividad

Finalmente, vamos a analizar de nuevo los efectos de una perturbación de productividad bajo la existencia de consumo público. Los resultados de este ejercicio aparecen en la figura 8.3. Las variaciones respecto al modelo con impuestos pero sin consumo público no son excesivamente significativas, pero obtenemos un resultado que es muy interesante. Ahora parte del aumento en la producción se transforma en consumo público lo que genera efectos positivos sobre el ahorro.

La perturbación de productividad provoca un aumento tanto del consumo privado como del consumo público. El aumento en el consumo privado tiene forma de campana mientras que el consumo público muestra un perfil similar a la perturbación, dado que hemos supuesto que es una proporción del nivel de producción. Así, cuanto mayor sea el efecto de la perturbación de productividad sobre la actividad, mayor será el incremento en el consumo público. El resultado más destacado reside en el comportamiento de la inversión, que se ve afectada positivamente por la presencia del consumo público. Ante esta perturbación, el consumo privado aumenta en una menor proporción, dado el aumento del consumo de bienes públicos, lo que se traduce en un mayor nivel de inversión.

8.7 Conclusiones

En este tema hemos introducido la existencia de consumo público en el modelo de EGDE con impuestos. En este caso el gobierno decide a qué destina los ingresos fiscales. Mientras que una parte la va a destinar a realizar transferencias a los agentes, otra proporción va destinada a consumo de bienes y servicios que produce la economía. El elemento clave de este análisis es definir cómo entra el gasto público en bienes y servicios dentro de la función de utilidad de los individuos. En este sentido, la literatura ofrece varias alternativas, que van desde suponer que el consumo público no afecta a la utilidad

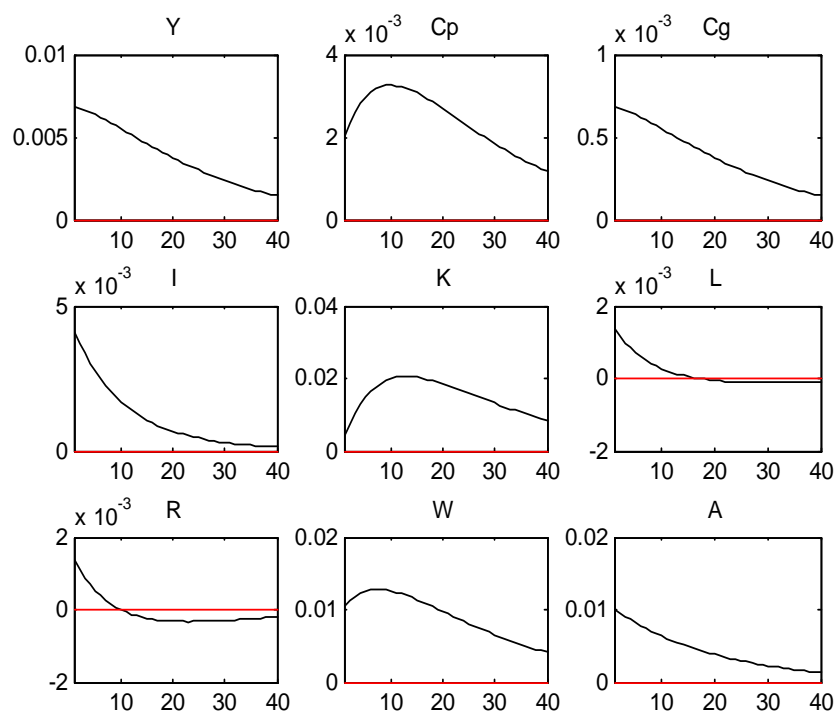


Figura 8.3. Perturbación de productividad con consumo público

de los individuos, que es una de las hipótesis más extendidas, a suponer que afecta de alguna forma a la utilidad de los individuos.

En el modelo que hemos desarrollado hemos supuesto que el consumo público forma parte de la función de utilidad del individuo, siendo un elemento adicional al consumo privado. Sin embargo, la utilidad que reporta una unidad de consumo público es inferior a la utilidad que genera una unidad de consumo privado. Esto significa, que el consumo público disminuye la utilidad total de los individuos.

El modelo lo hemos utilizado para estudiar el efecto de dos perturbaciones: una perturbación sobre el nivel de consumo público y una perturbación de productividad agregada. En el primer caso obtenemos el efecto desplazamiento o crowding-out del consumo privado por parte del consumo público. Aunque se observa un efecto positivo del gasto público sobre la inversión y la producción, este efecto es muy limitado. Lo más destacado es que el consumo privado disminuye casi en la misma cuantía en la que aumenta el consumo público. Respecto a la perturbación de productividad, obtenemos que el consumo público aumenta, ejerciendo este aumento un impacto positivo sobre la inversión dado el menor aumento en el consumo privado.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, que aparece en el fichero *model7a.mod*, es el siguiente:

```
// Model 7a. IEGDE
// Código Dynare
// File: model7a.mod
// Modelo con consumo público
// Perturbación de gasto público
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, Cp, Cg, I, K, L, R, W, A;
// Definición de variables exógenas
varexo e, tauc, taul, tauk, zita;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, pi, rho;
// Valores de los parametros
alpha = 0.35;
```

```

beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
pi = 0.50;
rho = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
(1+tauc)*(Cp+pi*Cg)=(gamma/(1-gamma))*(1-L)*(1-taul)*W;
1 = beta*((1+tauc)*(Cp+pi*Cg)/((1+tauc)*(Cp(+1)+pi*Cg(+1))))
    *((1-tauk)*(R(+1)-delta)+1));
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
K = I+(1-delta)*K(-1);
I = Y-Cp-Cg;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
Cg = zita*Y;
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
Cp = 0.8;
Cg = 0.1;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
zita = 0.100;
tauc = 0.116;
tauK = 0.225;
taul = 0.344;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
SS0=oo_.steady_state;
// Verificación condiciones BK

```

```

check;
// Valores finales
endval;
Y = 1;
Cp = 0.8;
Cg = 0.1;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
zita = 0.120;
tauc = 0.116;
tauk = 0.225;
taul = 0.344;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Perturbación
shocks;
var zita;
// Periodos de la perturbación
periods 0;
// Cambio respecto al valor final
values 0;
end;
// Simulación determinista
simul(periods=58);
// Gráficos
figure;
subplot(2,2,1);
plot(Y-SS0(1));
title('Nivel de producción');
subplot(2,2,2);
plot(Cp-SS0(2));
title('Consumo privado');
subplot(2,2,3);

```

```
plot(Cg-SS0(3));  
title('Consumo público');  
subplot(2,2,4);  
plot(I-SS0(4));  
title('Inversión');  
figure;  
subplot(2,2,1);  
plot(K-SS0(5));  
title('Stock de capital');  
subplot(2,2,2);  
plot(L-SS0(6));  
title('Horas trabajadas');  
subplot(2,2,3);  
plot(R-SS0(7));  
title('Tipo de interés');  
subplot(2,2,4);  
plot(W-SS0(8));  
title('Salario');
```

References

- [1] Aiyagari, S., Christiano, L. y Eichenbaum, M. (1992): The output, employment, and interest rate effects of government consumption. *Journal of Monetary Economics*, 30(1), 73-86.
- [2] Barro, R. (1981): Output effects of government purchases. *Journal of Political Economy*, 89, 1086-1121.
- [3] Barro, R. (1989): The neoclassical approach to fiscal policy, en R. Barro (ed.), *Modern Business Cycle Theory*. Cambridge: Harvard University Press.
- [4] Barro, R. y King, R. (1984): Time-separable preferences and intertemporal substitution models of the business cycle. *Quarterly Journal of Economics*, 99, 817-839.
- [5] Baxter, M. y King, R. (1993): Fiscal policy in general equilibrium. *American Economic Review*, 83(3), 315-334.
- [6] Blanchard, O. y Perotti, R. (2002): An empirical characterization of the dynamic effects of change in government spending and taxes on output. *Quarterly Journal of Economics* 117(4), 1329-1368.

- [7] Braun, R. (1994): Tax disturbances and real economic activity in the Postwar United States. *Journal of Monetary Economics*, 33, 441-462.
- [8] Chari, V., Kehoe, P. y McGrattan, E. (2000): Sticky price models of the business cycle: Can the contract multiplier solver the persistence problem? *Econometrica*, 68(5), 1151-1179.
- [9] Christiano, L. y Eichenbaum, M. (1992): Current real business cycle theories and aggregate labor market fluctuations. *American Economic Review*, 82, 430-450.
- [10] Christiano, L., Eichenbaum, M., y Evans, C. (2005): Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 113, 1-45.
- [11] Fatás, A. y Mihov, I. (2001): The effects of fiscal policy on consumption and employment: Theory and Evidence. *CEPR Discussion Paper* n. 2760.
- [12] Finn, M. (1992): Energy price shocks and variance properties of Solow's productivity residual. *Federal Reserve Bank of Richmond*. Mimeo.
- [13] McCallum, B. y Nelson, E. (1999): Nominal income targeting in an open-economy optimizing model. *Journal of Monetary Economics*, 43, 553-578.
- [14] McGrattan, E. (1994): The macroeconomic effects of distortionary taxation. *Journal of Monetary Economics*, 33, 573-601.
- [15] McGrattan, E., Rogerson, R. y Wright, R. (1997): An equilibrium model of the business cycle with household production and fiscal policy. *International Economic Review*, 38(2), 267-290.
- [16] Perotti, R. (2007): In search of the transmission mechanism of fiscal policy. Mimeo.
- [17] Rotemberg, J. y Woodford, M. (1997): An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy. *NBER Macroeconomics Annual*, 12, 297-346.

Tema 9

Capital público

9.1 Introducción

En este tema vamos a considerar el sector público desde otro punto de vista, como oferente de un factor productivo a través de la inversión pública en activos de capital. En los temas anteriores hemos introducido al sector público a través de los impuestos y del gasto público en bienes y servicios. Esta forma de introducir al gobierno no afecta a la productividad de los factores productivos aunque distorsiona el precio de los mismos, teniendo consecuencias únicamente sobre la utilidad de los individuos. En este tema vamos a introducir al gobierno a través de la inversión pública en activos de capital, lo que sí va a tener efectos sobre la productividad de los factores privados. Ahora la función de producción de la economía contiene tres factores productivos: trabajo, capital privado y capital público.

La relación entre capital público y crecimiento económico sigue siendo un tema abierto de gran actualidad, tanto a nivel académico como a nivel político. Aunque en fechas relativamente recientes ha surgido una cada vez más extensa literatura sobre el tema, aún no existe un consenso sobre la importancia cuantitativa del stock de capital público sobre el nivel de producción de una economía. No

obstante, generalmente se acepta que las infraestructuras públicas pueden generar un efecto positivo sobre el nivel de actividad de una economía.

En este tema presentamos un modelo de equilibrio general en el cual incorporamos la existencia de capital público, con el objetivo de analizar la importancia del mismo sobre el crecimiento económico así como sobre la evolución de la productividad. Para ello consideramos una función de producción que relaciona el nivel de producción agregada de la economía con tres factores: trabajo, capital privado y capital público. El gobierno fija unos impuestos sobre el consumo de bienes y servicios, sobre los ingresos del capital y sobre los ingresos del trabajo, con el objeto de financiar una secuencia exógena de transferencias, $\{T_t\}_{t=0}^{\infty}$, y una secuencia de inversión pública, $\{I_{g,t}\}_{t=0}^{\infty}$. El modelo que vamos a presentar introduce una característica particular en términos de cómo se distribuyen los beneficios extraordinarios que obtienen las empresas con capital público.

La estructura de tema es la siguiente. En la sección 2 se presenta una revisión de la literatura sobre el capital público. En la sección 3 presentamos un modelo de equilibrio general en el que se incluye la existencia de capital público en la función de producción agregada de la economía. En la sección 4 se realiza el ejercicio de calibración del modelo teórico. En el apartado 5 se estudian los efectos de una perturbación en la inversión pública. La sección 6 estudia los efectos de una perturbación de productividad agregada. Finalmente, la sección 7 recoge algunas conclusiones relevantes del análisis realizado.

9.2 El capital público

A pesar de la importancia que desde diversos sectores se le ha otorgado al capital público y a la inversión pública en infraestructuras de apoyo al sector privado de la economía, no ha sido hasta fechas relativamente recientes cuando la literatura económica, tanto teórica como empírica, se ha preocupado en analizar cuantitativamente su importancia sobre el crecimiento económico. A nivel teórico ya se habían realizado algunos desarrollos en los cuales se incorporaba el capital público (infraestructuras) a la función de producción agregada de la economía a principios de

la década de los 70, como los trabajos de Arrow y Kurz (1970), Weitzman (1970) y Pestieau (1974). Sin embargo, es a partir del trabajo de Barro (1990), cuando se recuperan estos primeros intentos y se produce un considerable aumento del interés por introducir en los modelos de crecimiento el capital público como input adicional a los privados. Barro (1990) introduce el gasto público en la función de producción con rendimientos constantes a escala, mostrando que no existe transición hacia el estado estacionario, si bien considera al gasto público como una variable flujo, en lugar de una variable stock. Posteriormente, se han producido una gran cantidad de desarrollos teóricos como los realizados por Barro y Sala-i-Martin (1992), Finn (1993), Glomm y Ravikumar (1994), Cashin (1995) y Bajo (2000), entre otros, en los que se incorpora de alguna forma el capital público en la función de producción agregada de la economía. Así, por ejemplo, Glomm y Ravikumar (1994) introducen el concepto de capital público, si bien suponen que se deprecia totalmente periodo a periodo, lo que en la práctica equivale a considerar el capital público como una variable flujo como en Barro (1990). Por su parte, Cashin (1995) desarrolla un modelo en el cual se considera al capital público como una variable stock.

El primer análisis empírico sobre los efectos del capital público es el realizado por Mera (1973) para la economía japonesa. Mera (1973) estima diferentes funciones de producción del tipo Cobb-Douglas en la que se incluye el capital público para las 9 regiones de Japón, para diferentes sectores productivos y para distintos tipos de capital, obteniendo un valor medio de la elasticidad del nivel de producción respecto al capital público de 0,2 (0,22 para el sector primario, 0,2 para el sector industrial, 0,5 para los transportes y las comunicaciones y entre 0,12 y 0,18 para el sector servicios).

Posteriormente, Ratner (1983) realiza un análisis similar estimando una función de producción donde también se incluyen tres factores productivos: trabajo, capital privado y capital público, para el caso de Estados Unidos, usando datos del periodo 1949-1973, obteniendo una elasticidad del nivel de producción respecto al capital público de 0,058 (mientras que la elasticidad respecto al capital privado que obtiene es del 0,22). Sin embargo, no es hasta el trabajo de Aschauer (1989) cuando resurge con fuerza la literatura tanto teórica como empírica sobre el tema.

El trabajo de Aschauer (1989) tuvo una gran repercusión debido a que avanzó la idea de que la ralentización en el crecimiento de la productividad registrada en Estados Unidos a partir de la década de los 70 era debida a la disminución en el stock de capital público, así como a que sus resultados reflejaban la existencia de una muy elevada elasticidad del nivel de producción respecto al capital público. Aschauer (1989) obtiene que en torno al 60% de la ralentización en el crecimiento de la productividad en Estados Unidos se debían a la disminución en la inversión pública en infraestructuras, estimando un valor de la elasticidad de la producción respecto al capital público entre 0,25 y 0,56, con un valor medio de 0,39, valores incluso mayores que la elasticidad del nivel de producción respecto al capital privado. Munnell (1990a), también para Estados Unidos obtiene un valor muy similar, de 0,34, mientras que Munnell (1990b), para datos desagregados por Estados, obtiene valores entre 0,06 y 0,15, valores que son inferiores a los anteriores, resultado que también aparece en otros trabajos que utilizan un mayor nivel de desagregación y que se atribuye a la existencia de efectos desbordamiento.

A partir de estos trabajos, ha surgido una amplia literatura empírica basada en la estimación de funciones de producción en las que se incluye el capital público, pero que ha obtenido resultados contrapuestos.¹ Así, por ejemplo, Ford y Poret (1991) para 11 países de la OCDE obtienen valores entre 0,29 y 0,66. Por su parte, Bajo y Sosvilla (1993) para la economía española obtienen una elasticidad de 0,19. Sin embargo, otros autores, como Aaron (1990), Tatom (1991), Holtz-Eakin (1994) y Evans y Karras (1994) obtienen resultados radicalmente opuestos a los anteriores, estimando valores de la elasticidad de la producción respecto al capital público que no son significativamente diferentes de cero. Por ejemplo, Holtz-Eakin (1994) replica los análisis anteriores usando el mismo procedimiento de estimación y obteniendo resultados similares pero, controlando por variables no observadas, obtiene que no existe ninguna relación entre el capital público y el nivel de producción. Evans y Karras (1994) estiman numerosas especificaciones de la función de producción para diferentes definiciones de capital público

¹Existe una gran cantidad de panorámicas sobre la literatura, tales como Draper y Herce (1994), Sturm *et al.* (1997) y Díaz y Martínez (2006), entre otros muchos. Un trabajo más reciente, en el cual se realiza una revisión crítica de la literatura, es el de Romp y de Haan (2007).

y para un conjunto de países, no encontrando ninguna evidencia de que el capital público sea productivo, exceptuando el gasto en educación. Por su parte, García-Milá, McGuire y Porter (1996) realizan un análisis similar usando diferentes especificaciones y distintas definiciones de capital público, obteniendo de nuevo que la elasticidad no es significativamente diferente de cero. Estos autores concluyen que los análisis empíricos anteriores reflejan correlaciones espúreas entre el nivel de producción y el capital público.

Si bien la estimación de funciones de producción donde se incluye el capital público ha sido el principal enfoque empírico seguido al inicio en este campo, también se han aplicado otros métodos de estimación, que de nuevo han arrojado resultados contradictorios sobre la importancia del capital público en el crecimiento económico. Otro enfoque usado en la literatura ha sido la estimación de modelos vectoriales autorregresivos (VAR) que permiten cuantificar la respuesta del nivel de producción ante cambios en el capital público. De nuevo, encontramos resultados contrapuestos sobre la importancia del capital público a la hora de explicar el nivel de producción. Por un lado, autores como Clarida (1993) y Batina (1998, 1999), entre otros, encuentran efectos positivos del capital público. Por el contrario, autores como McMillin y Smith (1994), Otto y Voss (1996) y Voss (2002), encuentran una relación negativa, por lo que tampoco existe una evidencia empírica concluyente a partir de estos análisis.

Otros enfoques utilizados para analizar la importancia del capital público es el denominado dual, en el que se estima un sistema de ecuaciones formado por funciones de costes o beneficios y demandas de factores de producción privados, desarrollado inicialmente por Diewert (1986), o la utilización de métodos de frontera.

Sin embargo, tal y como apuntan Díaz y Martínez (2006), en dichos análisis no se tiene en cuenta el comportamiento de los agentes económicos, así como las consecuencias que tiene la provisión de capital público en un contexto de equilibrio general, lo que puede dar lugar a estimaciones sesgadas de la elasticidad de la producción respecto al capital público. En este sentido, Finn (1993) y Cassou y Lansing (1998) constituyen excepciones por cuanto analizan la importancia del capital público usando modelos de equilibrio general. Por este motivo, en este artículo vamos a utilizar un análisis alternativo para cuantificar la importancia de la inversión pública

sobre el crecimiento económico de la economía española, siguiendo los trabajos de Finn (1993) y Cassou y Lansing (1998), a través de la calibración de un modelo de equilibrio general en el que se incluye la existencia de capital público.

Finn (1993) estima un modelo de equilibrio general con infraestructuras de transporte públicas, con el objeto de estudiar si el estancamiento en el crecimiento de la productividad en Estados Unidos a partir de los 70 se ha debido a una falta de inversiones públicas, tal y como afirmaba Aschauer (1989). Usando el Método de los Momentos Generalizados obtiene un valor de la elasticidad del nivel de producción respecto al capital público de 0,16 (si bien muy impreciso, con valores entre 0,32 y 0,001). Guo y Lansing (1997) en un modelo de política fiscal óptima obtienen un valor de 0,0525. Por su parte Cassou y Lansing (1998) utilizan valores entre 0,1 y 0,123, considerándolos incluso como muy elevados. Estos valores están más próximos a los análisis iniciales de Mera (1973) y Ratner (1983) que a los de Aschauer (1989) y Munnell (1990a). Feehan y Matsumoto (2002), desarrollan un modelo en el cual consideran la inversión pública tanto en infraestructura como en la formación de capital humano. Torres (2009) calibra directamente el parámetro de productividad del stock de capital usando un modelo de equilibrio general para la economía española, obteniendo un valor de 0,068.

En cualquier caso, podemos observar una importante diferencia entre los valores de la elasticidad del nivel de producción respecto al capital público que se obtienen a partir de las estimaciones de la función de producción agregada de forma individual frente a los que se derivan de la calibración de modelos de equilibrio general. En efecto, tal y como apuntan Hulten y Schawb (1993), la función de producción agregada forma parte de un sistema más amplio, en el cual tanto la variable output como las variables inputs se determinan de forma endógena. Esto supone que los resultados obtenidos de la estimación de funciones de producción individuales puedan estar potencialmente sujetas a problemas de sesgo, dado que deberían ser estimadas dentro de un sistema de ecuaciones, ya que todas las variables de la función de producción son endógenas y se determinan de forma simultánea.

9.3 El modelo

El modelo que vamos a desarrollar a continuación incluye impuestos, que se utilizan tanto para financiar transferencias a los agentes como inversión pública en activos de capital. El capital público que se genera se usa en el proceso productivo por parte de las empresas como un factor productivo adicional a los privados. El hecho de que el factor productivo público se use sin coste por parte de las empresas, provoca que estas obtengan beneficios extraordinarios. En nuestro caso, vamos a suponer que estos beneficios extraordinarios se reparten como retribución adicional de los factores de producción privados, lo que significa que el precio pagado por los inputs privados va a ser superior a su productividad marginal.

