



Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Política Económica

Tópico I: Modelos Básicos de Equilibrio General

Luis Chávez

Facultad de Economía y Planificación
UNALM

Lima, 2024



Contenido

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

- 1 Introducción
- 2 MIU
- 3 MIU extendido
Aplicaciones
- 4 Modelos CIA
- 5 Anexos



Contenido

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

1 Introducción

2 MIU

3 MIU extendido
Aplicaciones

4 Modelos CIA

5 Anexos



Un modelo determinístico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Si el consumidor obtiene utilidad por consumo (C_t) y ocio (O_t), el problema del hogar representativo en una economía descentralizada será:

$$\max_{\{C_t, l_t, O_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\gamma \ln C_t + (1 - \gamma) \ln(1 - L_t)] \quad (1)$$

s.a

$$P_t(C_t + I_t) = w_t L_t + r_t K_t \quad (2)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (3)$$

El precio del bien final, P_t , se puede normalizar a 1.



Un modelo determinístico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

El problema de la firma, que maximiza beneficios, será:

$$\max_{\{K_t, L_t\}} \pi_t = Y_t - w_t L_t - r_t K_t \quad (4)$$

s.a

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t) \quad (5)$$

quien representa una tecnología neoclásica (demuestre sus propiedades para el caso Cobb-Douglas y CES).

Lectura obligatoria (pp. 29-55): <http://surl.li/bekjrt>



Contenido

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

1 Introducción

2 MIU

3 MIU extendido
Aplicaciones

4 Modelos CIA

5 Anexos



Antecedentes

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

- Milton Friedman y Anna Schwartz son los que empezaron a incorporar el rol del dinero en las fluctuaciones cíclicas.
- La tasa de crecimiento de los agregados monetarios y la inflación están altamente correlacionados a través de países y dentro de ellos.
- La tasa de crecimiento de los agregados monetarios y la producción no están correlacionados en varios países. Véase McCandless & Weber (1995), por ejemplo.



Antecedentes

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

El propósito de los modelos monetarios es incorporar la demanda de dinero fiduciario (“fiducia”=confianza). ¿Porque? Veamos:

- Servirá como depósito de valor: guardar poder adquisitivo.
- Servirá como unidad de cuenta: transacciones aceleradas.
- Servirá como medio de intercambio: compra/venta.



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Hogares:

El hogar representativo tiene preferencias dadas por:

$$U(C_t, m_t) = E_o \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, m_t); \quad 0 < \beta < 1 \quad (6)$$

donde $m_t = M_t/P_t$ es el valor real de las tenencias de dinero y P_t es el nivel de precios nominal. Se asume que $u_c > 0$, $u_m > 0$ y $U(\cdot)$ es estrictamente cóncava, doblemente diferenciable y $\lim_{m \rightarrow 0} u_m(\cdot) = \infty$.



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

El bien final puede consumirse o utilizarse como inversión:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t; \quad 0 < \delta < 1 \quad (7)$$

La restricción de recursos:

$$C_t + I_t + b_t + m_t = w_t + r_t K_t + \frac{1 + R_{t-1}}{1 + \pi_t} b_{t-1} + \frac{m_{t-1}}{1 + \pi_t} + t_t \quad (8)$$

donde $b_t = B_t/P_t$ son las tenencias reales de un bono no contingente emitido por el gobierno, R_t es la tasa de interés nominal, $t_t = T_t/P_t$ es una transferencia *lump-sum* del gobierno y π_t es la tasa de inflación.



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Definición

El problema del hogar es elegir el path $\{C_t, b_t, m_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ para maximizar (6) sujeto a la ley del movimiento del capital (7) y la restricción de recursos (8), tomando como dadas la inflación y las tasas de interés nominales $\{\pi_t, R_t\}_{t=0}^{\infty}$ así como los precios reales de los factores $\{w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$, las transferencias reales $\{t_t\}_{t=0}^{\infty}$, el stock de capital inicial K_0 y las tenencias reales iniciales de bonos, dinero y tipo de interés nominal b_1, m_1, R_1 .



