

Política Económica

Luis Chávez

itroducción

Un modelo DGE

MIIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterizad

Caso simple

Política Económica

Tópico I: Modelos de Equilibrio General con Dinero

Luis Chávez

Facultad de Economía y Planificación UNALM

Lima, 2025



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Un modelo DGI

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterizació Solución

Modelos S

Anexo

1 Introducción Un modelo DGE El dinero

- MIU
 Modelo base
 Aplicaciones
- Modelos CIA Caracterización Solución
- 4 Modelos ST Caso simple
- 5 Anexos



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Un modelo DGE

El dinero

МПП

Modelo base

Modelos CIA

Caracterizaci

Solución

Caso simple

Anevos

1 Introducción Un modelo DGE

2 MIU Modelo base Aplicaciones

- 3 Modelos CIA Caracterización Solución
- 4 Modelos ST Caso simple
- 5 Anexos



Caso determinístico

Económica Luis Chávez

Un modelo DGE

MIU Modelo ba

Aplicaciones

Caracterización

Solución

Modelos S

Caso simple

Anexo

Si el consumidor obtiene utilidad por consumo (C_t) y ocio (O_t) , el problema del hogar representativo en una economía descentralizada en tiempo discreto será:

$$\max_{\{C_t, I_t, O_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\gamma \ln C_t + (1 - \gamma) \ln(1 - L_t) \right] \tag{1}$$

s.a

$$P_t(C_t + I_t) = w_t L_t + r_t K_t \tag{2}$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \tag{3}$$

El precio del bien final, P_t , se puede normalizar a 1.



Caso determinístico

Política Económica Luis Chávez

Luis Chave

Un modelo DGE

MIU

Modelo bas Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterizació Solución

Caso simple

Anexo

El problema de la firma, que maximiza beneficios, será:

$$\max_{\{K_t, L_t\}} \pi_t = Y_t - w_t L_t - r_t K_t \tag{4}$$

s.a

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t) \tag{5}$$

quien representa una tecnología neoclásica (demuestre sus propiedades para el caso Cobb-Douglas y CES).

Lectura obligatoria (pp. 29-55): José Torres.



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Luis Chavez

El dinero

MIU

Modelo base

Modelos CIA

Caracterizaci

Solución

Caso simple

Anevos

1 Introducción
Un modelo DGE
El dinero

- MIU
 Modelo base
 Aplicaciones
- 3 Modelos CIA Caracterización Solución
- 4 Modelos ST Caso simple
- 5 Anexos



Conceptualización

Política Económica Luis Chávez

Un modelo D

El dinero

Modelo ba

Modelos C

Caracterización Solución

Modelos ST

Anavor

Definición 1 (El dinero)

Es un activo completamente líquido¹ que funciona como un medio de intercambio generalmente aceptado.

Teoría cuantitativa del dinero: creación de dinero induce inflación.

¹No induce costes de transacción.



Conceptualización

Política Económica Luis Chávez

Introducción

Un modelo DG

El dinero

MII

Modelo base

Modelos Cl

Wiodelos Cir

Solución

Modelos S

Caso simple

Anexos

Funciones del dinero:

- Medio de intercambio.
- 2 Reserva de valor.
- 3 Unidad de cuenta.



Microfundamentos

Política Económica Luis Chávez

Introducción

Un modelo

El dinero

MIL

Aplicacione

Modelos CI/

Caracterizació

Solución

Caso simple

Anexo

¿Entonces? La idea es incorporar la demanda de dinero -fiduciaria- microfundada en los modelos macroeconómicos. Hay varios caminos:

- MIU
- Cash in Advanced.
- 3 Shopping time.
- Money in production.



Microfundamentos

Política Económica Luis Chávez

Un modelo D

MIU

Modelo bas Aplicacione

Caracterización

Solución

Modelos ST

Caso simple

Anexo

- Milton Friedman y Anna Schwartz son los que empezaron a incorporar el rol del dinero en las fluctuaciones cíclicas.
- La tasa de crecimiento de los agregados monetarios y la inflación están altamente correlacionados a través de países y dentro de ellos.
- La tasa de crecimiento de los agregados monetarios y la producción no están correlacionados en varios países. Véase McCandless & Weber (1995), por ejemplo.



Neutralidad

Económica Luis Chávez

Un modelo D

El dinero

MIU

Modelo bas Aplicacione

Modelos CIA

Caracterización Solución

Modelos ST

Anavor

Definición 2 (neuralidad del dinero)

Propiedad según la cual, los cambios de una sola vez en la cantidad de dinero sólo afectan las variables nominales de la economía.