9.3.1 Los consumidores

El problema al que se enfrentan las familias consiste en maximizar el valor de su utilidad:

$$Max_{\{C_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)] \quad (9.1)$$

sujeto a la restricción presupuestaria del consumidor representativo que viene dada por:

$$(1 + \tau_t^c)C_t + I_t = (1 - \tau_t^l)W_t^e L_t + (1 - \tau_t^k)R_t^e K_t + T_t \quad (9.2)$$

El stock de capital privado se mueve de acuerdo con:

$$K_{t+1} = (1 - \delta_K) K_t + I_t \quad (9.3)$$

donde δ_K es la tasa de depreciación del capital privado y donde I_t es la inversión bruta. Sustituyendo la ecuación de acumulación de capital en la restricción presupuestaria del individuo obtenemos:

$$(1 + \tau_t^c)C_t + K_{t+1} - K_t = (1 - \tau_t^l)W_t^e L_t + (1 - \tau_t^k)(R_t^e - \delta_K)K_t + T_t \quad (9.4)$$

dado K_0 , el stock de capital privado inicial y donde $\beta \in (0, 1)$, es el factor de descuento de los consumidores, T_t son las transferencias *lump-sum* que reciben los consumidores del gobierno, K_t es el stock

de capital privado, W_t^e es el precio relativo del factor trabajo (el salario real), R_t^e es el precio relativo del factor capital privado (el tipo de interés real), δ_K es la tasa de depreciación del capital privado y $\tau_t^c, \tau_t^l, \tau_t^k$, con los tipos impositivos al consumo privado, a las rentas salariales y a las rentas netas del capital privado, respectivamente. La restricción presupuestaria nos indica que el consumo más la inversión no pueden exceder la suma de las rentas provenientes del trabajo y de capital, netas de impuestos, más las transferencias. Tal y como veremos posteriormente, el precio relativo de los factores privados resultante del modelo, W_t^e y R_t^e van a ser superiores a los correspondientes a sus productividades marginales respectivas, que los notamos por W_t y R_t .

9.3.2 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de utilización de los factores productivos privados, capital y trabajo, dada la presencia de los factores públicos. La empresa representativa se enfrenta a una función de producción del tipo Cobb-Douglas como en el caso de Cassou y Lansing (1998). Para la producción del bien privado final, Y , se requiere los servicios del trabajo, L , y de los dos tipos de capital considerado: capital privado, K , y capital público, G . Tanto los mercados de bienes y servicios como los mercados de factores se suponen perfectamente competitivos. Las empresas alquilan el capital y el trabajo a las familias con el objetivo de maximizar beneficios, tomando como dados tanto el precio de los mismos como la cantidad de capital público. La función de producción viene dada por:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (9.5)$$

donde A_t es una medida de la productividad total de los factores, y donde α_j , $j = \{1, 2, 3\}$ son los parámetros tecnológicos asociados a cada uno de los factores productivos. Suponemos la existencia de rendimientos constantes respecto a los factores productivos, por lo que en equilibrio, si no existiesen inputs públicos, los beneficios de las empresas serían nulos.² Sin embargo, bajo la existencia de

²En efecto, la función de producción agregada de la economía con los tres inputs la podemos escribir como $Y_t = A_t G_t^{\alpha_2} K_t^{\alpha(1-\alpha_2)} L_t^{(1-\alpha)(1-\alpha_2)}$. Si no existiesen inputs

inputs públicos y dado que $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$, las empresas obtienen un beneficio positivo, igual a la diferencia entre el valor de su producción y el coste de los factores productivos privados.³ De este modo, α_1 sería la proporción de las rentas de capital privado sobre la renta total, α_2 la proporción de las rentas del capital público sobre la renta total y α_3 la proporción de las rentas salariales sobre la renta total.

Otros autores, como por ejemplo, Baxter y King (1993) suponen la existencia de una función de producción Cobb-Dogulas, donde existen rendimientos constantes a escala sobre los factores productivos privados ($\alpha_1 + \alpha_3 = 1$), por lo que la función de producción reflejaría rendimientos crecientes a escala.

9.3.3 El gobierno

Finalmente, consideramos la existencia de un gobierno que se comporta como un agente doble: por un lado obtiene unos ingresos a partir de impuestos y, por otro, destina dichos ingresos a capital público y a transferencias. El gobierno usa los ingresos que obtiene a través de los impuestos para financiar la inversión en capital público que aumenta la productividad total de los factores, entrando en la función de producción como un factor productivo adicional a los factores privados, junto con la realización de transferencias a las familias. Suponemos que la restricción presupuestaria del gobierno se cumple periodo a periodo, a través de la devolución de los ingresos provenientes de los impuestos distorsionadores no gastados en inversión pública a las familias a través de transferencias, T_t . Este supuesto se realiza con objeto de simplificar el análisis.⁴

El gobierno obtiene recursos de la economía a través de la fijación de impuestos sobre el consumo y sobre los ingresos del trabajo y del capital, siendo los tipos marginales efectivos, τ_t^c , τ_t^l , τ_t^k ,

públicos α_2 sería cero, por lo que la función de producción quedaría como $Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$.

³Este supuesto está apoyado en diferentes estudios empíricos (véase por ejemplo Ai y Cassou, 1995).

⁴Este supuesto ha sido usado por Barro (1990), Glomm y Ravikumar (1994), Cassou y Lansing (1998), entre otros. Estos autores argumentan que este esquema puede representar una aproximación muy cercana a las restricciones que existen en la realidad y que impiden a los gobiernos mantener desequilibrios fiscales elevados. Por otra parte, los resultados derivados del modelo no cambian significativamente si se introduce la posibilidad de desequilibrios fiscales periodo a periodo.

respectivamente. La restricción presupuestaria del gobierno en cada periodo vendría dada por,

$$\tau_t^c C_t + \tau_t^l W_t^e L_t + \tau_t^k (R_t^e - \delta_K) K_t = T_t + I_{G,t} \quad (9.6)$$

donde $I_{G,t}$ es la inversión pública. La inversión pública va destinada a la acumulación de capital público, en un proceso similar al del capital privado,

$$G_t = (1 - \delta_G) G_{t-1} + I_{G,t} \quad (9.7)$$

donde δ_G es la tasa de depreciación del capital público.

El elemento clave del modelo está en determinar cómo es la decisión de inversión en capital público. En nuestro caso hemos supuesto que la inversión pública es una proporción aleatoria del nivel de producción de la economía, tal que:

$$I_{G,t} = B_t \theta_G Y_t \quad (9.8)$$

donde $\theta_G > 0$, es una determinada proporción del nivel de producción y B_t representa una perturbación estocástica asociada al proceso de inversión en capital público.

9.3.4 El equilibrio del modelo

Las condiciones de primer orden del problema del consumidor son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t (1 + \tau_t^c) = 0 \quad (9.9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} : -(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} + \lambda_t (1 - \tau_t^l) W_t^e = 0 \quad (9.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t \left[(1 - \tau_t^k) (R_t^e - \delta_K) + 1 \right] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (9.11)$$

donde $\beta^t \lambda_t$ es el multiplicador de Lagrange asignado a la restricción presupuestaria en el momento t . Combinando las ecuaciones (9.9) y (9.10) obtenemos la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada:

$$\frac{1}{1 - L_t} = \frac{\gamma}{(1 - \gamma)} \frac{(1 - \tau_t^l) W_t^e}{(1 + \tau_t^c) C_t}$$

Combinando la ecuación (9.9) con la ecuación (9.11) obtenemos la condición de primer orden intertemporal,

$$\frac{(1 + \tau_t^c) C_t}{(1 + \tau_{t-1}^c) C_{t-1}} = \beta \left[(1 - \tau_t^k) (R_t^e - \delta_K) + 1 \right]$$

que nos indica cual es la senda óptima de consumo a lo largo del tiempo.

Definición de Equilibrio: Un equilibrio competitivo para nuestra economía es una secuencia de consumo privado, ocio e inversión por parte de los consumidores $\{C_{P,t}, 1 - L_t, I_t\}_{t=0}^\infty$, una secuencia de capital y de horas de trabajo utilizadas por parte de las empresas $\{K_t, L_t\}_{t=0}^\infty$ y una secuencia de transferencias y de inversión pública por parte del gobierno, $\{T_t, I_{G,t}\}_{t=0}^\infty$, tal que dada una secuencia de precios $\{W_t, R_t\}_{t=0}^\infty$ y una secuencia de impuestos por parte del gobierno $\{\tau_t^c, \tau_t^l, \tau_t^k\}_{t=0}^\infty$:

- i) El problema de optimización de los consumidores se satisface.
- ii) Se cumplen las condiciones de primer orden para las empresas.
- iii) Se cumple la restricción presupuestaria del gobierno.
- iv) La restricción de factibilidad de la economía se cumple.

Nuestro modelo tiene tres factores productivos. Sin embargo, el tercer factor, el capital público, no tiene precio de mercado. Dado el supuesto de que existen rendimientos constantes a escala respecto a todos los inputs, esto implica que si a los factores privados se les retribuye en función de su productividad marginal, entonces quedaría una parte de la producción sin distribuir. Existen dos posibilidades. En primer lugar, la utilizada por Guo y Lansing (1997) y Cassou y Lansing (1998) en la cual las empresas obtienen beneficios extraordinarios igual a la diferencia entre el valor de la producción y los pagos hechos a los factores privados. La segunda posibilidad consiste en asignar la parte de la producción derivada del capital público a los factores de producción privados.

9.3.5 Beneficios extraordinarios

En primer lugar, la utilizada por Guo y Lansing (1997) y Cassou y Lansing (1998) en la cual las empresas obtienen beneficios extraordinarios igual a la diferencia entre el valor de la producción y los pagos hechos a los factores privados. Dado que los propietarios

de las empresas son las familias, todos los consumidores reciben la misma cantidad de dichos beneficios. En este caso, los beneficios, π_t , que obtendrían las empresas vendrían dados por:

$$\pi_t = (1 - \alpha_1 - \alpha_3)Y_t$$

que lo incluiríamos como un ingreso en la restricción presupuestaria de las familias, de forma similar a las transferencias.

9.3.6 Redistribución entre los factores privados

Una segunda posibilidad, que es la estrategia que vamos a seguir en nuestro análisis, consiste en que las rentas generadas por el capital público pueden distribuirse entre los factores privados, en función de la participación de éstos sobre las rentas totales. La idea es que las rentas que genera el capital público y que no aparecen como tales se encuentran incorporadas en las rentas de los factores productivos privados. Así, del problema de maximización de la empresa, obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$R_t = \alpha_1 A_t K_t^{\alpha_1 - 1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (9.12)$$

$$W_t = \alpha_3 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3 - 1} \quad (9.13)$$

Por otra parte, calculando la derivada de la función de producción con respecto al capital público obtenemos:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial G_t} = \alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2 - 1} L_t^{\alpha_3} \quad (9.14)$$

Es necesario destacar que la expresión (9.14) no es una condición del modelo, dado que no hay agentes que reclamen las rentas generadas por el capital público. Bajo nuestro supuesto tampoco R_t y W_t serían los precios relativos de los factores productivos privados de equilibrio, dado que en ese caso una parte de las rentas privadas correspondería al capital público. Esto es debido a que las empresas no pagan por el uso del capital público, lo que equivaldría a un menor coste de los factores privados que el correspondiente a su productividad marginal. Así, del problema de maximización de beneficios, obtendríamos que las rentas de cada factor productivo

serían:

$$\begin{aligned} R_t K_t &= \alpha_1 Y_t \\ W_t L_t &= \alpha_3 Y_t \\ \frac{\partial Y_t}{\partial G_t} G_t &= \alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} = \alpha_2 Y_t. \end{aligned}$$

Dado que el coste por el uso del capital público es cero, la suma de las anteriores expresiones sería inferior al nivel de producción de la economía. De hecho, las empresas generarían beneficios extraordinarios en la magnitud $\frac{\partial Y_t}{\partial G_t} G_t = \alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3}$, dado que estas rentas no son imputadas a los propietarios de este factor, ya que habitualmente el gobierno no carga el precio que cubre los costes de los servicios que oferta a partir de la contribución del capital público. En nuestro caso, suponemos que las rentas generadas por los inputs públicos se distribuyen entre las rentas de los inputs privados, de forma que las rentas generadas por los factores privados de equilibrio vendrían dadas por:

$$\begin{aligned} R_t^e K_t &= \alpha_1 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} + s \alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \\ W_t^e L_t &= \alpha_3 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} + (1 - s) \alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \end{aligned}$$

Como podemos comprobar, el retorno efectivo al capital R_t^e , incluye la proporción s de la renta generada por los inputs públicos, y el retorno efectivo al factor trabajo W_t^e , absorbe el porcentaje restante $(1 - s)$. Si suponemos que $s = \alpha_1 / (\alpha_1 + \alpha_3)$, entonces obtendríamos que,

$$R_t^e K_t = \alpha_1 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3}\right) Y_t = \alpha Y_t \quad (9.15)$$

$$W_t^e L_t = \alpha_3 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3}\right) Y_t = (1 - \alpha) Y_t \quad (9.16)$$

donde α es la participación de las rentas del capital (privado) en la renta total y donde $(1 - \alpha)$ es la participación de las rentas del trabajo en la renta total.

La relación entre los ingresos de los factores privados y las rentas generadas por el capital público sería:

$$\frac{R_t^e K_t}{\frac{\partial Y_t}{\partial G_t} G_t} = \frac{\alpha_1 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3}\right)}{\alpha_2}$$

$$\frac{W_t^e L_t}{\frac{\partial Y_t}{\partial G_t} G_t} = \frac{\alpha_3(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3})}{\alpha_2}$$

Finalmente, la economía debe cumplir la siguiente restricción de factibilidad:

$$C_t + I_t + I_{g,t} = Y_t \quad (9.17)$$

9.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de ocho ecuaciones que representan el comportamiento de las siete variables endógenas, Y_t , C_t , $I_{P,t}$, $K_{P,t}$, L_t , R_t , W_t y las variables exógenas A_t , B_t , τ^c , τ^l , τ^k , $I_{G,t}$ y $K_{G,t}$. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{1}{1 - L_t} = \frac{\gamma}{(1 - \gamma)} \frac{(1 - \tau_t^l) W_t^e}{(1 + \tau_t^c) C_t} \quad (9.18)$$

$$\frac{(1 + \tau_t^c) C_t}{(1 + \tau_{t-1}^c) C_{t-1}} = \beta \left[(1 - \tau_t^k) (R_{t+1}^e - \delta_K) + 1 \right] \quad (9.19)$$

$$Y_t = C_t + I_{P,t} + I_{G,t} \quad (9.20)$$

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (9.21)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta_K) K_t + I_t \quad (9.22)$$

$$G_t = (1 - \delta_G) G_{t-1} + I_{G,t} \quad (9.23)$$

$$I_{G,t} = B_t \theta_G Y_t \quad (9.24)$$

$$W_t = \alpha_3 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3 - 1} \quad (9.25)$$

$$R_t = \alpha_1 K_t^{\alpha_1 - 1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (9.26)$$

$$R_t^e = R_t + s\alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1-1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (9.27)$$

$$W_t^e = W_t + (1-s)\alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3-1} \quad (9.28)$$

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t^A \quad (9.29)$$

$$\ln B_t = (1 - \rho_B) \ln \bar{B} + \rho_B \ln B_{t-1} + \varepsilon_t^B \quad (9.30)$$

Para poder utilizar nuestro modelo con el objetivo de cuantificar la importancia del capital público sobre el crecimiento económico, en primer lugar hay que asignar valores a los diferentes parámetros. Los parámetros del modelo son los siguientes:

$$\left\{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha, \delta_K, \delta_G, \beta, \gamma, \theta_G, \tau^c, \tau^l, \tau^k \right\}$$

La participación de las rentas del capital total de la economía en la renta total, α , suponemos que sigue siendo el valor utilizado en los modelos anteriores, esto es, 0,35. Sin embargo, ahora este valor no se corresponde con el parámetro tecnológico correspondiente al factor productivo capital privado. Tampoco la participación de las rentas del trabajo sobre la renta total, $1 - \alpha$, se corresponde con el parámetro tecnológico asociado al factor productivo trabajo. De hecho, la relación entre las participaciones de las rentas del capital y del trabajo respecto a los parámetros de nuestra función de producción viene definida por las siguientes expresiones:

$$\alpha = \alpha_1 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3} \right)$$

$$1 - \alpha = \alpha_3 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3} \right)$$

La literatura empírica muestra un amplio rango de valores para la elasticidad del nivel de producción respecto al capital público que va desde un valor nulo, según el cual el capital público no tendría ningún efecto sobre el nivel de producción de la economía, hasta valores que son implausiblemente elevados e incluso superiores a los obtenidos para el capital privado. Así, Aschauer (1989) obtiene valores que van de 0,39 a 0,59, mientras que Munnell (1990a) obtiene un valor de 0,34. Por el contrario, autores como Aaron (1990), Tatom (1991), Holtz-Eakin (1994), Evans y Karras (1994a y b), García-Milá *et al.*

(1996), entre otros muchos, obtienen valores nulos o muy pequeños. Cassou y Lansing (1998) a través de la calibración de un modelo de equilibrio general similar al nuestro obtiene valores entre 0,1 y 0,123 para Estados Unidos, ligeramente superiores al que obtenemos en nuestro análisis. Guo y Lansing (1997), por el contrario, obtienen un valor más reducido, de 0,0525. Por su parte, Finn (1993) estimando a través de GMM un modelo de equilibrio general obtiene un valor de 0,158. Baxter y King (1993) utilizan como referencia un valor de 0,05, calibrando el modelo para un rango de valores entre 0 y 0,4.

Para la economía española existe una muy amplia literatura empírica que estima la elasticidad del nivel de producción respecto al capital público, utilizando una gran variedad de técnicas. Bajo y Sosvilla (1993) estiman una función de producción incluyendo capital público para la economía española para el periodo 1964-1988, obteniendo un valor de la elasticidad del nivel de producción respecto al capital público de 0,19. Argimón *et al.* (1994) obtienen una elasticidad superior, de 0,30. Sin embargo, De la Fuente (2003) obtiene un valor de la elasticidad de 0,106, inferior a los anteriores. A su vez, Mas *et al.* (1994) realizan el análisis a nivel de las regiones españolas, teniendo en cuenta los posibles efectos desbordamiento, obteniendo valores entre 0,2 y 0,3. Por su parte, Mas *et al.* (1996) obtienen un valor de 0,077 para el periodo muestral 1973-1991.

Por otra parte, Torres (2009) calibrando un modelo de equilibrio general con capital público para la economía española, obtiene un valor de 0,068, no muy diferente del obtenido por De la Fuente (2003) y por Mas *et al.* (1996) y similar a otros trabajos que utilizan un enfoque de equilibrio general. Finalmente, Delgado y Alvarez (2004) utilizando la técnica de la frontera estocástica obtienen un valor de la elasticidad de la producción respecto al capital público de 0,066 para la economía española, valor prácticamente idéntico al que se obtiene en otros trabajos que utilizan un enfoque de equilibrio general.

En nuestro caso, vamos a suponer que el parámetro tecnológico asociado al capital público en la función de producción es de 0,1. Esto significa que podemos utilizar las expresiones anteriores para calcular los parámetros asociados al capital privado y al empleo. Realizando esta operación obtenemos que el parámetro tecnológico asociado al capital privado es de 0,315, mientras que el parámetro tecnológico asociado al empleo es de 0,585.

Tabla 9.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α_1	Parámetro tecnológico capital privado	0,315
α_2	Parámetro tecnológico empleo	0,585
α_3	Parámetro tecnológico capital público	0,100
α	Proporción rentas del capital	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,450
δ_K	Tasa de depreciación capital privado	0,060
δ_G	Tasa de depreciación capital público	0,020
θ_G	Proporción de Inversión Pública	0,050
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,001
τ^c	Impuesto sobre el consumo	0,116
τ^l	Impuesto sobre las rentas del trabajo	0,348
τ^k	Impuesto sobre las rentas del capital	0,225

Otro parámetro adicional que hemos de calibrar en este modelo es la tasa de depreciación del capital público. Para el capital privado estamos utilizando un valor del 6% anual. Sin embargo, este valor puede ser diferente para el stock de capital público, dada la diferente composición de distintos activos. La tasa de depreciación resultante se obtiene en función de las tasas de depreciación de cada activo de capital, que pueden ser muy diferentes. Así, no se deprecia a la misma velocidad un edificio que un ordenador. Por tanto, la tasa de depreciación agregada dependerá de la proporción de cada activo de capital en el total. En el caso del sector público, la mayor parte del capital está compuesto por edificios e infraestructuras, por lo que hemos de esperar que la tasa de depreciación sea inferior a la del sector privado. En concreto, vamos a suponer que la tasa de depreciación del capital público es del 2% anual.

Finalmente, hemos de calibrar el parámetro que determina la inversión pública. A este respecto tenemos dos posibilidades: suponer que es un porcentaje determinado de la recaudación fiscal, o bien suponer que es un porcentaje del nivel de producción de la economía. En el modelo desarrollado hemos optado por esta segunda opción. En concreto, vamos a suponer que un 5% del nivel de producción se destina a inversión pública.

9.5 Perturbación a la inversión pública

En primer lugar, analizamos los efectos de una perturbación estocástica sobre la inversión pública. La perturbación va a provocar un aumento de la inversión pública, que va a dar lugar a una mayor acumulación del capital público. En nuestro caso concreto, hemos supuesto que el proceso estocástico asociado a la inversión pública es similar al proceso que sigue la productividad total de los factores, mostrando una elevada persistencia en el tiempo. Esta elevada persistencia, unida al proceso de acumulación de capital público, provocan que las respuestas de las variables ante dicha perturbación sean muy persistentes en el tiempo, tal y como podemos observar en la figura 9.1.