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Firmas:

El único bien de la economía es producida por las firmas con la tecnología:

$$Y_t = A_t(K_t^d)^{1-\alpha}(N_t^d)^\alpha \quad (9)$$

donde K_t^d es el stock de capital y N_t^d es la fuerza laboral. La PTF sigue un proceso AR(1):

$$A_t = \bar{A}e^{a_t} \quad (10)$$

donde $a_t = \rho^a a_{t-1} + \epsilon_t^a$ y el ruido blanco $\epsilon_t^a \sim N(0, \sigma_\epsilon^a)$.



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Definición

El problema de la firma es elegir el path $\{K_t, N_t\}_{t=0}^{\infty}$ para maximizar los beneficios reales, tomando como dados los precios r_t y w_t .



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Gobierno:

El gobierno emite dinero a la economía para financiar las transferencias globales y las obligaciones de deuda neta con los hogares. Su restricción de recursos es:

$$m_t^s - \frac{m_{t-1}^s}{1 + \pi_t} + b_t^s = t_t + \frac{(1 + R_{t-1})}{1 + \pi_t} b_{t-1}^s \quad (11)$$

donde $M_t^s/P_t = m_t^s$. Si $B_1 = B_t^s = 0$, la restricción quedaría redefinida por:

$$t_t = m_t^s - \frac{m_{t-1}^s}{1 + \pi_t} \quad (12)$$

cuya tasa de crecimiento del dinero es $\theta_t = M_t/M_{t-1} - \mu - 1$, con $\theta_t = \rho^\theta \theta_{t-1} + \epsilon_t^\theta$.



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Equilibrio competitivo:

Definición

El equilibrio competitivo es un conjunto de secuencias $\{C_t, b_t, m_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ (asignaciones reales de los hogares), $\{K_t, N_t\}_{t=0}^{\infty}$ (asignaciones reales de las firmas), $\{\pi_t, R_t, w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$ (precios) y $\{M_t, T_t\}_{t=0}^{\infty}$ (variables de política), dadas las condiciones iniciales, tales que:

- Los hogares, las firmas y el gobierno satisfacen las ecuaciones relevantes.
- Limpieza del mercado de bienes: $C_t + I_t = Y_t$.
- Limpieza del mercado de dinero y bonos: $m_t^s = m_t$; $b_t^s = b_t = 0$.
- Limpieza del mercado de factores: $K_t^d = K_t$, $N_t^d = 1$.



El modelo básico

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Actividad 1. A partir del modelo desarrollado, plantear y resolver el problema de los hogares y las familias en una economía centralizada (el *planner* o problema del dictador). Halle el equilibrio competitivo.



Estado estacionario

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Para hallar estado estacionario (SS), se suprime los subíndices de tiempo. Se habla de economías estables cuando están en el SS. La convergencia determina la estabilidad o inestabilidad.

Definición

El **estado estacionario** es la situación donde las variables se mantienen constantes indefinidamente, por lo que crecen a una tasa 0.



Neutralidad del dinero

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Definición

El dinero es neutral si un cambio único en el nivel del saldo nominal de dinero no afecta a ninguna variable real.

Definición

El dinero es superneutral si un cambio único en la tasa de crecimiento de los saldos nominales de dinero no afecta a ninguna variable real.

El modelo MIU determinístico es superneutral a LP porque la tasa de crecimiento del dinero μ no afecta el nivel de capital, producción y consumo en el SS. En el caso estocástico, el dinero es neutral.



Ejemplo

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Asumir preferencias no separables:

$$U(C_t, m_t, 1 - N_t) = \frac{\left[\left(C_t^{1-\chi} + \phi m_t^{1-\chi} \right)^{\frac{1}{1-\chi}} (1 - N_t)^\eta \right]^{1-\sigma}}{1 - \sigma} \quad (13)$$

La caracterización del modelo, de las firmas y el gobierno sigue siendo la misma.