Definición 3 (superneutralidad)

Propiedad según la cual, los cambios en la senda de la cantidades de dinero no afecta a la economía real.



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Modelo base

Caso simple

MIU Modelo base

- Modelos CIA
- 4 Modelos ST



Política Económica Luis Chávez

Un modelo DGE

NATEL

Modelo base Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterizació Solución

Modelos S

Anavo

Hogares:

El hogar representativo tiene preferencias dadas por:

$$U(C_t, m_t) = E_o \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, m_t); \quad 0 < \beta < 1$$
 (6)

donde $m_t = M_t/P_t$ es el valor real de las tenencias de dinero y P_t es el nivel de precios nominal. Se asume que $u_c > 0$, $u_m > 0$ y $U(\cdot)$ es estrictamente cóncava, doblemente diferenciable y $\lim_{m\to 0} u_m(\cdot) = \infty$.



Económica Luis Chávez

Un modelo DO

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos Cla

Caracterizació Solución

Caso simple

Anexo

El bien final puede consumirse o utilizarse como inversión:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t; \quad 0 < \delta < 1$$
 (7)

La restricción de recursos:

$$C_t + I_t + b_t + m_t = w_t + r_t K_t + \frac{1 + R_{t-1}}{1 + \pi_t} b_{t-1} + \frac{m_{t-1}}{1 + \pi_t} + t_t$$
 (8)

donde $b_t = B_t/P_t$ son las tenencias reales de un bono no contingente emitido por el gobierno, R_t es la tasa de interés nominal, $t_t = T_t/P_t$ es una transferencia lump-sum del gobierno y π_t es la tasa de inflación.



Política Económica Luis Chávez

Introducción

Un modelo DO

MIU

Modelo base

Modelos CI Caracterización

Caracterización Solución

Modelos ST

Anexo

Definición 4 (problema de la familia)

Elegir el path $\{C_t, b_t, m_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ para maximizar (6) sujeto a la ley del movimiento del capital (7) y la restricción de recursos (8), tomando como dadas la inflación y las tasas de interés nominales $\{\pi_t, R_t\}_{t=0}^{\infty}$ así como los precios reales de los factores $\{w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$, las transferencias reales $\{t_t\}_{t=0}^{\infty}$, el stock de capital inicial K_0 y las tenencias reales iniciales de bonos, dinero y tipo de interés nominal b_1, m_1, R_1 .



Política Económica Luis Chávez

Introducción
Un modelo DGE

El dinero

Modelo base

Aplicaciones

Modelos CI/

Caracterización Solución

Modelos S7

Anevo

Firmas:

El único bien de la economía es producida por las firmas con la tecnología:

$$Y_t = A_t (K_t^d)^{1-\alpha} (N_t^d)^{\alpha}$$
(9)

donde K_t^d es el stock de capital y N_t^d es la fuerza laboral. La PTF sigue un proceso AR(1):

$$A_t = \bar{A}e^{a_t} \tag{10}$$

donde $a_t = \rho^a a_{t-1} + \epsilon_t^a$ y el ruido blanco $\epsilon_t^a \sim N(0, \sigma_{\epsilon}^a)$.



Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo El dinero

MIU

Modelo base

Modelos CI

Modelos Cl

Caracterizació Solución

Caso simple

Anovos

Definición 5 (problema de la firma)

El problema de la firma es elegir el path $\{K_t, N_t\}_{t=0}^{\infty}$ para maximizar los beneficios reales, tomando como dados los precios r_t y w_t .



Política Económica Luis Chávez

Introducció Un modelo DGE

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos C Caracterización

Solución

Modelos S

Caso simple

Anexo

Gobierno

El gobierno emite dinero a la economía para financiar las transferencias globales y las obligaciones de deuda neta con los hogares. Su restricción se recursos es:

$$m_t^s - \frac{m_{t-1}^s}{1+\pi_t} + b_t^s = t_t + \frac{(1+R_{t-1})}{1+\pi_t} b_{t-1}^s$$
 (11)

donde $M_t^s/P_t=m_t^s$. Si $B_1=B_t^s=0$, la restricción quedaría redefinida por:

$$t_t = m_t^s - \frac{m_{t-1}^s}{1 + \pi_t} \tag{12}$$

cuya tasa de crecimiento del dinero es $\theta_t = M_t/M_{t-1} - \mu - 1$, con $\theta_t = \rho^\theta \theta_{t-1} + \epsilon_t^\theta$.