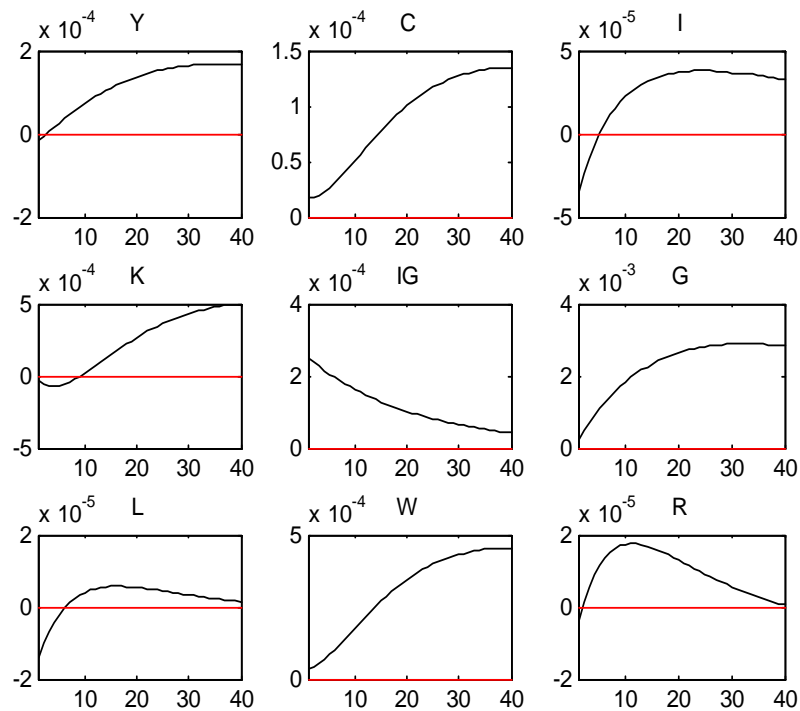


Figura 9.1. Perturbación sobre la inversión pública en capital

En primer lugar, destacamos la evolución de la inversión pública, que aumenta inicialmente para ir disminuyendo gradualmente hasta su valor de estado estacionario, que hemos fijado en un 5% de la producción. Esto induce un proceso de acumulación de capital público, que alcanza valores superiores a su estado estacionario, hasta que comienza a disminuir por el efecto de la depreciación. Ante esta perturbación, el consumo privado aumenta inicialmente, al tiempo que disminuye la inversión privada. Esto provoca una disminución en el stock de capital, que va a dar lugar a una ligera disminución del nivel de producción. Sin embargo, con posterioridad, la inversión privada vuelve a aumentar, al tiempo que también aumenta el consumo privado, dando lugar a un proceso de acumulación de capital privado. El aumento del capital público junto con el aumento del capital privado es lo que explica la evolución en el nivel de producción.

Otro resultado que obtenemos es que esta perturbación de productividad provoca una disminución inicial del empleo, aumentando posteriormente, si bien con efectos cuantitativos muy limitados. Así, observamos que tanto los salarios como el tipo de interés aumentan ante esta perturbación, debido a que la mayor dotación de capital público aumenta las rentas que reciben los factores de producción privados.

9.6 Perturbación de productividad

Finalmente, la figura 9.2 muestra los efectos de una perturbación de productividad agregada de la economía, que afecta a todos los factores productivos, incluyendo al capital público. Esta perturbación provoca los efectos esperados, generando un aumento en la inversión pública derivada de la mayor recaudación fiscal que genera la expansión de la economía debido a la perturbación, al tiempo que también la inversión privada aumenta.

El comportamiento de la economía es similar al del modelo estándar. El nivel de producción aumenta de forma directa dada la perturbación, aumentando posteriormente por la mayor dotación de factores productivos. Así, la perturbación de productividad provoca un aumento de la productividad de ambos factores productivos, aumentando su cantidad, lo que da lugar a aumentos adicionales en el nivel de producción.

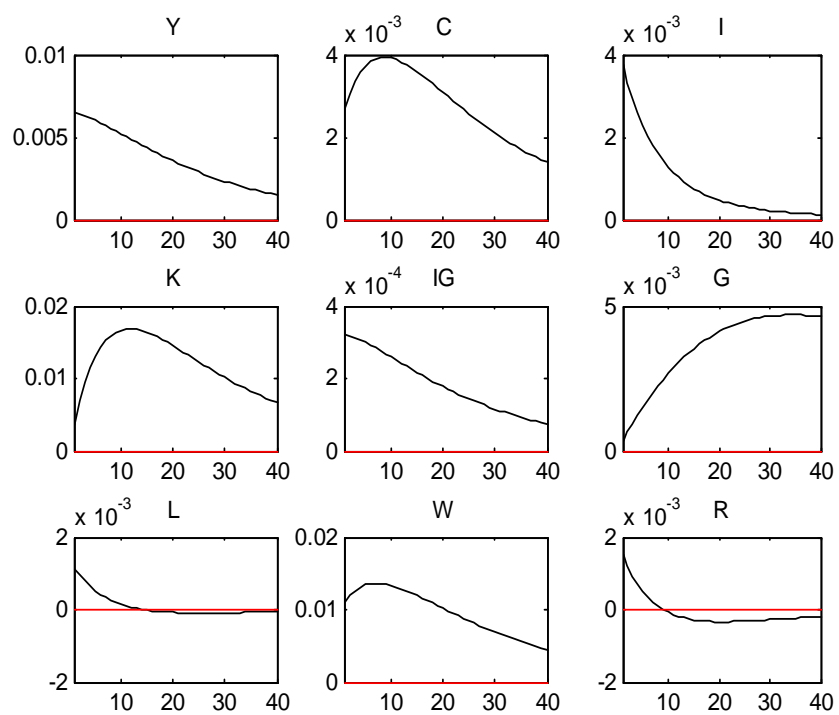


Figura 9.2. Perturbación de productividad con capital público

El aspecto principal que se deriva del modelo es que la inversión pública aumenta como consecuencia del aumento en la recaudación fiscal. Así, el aumento de la actividad económica, dados unos impuestos, genera un mayor volumen de ingresos fiscales. Este aumento de la inversión pública va a dar lugar a un aumento del stock de capital público. No obstante, es de destacar que en este caso el aumento en la inversión privada es más reducido, dando lugar a una menor acumulación de capital privado. Como contrapartida, el consumo aumenta en una mayor proporción.

En definitiva, la introducción de capital público en el modelo tiene una influencia muy limitada sobre el comportamiento a lo largo del ciclo de las principales variables macroeconómicas, pero importantes implicaciones sobre el comportamiento de la economía en el largo plazo. La inversión pública aumenta la cantidad de factores productivos disponibles en la economía. En este contexto, los ejercicios más relevantes consistirían en cuantificar cuál es la aportación del capital público al crecimiento económico y determinar cuál es el stock de capital público óptimo en una economía.

9.7 Conclusiones

En este tema hemos desarrollado un modelo con inversión pública que se transforma en capital público. En este caso la función de producción de la economía utiliza tres factores productivos: el trabajo, el capital privado y el capital público, lo que da lugar a la existencia de beneficios extraordinarios de las empresas, dado que utilizan un factor productivo, el capital público, por el que no pagan su rendimiento. El modelo desarrollado reparte dicho rendimiento entre los factores productivos privados, en función de su participación en la renta total.

El modelo lo hemos utilizado para estudiar los efectos de dos perturbaciones: una perturbación al proceso de inversión pública y una perturbación de productividad agregada. En el primer caso obtenemos que una perturbación positiva a la inversión pública, no sólo aumenta la dotación de capital público, sino que también induce un proceso de inversión privada que da lugar a una mayor dotación de capital privado. En el caso de una perturbación de productividad agregada, los efectos sobre las fluctuaciones cíclicas son similares a

los que se obtendrían en un modelo sin capital público, aunque las implicaciones en el largo plazo serían muy diferentes.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, tal y como aparece en el fichero *model8.m*, es el siguiente:

```
// Model 8. IEGDE
// Código Dynare
// File: model8.mod
// Modelo con capital público
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, C, I, K, IG, G, L, W, R, A, B;
// Definición de variables exógenas
varexo e, u, tauc, taul, tauk;
// Definición de parámetros
parameters alpha, alpha1, alpha2, alpha3, beta, deltak,
deltag, gamma, rho1, rho2;
// Valores de los parámetros
alpha = 0.35;
alpha1 = 0.315;
alpha2 = 0.100;
alpha3 = 0.585;
beta = 0.97;
deltak = 0.06;
deltag = 0.02;
gamma = 0.40;
rho1 = 0.95;
rho2 = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
(1+tauc)*C=(gamma/(1-gamma))*(1-L)*(1-taul)*(1-alpha)*Y/L;
1 = beta*(((1+tauc)*C)/((1+tauc)*C(+1)))
    *((1-tauk)*alpha*Y(+1)/K+(1-deltak));
Y = A*(K(-1)^alpha1)*(G(-1)^alpha2)*(L^alpha3);
K = (Y-C)+(1-deltak)*K(-1);
G = IG+(1-deltag)*G(-1);
I = Y-C-IG;
```

```

IG = B*0.05*Y;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha1)*(G(-1)^alpha2)*(L^(alpha3-1));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha1-1))*(G(-1)^alpha2)*(L^(alpha3));
log(A) = rho1*log(A(-1))+e;
log(B) = rho2*log(B(-1))+u;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.75;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.25;
G = 1;
IG = 0.05*Y;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
B = 1;
e = 0;
u = 0;
tauc = 0.116;
tauk = 0.225;
taul = 0.344;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento de la condición BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
var u; stderr 0.01;
end;
// Simulación estocástica
stoch_simul(periods=1000);

```


References

- [1] Aaron, H. (1990), Discussing of 'Why is infrastructure important?', en Munnell, A. (Ed.) *Is there a shortfall in public capital investment?*, Federal Reserve Bank of Boston.
- [2] Ai, C. y Cassou, S. (1995), A normative analysis of public capital, *Applied Economics*, 27, 1001-1209.
- [3] Argimón, I, González-Páramo, J.M., Martín, M.J. y Roldán, J.M. (1994), Productividad e infraestructuras en la economía española, *Moneda y Crédito*, 198, 207-252.
- [4] Arrow, K.J. y Kurz, M. (1970), *Public Investment, the Rate of Return and Optimal Fiscal Policy*, The Johns Hopkins Press: Baltimore.
- [5] Aschauer, D. (1989a), Is public expenditure productive? *Journal of Monetary Economics*, 23, 177-200.
- [6] Bajo, O. (2000), A further generalization of the Solow model: the role of the public sector, *Economics Letters*, 68, 79-84.
- [7] Bajo, O. y Sosvilla. S. (1993), Does public capital affect private sector performance? An analysis of the Spanish case, *Economic Modelling*, 10, 179-186.

- [8] Barro, R. (1990), Government spending in a simple model of endogenous growth, *Journal of Political Economy*, 98, 103-125.
- [9] Barro, R. y Sala-i-Martin (1992), Public Finance in models of economic growth, *Review of Economic Studies*, 59, 645-661.
- [10] Batina, R. (1998), On the long run effects of public capital and disaggregated public capital on aggregate output, *International Tax and Public Finance*, 5, 263-281.
- [11] Batina, R. (1999), On the long run effects of public capital on aggregate output: estimation and sensitivity analysis, *Empirical Economics*, 24, 711-717.
- [12] Boscó, J., García, J. y Taguas, D. (2005), La fiscalidad en la OCDE: 1965-2001, *Documento de trabajo Ministerio de Economía y Hacienda D-2005-06*.
- [13] Cassou, S. y Lansing, K. (1998), Optimal fiscal policy, public capital and the productivity slowdown, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, 911-935.
- [14] Cashin, P. (1995), Government spending, taxes, and economic growth, *International Monetary Fund Staff Papers*, 42, 237-269.
- [15] Clarida, R. (1993), International capital mobility, public investment and economic growth, *NBER Working Paper*, n. 4506.
- [16] Cutanda, A. y Paricio, J. (1994), Infrastructure and regional economic growth: the Spanish case, *Regional Studies*, 28, 69-77.
- [17] De la Fuente, A. (2003), El impacto de los Fondos Estructurales: Convergencia real y cohesión interna, *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 165, 129-148.
- [18] Delgado, M.J. y Alvarez, I. (2004), Capital público y eficiencia productiva: evidencia para la UE-15, *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 168, 27-46.
- [19] Díaz, C. y Martínez, D. (2006), Inversión pública y crecimiento: un panorama, *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 176, 109-140.

- [20] Diewert, W. (1986), The measurement of the economic benefits of infrastructure services, en M. Beckmann y W. Krelle, (eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, n. 278, Berlin-Heidelberg.
- [21] Draper, M. y Herce, J.A. (1994), Infraestructuras y crecimiento: un panorama, *Revista de Economía Aplicada*, 6, 129-168.
- [22] Evans, P. y Karras, G. (1994), Is government capital productive? Evidence from a panel of seven countries, *Journal of Macroeconomics*, 16, 271-279.
- [23] Finn, M. (1993), Is all government capital productive?, *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, 79, 53-80.
- [24] Ford, R. y Poret, P. (1991), Infrastructure and private sector productivity, *OECD Economic Studies*, 17, 63-89.
- [25] García-Milá, T., McGuire, T. y Porter, R. (1996), The effect of public capital in state-level production functions reconsidered, *Review of Economics and Statistics*, 78, 177-180.
- [26] Glomm, G. y Ravikumar, B. (1994), Public investment in infrastructure in a simple growth model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 1173-1187.
- [27] Guo, J. y Lansing, K. (1997), Tax structure and welfare in a model of optimal fiscal policy, *Economic Review Federal Reserve Bank of Cleveland*, 1, 11-23.
- [28] Holtz-Eakin, D. (1994), Public-sector capital and the productivity puzzle, *Review of Economics and Statistics*, 76, 12-21.
- [29] Hulten, C.R. y Schwab, R.M. (1993), Infrastructure spending: where do we go from here?, *National Tax Journal*, 46, 261-273.
- [30] Mas, M., Maudos, J., Pérez, F. y Uriel, E. (1994), Disparidades regionales y convergencia en las Comunidades Autónomas, *Revista de Economía Aplicada*, 4, 129-148.
- [31] Mas, M., Maudos, J., Pérez, F. y Uriel, E. (1996), Infrastructures and productivity in the Spanish regions, *Regional Studies*, 30, 641-649.

- [32] McMillin, W. y Smith, D. (1994), A multivariate time series analysis of the United States aggregate production function, *Empirical Economics*, 19, 659-674.
- [33] Mendoza, E., Razin, A. y Tesar, L. (1994), Effective tax rates in macroeconomics. Cross-country estimated of tax rates on factor incomes and consumption, *Journal of Monetary Economics*, 43, 297-323.
- [34] Munnell, A. (1990a), Why has productivity growth declined?: Productivity and public investment, *New England Economic Review*, January/February, 3-22.
- [35] Munnell, A. (1990b), How does public infrastructure affect regional economic performance?, en A.H. Munnell (ed.). *Is There a Shortfall in Public Capital Investment?*, Federal Reserve Bank of Boston, Conference Series, 34, 60-103.
- [36] Mera, K. (1973), Regional production functions and social overhead capital: An analysis of the Japanese case, *Regional and Urban Economics*, 3, 157-186.
- [37] OECD (2001), *Measuring Productivity: Measurement of aggregate and industry-level productivity growth*, OECD Manual.
- [38] Otto, G. y Voss, G. (1996), Public capital and private sector productivity, *The Economic Record*, 70, 121-132.
- [39] Pestieau, P. (1974), Optimal taxation and discount rate for public investment in a growth setting, *Journal of Public Economics*, 3, 217-235.
- [40] Ratner, J. (1983), Government capital and the production function for U.S. private output, *Economics Letters*, 13, 213-217.
- [41] Romp, W. y de Haan, J. (2007), Public capital and economic growth: A critical survey, *Perspektien der Wirtschaftspolitik*, 8 (Special Issue), 6-52.
- [42] Sturm, J.E., Kuper, G.H. y de Haan, J. (1997), Modelling government investment and economic growth on a macro level: a review, en Brakman, S. and van Ees, H., (Eds.) *Market Behaviour and Macroeconomic Modelling*, MacMillan, London.

- [43] Tatom, J. (1991), Public capital and private sector performance, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 73, 3-15.
- [44] Torres, J.L. (2009): Capital público y crecimiento económico en España 1980-2004. *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 188(1), 31-53.
- [45] Voss, G. (2002), Public and private investment in the United States and Canada, *Economic Modelling*, 19, 641-664.
- [46] Weitzman, M. (1970), Optimal growth with scale economies in the creation of overhead capital, *Review of Economic Studies*, 37, 556-570.

Tema 10

Trabajo doméstico

10.1 Introducción

En los temas anteriores hemos dividido el tiempo discrecional disponible por parte de los individuos en dos partes: tiempo dedicado a trabajar y tiempo dedicado al ocio. Sin embargo, en la realidad, tenemos que considerar la existencia de determinadas actividades dentro del hogar que no pueden ser consideradas como ocio. Así, dedicamos tiempo a hacer la comida, a lavar y planchar la ropa, a barrer el suelo, a fregar los platos, a cuidar de los hijos, etc., actividades a las que no podemos considerar como tiempo de ocio. Por tanto, el tiempo discrecional, que es el tiempo total (24 horas diarias) menos el tiempo dedicado a dormir y el tiempo dedicado al cuidado personal (que habitualmente suponemos son 8 horas diarias), ahora lo dividiríamos en tres partes: tiempo dedicado a trabajar, tiempo dedicado a realizar tareas del hogar y tiempo de ocio.

En este contexto el individuo tiene que tomar una decisión adicional a las anteriores: cuánto tiempo dedicar a producir bienes del hogar, que afectan positivamente a su utilidad. Suponemos que los bienes del hogar no son sustitutivos perfectos de los bienes y servicios de mercado. Por tanto, estaríamos representando una

economía con dos sectores productivos: el sector de bienes y servicios de mercado y el sector de bienes domésticos.

Con objeto de estudiar las implicaciones que tiene el trabajo doméstico en el resto de variables macroeconómicas, en este tema vamos a introducir este tiempo que no es de ocio ni de trabajo en el modelo estándar. El modelo que vamos a presentar en este capítulo parte de los desarrollos realizados por Benhabid, Rogerson y Wright (1991) y McGrattan, Rogerson y Wright (1997). Los resultados obtenidos indican que la introducción del sector doméstico aumenta en poder explicativo del modelo respecto a la dinámica cíclica de las principales variables macroeconómicas, siendo clave la sustitución de trabajo de mercado por trabajo doméstico. De este modo, ante un aumento en el salario, los agentes pueden aumentar el número de horas trabajadas en el mercado sin disminuir el tiempo dedicado al ocio, a través de una reducción del tiempo que dedican a las tareas del hogar. Este efecto sustitución tiene importantes consecuencias sobre los efectos de una determinada perturbación.

La estructura de este tema es como sigue. La segunda sección analiza el concepto de trabajo doméstico y las implicaciones económicas asociadas al mismo. En la tercera sección presentamos el modelo en el cual se introducen los bienes relacionados con las tareas del hogar. La definición de las ecuaciones del modelo y la calibración del mismo aparece en la sección cuarta. La sección quinta muestra los efectos de distintas perturbaciones sobre la productividad total de los dos sectores productivos. La sección sexta finaliza con algunas conclusiones.

10.2 El trabajo doméstico

El trabajo pionero de Becker (1965) sobre la teoría de la asignación del tiempo pone en evidencia que desde el punto de vista teórico es posible seguir avanzando a partir de la división tradicional entre ocio y trabajo. En efecto, su trabajo supone una extensión de la decisión tradicional de determinación de la oferta de trabajo y la demanda de ocio en términos de la distribución óptima del tiempo. En este contexto, Gronau (1977) extiende el análisis realizado por Becker, introduciendo la producción de tareas del hogar, entre las que se consideran aquellas actividades realizadas para atender a otros miembros de la familia y para el mantenimiento del hogar.

En su modelo, el tiempo de los individuos puede dedicarse a tres actividades: trabajo en el mercado, producción de bienes domésticos y ocio, con el objeto de estudiar el impacto de las actividades en el hogar sobre la actividad general de la economía.

Siguiendo a Reid (1934), definimos la producción doméstica como "aquellas actividades no remuneradas que son realizadas por los miembros de una familia, las cuales pueden ser reemplazadas por bienes de mercado o por servicios pagados en el caso que existan ingresos, condiciones de mercado e inclinaciones personales que permitan que esos servicios sean delegados en alguien ajeno a la familia". Estas actividades no están incluidas en el cómputo de la actividad económica general, dado que se refieren a actividades que no se comercian en el mercado y, por tanto, no tienen precios de mercado. Eisner (1998) estima que la producción dentro del hogar está en torno al 20-50% del total del producto interior bruto de una economía como Estados Unidos. Sin embargo, estas actividades sí están incluidas en el cómputo de la actividad global cuando se compran en el mercado. En definitiva y como ponen de manifiesto Benhabid, Rogerson y Wright (1990), el sector de servicios del hogar es muy importante, tanto en términos de inputs como de output. Estos autores apuntan a que en torno del 33% del tiempo disponible de una familia está dedicado a trabajo de mercado mientras que en torno al 28% corresponde a actividades del hogar.

Ramey (2008) realiza una estimación sobre el tiempo dedicado a actividades domésticas a lo largo del siglo XX, obteniendo que dicho tiempo ha permanecido aproximadamente constante a lo largo de este tiempo, aunque con cambios significativos por sexo. Mokyr (2000) también muestra el mismo resultado, incluso en la época en la cual se produce una gran difusión de innovaciones aplicadas al hogar, lo que se conoce como la "Parajadora de Cowan". En este sentido, Cowan (1983) argumenta que mientras las innovaciones tecnológicas han reducido enormemente el tiempo dedicado a la limpieza en el hogar, no han disminuido el tiempo total dedicado a tareas del hogar. Por su parte, Greenwood, Seshadri y Yorukoglu (2005) obtienen resultados distintos, mostrando que la difusión de las tecnologías aplicadas al hogar han llevado a una disminución del tiempo dedicado a tareas del hogar. Sin embargo, Jones, Manuelli y McGrattan (2003) muestran que los resultados anteriores únicamente pueden producirse

si la elasticidad de sustitución entre trabajo y capital en la función de producción del hogar es lo suficientemente elevada.

El tiempo dedicado a la realización de tareas del hogar puede tener importantes implicaciones sobre el resto de variables macroeconómicas. Así, por ejemplo, Benhabid *et al.* (1990a) y Ríos-Rull (1990) muestran que los individuos que están trabajando dedican mucho menos tiempo a las tareas del hogar que aquellos individuos que están desempleados. De forma adicional, también muestran que los individuos que están trabajando a mayores salarios tienden a sustituir la autoproducción de bienes del hogar por servicios domésticos de mercado, es decir, los bienes del hogar no son producidos por ellos mismos, sino que son subcontratados, lo que en la práctica equivale a una compra de este tiempo adicional no destinado ni al trabajo ni al ocio. Tal y como sugieren Benhabid *et al.* (1991) este resultado implica la existencia de un alto grado de sustituibilidad entre trabajo en el hogar y servicios domésticos de mercado, lo que podría dar lugar a que la producción de bienes en el hogar sea un elemento de gran importancia a la hora de explicar el comportamiento de la actividad agregada de la economía.

Desde un punto de vista teórico, algunos autores han extendido el esquema básico de análisis propuesto por Gronau (1977) a un contexto macroeconómico, estudiando las implicaciones que tienen las actividades productivas dentro del hogar en un modelo EGDE. Por ejemplo, Benhabid, Rogerson y Wright (1991), Greenwood y Hercowitz (1991) y McGrattan, Rogerson y Wright (1997) muestran que los modelos de ciclo real en los cuales se incluye un sector específico para la producción de bienes del hogar explica mejor el comportamiento de la economía que el modelo estándar sin sector doméstico. Sin embargo, tal y como apuntan McGrattan *et al.* (1997), la mejora explicativa del modelo depende de algunos parámetros fundamentales, incluyendo la elasticidad de sustitución entre las variables de mercado y las variables domésticas tanto en la función de utilidad como en la función de producción, así como de las propiedades estadísticas de las tecnologías que se aplican en cada uno de los dos sectores de producción.

Benhabid *et al.* (1991) son los primeros en desarrollar un modelo de equilibrio general en el cual se incluyen los bienes domésticos, comparando los resultados con el modelo estándar y mostrando

que el poder explicativo del modelo sobre determinados fenómenos mejora de forma significativa.

McGrattan *et al.* (1997) desarrollan un EGDE con producción de bienes domésticos, pero considerando también la existencia de consumo público, financiado a través de impuestos sobre las rentas del trabajo y del capital, mostrando que los efectos derivados de variaciones en los impuestos son diferentes a los que se obtendrían en un modelo sin producción de bienes domésticos. Esta diferente respuesta se debe a que los individuos pueden responder a la variación de impuestos sustituyendo actividades de mercado por actividades domésticas no de mercado.

Existen diferentes análisis en los cuales también se ha considerado la existencia de las tareas del hogar, principalmente con objeto de estudiar sus implicaciones sobre las fluctuaciones cíclicas. En general estos trabajos encuentran que la introducción del sector de bienes domésticos en el modelo aumenta el poder explicativo del mismo respecto a la versión estándar sin sector doméstico, tal y como hemos apuntado anteriormente. Esto se debe a que la inclusión de un sector de bienes domésticos introduce en el modelo mecanismos adicionales de transmisión de distintas perturbaciones que parece se producen en el comportamiento observado de las economías. Así, el mercado de bienes doméstico introduce la posibilidad de que los individuos sustituyan horas dedicadas a labores domésticas por horas de trabajo en el mercado dependiendo del salario.

En la literatura encontramos una variedad de trabajos que introducen el sector de bienes domésticos en un modelo EGDE para analizar sus implicaciones respecto a una gran variedad de temas. Por ejemplo, Schmitt-Grohe y Uribe (1997) utilizan un modelo con producción de bienes domésticos para estudiar los efectos de reglas de presupuesto equilibrado. Canova y Uribe (1998) desarrollan una versión de dos países del modelo para estudiar las fluctuaciones cíclicas a nivel internacional. Perli (1998) analiza en este contexto los efectos de rendimientos crecientes sobre las fluctuaciones cíclicas. Finalmente, Baxter y Jermann (1999) usan un modelo con bienes domésticos para estudiar el exceso de volatilidad del consumo respecto a la renta corriente. Tal y como hemos comentado anteriormente, uno de los problemas asociados al modelo es la existencia de desviaciones respecto a la teoría del ciclo vital.

Una de estas desviaciones es la existencia de exceso de sensibilidad del consumo respecto a cambios anticipados en la renta.

10.3 El modelo

El modelo que vamos a desarrollar considera que el tipo discrecional¹ se descompone en tres elementos: tiempo dedicado a trabajar, tiempo dedicado al ocio y tiempo dedicado a la realización de tareas del hogar. Esta división del tiempo discrecional ha sido introducida en modelos de equilibrio general por Benhabid *et al.* (1991), Greenwood y Hercowitz (1991) y McGrattan *et al.* (1997), entre otros. El tiempo dedicado a la realización de tareas del hogar se refiere básicamente a la preparación de comidas, cuidado de los hijos, labores de limpieza, etc. El modelo tiene ahora dos tipos de bienes, bienes de mercado y bienes del hogar, que no son homogéneos y los bienes de hogar sólo puede ser consumidos por los propios individuos que los producen.

10.3.1 Los consumidores

Consideramos una economía donde las decisiones de los consumidores vienen determinadas por un agente representativo que tiene la siguiente función de utilidad instantánea general:

$$U(C_t, O_t) \quad (10.1)$$

donde C_t define el consumo total y O_t es el tiempo dedicado a ocio. El consumo total suponemos que está compuesto de consumo de bienes y servicios producidos en el mercado y de consumo de bienes domésticos producidos por el propio individuo. Adicionalmente, suponemos que ambos bienes no tienen una elasticidad de sustitución unitaria, por lo que utilizamos una función del tipo CES para agregar. Por tanto, el consumo total del individuo viene dado por:

$$C_t = \left[\omega C_{m,t}^\eta + (1 - \omega) C_{h,t}^\eta \right]^{1/\eta} \quad (10.2)$$

¹El tiempo discrecional se define como el tiempo total (24 horas al día) menos el tiempo dedicado a dormir y al aseo personal.

donde $C_{m,t}$ representa el consumo de bienes y servicios, $C_{hm,t}$ es el consumo de actividades domésticas y donde η es el parámetro que determina el deseo de los agentes de sustituir un bien por otro ante variaciones en los precios relativos, siendo ω la proporción que representa cada uno de estos bienes en el consumo total del individuo.

El parámetro η resulta de gran importancia en este contexto, dado que va a ser fundamental a la hora de determinar la relación entre actividades de mercado y actividades domésticas. Así, la elasticidad de sustitución entre consumo de bienes de mercado y consumo de bienes domésticos se define como $1/(1 - \eta)$. Por tanto, el parámetro η mide la disposición de los agentes a sustituir un bien por otro. Así, si η es igual a 1, entonces ambos bienes serían sustitutos perfectos y el consumo total simplemente sería la suma del consumo de bienes de mercado y de bienes domésticos. Si por el contrario $\eta = 0$, entonces el consumo total sería una función del tipo Cobb-Douglas y la elasticidad de sustitución entre ambos bienes sería unitaria.

Por tanto, la utilidad instantánea del individuo la podemos definir como:

$$U(C_{m,t}, C_{h,t}, O_t) \quad (10.3)$$

Por su parte, la dotación total de tiempo se divide en tres actividades: tiempo dedicado al trabajo, $L_{m,t}$, tiempo dedicado a la realización de actividades domésticas, $L_{h,t}$, y ocio que viene definido por $1 - L_{m,t} - L_{h,t}$. De este modo, el tiempo total no dedicado a tareas de ocio lo definimos como la suma del tiempo dedicado a trabajar más el número de horas dedicadas a las actividades domésticas:

$$L_t = L_{m,t} + L_{h,t} \quad (10.4)$$

Por tanto, la función de utilidad del individuo la definimos como:

$$U(C_{m,t}, C_{h,t}, L_{m,t}, L_{h,t}) \quad (10.5)$$

La restricción presupuestaria de mercado para el consumidor representativo vendría dada por:

$$C_{m,t} + I_t = W_t L_{m,t} + R_t K_t \quad (10.6)$$

donde suponemos que el ahorro únicamente es posible en el sector de mercado, no existiendo ahorro en el sector doméstico, ya que todos los bienes domésticos se consumen.

El stock de capital se mueve de acuerdo con:

$$K_{t+1} = (1 - \delta_K) K_t + I_t \quad (10.7)$$

donde δ es la tasa de depreciación del capital y donde I_t es la inversión bruta. Sustituyendo la ecuación de acumulación de capital en la restricción presupuestaria del individuo obtenemos:

$$C_{m,t} + K_{t+1} = W_t L_{m,t} + (R_t + 1 - \delta) K_t \quad (10.8)$$

donde $C_{m,t}$ es el consumo de bienes de mercado, K_t es el stock de capital privado, W_t es la compensación del mercado a los trabajadores y R_t es el tipo de interés real.

La función de utilidad a maximizar por los consumidores tiene la siguiente forma:

$$U(C_{m,t}, C_{h,t}, L_{m,t}, L_{h,t}) = \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_{m,t} - L_{h,t}) \quad (10.9)$$

El problema al que se enfrenta el consumidor consiste en seleccionar trayectorias de $\{C_{m,t}, C_{h,t}, L_{m,t}, L_{h,t}, I_t\}$ que maximizen el valor de su utilidad a lo largo de su ciclo vital:

$$\begin{aligned} \underset{\{C_t, L_{m,t}, L_{h,t}, I_t\}_t^\infty}{Max} \mathcal{L} &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_{m,t} - L_{h,t})] \\ &\quad (10.10) \end{aligned}$$

sujeito a las restricciones dadas por la restricción presupuestaria del individuo y por la función de producción de bienes domésticos dado el stock de capital inicial K_0 y donde $\beta \in (0, 1)$, es el factor de descuento del consumidor.

10.3.2 El mercado de bienes

Tal y como hemos indicado anteriormente, consideramos la existencia de un modelo con dos sectores: el sector del bien de consumo y el sector de bienes del hogar. El problema para la empresa en el sector de bienes de consumo es encontrar los valores óptimos de utilización de los factores productivos tal que maximice beneficios. Suponemos que la función de producción en el mercado de bienes está representada por una función del tipo Cobb-Douglas. La producción de los bienes y servicios de mercado, Y_t , requiere el uso de los servicios del trabajo, $L_{m,t}$, y de los servicios del capital, K_t . Suponemos que

todo el capital se utiliza en la producción de bienes de mercados. La tecnología viene dada por:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_{m,t}^{1-\alpha} \quad (10.11)$$

donde A_t mide la productividad total de los factores y α es la proporción de rentas del capital sobre la producción total.

La decisión de la empresa consiste en la maximización de la función de beneficios, definida por:

$$\max_{K_t, L_t} [A_t K_t^\alpha L_{m,t}^{1-\alpha} - R_t K_t - W_t L_{m,t}] \quad (10.12)$$

Las condiciones de primer orden asociadas al problema anterior son:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t - \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_{m,t}^{1-\alpha} = 0 \quad (10.13)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t - (1 - \alpha) A_t K_t^\alpha L_{m,t}^{-\alpha} = 0 \quad (10.14)$$

De las ecuaciones anteriores, obtenemos las siguientes definiciones en términos de la retribución a cada uno de los factores productivos:

$$\begin{aligned} R_t K_t &= \alpha Y_t \\ W_t L_{m,t} &= (1 - \alpha) Y_t \end{aligned}$$

Nótese que en esta definición, el nivel de producción de la economía es el estándar, es decir, únicamente tiene en cuenta las actividades de producción de bienes y servicios de mercado, sin incluir los bienes producidos por los individuos en sus hogares.

10.3.3 El sector de bienes del hogar

La función de producción de bienes del hogar vendría dada por:

$$C_{h,t} = B_t L_{h,t}^\theta \quad (10.15)$$

esto es, consideramos que la producción de bienes del hogar es intensiva en trabajo.² Estos bienes domésticos tienen que ser

²En la función de producción que usamos para los bienes del hogar, no incluimos el capital como un factor productivo adicional, como sí ocurre en los modelos de Benhabid *et al.* (1991) y McGrattan *et al.* (1997). Véase Greenwood *et al.* (2005) para un análisis de las implicaciones de cambio tecnológico específico a la inversión en el caso del capital usado para la producción de bienes domésticos.

consumidos por el propio individuo que los produce y no pueden ser vendidos en el mercado. B_t mide la productividad asociada a la producción de bienes del hogar.

El modelo desarrollado por McGrattan *et al.* (1997) utiliza una función de producción de bienes del hogar del tipo CES, donde también se introduce el capital como factor productivo adicional a las horas. Así, en este caso, el individuo decide cuánto ahorra y qué proporción de capital destina a la producción de mercado y la proporción que destina a la producción de bienes domésticos.

10.3.4 El problema del consumidor

El langrangiano asociado al problema del consumidor viene definido por:

$$\underset{\{C_t, L_{m,t}, L_{h,t}, I_t\}_t^\infty}{Max} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log [\omega C_{m,t}^\eta + (1-\omega) C_{h,t}^\eta]^{1/\eta} \\ + (1-\gamma) \log(1 - L_{m,t} - L_{h,t}) \\ - \lambda_t \left[\begin{array}{l} C_{m,t} + K_{t+1} - W_t L_{m,t} \\ -(R_t + 1 - \delta) K_t \end{array} \right] \\ - \zeta [C_{h,t} - B_t L_{h,t}^\theta] \end{array} \right\}$$

Las condiciones de primer orden del anterior problema de maximización son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{m,t}} : \frac{\gamma \omega C_{m,t}^{\eta-1}}{[\omega C_{m,t}^\eta + (1-\omega) C_{h,t}^\eta]} - \lambda_t = 0 \quad (10.16)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{h,t}} : \frac{\gamma(1-\omega) C_{h,t}^{\eta-1}}{[\omega C_{m,t}^\eta + (1-\omega) C_{h,t}^\eta]} - \zeta_t = 0 \quad (10.17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{m,t}} : \frac{(1-\gamma)}{\bar{H} - L_{m,t} - L_{h,t}} - \lambda_t W_t = 0 \quad (10.18)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{h,t}} : \frac{(1-\gamma)}{\bar{H} - L_{m,t} - L_{h,t}} - \zeta_t \theta B_t L_{h,t}^{\theta-1} = 0 \quad (10.19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} : \beta^t [\lambda_t (R_t + 1 - \delta)] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (10.20)$$

A partir de la condición de primer orden (10.16) obtenemos que el precio sombra del consumo de bienes de mercado viene dado por:

$$\lambda_t = \frac{\gamma \omega C_{m,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega) C_{h,t}^{\eta} \right]}$$

es decir, ahora depende también de la cantidad consumida de bienes domésticos. Por su parte, el parámetro de Lagrange asociado a la producción de bienes domésticos, obtenido a partir de la condición de primer orden (10.17) es:

$$\zeta_t = \frac{\gamma(1-\omega) C_{h,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega) C_{h,t}^{\eta} \right]}$$

que indica el precio sombra asociado al consumo de bienes domésticos y que también depende del consumo de bienes de mercado.

Combinando la expresión (10.16) con la expresión (10.18) obtenemos que la condición de equilibrio para la oferta de trabajo es:

$$\frac{(1-\gamma)}{\bar{H} - L_{m,t} - L_{h,t}} = \frac{\gamma \omega C_{m,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega) C_{h,t}^{\eta} \right]} W_t \quad (10.21)$$

Por su parte, combinando la expresión (10.16) con la expresión (10.20), obtenemos la expresión que determina las decisiones de inversión del individuo:

$$\beta \frac{\gamma \omega C_{m,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega) C_{h,t}^{\eta} \right]} (R_t + 1 - \delta) = \frac{\gamma \omega C_{m,t-1}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t-1}^{\eta} + (1-\omega) C_{h,t-1}^{\eta} \right]} \quad (10.22)$$

Finalmente, combinando las condiciones de primer orden (10.17) y (10.19) obtenemos la expresión que determina la cantidad de tiempo que el individuo va a destinar a la producción de tareas del hogar:

$$\frac{(1-\gamma)}{\bar{H} - L_{m,t} - L_{h,t}} = \frac{\gamma(1-\omega) C_{h,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega) C_{h,t}^{\eta} \right]} \theta B L_{h,t}^{\theta-1}$$

10.3.5 Equilibrio del modelo

En el modelo desarrollo los agentes tienen que decidir qué proporción de su dotación de tiempo usan para trabajar en el mercado y qué

parte de dicho tiempo dedican a la producción de bienes del hogar. Ambas decisiones de tiempo están interrelacionadas a partir del salario ya que éste determina en qué medida los agentes sustituyen trabajo en el hogar por trabajo en el mercado y por ocio.

Dadas las condiciones de primer orden para la empresa y para el consumidor, el equilibrio del modelo vendría dado por una ecuación estática que determina la asignación de tiempo:

$$\frac{\gamma(1-\omega)C_{h,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t}^{\eta}\right]} \theta B L_{h,t}^{\theta-1} = \frac{\gamma\omega C_{m,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t}^{\eta}\right]} (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} L_{m,t}^{-\alpha} \quad (10.23)$$

y una ecuación dinámica que determina la senda óptima del consumo:

$$\beta(\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_{m,t}^{1-\alpha} + 1 - \delta) = \frac{C_{m,t-1}^{\eta-1} \left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t}^{\eta}\right]}{C_{m,t}^{\eta-1} \left[\omega C_{m,t-1}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t-1}^{\eta}\right]} \quad (10.24)$$

10.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de once ecuaciones que representan el comportamiento de las ocho variables endógenas, Y_t , $C_{m,t}$, $C_{h,t}$, I_t , K_t , $L_{m,t}$, $L_{h,t}$, R_t , W_t y dos variables exógenas, A_t y B_t , que las endogeneizamos a través de la definición de un proceso estocástico para cada una. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{(1-\gamma)}{\bar{H} - L_{m,t} - L_{h,t}} = \frac{\gamma\omega C_{m,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t}^{\eta}\right]} W_t \quad (10.25)$$

$$\beta \frac{\gamma\omega C_{m,t+1}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t+1}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t+1}^{\eta}\right]} (R_{t+1} + 1 - \delta) = \frac{\gamma\omega C_{m,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t}^{\eta}\right]} \quad (10.26)$$

$$\frac{(1-\gamma)}{\bar{H} - L_{m,t} - L_{h,t}} = \frac{\gamma(1-\omega)C_{h,t}^{\eta-1}}{\left[\omega C_{m,t}^{\eta} + (1-\omega)C_{h,t}^{\eta}\right]} \theta B L_{h,t}^{\theta-1} \quad (10.27)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (10.28)$$

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_{m,t}^{1-\alpha} \quad (10.29)$$

$$C_{h,t} = B_t L_{h,t}^{\theta} \quad (10.30)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \quad (10.31)$$

$$W_t = (1-\alpha)A_t K_t^{\alpha} L_{m,t}^{-\alpha} \quad (10.32)$$

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_{m,t}^{1-\alpha} \quad (10.33)$$

$$\ln A_t = (1-\rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t^A \quad (10.34)$$

$$\ln B_t = (1-\rho_B) \ln \bar{B} + \rho_B \ln B_{t-1} + \varepsilon_t^B \quad (10.35)$$

Tal y como podemos observar, hemos supuesto que la perturbación asociada a la producción de bienes del hogar, sigue un proceso autorregresivo de primer orden, similar al proceso estocástico de la productividad total de los factores.

Para calibrar nuestro modelo, necesitamos determinar el valor de los siguientes parámetros:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, \omega, \theta, \rho_A, \sigma_A, \rho_B, \sigma_B\}$$

El modelo contiene 5 parámetros nuevos para los cuales tenemos que definir un valor. Para los restantes parámetros seleccionamos los mismos valores que hemos utilizado anteriormente. La tabla 10.1 muestra los valores calibrados de los parámetros que utilizaremos para simular el modelo. En principio, no se dispone de información sobre los parámetros de preferencias y tecnológicos que afectan a la producción y consumo de los bienes domésticos. En este sentido

Rupert, Rogerson y Wright (1995) usan microdatos para intentar determinar estos parámetros.

Benhabid *et al.* (1991) usan un valor de $\eta = 0,8$. Por su parte McGrattan *et al.* (1997) estiman valores de $\omega = 0,414$ y $\eta = 0,429$. En nuestro caso vamos a suponer que $\eta = 0,8$. Tampoco disponemos de información sobre el parámetro tecnológico asociado a la producción de bienes domésticos. McGrattan *et al.* (1997), utilizan una función de producción de bienes domésticos donde no sólo se usan horas de trabajo sino también capital, por lo que sus parámetros no son directamente aplicables a nuestro modelo. En nuestro caso hemos supuesto que $\theta = 0,8$, evidenciado la existencia de rendimientos decrecientes. Finalmente suponemos que los parámetros del proceso autorregresivo de la productividad de la producción de bienes domésticos son los mismos que los del proceso de la productividad total de los factores, esto es, suponemos que $\rho_B = 0,95$ y $\sigma_B = 0,01$.

Tabla 10.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico producción bienes	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,450
δ	Parámetro de depreciación	0,060
η	Parámetro de sustitución de bienes	0,800
ω	Proporción de consumo de los bienes	0,400
θ	Parámetro tecnológico producción hogar	0,800
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,001
ρ_B	Parámetro autorregresivo product. hogar	0,950
σ_B	Desviación estándar productividad hogar	0,001

La tabla 10.2 muestra los valores de estado estacionario del modelo, dados los parámetros calibrados anteriormente. Varios aspectos merecen ser destacados. En primer lugar, obtenemos que la proporción de consumo de bienes de mercado sobre la producción de mercado es del 77%, lo que supone una tasa de ahorro en estado estacionario del 23%, mientras que la ratio capital/output se sitúa en 3,8. Estos valores son exactamente los mismos que los que obtendríamos en el modelo sin sector doméstico, por lo que su

inclusión no altera el estado estacionario de la economía en términos del sector de bienes y servicios de mercado. También observamos que el precio de los factores productivos, trabajo y capital, son exactamente los mismo.