Económica
Luis Chávez

Introducción Un modelo DGE

мш

Modelo base Aplicaciones

Modelos CI Caracterización Solución

Solución Modelos Si

Caso simple

Anexo

Definición 6 (equilibrio competitivo)

Conjunto de secuencias $\{C_t, b_t, m_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ (asignaciones reales de los hogares), $\{K_t, N_t\}_{t=0}^{\infty}$ (asignaciones reales de las firmas), $\{\pi_t, R_t, w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$ (precios) y $\{M_t, T_t\}_{t=0}^{\infty}$ (variables de política), dadas las condiciones iniciales, tales que:

- Los hogares, las firmas y el gobierno satisfacen las ecuaciones relevantes.
- Limpieza del mercado de bienes: $C_t + I_t = Y_t$.
- Limpieza del mercado de dinero y bonos: $m_t^s = m_t$; $b_t^s = b_t = 0$.
- Limpieza del mercado de factores: $K_t^d = K_t$, $N^d = 1$.



Política Económica Luis Chávez

Introducción

Un modelo DG

MIU

Modelo base

Modelos CL

iviodelos Ci

Caracterizació Solución

Caso simple

Anavor

Actividad 1. A partir del modelo desarrollado, plantear y resolver el problema de los hogares y las familias en una economía centralizada (el *planner* o problema del dictador). Halle el equilibrio competitivo.



Neutralidad del dinero

Política Económica Luis Chávez

Un modelo DG

MIU

Modelo base

Modelos C

Caracterización Solución

Caso simple

Anevo

1 El modelo MIU determinístico es superneutral a LP porque la tasa de crecimiento del dinero μ no afecta el nivel de capital, producción y consumo en el SS. En el caso estocástico, el dinero es neutral.



Otras preferencias

Económica
Luis Chávez

Introducción

El dinero

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterizació Solución

Caso simple

Aneyos

Ejemplo 1

Asumiendo la misma caracterización del modelo desarrollado, pero con preferencias dadas por:

$$U(C_t, m_t, 1 - N_t) = \frac{\left[\left(C_t^{1-\chi} + \phi m_t^{1-\chi}\right)^{\frac{1}{1-\chi}} (1 - N_t)^{\eta}\right]^{1-\sigma}}{1 - \sigma}$$

Hallar el ss del modelo descentralizado y centralizado.



Otras preferencias

Política Económica Luis Chávez

Introducción

Un modelo DO El dinero

MIU

Modelo base

. .

Modelos CIA

Commentered

Solución

Modelos S

Caso simple

Anevos

Ejemplo 2

Asumiendo la misma caracterización del modelo desarrollado, pero con preferencias dadas por:

$$U(C_t, m_t, 1-N_t) = \mathit{In}(C_t) - rac{1}{m_t} rac{L_t^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$$

Hallar el ss del modelo descentralizado y centralizado.



Otras preferencias

Luis Chávez

Un modelo DG

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos CI

Caracterización

Solución

Caso simple

Anavos

Ejemplo 3

Considere el modelo de Fakhrehosseini & Kaviani (2017), donde las preferencias son:

$$u(C_t, m_t, 1 - n_t) = \frac{\left[aC_t^{1-b} + (1-a)m_t^{1-b}\right]^{\frac{1-\phi}{1-b}}}{1-\phi} + \psi \frac{(1-n_t)^{1-\eta}}{1-\eta}$$

Conisderando el contexto (ver aquí), resolver y hallar las ecuaciones de Euler. Interpretar.



Estado estacionario

Política Económica Luis Chávez

Un modelo DGI

MIU Modelo base

Aplicaciones

Modelos CI. Caracterización Solución

Modelos ST

Anovo

Para hallar estado estacionario (ss), se suprime los subíndices de tiempo. Se habla de economías estables cuando están en el SS. La convengencia determina la estabilidad o inestabilidad.

Definición 7 (ss)

El **estado estacionario** es la situación donde las variables se mantienen constantes indefinidamente, por lo que crecen a una tasa 0.



Estado estacionario

Política Económica Luis Chávez

Introducción

Un modelo Di

MIL

Modelo base Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterización Solución

Caso simple

Anexo

¿Qué sigue?

- Para hallar ss, un método clásico es la log-linealización alrededor del estado estacionario (véase Uhlig, 1995).
- Ley del movimiento recursivo (en variables de estado).
- IRF.