En segundo lugar, ahora podemos observar qué proporción de tiempo se destina, en estado estacionario, a trabajo en el mercado y a trabajo en el hogar. Con los parámetros utilizados obtenemos que la proporción de tiempo destinado a trabajo de mercado es de 0,31, mientras que el tiempo dedicado a labores del hogar es de 0,23, siendo el tiempo restante el correspondiente al ocio, que en este caso es muy inferior respecto al modelo estándar. Como era de esperar el tiempo dedicado a trabajo en el hogar es inferior al tiempo dedicado a trabajo en el mercado, pero aún así supone una proporción importante del tiempo total.

Tabla 10.2: Valores de estado estacionario

Variable	Valor	Ratio respecto a \bar{Y}
\bar{Y}	0,64770	1,000
\bar{C}_m	0,49811	0,769
\bar{C}_h	0,31082	-
\bar{I}	0,14958	0,231
\bar{K}	2,49315	3,844
\bar{L}_m	0,31345	-
\bar{L}_h	0,23208	-
\bar{R}	0,09092	-
\bar{W}	1,34312	-
\bar{A}	1,00000	-
\bar{B}	1,00000	-

10.5 Perturbaciones de productividad

Una vez resuelto el modelo a continuación vamos estudiar el efecto de las distintas perturbaciones sobre la dinámica de la economía. En particular, tal y como hemos definido el modelo, hemos contemplado la existencia de dos tipos de perturbaciones: perturbación de productividad en la producción de bienes de mercado y perturbación de productividad en la producción de bienes domésticos.

En primer lugar consideramos una perturbación de productividad agregada en el sector de bienes de mercado. Los resultados aparecen reflejados en la figura 10.1. En términos generales, encontramos que ahora el impacto de la perturbación sobre la economía es superior al que se obtendría en un contexto sin sector de bienes domésticos.

Como podemos observar esta perturbación provoca un efecto de impacto positivo sobre el nivel de producción, tal y como ocurría en la versión estándar. Sin embargo, las consecuencias de esta perturbación son ahora significativamente distintas, generando posteriormente un mayor aumento del nivel de producción. En efecto ahora observamos que los efectos de una perturbación agregada de productividad son más elevados sobre la producción, consecuencia de la consideración del sector de bienes domésticos.

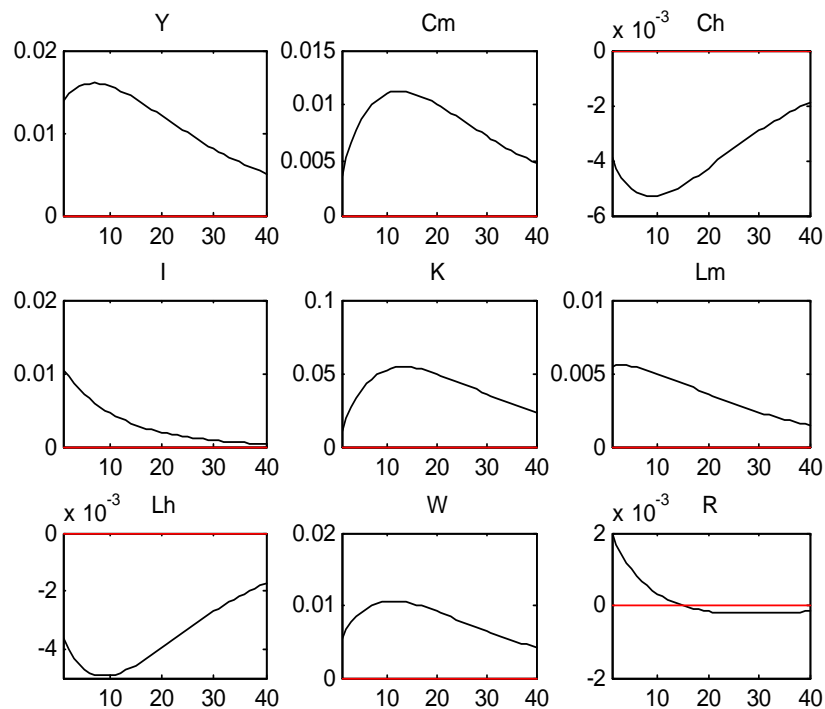


Figura 10.1. Perturbación de productividad en el sector de bienes de mercado

El elemento clave está en el comportamiento del empleo, derivado de las decisiones de tiempo de los agentes. Ahora las horas trabajadas en el mercado aumentan de forma significativa, dado que la perturbación de productividad provoca un aumento de la rentabilidad del trabajo. En este caso se produce un efecto sustitución de horas de trabajo en el mercado por horas de trabajo en el hogar. Así, el agente puede incrementar el número de horas trabajadas en el mercado sin disminuir las horas de ocio.

Obviamente el comportamiento anterior del agente supone que éste está dispuesto a disminuir su consumo de bienes domésticos, ya que destina menos tiempo a producir los mismos. Pero a cambio puede consumir una mayor cantidad de bienes de mercado, sin que apenas disminuya su tiempo de ocio. De hecho, el tiempo que el agente dedica al ocio prácticamente permanece constante, pero a pesar de ello puede consumir una cantidad mayor de bienes.

En resumen, la consideración del sector de bienes domésticos aumenta los efectos de una perturbación de productividad agregada, dado que el agente puede, ante dicha perturbación, aumentar el número de horas trabajadas en el mercado reduciendo el número de horas dedicadas a las tareas del hogar. La amplificación de los efectos de la perturbación dependerán del grado de sustitución entre ambos tiempos de trabajo o, equivalentemente, del grado de sustitución entre bienes de mercado y bienes domésticos.

A continuación, vamos a analizar los efectos de una perturbación positiva de productividad en el sector de bienes domésticos. Los resultados en términos de la dinámica de las variables del modelo aparecen en la figura 10.2, en los cuales podemos apreciar la existencia de un impacto negativo sobre las variables de mercado. Esta perturbación de productividad aumenta la rentabilidad asociada a la producción de bienes domésticos (éstos son más baratos de producir en términos de tiempo), por lo que el agente aumenta las horas destinadas a producción dentro del hogar, lo que a su vez da lugar a un aumento en el consumo de bienes domésticos. Este aumento en las horas dedicadas a la producción de bienes domésticos provoca una disminución de las horas dedicadas a trabajar en el mercado, dejando el ocio prácticamente constante.

De nuevo observamos un efecto sustitución entre horas dedicadas a trabajar en el mercado y horas dedicadas a la producción de bienes domésticos, quedando el tiempo de ocio aislado de las perturbaciones

de productividad que se produzcan en la economía. En este caso, el efecto sustitución va en la dirección contraria, esto es, el individuo reduce el tiempo de trabajo en el mercado para aumentar el tiempo dedicado a tareas del hogar.

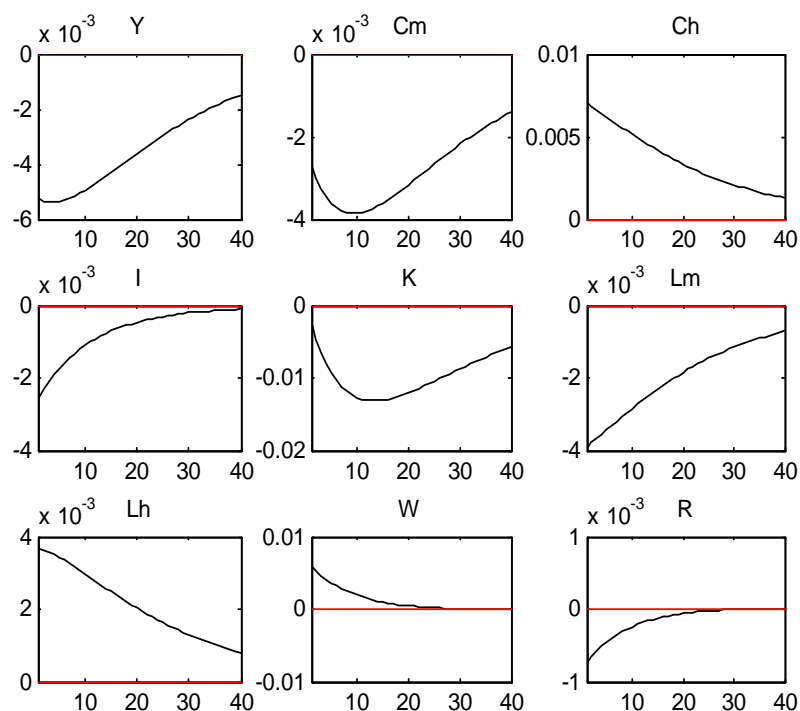


Figura 10.2. Perturbación de productividad en la producción de bienes domésticos

La disminución en el número de horas trabajadas provoca una disminución en el nivel de producción, que a su vez se transforma en una disminución del consumo de bienes de mercado. Un aspecto que resulta interesante es que esta perturbación disminuye la rentabilidad del capital, disminución que viene provocada por la disminución en las horas trabajadas, lo cual da lugar a una respuesta negativa por parte de la inversión, generando a su vez una disminución en el stock de capital, introduciendo otro impacto negativo sobre la producción. Este último mecanismo podría ser incluso más

importante si consideramos que parte del capital se utiliza para la producción de bienes domésticos.

10.6 Conclusiones

En este tema hemos desarrollado un modelo en el cual consideramos que el tiempo está dividido en tres componentes: el ocio, el tiempo de trabajo y el tiempo dedicado a las tareas del hogar. Esto da lugar a un modelo de dos sectores: un sector de bienes de mercado y un sector de bienes domésticos. Los bienes domésticos sólo pueden ser consumidos por el propio agente que los produce y no presentan las mismas características que los bienes de mercado.

Usando el modelo anterior hemos estudiado los efectos de perturbaciones de productividad en cada uno de los sectores considerados. El elemento fundamental que nos encontramos es que ahora los individuos no sólo pueden sustituir trabajo por ocio, sino que también pueden alterar el tiempo que dedican a producir bienes domésticos dentro del hogar. Así, ante una perturbación de productividad que aumenta el salario, los individuos pueden aumentar sus horas trabajadas en el mercado sin tener que alterar su tiempo de ocio, a través de la disminución en el número de horas que dedican a producir bienes domésticos. Este nuevo mecanismo de transmisión hace que, ante una perturbación de productividad agregada de la economía, los efectos generados sean superiores a los del modelo básico sin sector doméstico, debido a que la respuesta de las horas trabajadas es mayor, al reducir los agentes el tiempo dedicado a producir bienes del hogar.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, correspondiente al fichero *model9.mod*, es el siguiente:

```
// Model 9. IEGDE
// Código Dynare
// File: model9.mod
// Modelo con trabajo doméstico
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
```

```

var Y, Cm, Ch, I, K, Lm, Lh, W, R, A, B;
// Definición de variables exógenas
varexo e, u;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, omega, eta, theta,
rho1, rho2;
// Valores de los parámetros
alpha = 0.35;
beta  = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.60;
omega = 0.45;
eta   = 0.80;
theta = 0.8;
rho1  = 0.95;
rho2  = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
gamma*omega*(Cm^(eta-1))/(omega*Cm^eta+(1-omega)*Ch^eta)
    =(1-gamma)/(W*(1-Lm-Lh));
gamma*(1-omega)*(Ch^(eta-1))/(omega*Cm^eta+(1-omega)*Ch^eta)
    =(1-gamma)/(B*(1-Lm-Lh));
((Cm^(eta-1))/(omega*Cm^eta+(1-omega)*Ch^eta))/((Cm(+1)^(eta-1))
    /(omega*Cm(+1)^eta+(1-omega)*Ch(+1)^eta))=beta*(R(+1)+1-delta);
Y = A*(K(-1)^alpha)*(Lm^(1-alpha));
Ch = B*Lh^theta;
K = (Y-Cm)+(1-delta)*K(-1);
I = Y-Cm;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(Lm^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(Lm^(1-alpha));
log(A) = rho1*log(A(-1))+e;
log(B) = rho2*log(B(-1))+u;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
Cm = 0.75;
Ch = 0.2;
Lm = 0.3;

```



```
Lh = 0.1;
K = 3.5;
I = 0.25;
W = (1-alpha)*Y/Lm;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
B = 1;
e = 0;
u = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento condición BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
var u; stderr 0.01;
end;
// Simulación estocástica
stoch_simul(periods=1000);
```


References

- [1] Apps, P. y Rees, R. (1997): Collective labor supply and household production. *Journal of Political Economy*, 105, 178-190.
- [2] Baxter, M. y Jermann, U. (1999): Household production and the excess sensitivity of consumption to current income. *American Economic Review*, 89(4), 902-920.
- [3] Benhabid, J., Rogerson, R. y Wright, R. (1990a): Homework in Macroeconomics I: Basic theory. *Working Paper n. 3344, NBER*.
- [4] Benhabid, J., Rogerson, R. y Wright, R. (1990b): Homework in Macroeconomics II: Aggregate fluctuations. *Working Paper n. 3344, NBER*.
- [5] Benhabid, J., Rogerson, R. y Wright, R. (1991): Homework in Macroeconomics: Household production and aggregate fluctuations. *Journal of Political Economy*, 99(6), 1166-1187.
- [6] Canova, F. y Uribe, A. (1988): International business cycles, financial markets and household production. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, 545-572.

- [7] Campbell, J. y Sydney, L. (2001): Elasticities of substitution in real business cycle models with home production. *Journal of Money, Credit and Banking*, 33(4), 847-875.
- [8] Chiappori, P. (1988): Rational household labor supply. *Econometrica*, 56, 63-90.
- [9] Chiappori, P. (1992): Collective labor supply and welfare. *Journal of Political Economy*, 100, 437-467.
- [10] Cowan, R. (1983): *More work for mother: The ironies of household technology from the open hearth to the microwave*. New York: Basic Books.
- [11] Eichenbaum, M. y Hansen, L. (1990): Estimating models with intertemporal substitution using aggregate time series data. *Journal of Business and Economic Statistics*, 8(1), 53-69.
- [12] Eisner, R. (1988): Extended Accounts for National Income and Product. *Journal of Economic Literature*, 26, 1611-1684.
- [13] Greenwood, J., y Hercowitz, Z. (1991): The allocation of capital and time over the business cycle. *Journal of Political Economy*, 99(6), 1188-1214.
- [14] Greenwood, J., Seshadri, A. y Yorukoglu, M. (2005): Engines of liberation. *Review of Economic Studies*, 72(1), 109-133.
- [15] Greenwood, J., Seshadri, A. y Vandenbroucke, G. (2005): The baby boom and baby bust. *American Economic Review*, 95(1), 183-207.
- [16] Gronau, R. (1997): The theory of home production: The past ten years. *Journal of Labor Economics*, 15(2), 197-205.
- [17] Gronau, R. (2006): Home production and the macro economy: Some lessons from Pollak and Wachter and from transition Russia. *NBER Working Paper* No. W12287.
- [18] Hersch, J. y Stratton, L. (2004): Housework, wages, and the division of housework time for employed spouses. *American Economic Review*, 94(2), 120-125.

- [19] Jones, L., Manuelli, R. y McGrattan, E. (2003): Why are married women working so much? *Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff Report* 317.
- [20] Juster, F. y Stafford F. (1990): The allocation of time: Empirical findings, behavioural models, and problems of measurement. Working Paper.
- [21] McGrattan, E., Rogerson, R. y Wright, R. (1997): An equilibrium model of the business cycle with household production and fiscal policy. *International Economic Review*, 38(2), 267-290.
- [22] Mokyr, J. (2000): Why was there more work for mother? Technological change and the household, 1880-1930. *Journal of Economic History*, 60(1), 1-40.
- [23] Perli, R. (1998): Indeterminacy, home production, and the business cycle: A calibrated analysis. *Journal of Monetary Economics*, 41, 105-125.
- [24] Ramey, V.A. (2008): Time spent in home production in the 20th century: New estimates from old data. *NBER Working Paper* n. 13985.
- [25] Reid, M. (1934): *Economics of household production*. New York: John Wiley & Sons.
- [26] Ríos-Rull, J. (1993): Working in the market, working at home, and the acquisition of skills: A general equilibrium approach. *American Economic Review*, 83(4), 893-907.

Tema 11

Competencia monopolística

11.1 Introducción

En los modelos desarrollados hasta ahora, hemos supuesto la existencia de competencia perfecta, por lo que el precio de mercado fijado era igual al coste marginal de su producción. Esto daba lugar a que los beneficios de las empresas fuesen cero y que el precio de los factores productivos fuese igual a su productividad marginal. Este es el esquema neoclásico tradicional que da lugar al equilibrio general competitivo. En este capítulo vamos a abandonar este supuesto, introduciendo competencia imperfecta en el modelo de equilibrio general, que constituye una pieza fundamental en los modelos de equilibrio general que se vienen desarrollando actualmente en los cuales se incorporan una serie de imperfecciones respecto a los supuestos neoclásicos.

En el modelo que vamos a desarrollar, la consideración de competencia imperfecta no altera la estructura del modelo en relación a los consumidores, pero sí supone un importante cambio respecto a la estructura del sector productivo de la economía. Ahora el análisis se hace más complejo, siendo necesaria la introducción de dos tipos de bienes: un bien final y un bien intermedio, que es diferenciado y el que genera la existencia de un mercado de

competencia monopolística. Por tanto, la competencia imperfecta se produce en el sector de bienes intermedios, bienes que posteriormente se van a agregar para formar el bien final, que se comercializaría ya en un entorno de competencia perfecta.

La estructura final del modelo es prácticamente idéntica al modelo estándar, excepto por el hecho de que ahora los precios de los factores productivos van a depender de la elasticidad de sustitución entre los bienes diferenciados, que refleja el poder de mercado de las empresas para fijar los precios. De este modo, obtenemos que tanto el salario como el tipo de interés real serían inferiores respecto a los que se obtendrían en el modelo estándar. Esto es debido a la existencia de un mark-up en el precio de los bienes sobre su coste marginal de producción. Como consecuencia del menor precio dado a los factores productivos, también va a ser inferior la utilización de los mismos, lo que se va a derivar en un menor nivel de producción. De hecho, estamos abandonando la condición de eficiencia en la asignación de recursos que se deriva de un entorno competitivo.

La estructura de este capítulo es la siguiente. En la sección segunda llevamos a cabo una breve revisión de la literatura que introduce la existencia de competencia monopolística en los modelos de equilibrio general dinámico. La sección tercera presenta un modelo de equilibrio general con competencia monopolística. La sección cuarta muestra las ecuaciones que componen el modelo y la calibración de las mismas. La sección quinta presenta los efectos de una perturbación de productividad. El capítulo finaliza con algunas conclusiones relevantes que pueden extraerse del análisis realizado.

11.2 La competencia monopolística

En el modelo básico de equilibrio general se supone una estructura muy simple para el sector productivo de la economía que parte del supuesto de la existencia de rendimientos constantes a escala. De este modo, se supone la existencia de competencia perfecta, tanto respecto al mercado de factores productivos como respecto al mercado de bienes. En este contexto no existe ningún tipo de poder de mercado que pueda afectar a la determinación de los precios, que por otra parte son perfectamente flexibles, por lo que el precio del bien final coincide con su coste marginal de producción. El resultado final es un equilibrio competitivo en los mercados de

bienes, capitales y trabajo, tal que el precio fijado por los servicios de los factores productivos es igual a su productividad marginal. En este contexto, la asignación de recursos es eficiente, dado que la relación marginal de sustitución de la producción es igual a la relación marginal de transformación.

Sin embargo, la evidencia empírica muestra la existencia de mark-ups en los mercados de bienes y servicios, lo que implica que el precio de estos bienes se está fijando a un nivel superior a su coste de producción. En este sentido, Basu y Fernald (1997) estudian las desviaciones respecto a la competencia perfecta y al supuesto de rendimientos constantes a escala para 34 industrias de Estados Unidos, obteniendo que las diferencias respecto a los rendimientos constantes a escala son muy pequeñas, al igual que las diferencias entre los precios de los bienes y su coste marginal. Hall (1988) constata la existencia de precios superiores a los costes marginales para determinadas industrias de Estados Unidos, derivándose del hecho de que las variaciones observadas en el empleo son menores que las variaciones que experimenta la producción. Este hecho también puede explicar porqué la productividad es procíclica.

La introducción de competencia imperfecta en los modelos de equilibrio general macroeconómicos se hace habitualmente a través de suponer una estructura de competencia monopolística, si bien hay ejemplos de estructuras oligopolísticas como el modelo desarrollado por Rotemberg y Woodford (1992), y constituye un aspecto fundamental de los modelos con precios rígidos. La mayoría de estos desarrollos parten de la especificación propuesta por Dixit y Stiglitz (1997), en la que existe un continuo (o un número discreto) de bienes diferenciados. Esto da lugar a que cada empresa tenga poder de mercado para fijar el precio del bien que produce. Estos bienes diferenciados son posteriormente agregados en un único bien final, que es consumido por los agentes.

La competencia imperfecta es uno de los pilares a partir del cual se construyen los modelos denominados Nuevo Keynesianos. En ese tipo de modelo EGDE se introduce la existencia de poder de mercado para, de esta forma, determinar el nivel de precios, lo que permite la posterior introducción de rigideces nominales. Los modelos Nuevo Keynesianos fueron inicialmente desarrollados por Rotemberg (1982), Mankiw (1985), Svensson (1986) y Blanchard y Kiyotaki (1987), entre otros. Otra característica que muestran los

modelos Nuevo Keynesianos es que el trabajo también es un bien diferenciado entre los consumidores, por lo que estos tienen cierto poder de mercado a la hora de fijar los salarios, lo que a su vez, permite la introducción del modelo de rigideces en la determinación de los salarios.

En términos generales tenemos dos formas de introducir la competencia monopolística en los modelos de equilibrio general macroeconómicos. Podemos suponer, en primer lugar, que las empresas venden directamente cada una de ellas su producto diferenciado a los consumidores y que estos lo agregan en un único bien a través de una función del tipo CES. La segunda opción, consiste en que cada una de las empresas vende su bien a un productor de bien final. En este caso los bienes que produce cada empresa serían un bien intermedio que el productor final usa para producir el bien final a través de una función CES. En cada caso el elemento clave está en considerar la demanda como dada. Lo más estándar en la literatura consiste en suponer que los bienes son intermedios y que se convierten en un bien final por una empresa. Esta va a ser también la opción elegida en el modelo que vamos a desarrollar con posterioridad.

En el caso en que supongamos que la agregación se produce por parte del consumidor, el problema del mismo vendría resuelto en dos etapas. En la primera etapa, el consumidor elegiría el nivel de consumo óptimo, como en un problema de maximización estándar. En la segunda etapa, el consumidor elegiría el nivel de consumo de cada bien diferenciado, a través de la resolución de un problema de minimización de costes.

La alternativa, que es la más utilizada en la práctica, consiste suponer que la agregación se produce en el sector productivo. Así, existiría una empresa agregadora, que determinaría la cantidad de cada bien diferenciado, usando los mismos para producir un bien final compuesto que vende a los consumidores y tomando como dados los precios fijados para los bienes intermedios. Esta empresa desarrollaría su actividad en un contexto competitivo. De nuevo tendríamos un modelo de dos etapas para el sector monopolista. En la primera etapa las empresas determinarían el precio que maximiza beneficios del bien que producen y, por tanto, la cantidad que van a producir. En la segunda etapa las empresas determinarían la cantidad de factores productivos que van a utilizar para producir

la cantidad determinada en la primera etapa, en términos de la minimización de sus costes.

La introducción de competencia monopolística va a dar lugar a que el precio de los bienes sea superior a su coste marginal de producción, por lo que existiría un mark-up que refleja el poder de mercado de las empresas. El resultado que vamos a encontrar es que los precios de los factores productivos son inferiores a los que se obtendrían en una situación competitiva, aunque los factores productivos se comercien en un mercado de competencia perfecta. Por tanto, la competencia monopolística va a crear una situación de ineficiencia respecto al uso de los factores productivos, por lo que también va a dar lugar a una situación ineficiente en términos de la producción total de la economía. De hecho, es a partir de las distorsiones sobre el precio de los factores productivos el mecanismo a través del cual la competencia imperfecta afecta a la economía a nivel agregado.

11.3 El modelo

El modelo con competencia monopolística que vamos a desarrollar mantiene inalterado el bloque correspondiente al consumidor, pero incorpora un análisis más complejo del sector productivo de la economía. La estructura del modelo es la siguiente. Suponemos que se produce un único bien final y un continuo de bienes intermedios, indexados por el subíndice j , donde j se distribuye en el intervalo unidad, $j \in [0, 1]$. El bien final se construye a partir de la agregación de los bienes intermedios, en un entorno perfectamente competitivo y es usado por los consumidores bien para consumir o para invertir. Por el contrario existe competencia monopolística en el mercado de los bienes intermedios. Así, cada bien intermedio es producido por una única empresa, la cual tiene poder de mercado para fijar el precio.

11.3.1 Los consumidores

Consideramos una economía en la que existe un gran número de consumidores, con idénticas preferencias, representadas por la siguiente función de utilidad instantánea:

$$U(C_t, N_t \bar{H} - L_t) = \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \quad (11.1)$$

donde C_t representa al consumo privado en bienes y servicios y el ocio se define como $1 - L_t$, donde el tiempo total disponible se ha normalizado a 1 y, por tanto, el ocio se define como el tiempo total menos la proporción dedicadas a trabajar, L_t . El parámetro γ ($0 < \gamma < 1$) nos indica la proporción de consumo sobre la renta total.

El problema al que se enfrentan las familias consiste en maximizar el valor de su utilidad:

$$Max_{\{C_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t)) \quad (11.2)$$

sujeto a la restricción presupuestaria del consumidor representativo que viene dada por:

$$C_t + I_t = W_t L_t + R_t K_t \quad (11.3)$$

El stock de capital se mueve de acuerdo con:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (11.4)$$

donde δ es la tasa de depreciación del capital y donde I_t es la inversión bruta. Sustituyendo la ecuación de acumulación del capital en la restricción presupuestaria obtenemos:

$$C_t + K_{t+1} = W_t L_t + (R_t + 1 - \delta) K_t \quad (11.5)$$

dado K_0 , el stock de capital inicial y donde $\beta \in (0, 1)$, es el factor de descuento de los consumidores, K_t es el stock de capital privado, W_t es el salario, R_t es el tipo de interés, δ es la tasa de depreciación del capital.

El Lagrangiano correspondiente al problema al que se enfrentan los consumidores, consistente en elegir C_t , L_t , e I_t tal que maximizen su utilidad intertemporal, es el siguiente:

$$\max_{(C_t, L_t, I_t)} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log C_t + (1 - \gamma) \log(1 - L_t) \\ -\lambda_t [C_t + K_{t+1} - W_t L_t - (R_t + 1 - \delta) K_t] \end{array} \right\} \quad (11.6)$$

Las condiciones de primer orden del problema de las familias son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \gamma \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \quad (11.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} : -(1 - \gamma) \frac{1}{1 - L_t} + \lambda_t W_t = 0 \quad (11.8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} : \beta^t \lambda_t [R_t + 1 - \delta] - \lambda_{t-1} \beta^{t-1} = 0 \quad (11.9)$$

donde $\beta^t \lambda_t$ es el multiplicador de Lagrange asignado a la restricción presupuestaria en el momento t . Combinando las ecuaciones (11.7) y (11.8) obtenemos la condición que iguala la desutilidad marginal de una hora adicional de trabajo con la utilidad marginal de los ingresos derivados de dicha hora trabajada:

$$\frac{1}{1 - L_t} = \frac{\gamma}{(1 - \gamma)} \frac{W_t}{C_t} \quad (11.10)$$

Combinando la ecuación (11.7) con la ecuación (11.9) obtenemos la condición de primer orden intertemporal,

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [R_t + 1 - \delta] \quad (11.11)$$

que nos indica cuál es la senda óptima de consumo a lo largo del tiempo.

11.3.2 Las empresas

La diferencia respecto al modelo básico proviene de la estructura productiva de la economía. Ahora vamos a suponer que la estructura del mercado es de competencia monopolística. Así, el sector productivo de la economía va a estar dividido en dos partes: un sector de bienes intermedios y un sector de bienes finales. El sector de bienes intermedios estaría compuesto por un gran número de empresas, cada una de ellas produciendo un bien diferenciado. Ahora las empresas tienen que decidir, qué cantidad de factores productivos van a contratar y cuál es el precio del bien que producen. En el sector de bienes finales tenemos una única empresa que agrega los bienes intermedios en un único bien compuesto que es el que va a ser consumido (o ahorrado) por los agentes. Por otra parte, los mercados de factores productivos siguen siendo competitivos.

Producción del bien final

En primer lugar, vamos a definir el comportamiento del agregador de la producción. El bien final es producido por una empresa que actúa en competencia perfecta. Para ello, la empresa combina un continuo de bienes intermedios y los agrega en un único bien final, usando la tecnología:

$$Y_t = \left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} dj \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}} \quad (11.12)$$

donde $\xi > 1$ es la elasticidad de sustitución entre los bienes diferenciados. A esta forma de agregar los bienes intermedios es a lo que se denomina un agregador Dixit-Stiglitz. Este parámetro va a determinar el margen o mark-up en el mercado de bienes. Podemos suponer que este margen es constante o bien estocástico. Por ejemplo, Smets y Wouters (2002) suponen que este parámetro es estocástico, y que representa una perturbación en la inflación, asumiendo que sigue el proceso $\xi_t = \xi + \nu_t$, donde $\nu_t \sim N(0, \sigma_\nu)$.

El productor del bien final es perfectamente competitivo y maximiza beneficios sujeto a la función de producción (11.12), tomando como dados los precios de los bienes intermedios, $P_{j,t}$, y el precio del bien final, P_t .

Por tanto, el problema de la empresa del bien final sería:

$$\max_{Y_{j,t}} \Pi_t = P_t Y_t - \int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} dj \quad (11.13)$$

Sustituyendo la cantidad del bien final, usando la expresión (11.12), resulta:

$$\max_{Y_{j,t}} \Pi_t = P_t \left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} dj \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}} - \int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} dj \quad (11.14)$$

Las condiciones de primer orden para cada bien intermedio j serían:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial Y_{j,t}} : P_t \frac{\xi}{\xi-1} \left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} dj \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}-1} \frac{\xi-1}{\xi} Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}-1} - P_{j,t} = 0 \quad \forall j$$

y despejando resulta:

$$P_t \left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} dj \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}-1} Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}-1} = P_{j,t} \quad \forall j \quad (11.15)$$

Dividiendo la anterior condición de primer orden para dos tipos de bienes intermedios i y j , e integrando para todos los tipos de bienes intermedios obtenemos:

$$\int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} dj = P_{i,t} Y_{i,t}^{\frac{1}{\xi}} \int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} dj = P_{i,t} Y_{i,t}^{\frac{1}{\xi}} Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} \quad (11.16)$$

Dado que bajo competencia perfecta se cumple la condición de que los beneficios son cero, $\Pi_t = 0$, usando (11.13), resulta que:

$$P_t Y_t = \int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} dj \quad (11.17)$$

Haciendo uso del hecho de que los beneficios son cero y resolviendo en la expresión anterior obtenemos que

$$Y_t = \left(\frac{P_t}{P_{j,t}} \right)^{\xi} Y_{j,t} \quad \forall j$$

La expresión anterior implica que la demanda del bien intermedio j es una función decreciente del precio relativo del mismo y una función creciente de la producción del bien final. El hecho de que supongamos que existe competencia perfecta en el mercado de bienes finales, también nos permite derivar el precio del bien final. Integrando la expresión anterior e imponiendo la función de producción del bien final, obtenemos que la relación entre el precio del bien final y el precio del bien intermedio sería:

$$Y_t = P_t^{\xi} \int_0^1 P_{j,t}^{-\xi} Y_{j,t} dj$$

$$\left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} dj \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}} = P_t^{\xi} \int_0^1 P_{j,t}^{-\xi} Y_{j,t} dj$$

por lo que el nivel de precios del bien final podamos escribirlo como:

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{j,t}^{1-\xi} dj \right]^{\frac{1}{1-\xi}}$$

Producción del bien intermedio

A continuación vamos a describir el comportamiento de las empresas que producen el bien diferenciado. Cada bien intermedio j es producido por una única empresa j con la siguiente función de producción:

$$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} - \Phi$$

donde Φ son los costes fijos, que se supone una constante y cuya justificación es la calibración de la ratio de beneficios. Esta especificación implica que la empresa muestra rendimientos crecientes a escala. Si suponemos que $\Phi = 0$, entonces estaríamos en el caso de rendimientos constantes a escala.

Los productores de bienes intermedios resuelven un problema en dos etapas. En la primera etapa, las empresas determinan el precio óptimo del bien que producen y determinan la cantidad correspondiente en términos de dicho precio. En la segunda etapa, las empresas toman como dados los precios de los factores productivos: salarios, W_t y tipo de interés, R_t , y determinan la cantidad de empleo y capital que van a contratar con el objetivo de minimizar los costes.

Para obtener el comportamiento de las empresas monopolistas, en primer lugar resolvemos la segunda etapa para determinar la cantidad de factores que van a contratar, para posteriormente resolver la primera etapa y determinar el precio del bien diferenciado.

Segunda etapa

La segunda etapa consiste en

$$\min_{L_{j,t}, K_{j,t}} Cost = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} \quad (11.18)$$

sujeta a la siguiente función tecnológica:

$$Y_{j,t} = \begin{cases} A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} - \Phi & \text{si } A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} > \Phi \\ 0 & \text{Resto} \end{cases} \quad (11.19)$$

El lagrangiano correspondiente sería:

$$\min_{L_{j,t}, K_{j,t}} Cost = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \lambda_t \left[Y_{j,t} - A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} + \Phi \right]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial Cost}{\partial L_{j,t}} : W_t - \lambda_t(1 - \alpha)K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} = 0 \quad (11.20)$$

$$\frac{\partial Cost}{\partial K_{j,t}} : R_t - \lambda_t \alpha K_{j,t}^{\alpha-1} L_{j,t}^{1-\alpha} = 0 \quad (11.21)$$

El parámetro de Lagrange asociado a la restricción tecnológica mide el precio sombra de variar el uso de los servicios de capital y trabajo. Por tanto, está representando el coste marginal nominal. Dado que el multiplicador de Lagrange, λ_t , representa el coste marginal, cm_t , de las condiciones de primer orden obtenemos que:

$$W_t = cm_t(1 - \alpha)K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} \quad (11.22)$$

$$R_t = cm_t \alpha K_{j,t}^{\alpha-1} L_{j,t}^{1-\alpha} \quad (11.23)$$

Despejando la cantidad de factores productivos sería:

$$L_{j,t} = cm_t(1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{W_t} \quad (11.24)$$

$$K_{j,t} = cm_t \alpha \frac{Y_{j,t}}{R_t} \quad (11.25)$$

Combinando las expresiones anteriores obtenemos la relación estándar en términos del ratio capital/trabajo, tal que:

$$W_t L_{j,t} = R_t K_{j,t} \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \quad (11.26)$$

Finalmente, sustituyendo ambas soluciones en la función de producción obtenemos:

$$Y_{j,t} = A_t \left(cm_t \alpha \frac{Y_{j,t}}{R_t} \right)^\alpha \left(cm_t(1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{W_t} \right)^{1-\alpha} \quad (11.27)$$

y operando resulta:

$$Y_{j,t} = A_t cm_t \alpha^\alpha (1 - \alpha)^{1-\alpha} R_t^{-\alpha} W_t^{\alpha-1} Y_{j,t} \quad (11.28)$$

expresión a partir de la cual obtenemos que el coste marginal para cada empresa que produce el bien diferenciado viene dado por:

$$cm_t = \frac{1}{A_t} \left(\frac{1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{1}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} R_t^\alpha W_t^{1-\alpha} \quad (11.29)$$

Por tanto, obtenemos que el coste marginal no depende de cada empresa sino que es el mismo para todas las empresas que producen bienes intermedios. Esto es así porque todas las empresas tienen la misma tecnología y las mismas perturbaciones tecnológicas y el precio que tienen que pagar por los factores productivos también es el mismo.

El coste marginal representa el coste, en términos de cada factor productivo de producir una unidad adicional de bien. Esto significa que podemos calcular el coste marginal tanto en términos del factor productivo trabajo como del factor productivo capital. Sustituyendo, dicha ratio en la expresión del coste marginal para, por ejemplo, la rentabilidad del stock de capital tendríamos:

$$cm_t = \frac{1}{A_t} \left(\frac{1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{1}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t L_{j,t}}{K_{j,t}} \right)^\alpha W_t^{1-\alpha}$$

y operando resulta:

$$W_t = cm_t (1-\alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} \quad (11.30)$$

Si volveremos a repetir la misma operación, pero ahora sustituyendo el salario en la expresión de coste marginal, tendríamos:

$$cm_t = \frac{1}{A_t} \left(\frac{1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{1}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{R_t K_{j,t}}{L_{j,t}} \right)^{1-\alpha} R_t^\alpha$$

y operando resulta:

$$R_t = cm_t \alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}} \quad (11.31)$$

Primera etapa

En la primera etapa, la empresa determina el nivel de precios óptimo para el bien que produce. El problema que resuelve la empresa es el siguiente:

$$\max_{P_{j,t}} \Pi_{j,t} = P_{j,t} Y_{j,t} - W_t L_{j,t} - R_t K_{j,t} \quad (11.32)$$

Sustituyendo la función de demanda del bien que produce la empresa, derivada anteriormente del problema de maximización de la empresa agregadora del bien final obtenemos:

$$\max_{P_{j,t}} \Pi_{j,t} = P_{j,t} P_{j,t}^{-\xi} Y_t - W_t L_{j,t} - R_t K_{j,t} \quad (11.33)$$

Por otra parte, dado el precio de los factores productivos obtenido anteriormente al resolver la segunda etapa, a partir de las expresiones (11.30) y (11.31) tenemos que:

$$W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} = cm_t (1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} L_{j,t} + cm_t \alpha \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} L_{j,t} \quad (11.34)$$

por lo que resulta que:

$$W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} = cm_t (1 - \alpha) Y_{j,t} + cm_t \alpha Y_{j,t} = cm_t Y_{j,t} \quad (11.35)$$

Por tanto, bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala (esto es, que el coste medio es igual al coste marginal), el anterior problema de maximización podemos reescribirlo como:

$$\max_{P_{j,t}} \Pi_{j,t} = P_{j,t} P_{j,t}^{-\xi} Y_t - cm_t Y_{j,t} \quad (11.36)$$

o equivalentemente:

$$\max_{P_{j,t}} \Pi_{j,t} = P_{j,t} P_{j,t}^{-\xi} Y_t - cm_t P_{j,t}^{-\xi} Y_t \quad (11.37)$$

Calculando la condición de primer orden del problema anterior resulta:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial P_{j,t}} : (1 - \xi) P_{j,t}^{-\xi} + \xi cm_t P_{j,t}^{-\xi-1} = 0 \quad (11.38)$$

Despejando resulta:

$$(1 - \xi) = -\xi cm_t P_{j,t}^{-1} \quad (11.39)$$

por lo que el precio vendría dado por:

$$P_{j,t} = \frac{\xi}{\xi - 1} cm_t \quad (11.40)$$

donde $\frac{\xi}{\xi-1}$ es el mark-up, es decir la diferencia entre el precio y el coste marginal, que es mayor que 1. Para que exista competencia monopolística se requiere que ξ sea mayor que la unidad. Si $\xi = \infty$, entonces estaríamos en el caso competitivo del modelo estándar.

Si suponemos que todas las empresas son idénticas y normalizamos el precio del bien final a 1, entonces tendríamos que:

$$cm_t = \frac{\xi - 1}{\xi} \quad (11.41)$$

expresión que es inferior a la unidad, dado que $\xi > 1$.

11.3.3 Equilibrio del modelo

El equilibrio del modelo vendría dado por la unión de las condiciones de primer orden de las empresas y las condiciones de primer orden de los consumidores. Combinando los resultados obtenidos anteriormente en términos de las expresiones (11.30), (11.31) y (11.41), llegamos a las dos ecuaciones fundamentales que van a definir este modelo, en términos del precio de los factores productivos trabajo y capital.

$$W_t = (1 - \alpha) \frac{\xi - 1}{\xi} A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} \quad (11.42)$$

$$R_t = \alpha \frac{\xi - 1}{\xi} A_t K_{j,t}^{\alpha-1} L_{j,t}^{1-\alpha} \quad (11.43)$$

Finalmente, dado que todas las empresas son idénticas y contratan la misma ratio capital/producto y trabajo/producto, podemos eliminar el subíndice j de las expresiones anteriores, llegando a las dos nuevas condiciones que caracterizan nuestro modelo:

$$W_t = (1 - \alpha) \frac{\xi - 1}{\xi} A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (11.44)$$

$$R_t = \alpha \frac{\xi - 1}{\xi} A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (11.45)$$

En definitiva, el resultado que obtenemos es exactamente igual al del modelo estándar, excepto por las expresiones anteriores, que

son ligeramente diferentes a las que se obtienen en un entorno competitivo. Una vez determinados los precios de los factores productivos, a partir de las condiciones de primer orden de los consumidores obtenemos que:

$$\frac{C_t}{1 - L_t} = \frac{\gamma}{(1 - \gamma)} (1 - \alpha) \frac{\xi - 1}{\xi} A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (11.46)$$

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta \left[\alpha \frac{\xi - 1}{\xi} A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta \right] \quad (11.47)$$

Estas condiciones junto con la restricción de factibilidad de la economía definen el equilibrio de la economía.

11.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de ocho ecuaciones, que representan el comportamiento de las siete variables endógenas, Y_t , C_t , I_t , K_t , L_t , R_t , W_t y una variable exógena, A_t , que endogeneizamos a través del supuesto de que sigue un determinado proceso estocástico. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{C_t}{1 - L_t} = (1 - \alpha) Y_t / L_t \quad (11.48)$$

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta [\alpha Y_t / K_t + 1 - \delta] \quad (11.49)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (11.50)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (11.51)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (11.52)$$

$$W_t = (1 - \alpha) \frac{\xi - 1}{\xi} \frac{Y_t}{L_t} \quad (11.53)$$

$$R_t = \alpha \frac{\xi - 1}{\xi} \frac{Y_t}{K_t} \quad (11.54)$$

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (11.55)$$

Los parámetros que tenemos que calibrar, seis en total, son los siguientes:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \delta, \gamma, \xi, \rho_A, \sigma_A\}$$

La tabla 11.1 muestra los valores de los parámetros calibrados. El único parámetro adicional que hemos de calibrar respecto al modelo básico es ξ , es decir, la elasticidad de sustitución entre los bienes diferenciados, que refleja el poder de mercado de las empresas que producen bienes intermedios. Esto equivale a dar un valor al mark-up del precio de los bienes que fijan las empresas sobre el coste marginal de producción. En la literatura encontramos una gran variedad de artículos que tienen como objetivo la estimación de dicho mark-up para la economía estadounidense. Por ejemplo, Hall (1988) estima un valor de 1,8, lo que equivandría a una elasticidad de sustitución de $\xi/(\xi - 1) = 1,8$, $\xi = 1,8/0,8 = 2,25$. Rotemberg y Woodford (1992) usan un valor de 1,2 ($\xi = 6$). En términos generales, los valores estimados o calibrados para el mark-up usados en la literatura están en un ratio entre 1,1 y 1,8, lo que equivale a valores de la elasticidad de sustitución entre los bienes diferenciados entre 11 y 2,25. En nuestro caso vamos a usar un valor de 5 para dicha elasticidad de sustitución, lo que equivaldría a un mark-up de 1,25.