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Luis Chavez

Un modelo Do

El dinero

MIU

Modelo base

Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterizacio

Solución

Caso simple

Anexos

1 Introducción Un modelo DGE El dinero

2 MIU

Modelo base

Aplicaciones

3 Modelos CIA Caracterización Solución

- 4 Modelos ST Caso simple
- 5 Anexos



Modelo de Poberta & Rotemberg

Económica Luis Chávez

Introducción Un modelo DGE

Modelo base

Aplicaciones

Caracterización Solución

Modelos S' Caso simple

Anevo

Abstract:

Estudia la demanda de activos de los hogares permitiendo que ciertos activos contribuyan directamente a la utilidad. Estima los parámetros de una función de utilidad agregada que incluye tanto el consumo como los servicios de liquidez. Los servicios de liquidez dependen del nivel de los distintos stocks de activos. Se analiza las elasticidades de los intereses a largo y corto plazo de la demanda de dinero, depósitos a plazo y letras del tesoro. También se examina las OMA sobre las tasas de interés y estimaciones del costo de la inflación en materia de bienestar.

Ingresar.



Modelo de Salazar

Económica Luis Chávez

Introducció Un modelo DGE

MIU Modelo base

Aplicaciones

Modelos CI Caracterización Solución

Modelos S

Caso simple

Anevo

Abstract:

El modelo Sidrauski: Dinero en la Utilidad representa el proceso de toma de decisiones de un agente que enfrenta la elección de cómo asignar sus recursos entre el consumo y las tenencias de dinero. Se explora una forma posiblemente más integral de incluir el dinero, de tal manera que logre capturar el valor instrumental de este activo en lugar de asumirlo como intrínseco. Se analizan los resultados del equilibrio general y las consecuencias que esto y se comparan con los resultados del modelo original de Sidrauski.

Ingresar.



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Modelo base

Caracterización

Caso simple

- 3 Modelos CIA Caracterización
- 4 Modelos ST



Entorno

Política Económica

Un modelo DG

El dinero

Aplicaciones

Modelos CI/

Caracterización Solución

Modelos S7

Anavor

- Los hogares consumen y poseen capital.
- Modelo determinista.
- Los hogares reciben una transferencia de suma global² del gobierno.
- Dos bienes: cash (bienes de consumo) y credit (bienes de capital).
- Firmas producen bienes de mercado.
- Hogares deciden sobre cash (m_t) , bonos (b_t) y capital (k_t) .
- Al final de cada período t queda m_{t+1}, b_{t+1} y k_{t+1} .

²No genera efectos distorsionantes



Hogares

Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo DG

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos C

Caracterización

Solución

Widdelos .

Caso simple

Anexo

$$\max_{\{m_{t+1}, b_{t+1}, k_{t+1}, c_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c_t)$$
 (13)

sujeto a:

$$p_t c_t \leq m_t + t_t \tag{14}$$

$$m_{t+1} + b_{t+1} + p_t [k_{t+1} - (1-\delta)k_t] \le m_t + t_t - p_t c_t + b_t (i_t) + \epsilon_t k_t + p_t d_t$$
 (15)



Generalidades

Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo DO

MIU

Modelo ba Aplicacion

Modelos Cl

Caracterización

Solución

Caso simple

Anexos

Restricciones reales:

$$c_t \le \frac{\mu_t}{\pi_t} + \tau_t \tag{16}$$

$$\mu_{t+1} + \gamma_{t+1} + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t \le \frac{\mu_t}{\pi_t} + \tau_t - c_t + \frac{\gamma_t}{\pi_t}(i_t) + \iota_t k_t + d_t$$
 (17)

donde $\mu_t=m_t/p_{t-1}$, $\pi_t=p_t/p_{t-1}$, $\tau_t=t_t/p_t$, $\gamma_{t+1}=b_{t+1}/p_t$ e $\iota_t=\epsilon_t/p_t$.