Tabla 11.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,400
δ	Tasa de depreciación	0,060
ξ	Elasticidad de sustitución bienes diferenciados	5,000
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,001

La tabla 11.2 muestra los valores de estado estacionario para las variables del modelo. En estado estacionario el nivel de consumo sería aproximadamente un 82% de la producción total, mientras que el ahorro sería del 18%. En cualquier caso, podemos observar que

ahora la producción es de 0,635, valor inferior al que se obtiene si eliminamos la existencia de poder de mercado de las empresas. Este menor nivel de producción es consecuencia de las ineficiencias que genera la competencia monopolística. Respecto al capital, obtenemos que ahora la ratio capital/producto es de 3, por lo que el capital acumulado es muy inferior al que resultaría en un entorno de competencia monopolística. Esto es debido a la menor rentabilidad del capital, lo que reduce el ahorro por parte de los individuos.

Unos efectos similares obtendríamos respecto al otro factor productivo. Como podemos comprobar el salario es inferior bajo competencia monopolista, obteniéndose un valor inferior a la unidad, cuando en el modelo estándar era muy superior. Finalmente, las horas trabajadas también son inferiores a las que se obtendrían en el modelo estándar.

Por tanto, la competencia monopolística, reduce el precio de los factores productivos, en relación a su productividad marginal, lo que resulta en una menor dotación de los mismos. Así, tanto las horas trabajadas como el capital acumulado se ven disminuidos respecto a un entorno competitivo. Esta menor dotación de factores productivos se traduce en un menor nivel de producción.

Tabla 11.2: Valores de estado estacionario

Variable	Valor	Ratio respecto a \bar{Y}
\bar{Y}	0,63595	1,000
\bar{C}	0,51845	0,816
\bar{I}	0,11750	0,184
\bar{K}	1,95834	3,079
\bar{L}	0,34706	-
\bar{R}	0,09092	-
\bar{W}	0,95384	-
\bar{A}	1,00000	-

11.5 Perturbación de productividad

Finalmente, vamos a estudiar los efectos de una perturbación de productividad en un contexto de competencia monopolística. En términos cualitativos los efectos son similares a los que se obtienen en un entorno competitivo, si bien existen importantes diferencias en términos cuantitativos. En general, los efectos de

esta perturbación tiene un menor impacto sobre las variables bajo competencia monopolística que el que tendrían bajo competencia perfecta, ya que entran en juego las ineficiencias provenientes de la competencia imperfecta que reducen los efectos positivos que se derivan del aumento en la productividad agregada de la economía.

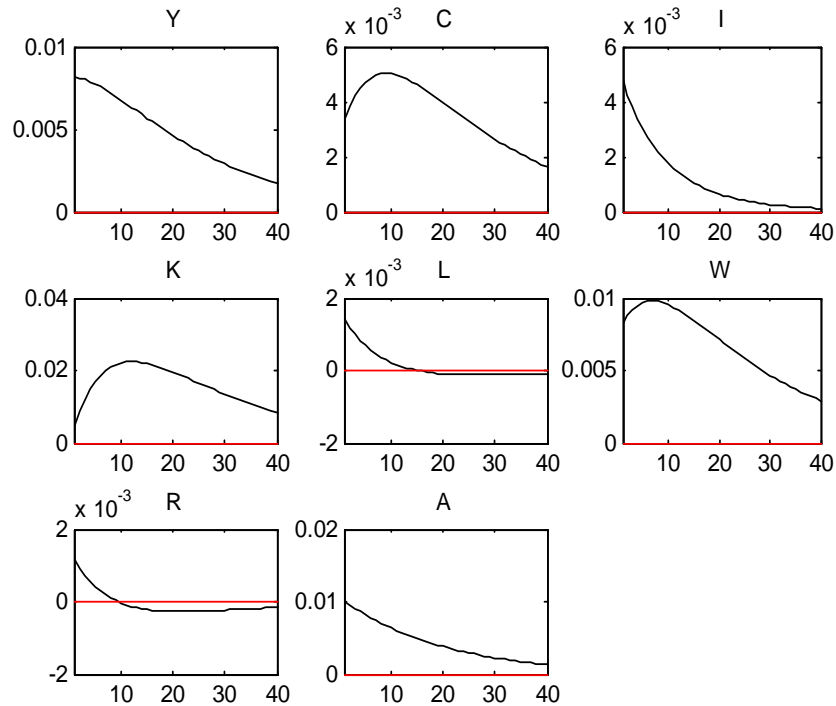


Figura 11.1. Perturbación de productividad bajo competencia monopolística

Tal y como hemos visto anteriormente, la competencia monopolística afecta el precio de los factores productivos, fijando un valor para los mismos inferior a su productividad marginal. Cuanto mayor sea el poder de mercado de las empresas, mayor será el mark-up y, por tanto, mayor será la diferencia entre la productividad marginal de los factores y el precio pagado por los mismos. Esto es consecuencia de que la elasticidad de sustitución entre los bienes diferenciados es estrictamente superior a la unidad. Por tanto, ante

una perturbación que afecte a la productividad marginal de los factores productivos, tanto el salario como el tipo de interés real van a reaccionar en una menor proporción. Como consecuencia de este mecanismo, los agentes propietarios de los factores productivos van a percibir un menor efecto derivado del aumento agregado de la productividad.

La figura 11.1 muestra la respuesta de las variables del modelo ante una perturbación positiva de productividad. En términos generales las respuestas son similares a las que se obtienen en un modelo con competencia perfecta, si bien cuantitativamente resultan diferentes. En este caso, tanto el salario como el tipo de interés real aumentan en una menor proporción debido a que no están reflejando todo el aumento que se produce en la productividad marginal de los factores trabajo y capital, tal y como ocurriría en una situación de competencia perfecta. Esto provoca que los efectos de una perturbación de productividad en la economía se vean mitigados, siendo su efecto menor cuanto mayor sea el poder de mercado de las empresas.

11.6 Conclusiones

En este tema hemos estudiado un modelo en el cual el sector productivo de la economía tiene una estructura de competencia imperfecta. Tal y como hemos visto, este supuesto complica de forma sustancial la estructura y resolución del modelo EGDE.

La competencia imperfecta es uno de los elementos fundamentales de los modelos de equilibrio general actuales, en las cuales se introducen una gran cantidad de rigideces y fallos de mercado. La forma habitual de considerar mercados de competencia imperfecta consiste en suponer una estructura productiva en un marco de competencia monopolística, a partir de la consideración de bienes intermedios que posteriormente son agregados en un bien final que es el consumido por los agentes. En términos generales la transformación de los bienes intermedios en el bien final puede llevarse a cabo por parte del consumidor final o bien por parte de una empresa que agrega bienes intermedios en un único bien final. La forma que se utiliza habitualmente en el desarrollo de este tipo de modelos es la segunda.

El elemento clave resultante es que el precio de los factores productivos es inferior a su productividad marginal, debido a la existencia de un mark-up derivado de la competencia monopolística. Sin embargo, tal y como hemos comprobado, el resto de relaciones de equilibrio del modelo se mantienen invariantes respecto a la versión neoclásica. En cualquier caso, la desviación respecto a un entorno competitivo da lugar a una asignación ineficiente de los factores productivos, lo que se traduce en un menor nivel de producción de equilibrio para la economía. Para estudiar las implicaciones de introducir competencia imperfecta hemos analizado los efectos de una perturbación de productividad agregada. Los resultados a nivel cualitativo son similares a los que se obtienen en un entorno de competencia perfecta, si bien cuantitativamente son diferentes, debido a la existencia de desviaciones del precio de los factores productivos respecto a su productividad marginal.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, que se corresponde con el fichero *model10.mod*, es el siguiente:

```
// Model 10. IEGDS
// Código Dynare
// File: model10.mod
// Competencia monopolística
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, C, I, K, L, W, R, A;
// Definición de variables exógenas
varexo e;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, zhi, rho;
// Valores de los parámetros
alpha = 0.35;
beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
zhi = 5.00;
rho = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
```

```

model;
C=(gamma/(1-gamma))*(1-L)*(1-alpha)*Y/L;
1 = beta*((C/C(+1))*(R(+1)+(1-delta)));
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
K = (Y-C)+(1-delta)*K(-1);
I = Y-C;
W = (1-alpha)*((zhi-1)/zhi)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*((zhi-1)/zhi)*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.8;
L = 0.3;
K = 3.5;
I = 0.2;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento de la condición BK
check;
// Perturbación
shocks;
var e; stderr 0.01;
end;
// Simulación
stoch_simul(periods=1000);

```


References

- [1] Basu, S. y Fernald, J. G. (1997): Returns to Scale in U.S. Production: Estimates and Implications, *Journal of Political Economy*, 105(2), 249-83.
- [2] Blanchard, O. y Kiyotaki, N. (1987): Monopolistic competition and the effects of aggregate demand. *American Economic Review*, 77, 647-666.
- [3] Burriel, P, Fernández-Villaverde, J. y Rubio-Ramírez, J. (2010): MEDEA: a DSGE model for the Spanish economy. *SERIEs*, 1(1), .
- [4] Canzoneri, M., Cumby, R. y Diba, B. (1005): Price and wage inflation targeting: Variations on a theme by Erceg, Henderson and Levin. En Orphanides, A y Reifschneider, D. (eds.), *Models and monetary policy: Research in the Tradition of Dale Henderson, Richard Porter and Peter Tinsley*. Washington, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- [5] Christiano, L. y Eichenbaum, M. (1992): Current real business cycle theories and aggregate labor market fluctuations. *American Economic Review*, 82, 430-450.

- [6] Christiano, L., Eichenbaum, M., y Evans, C. (2005): Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 113, 1-45.
- [7] Christoffel, K., Coenen, G. and Warne, A. (2008). The new area-wide model of the euro area - a micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis, *European Central Bank Working Paper Series* n. 944.
- [8] Dixit, A. y Stiglitz, J. (1977): Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity, *American Economic Review*, 67(3), 297-308.
- [9] Hall, R. (1988): The relation between price and marginal cost in the U.S. industry. *Journal of Political Economy*, 96(5), 921-947.
- [10] Mankiw, N.G. (1985): Small menu costs and large business cycles: A macroeconomic model of monopoly. *Quarterly Journal of Economics*, 100, 529-539.
- [11] Rotemberg, J. (1982): Monopolistic price adjustment and aggregate output. *Review of Economic Studies*, 49, 517-531.
- [12] Rotemberg, J. y Woodford, M. (1992): Oligopolistic pricing and the effects of aggregate demand on economic activity. *Journal of Political Economy*, 100(6), 1153-1207.
- [13] Rotemberg, J. y Woodford, M. (1997): An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy. *NBER Macroeconomics Annual*, 12, 297-346.
- [14] Svensson, L. (1986): Sticky goods prices, flexible asset prices, monopolistic competition and monetary policy. *Review of Economic Studies*, 53, 385-405.

Tema 12

Agentes no ricardianos

12.1 Introducción

Uno de los supuestos de partida fundamentales sobre los que se construyen los modelos EGDE es el de que los individuos son optimizadores y que, por tanto, pueden determinar la senda óptima de consumo dado que pueden separar el perfil de su consumo respecto al perfil que muestra su nivel de renta, cumpliéndose la hipótesis del ciclo vital-renta permanente. Para ello usan el ahorro como variable que le permite separar la senda temporal del consumo respecto a la senda temporal que muestra la renta. Sin embargo, en la práctica observamos desviaciones respecto a dicho comportamiento. En concreto, la evidencia empírica muestra la existencia de cierta relación entre consumo y renta, lo que supondría el incumplimiento de uno de los supuestos básicos sobre los que se asienta este tipo de modelos. A esta desviación es a la que denomina la literatura exceso de sensibilidad del consumo respecto a los cambios no anticipados en la renta.

Aunque puedan existir diferentes elementos que provoquen desviaciones respecto a la teoría del ciclo vital o renta permanente, la principal explicación de este resultado se debe a que los mercados de capital no son perfectos y, en consecuencia, a la existencia de

restricciones a la liquidez. Esto hace que determinados agentes no tengan acceso al crédito, por lo que no pueden actuar de forma optimizadora, al no poder desplazar renta futura hacia consumo actual. Tal y como implícitamente supone el modelo básico, los agentes pueden separar el perfil temporal de su consumo del correspondiente a su renta a través de las decisiones de ahorro, lo que posibilita mover renta del presente al futuro o mover renta del futuro al presente. Mientras que la primera opción siempre es posible (simplemente no consumiendo parte de la renta), la segunda depende de que los mercados de capitales sean perfectos, supuesto que en términos agregados puede resultar excesivamente restrictivo.

Para considerar la existencia de restricciones de liquidez vamos a desarrollar un modelo en el cual existen dos tipos de agentes: por un lado agentes ricardianos, que son los considerados en el modelo básico y, por otro, agentes que sufren restricciones a la liquidez que denominamos no ricardianos (*rule of thumb* en su acepción anglosajona). Estos últimos agentes no pueden endeudarse, por lo que el nivel de consumo en cada periodo viene restringido por la renta de dicho periodo. Las desviaciones de la teoría del ciclo vital dependerán de la proporción de agentes no ricardianos que exista en la economía. Así, cuanto mayor sea la proporción de agentes no ricardianos en la economía, mayor relación hemos de esperar entre consumo y renta periodo a periodo. Esta proporción va a tener importantes consecuencias a la hora de estudiar cómo reacciona la economía ante determinadas perturbaciones.

La estructura del tema es la siguiente. En la sección segunda definimos las características de los dos tipos de agentes en los cuales vamos a dividir la economía: agentes ricardianos y agentes no ricardianos. La sección tercera presenta el modelo en el cual se analiza el comportamiento de cada agente por separado, para posteriormente proceder a su agregación. Mientras que el primer grupo de agentes son similares a los considerados en el modelo básico, respecto al segundo grupo de agentes suponemos que el nivel de consumo en cada periodo es igual a la renta de dicho periodo, por lo que no tienen posibilidad de ahorrar y de acumular capital. La sección cuarta presenta las ecuaciones que definen el modelo y su correspondiente calibración. La sección quinta muestra los resultados de una perturbación de productividad en este contexto.

Finalmente, la sección sexta traza las conclusiones más relevantes del análisis realizado.

12.2 Agentes ricardianos y no ricardianos

El agente descrito en el modelo EGDE es a lo que se denomina en la literatura un agente ricardiano. Esto es debido a que el comportamiento de estos agentes lleva a que se cumpla el principio de la equivalencia ricardiana.¹ Los supuestos realizados en el modelo implican que el agente es optimizador y que utiliza el ahorro para maximizar su nivel de utilidad a lo largo de su vida. De este modo, el ahorro es considerado como una variable que el agente utiliza para separar el perfil temporal de su consumo del perfil temporal de su renta, con el objetivo de maximizar su utilidad. Esto provoca que el consumo de un determinado momento del tiempo no dependa de la renta de dicho periodo, sino que va a depender del nivel de renta a lo largo del ciclo vital del agente o, alternativamente, de lo que definimos como renta permanente.

El principal supuesto sobre el que se asienta el anterior comportamiento, aparte del hecho de que el ahorro es únicamente una variable instrumento para seleccionar el consumo óptimo en cada momento del tiempo, es que los agentes pueden mover renta entre periodos. Así, los agentes tienen libre acceso a los mercados financieros, tanto para llevarse renta del presente al futuro como para traerse renta desde el futuro al presente. Mientras que lo primero siempre es cierto, lo segundo puede no serlo. Así, podemos encontrarnos con individuos, que desearían tener un mayor nivel de consumo en el momento actual, respecto a su renta, pero que no pueden llevar a cabo dicha opción por no tener acceso al crédito. Cuanto esto ocurre se dice que los mercados financieros no son perfectos y que existen restricciones a la liquidez.

En la práctica, muchos agentes se ven sujetos a restricciones a la liquidez, es decir, estarían dispuestos a endeudarse en una mayor

¹Esta denominación hace referencia a los postulados de David Ricardo, según los cuales los agentes son optimizadores intertemporales. En concreto, David Ricardo se preguntó por cuál era la mejor forma de financiar una guerra, si a través de impuestos o a través de deuda pública, llegando a la conclusión de que dicha elección era irrelevante al ser ambas opciones equivalentes. La crítica de Lucas es un colorario de la equivalencia ricardiana.

proporción para aumentar su nivel de consumo en el presente, pero no tienen acceso al crédito. Esto implica que estos agentes no pueden maximizar su utilidad intertemporal y su nivel de consumo viene restringido por su renta actual. A estos agentes se les denomina habitualmente agentes no ricardianos o agentes *rule-of-thumb*. Diversos estudios empíricos, tanto a nivel macro como a nivel micro, muestran que una significativa proporción de la población está sujeta a restricciones a la liquidez (véase, por ejemplo, Campbell y Mankiw, 1989; Deaton, 1992; Wolff, 1998; Souleles, 1999; y Johnson, Parker y Souleles, 2006).

La inclusión de una parte de la población sujeta a restricciones a la liquidez puede tener importantes implicaciones sobre el poder explicativo del modelo. Esto es fundamental en el caso de la política fiscal, tal y como muestra Mankiw (2000). Así, uno de los aspectos más estudiados a través de la inclusión de una proporción de agentes no ricardianos en el modelo es el efecto del gasto público, o de alteraciones en los impuestos.

En el modelo estándar, una perturbación positiva en el gasto del gobierno provoca un efecto negativo sobre la riqueza, lo que provoca que los agentes disminuyan su nivel de consumo y aumenten su oferta de trabajo. Este resultado es, en principio, contradictorio con la literatura empírica, que predice que dicha perturbación tiene un efecto positivo o, al menos, no significativo sobre el consumo. En el modelo estándar, el efecto negativo sobre la riqueza de una perturbación sobre el gasto público se amplifica por el hecho de que los agentes son "forward looking" y por tanto su nivel de consumo depende de la renta permanente, por lo que se cumple el principio de la equivalencia ricardiana. La inclusión de agentes no ricardianos provoca que el nivel de consumo agregado aumente en respuesta a una perturbación en el gasto público.

Galí *et al.* (2007) desarrollan un modelo con agentes ricardianos, que separan su perfil de consumo de su perfil de renta y agentes no ricardianos, que están obligados a consumir su renta actual. En este contexto, el efecto de una perturbación del gasto público sobre el consumo privado depende de si el salario real aumenta o disminuye en el impacto. No obstante, obtienen que para que el efecto sobre el consumo sea positivo, el porcentaje de agentes no ricardianos en la economía tiene que ser superior al 60% en el caso de un mercado de trabajo competitivo, mientras que dicho porcentaje baja

al 25% en el caso de un mercado de trabajo competitivo. Por tanto, aún cuando se introduzcan agentes no ricardianos, su proporción debería ser irrealísticamente muy elevada para que el efecto sobre el consumo fuese positivo, si consideramos un contexto competitivo para el mercado de trabajo.

Coenen y Straub (2004) introducen agentes ricardianos y no ricardianos para estudiar los efectos de la política fiscal, llegando a conclusiones similares a las de Galí *et al.* (2007), si bien estiman que la proporción de agentes no ricardianos en la zona euro es relativamente baja, por lo que los efectos de la política fiscal no serían muy diferentes de los que se derivarían del modelo estándar. Iwata (2009) realiza un análisis similar para la economía japonesa, pero incluyendo impuestos distorsionadores en lugar de impuestos de cuantía fija como en los trabajos anteriores, mostrando que aunque el porcentaje de agentes no ricardianos estimados es relativamente bajo, el aumento del gasto público genera un aumento del consumo privado, tal y como parece indicar la evidencia empírica.

Boscá *et al.* (2010) también consideran la existencia de agentes no ricardianos, con objeto de incorporar la existencia de desviaciones respecto a la hipótesis de la renta permanente, suponiendo para la economía española que el porcentaje de cada tipo de agente es del 50%, por lo que la mitad de la población trabajadora estaría sujeta a restricciones a la liquidez.

12.3 El modelo

El modelo que vamos a desarrollar tiene una estructura similar al modelo estándar excepto por el hecho de que la población se divide entre dos tipos de agentes: ricardianos, que son los considerados anteriormente y agentes no ricardianos que tienen un comportamiento más simple dado que se limitan a consumir en cada periodo la renta del mismo sin poder tomar decisiones sobre el ahorro. Una vez descrito el comportamiento de cada agente procedemos a agregarlos para obtener el total de la economía.

Suponemos que existe un continuo de consumidores, indexados por $h \in [0, 1]$. Una proporción de la población, ω , son agentes ricardianos, que tienen acceso a los mercados financieros y, por tanto, no se enfrentan a restricciones a la liquidez. Por tanto, este grupo de agentes toma decisiones de ahorro y, por tanto, pueden acumular

capital que posteriormente van a alquilar a las empresas. Estos agentes los notamos con el subíndice $i \in [0, \omega]$. El otro porcentaje de la población, $1-\omega$, está compuesto por agentes que no son ricardianos y que no pueden tomar decisiones de ahorro dado que suponemos que su consumo periodo a periodo es igual a su renta. Estos agentes los denotamos con el subíndice $j \in [\omega, 1]$.

12.3.1 Los consumidores ricardianos

Suponemos que cada agente ricardiano maximiza su utilidad intertemporal en términos del consumo, $\{C_{i,t}\}_{t=0}^{\infty}$, y del ocio, $\{1 - L_{i,t}\}_{t=0}^{\infty}$. Las preferencias de los agentes ricardianos vienen definidas por la siguiente función de utilidad:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_{i,t} + (1 - \gamma) \log(1 - L_{i,t})] \quad (12.1)$$

donde β es la tasa de descuento y donde $\gamma \in (0, 1)$ es la participación del consumo en el ingreso total.

La restricción presupuestaria del consumidor nos dice que el consumo más la inversión, $I_{i,t}$, no puede exceder la suma de los ingresos provenientes del trabajo y del capital:

$$C_{i,t} + I_{i,t} = W_t L_{i,t} + R_t K_{i,t}$$

donde W_t es el salario y R_t es el tipo de interés real.