Firmas

Política Económica

Luis Chávez

ntroducción

Un modelo DGE

MIU

Modelo base

Modelos C

Caracterización

Solución

Anexos

$$\max_{\{k_{t+1}} p_t d_t = p_t k_t^{\alpha} - \epsilon_t k_t \tag{18}$$



Banco Estatal

Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo D El dinero

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos C

Caracterización

Modelos S

Caso simple

Anexo

La oferta monetaria se mueve según

$$m_{t+1} = m_t + t_t \tag{19}$$

$$t_t = gm_t, \quad \forall g > 0 \tag{20}$$

Luego, se define el crecimiento del dinero a tasa constante:

$$m_{t+1} = (1+g)m_t (21)$$



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Modelo base

Solución

Caso simple

- 3 Modelos CIA Solución
- 4 Modelos ST



Equilibrio

Política Económica Luis Chávez

Introducción

Un modelo DGI

MIU

Aplicaciones

Modelos CI/

Caracteriza

Solución

Caso simple

Anavos

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t} \left\{ \ln(c_{t}) - \lambda_{m,t} \left[c_{t} - \frac{\mu_{t}}{\pi_{t}} - \tau_{t} \right] - \lambda_{a,t} \times \right.$$

$$\left[\mu_{t+1} + \gamma_{t+1} + k_{t+1} - (1 - \delta)k_{t} - \frac{\mu_{t}}{\pi_{t}} - \tau_{t} + c_{t} - \frac{\gamma_{t}}{\pi_{t}} (i_{t}) - \iota_{t} k_{t} - d_{t} \right] \right\}$$

$$\frac{\partial p_{t} d_{t}}{\partial k_{t}} = 0 \implies \alpha p_{t} k_{t}^{\alpha - 1} - \epsilon_{t} = 0$$

$$(22)$$

$$\iota_t = \alpha k_t^{\alpha - 1} \tag{23}$$



Equilibrio competitico

Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo D

MIL

Modelo ba

Modelos Cl.

Caracterizació

Solución

Caso simple

Anexo

Definición 8 (equilibrio competitivo)

El **equilibrio competitivo** CIA es una secuencia $\{c_t, k_t, b_t, m_t, \tau_t\}_{t=0}^{\infty}$ y una secuencia de precios $\{p_t, t_t, i_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ tales que el hogar optimiza y los mercados se limpian.



Predicciones

Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo D El dinero

MIU

Modelo bas Aplicacione

Modelos Cl.

Caracterizac Solución

Modelos S

Caso simple

Anexo

- Estado estacionario existe si $g = 1 \beta$.
- Deflación.
- El valor del dinero aumenta: tasa de rendimiento real positiva.
- El agente está contento de tener una gran cantidad de efectivo porque les da un rendimiento real.
- Modelo CIA es sensible al supuesto sobre qué bienes requieren efectivo.



Contenido

Política Económica

Luis Chávez

Un modelo Di

El dinero

MIU

Modelo base

Modelos CIA

Caracterizació

Solución

Caso simple

Anevos

- 1 Introducción Un modelo DGE El dinero
- 2 MIU Modelo base Aplicaciones
- 3 Modelos CIA Caracterización Solución
- 4 Modelos ST Caso simple
- 6 Anexos



Familia

Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo D

MIU

Modelo bas Aplicacione

Modelos Cl.

Caracterizac Solución

Modelos 5

Caso simple

Anexo

Sea un agente dotado de una unidad de tiempo $\forall t$, $1 = l_t + n_t + s_t$, que vive cuyas preferencias:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t) \tag{24}$$

con s shopping, n trabajo y l ocio. Al inicio las dotaciones son k_0 y M_0 en t=0.



Firma

Política Económica Luis Chávez

Introducció

Un modelo I El dinero

MIU

Modelo base Aplicaciones

Modelos CIA

Caracterización Solución

Wodelos 3

Caso simple

Anexo

Si s_t unidades de tiempo se requiere para comprar c_t , dado el salgo monetario $m_t = M_t/P_t$:

$$s_t = g(c_t, m_t) (25)$$

La tecnología es una C-D con inputs capital y laburo, donde la repos del capital es una expresión trivial.



Referencias

Política Económica

Introducció Un modelo DGE

MIU Modelo h

Aplicacione

Modelos CI Caracterización Solución

Modelos S7 Caso simple

Anexo

- 1 Fakhrehosseini, S. & Kaviani, M. (2017). Solving Monetary (MIU) models with Linearized Euler Equations: Method of Undetermined Coefficients. International Journal of Research in Industrial Engineering, vol. 6(2).
- Poberta, J. & Rotemberg, J. (1986). Money in the Utility Function: An Empirical Implementation. NBER.
- Salazar, N (2018). Characterization of the Instrumental Value of Money as a Medium of Exchange, as a Property Within the Sidrauski: Money in Utility Model. Tilburg University.
- 4 Sidrauski, M. (2015). Inflation and Economic Growth. Journal of Political Economy, vol. 75(6), pp. 796-810.