El elemento clave del modelo es que el proceso de acumulación de capital viene definido como:

$$K_{i,t+1} = (1 - \delta) K_{i,t} + I_{i,t}$$

donde δ es el ratio de depreciación. Por tanto, la restricción presupuestaria de los agentes ricardianos la podemos reescribir como:

$$C_{i,t} + K_{i,t+1} = W_t L_{i,t} + (R_t + 1 - \delta) K_{i,t} \quad (12.2)$$

El Langrangiano correspondiente al problema al que se enfrentan los consumidores, consistente en elegir $C_{i,t}$, $L_{i,t}$, e $I_{i,t}$ tal que maximizen su utilidad intertemporal, es el siguiente:

$$\max_{(C_{i,t}, L_{i,t}, I_{i,t})} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} \gamma \log C_{i,t} + (1 - \gamma) \log(1 - L_{i,t}) \\ -\lambda_t \left[\begin{array}{l} C_{i,t} + K_{i,t+1} - W_t L_{i,t} \\ -(R_t + 1 - \delta) K_{i,t} \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

Las condiciones de primer orden derivadas del problema del consumidor son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{i,t}} : \gamma C_{i,t}^{-1} - \lambda_t = 0 \quad (12.3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{i,t}} : -\frac{(1-\gamma)}{1-L_{i,t}} + \lambda_t W_t = 0 \quad (12.4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{i,t}} : \beta^t \lambda_t [R_t + 1 - \delta] - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} \quad (12.5)$$

Combinando las expresiones (12.3) y (12.4) obtenemos la condición que iguala el ratio marginal de sustitución entre consumo y ocio al coste de oportunidad de obtener una unidad adicional de ocio.

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_{i,t}}{1-L_{i,t}} = W_t \quad (12.6)$$

Por otra parte, combinando (12.3) y (12.5) obtenemos la nueva condición dada por:

$$\frac{1}{\beta} \frac{C_{i,t}}{C_{i,t-1}} = [R_t + 1 - \delta] \quad (12.7)$$

12.3.2 Los consumidores no ricardianos

Los agentes no ricardianos tienen un comportamiento más simple. Esto se debe a que están sujetos a restricciones a la liquidez, las cuales no les permiten mover renta desde el futuro al presente. Dada esta restricción, vamos a suponer que estos agentes tienen un consumo en cada periodo igual a la renta de dicho periodo. Es decir, no son individuos optimizadores y se limitan a consumir la renta que obtienen. Esto hace que este grupo de agentes no realice ningún tipo de ahorro y, por tanto, no disponen de capital. El problema al que se enfrentan este grupo de individuos es:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \log C_{j,t} + (1-\gamma) \log(1-L_{j,t})] \quad (12.8)$$

Dado que este grupo de individuo no realiza ahorro, la restricción presupuestaria es:

$$C_{j,t} = W_t L_{j,t} \quad (12.9)$$

Las condiciones de primer orden derivadas del problema del consumidor son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{j,t}} : \gamma C_{j,t}^{-1} - \lambda_t = 0 \quad (12.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{j,t}} : -\frac{(1-\gamma)}{1-L_{j,t}} + \lambda_t W_t = 0 \quad (12.11)$$

Combinando las expresiones (12.10) y (12.11) obtenemos la condición que iguala el ratio marginal de sustitución entre consumo y ocio al coste de oportunidad de obtener una unidad adicional de ocio.

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_{j,t}}{1-L_{j,t}} = W_t \quad (12.12)$$

que coincide con la respectiva condición para el grupo de agentes ricardianos.

12.3.3 Agregación

El nivel agregado (en términos per cápita) de cualquier variable que sea específica a los consumidores, $X_{h,t}$, viene dado por:

$$X_t = \int_0^1 X_{h,t} dh = \omega X_{i,t} + (1-\omega) X_{j,t} \quad (12.13)$$

dado que los agentes que pertenecen a ambos grupos son idénticos. Por tanto, el consumo agregado de la economía viene dado por:

$$C_t = \omega C_{i,t} + (1-\omega) C_{j,t} \quad (12.14)$$

mientras que el número de horas trabajadas agregadas es:

$$L_t = \omega L_{i,t} + (1-\omega) L_{j,t} \quad (12.15)$$

Por otra parte, dado que sólo los agentes ricardianos ahorran y, por tanto, acumulan capital, el capital y la inversión agregada de la economía sería:

$$K_t = \omega K_{i,t} \quad (12.16)$$

$$I_t = \omega I_{i,t} \quad (12.17)$$

12.3.4 Las empresas

El problema para las empresas consiste en encontrar los valores óptimos de utilización de los factores productivos capital y trabajo. Para la producción del bien privado final, Y , se requieren los servicios del trabajo, L , y del capital, K . Tanto los mercados de bienes y servicios como los mercados de factores se suponen perfectamente competitivos. Las empresas alquilan el capital y el trabajo a las familias con el objetivo de maximizar beneficios, tomando como dados el precio de los mismos. La función de producción viene dada por:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (12.18)$$

donde A_t es una medida de la productividad total de los factores, α es la proporción de las rentas de capital sobre la renta total y $(1-\alpha)$ la proporción de las rentas salariales sobre la renta total.

El problema de la empresa (definido en términos estáticos) consistiría en maximizar, periodo a periodo, sus beneficios:

$$\Pi_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - W_t L_t - R_t K_t \quad (12.19)$$

Del problema de maximización de beneficios de las empresas obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (12.20)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} : W_t = (1-\alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (12.21)$$

12.3.5 Equilibrio del modelo

El equilibrio de la economía lo obtenemos combinando las condiciones de primer orden de los agentes ricardianos con las condiciones de primer orden para el precio de los factores productivos del problema de maximización de beneficios de la empresa, tal que resulta:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_{i,t}}{1-L_{i,t}} = (1-\alpha) A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (12.22)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{C_{i,t}}{C_{i,t-1}} = [\alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} + 1 - \delta] \quad (12.23)$$

y la condición de primer orden de los agentes no ricardianos con la condición de primer orden de la empresa respecto al empleo:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_{j,t}}{1-L_{j,t}} = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (12.24)$$

Para cerrar el modelo, la economía debe cumplir la siguiente condición de factibilidad, que equivale a la suma de las restricciones presupuestarias de los agentes ricardianos y no ricardianos:

$$C_t + I_t = Y_t \quad (12.25)$$

Las condiciones de primer orden para los consumidores junto con las condiciones de primer orden para la empresa (12.20) y (12.21) y la condición de factibilidad de la economía (12.25), caracterizan el equilibrio competitivo de la economía.

12.4 Ecuaciones del modelo y calibración

El equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de trece ecuaciones, que representan el comportamiento de las variables endógenas, Y_t , C_t , $C_{i,t}$, $C_{j,t}$, I_t , $I_{i,t}$, K_t , $K_{i,t}$, L_t , $L_{i,t}$, $L_{j,t}$ y de la variable A_t que en principio es una variable exógena pero que también podemos considerarla como una variable endógena ya que suponemos que sigue un determinado proceso estocástico. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_{i,t}}{1-L_{i,t}} = W_t \quad (12.26)$$

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{C_{j,t}}{1-L_{j,t}} = W_t \quad (12.27)$$

$$\frac{C_{i,t}}{C_{i,t-1}} = \beta [R_t + 1 - \delta] \quad (12.28)$$

$$C_t = \omega C_{i,t} + (1-\omega)C_{j,t} \quad (12.29)$$

$$L_t = \omega L_{i,t} + (1-\omega)L_{j,t} \quad (12.30)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (12.31)$$

$$K_t = \omega K_{i,t} \quad (12.32)$$

$$I_t = \omega I_{i,t} \quad (12.33)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (12.34)$$

$$W_t = (1 - \alpha)Y_t/L_t \quad (12.35)$$

$$R_t = \alpha Y_t/K_t \quad (12.36)$$

$$K_{i,t+1} = (1 - \delta)K_{i,t} + I_{i,t} \quad (12.37)$$

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (12.38)$$

Los parámetros que hemos de calibrar son los siguientes:

$$\Omega = \{\alpha, \beta, \delta, \gamma, \omega, \rho_A, \sigma_A\}$$

El único parámetro nuevo que tenemos que calibrar es ω , esto es, la proporción de agentes ricardianos que existen en la economía. Dependiendo del valor que le asignemos a este parámetro así van a ser los resultados. Si $\omega = 1$, todos los agentes serían ricardianos, y estaríamos en el caso estándar en el cual los mercados de capitales son perfectos y no existen restricciones a la liquidez. Cuanto más próximo a cero esté dicho parámetro, mayor será la desviación respecto a la hipótesis del ciclo vital, ya que existen restricciones a la liquidez que impiden a los agentes seleccionar la senda de consumo-ahorro óptima.

En la literatura encontramos diferentes valores para este parámetro. Coenen y Straub (2004) estiman para la zona euro una proporción de agentes no ricardianos no muy elevada, en torno al 24%. Iwata (2009) usa valores que van desde el 100% de agentes ricardianos como en el modelo estándar a una proporción del 70%, es decir, un 30% de agentes sujetos a restricciones a la liquidez. Boscá *et al.* (2010) para España suponen que el porcentaje de agentes no ricardianos es del 50%. En nuestro caso, vamos a suponer que la proporción de cada tipo de agente es del 50%, similar a la usada

por Galí *et al.* (2007) como valor de referencia y al valor usado por Boscá *et al.* (2010).

Tabla 12.1: Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α	Parámetro tecnológico del capital	0,350
β	Factor de descuento	0,970
γ	Parámetro preferencias	0,400
δ	Tasa de depreciación capital	0,060
ω	Proporción agentes ricardianos	0,500
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,950
σ_A	Desviación estándar PTF	0,001

La tabla 12.2 muestra los valores de estado estacionario de las variables del modelo. El ratio consumo/producción es del 76,9% para el agregado de la economía, mientras que la tasa de ahorro es del 23% para el agregado. También observamos como el consumo de los agentes ricardianos es superior al de los agentes no ricardianos en estado estacionario. Esto es debido a que los agentes no ricardianos únicamente tienen como fuente de renta los ingresos derivados del trabajo, ya que su tasa de ahorro es cero, esto es, hemos supuesto que periodo a periodo consumen toda su renta salarial. Por el contrario los agentes ricardianos tienen dos fuentes de ingresos: las rentas generadas por el trabajo y las rentas provenientes del capital que han ido acumulando.

Los resultados anteriores en términos del consumo también están relacionados con los que se obtienen en términos de las horas trabajadas. Como podemos comprobar la proporción de tiempo dedicada a trabajar es superior en el caso de los agentes no ricardianos frente a los ricardianos. Así, las horas dedicadas a trabajar para los agentes no ricardianos es un 40% del tiempo total disponible, valor que se va a mantener fijo, independientemente de las perturbaciones que se produzcan. Este valor viene determinado por el parámetro de preferencias. De hecho, en el caso de los agentes no ricardianos se obtiene que el tiempo dedicado a trabajar es simplemente una proporción γ de la dotación total de tiempo disponible, que hemos normalizado a 1. En el caso de los agentes ricardianos, la proporción de tiempo dedicada a trabajar es del 32%,

dando como resultado a nivel agregado una proporción de horas trabajadas del 36%.

Tabla 12.2: Valores de estado estacionario

Variable	Valor	Ratio respecto a \bar{Y}
\bar{Y}	0,7446	1,000
\bar{C}_i	0,6081	0,817
\bar{C}_j	0,5372	0,721
\bar{C}	0,5727	0,769
\bar{I}	0,1719	0,231
\bar{I}_i	0,3439	0,462
\bar{K}	2,8664	3,849
\bar{K}_i	5,7329	7,699
\bar{L}	0,3603	-
\bar{L}_i	0,3207	-
\bar{L}_j	0,4000	-
\bar{W}	1,3431	-
\bar{R}	0,0909	-
\bar{A}	1,0000	-

12.5 Perturbación de productividad

En esta sección vamos a estudiar los efectos de una perturbación de productividad positiva en el contexto del modelo desarrollado anteriormente. Aunque como hemos comentado anteriormente lo más interesante de este modelo es estudiar su respuesta en relación a la política fiscal, también resulta de interés analizar cuáles son los efectos de una perturbación de productividad agregada en el caso de que existan restricciones a la liquidez.

La figura 12.1 muestra los resultados de una perturbación positiva de productividad sobre las variables relevantes del modelo, donde las variables con un "1" hacen referencia a los agentes ricardianos y un "2" a los agentes no ricardianos. Tal y como podemos comprobar la perturbación de productividad agregada aumenta el nivel de producción en el impacto de forma directa al aumentar la productividad total de los factores y por el aumento de la dotación de factores productivos. Sin embargo, ahora hemos de tener en cuenta que sólo una parte de la población ahorra y, por tanto, realiza inversión que se transforma en capital y además, la oferta de trabajo

por parte de los agentes no ricardianos se mantiene fija (este es el motivo por el cual no se muestra la evolución de $L2$, dado que su desviación respecto a su valor de estado estacionario siempre es cero).

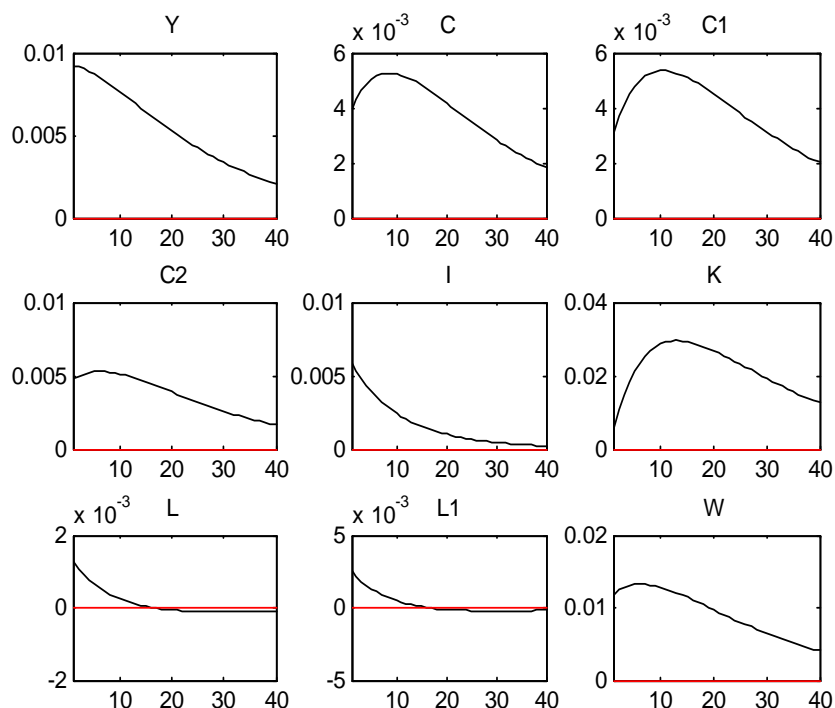


Figura 12.1. Perturbación de productividad con agentes ricardianos y no ricardianos

El comportamiento de la economía no ricardiana es muy simple. Ante esta perturbación, los agentes siguen ofreciendo el mismo número de horas de trabajo y dado que aumenta la rentabilidad del trabajo, obtienen un mayor nivel de ingresos salariales, por lo que aumenta su nivel de consumo. Tal y como hemos comentado anteriormente, sin ahorro, la proporción de tiempo disponible que los agentes destinan a trabajar es una constante, derivada del hecho de que la utilidad del consumo siempre es igual a la desutilidad del trabajo.

Respecto a la economía ricardiana, los efectos que obtenemos son idénticos a los que se obtendrían en el modelo estándar. Tanto el consumo como la inversión aumentan, dando lugar a un proceso de acumulación del capital, al tiempo que aumentan las horas trabajadas dada la mayor utilidad que reportan en términos de consumo. Esto es lógico, dado que estamos suponiendo el mismo comportamiento para estos agentes.

A nivel agregado, el comportamiento de la economía es idéntico al del modelo estándar. En este sentido hemos de comentar que si bien únicamente una parte de la economía realiza decisiones de ahorro y, por tanto, acumula capital, su tasa de ahorro es más elevada, tal que el stock de capital total de la economía es similar al que se obtendría en una economía donde todos los agentes fuesen ricardianos. En términos generales esto significa que dada una rentabilidad del capital, en el agregado la dotación de capital es la misma en el caso de que solo la mitad de la población fuese ricardiana que en el caso en que todos los agentes sean ricardianos. De hecho podemos comprobar cómo el estado estacionario de las variables agregadas coincide exactamente con el estado estacionario que se obtendría en el modelo estándar, siendo totalmente independiente de la proporción de agentes sujetos a restricciones a la liquidez.

12.6 Conclusiones

En este tema hemos desarrollado un modelo en el cual existen dos tipos de agentes: agentes ricardianos y agentes no ricardianos. Mientras que el primer grupo de agentes actúan de forma optimizadora, el segundo grupo de agentes está sujeto a restricciones a la liquidez, por lo que no pueden pedir prestado. Mientras el primer tipo de agentes es el considerado en el modelo estándar el segundo grupo de agentes introduce una desviación respecto a la hipótesis del ciclo vital-renta permanente.

El objetivo de introducir estos dos grupos de agentes es el de considerar la existencia de mercados de capital imperfectos, que dan lugar a restricciones en el acceso al crédito por parte de una determinada proporción de la población. Estas restricciones a la liquidez tienen importantes implicaciones en términos del funcionamiento del modelo y de la descripción que éste hace de la

economía. De este modo, el modelo se hace más compatible con determinados resultados empíricos.

Uno de los principales resultados empíricos que se derivan de la literatura es la existencia de un exceso de sensibilidad del consumo respecto a la renta actual. Esta desviación respecto a los resultados que se derivan del modelo estándar puede explicarse a través de la introducción de restricciones a la liquidez. También resulta de gran importancia este elemento a la hora de estudiar los efectos de la política fiscal, ya que vienen muy condicionados por el comportamiento de los agentes y de si éstos pueden optimizar o no.

En el ejercicio realizado hemos estudiado los efectos de una perturbación de productividad, mostrando que, a nivel agregado, los resultados que se obtienen son equivalentes a los que se derivan del modelo estándar.

Apéndice A: Modelo en Dynare

El programa en Dynare para el modelo desarrollado en este tema, que se corresponde con el fichero *model11.mod*, es el siguiente:

```
// Model 11. IEGDS
// Código Dynare
// File: model11.mod
// Agentes ricardianos y no ricardianos
// José Luis Torres. Universidad de Málaga
// Definición de variables endógenas
var Y, C, C1, C2, I, I1, K, K1, L, L1, L2, W, R, A;
// Definición de variables exógenas
varexo e;
// Definición de parámetros
parameters alpha, beta, delta, gamma, omega, rho;
// Valores de los parámetros
alpha = 0.35;
beta = 0.97;
delta = 0.06;
gamma = 0.40;
omega = 0.50;
rho = 0.95;
// Ecuaciones del modelo
model;
```

```

C1=(gamma/(1-gamma))*(1-L1)*W;
C2=(gamma/(1-gamma))*(1-L2)*W;
C2=W*L2;
C =omega*C1+(1-omega)*C2;
1 = beta*((C1/C1(+1))
*(R(+1)+(1-delta)));
K = omega*K1;
L = omega*L1+(1-omega)*L2;
Y = A*(K(-1)^alpha)*(L^(1-alpha));
K1= I1+(1-delta)*K1(-1);
I1= W*L1+R*K1-C1;
I = omega*I1;
W = (1-alpha)*A*(K(-1)^alpha)*(L^(-alpha));
R = alpha*A*(K(-1)^(alpha-1))*(L^(1-alpha));
log(A) = rho*log(A(-1))+ e;
end;
// Valores iniciales
initval;
Y = 1;
C = 0.8;
C1= 0.6;
C2= 0.2;
L = 0.3;
L1= 0.3;
L2= 0.3;
K = 3.5;
K1= 4;
I = 0.2;
I1= 0.3;
W = (1-alpha)*Y/L;
R = alpha*Y/K;
A = 1;
e = 0;
end;
// Cálculo del estado estacionario
steady;
// Verificación cumplimiento de la condición BK
check;
// Perturbación

```

```
shocks;  
var e; stderr 0.01;  
end;  
// Simulación  
stoch_simul(periods=1000);
```


References

- [1] Bilbiie, F., Meier, A. y Muller, G. (2008): What accounts for the changes in U.S. fiscal policy transmission? *Journal of Money, Credit and Banking*, 40(7), 1439-1470.
- [2] Boscá, J., Díaz, A., Doménech, R., Ferri, J., Pérez, E. y Puch, L. (2010): A rational expectations model for simulation and policy evaluation of the Spanish economy. *SERIEs*, 1(1).
- [3] Campbell, J. y Mankiw, N. (1989): Consumption, income, and interest rates: Reinterpreting the time series evidence. *NBER Macroeconomics Annual*, MIT Press. Cambridge.
- [4] Coenen, G. y Straub, R. (2004): Non-Ricardian households and fiscal policy in an estimated DSGE model fo the Euro area. Mimeo.
- [5] Deaton, A. (1992): *Understanding consumption*. Clarendon Lectures in Economics, Clarendon Press: Oxford.
- [6] Galí, J., López-Salido, J., y Vallés, J. (2007): Understanding the effects of government spending on consumption. *Journal of the European Economic Association*, 5(1), 227-270.

- [7] Itawa, Y. (2009): Fiscal policy in an estimated DSGE model of the Japanese economy: Do non-Ricardian households explain all? *ESRI Discussion Paper Series* n. 216.
- [8] Johnson, D., Parker, J. y Souleles (2006): Household expenditure and the income tax rebates of 2001. *American Economic Review*, 96(5), 1589-1610.
- [9] Mankiw, N. (2000): The savers-spenders theory of fiscal policy. *American Economic Review*, 90(2), 120-125.
- [10] Wolff, M. (2003): Recent trends in the size distribution of household wealth. *Journal of Economic Perspectives*, 12, 131-150.