Contenido

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

1 Introducción

2 MIU

3 MIU extendido
Aplicaciones

4 Modelos CIA

5 Anexos



Modelo con coeficiente indeterminados

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Modelo de Fakhrehosseini & Kaviani (2017):

$$y_t = e^{z_t} k t - 1^\alpha n_t^{1-\alpha}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (14)$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t \quad (15)$$

$$u(C_t, m_t, 1 - n_t) = \frac{\left[a C_t^{1-b} + (1-a) m_t^{1-b} \right]^{\frac{1-\phi}{1-b}}}{1 - \phi} + \psi \frac{(1 - n_t)^{1-\eta}}{1 - \eta} \quad (16)$$

$$c_t + k_t + m_t + b_t = y_t + \tau_t + (1 - \delta) k_{t-1} + \frac{(1 + i_{t-1}) b_{t-1} + m_{t-1}}{1 + \pi_t} \quad (17)$$

Detalles: <http://surl.li/rkqtpg>



Modelo de Poberta & Rotemberg

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Abstract:

Estudia la demanda de activos de los hogares permitiendo que ciertos activos contribuyan directamente a la utilidad. Estima los parámetros de una función de utilidad agregada que incluye tanto el consumo como los servicios de liquidez. Los servicios de liquidez dependen del nivel de los distintos stocks de activos. Se analiza las elasticidades de los intereses a largo y corto plazo de la demanda de dinero, depósitos a plazo y letras del tesoro. También se examina las OMA sobre las tasas de interés y estimaciones del costo de la inflación en materia de bienestar.

https://www.nber.org/system/files/working_papers/w1796/w1796.pdf



Modelo de Salazar

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Abstract:

El modelo Sidrauski: Dinero en la Utilidad representa el proceso de toma de decisiones de un agente que enfrenta la elección de cómo asignar sus recursos entre el consumo y las tenencias de dinero. Se explora una forma posiblemente más integral de incluir el dinero, de tal manera que logre capturar el valor instrumental de este activo en lugar de asumirlo como intrínseco. Se analizan los resultados del equilibrio general y las consecuencias que esto y se comparan con los resultados del modelo original de Sidrauski.

<https://onx.la/ee052>



Contenido

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

1 Introducción

2 MIU

3 MIU extendido
Aplicaciones

4 Modelos CIA

5 Anexos



Generalidades

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

- Los hogares consumen y poseen capital.
- Modelo determinista.
- Los hogares reciben una transferencia de suma global¹ del gobierno.
- Dos bienes: cash (bienes de consumo) y credit (bienes de capital).
- Firms producen bienes de mercado.
- Hogares deciden sobre cash (m_t), bonos (b_t) y capital (k_t).
- Al final de cada período t queda m_{t+1} , b_{t+1} y k_{t+1} .

¹No genera efectos distorsionantes



$$\max_{\{m_{t+1}, b_{t+1}, k_{t+1}, c_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c_t) \quad (18)$$

sujeto a:

$$p_t c_t \leq m_t + t_t \quad (19)$$

$$m_{t+1} + b_{t+1} + p_t [k_{t+1} - (1 - \delta)k_t] \leq m_t + t_t - p_t c_t + b_t(i_t) + \epsilon_t k_t + p_t d_t \quad (20)$$



Generalidades

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Restricciones reales:

$$c_t \leq \frac{\mu_t}{\pi_t} + \tau_t \quad (21)$$

$$\mu_{t+1} + \gamma_{t+1} + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t \leq \frac{\mu_t}{\pi_t} + \tau_t - c_t + \frac{\gamma_t}{\pi_t}(i_t) + \iota_t k_t + d_t \quad (22)$$

donde $\mu_t = m_t/p_{t-1}$, $\pi_t = p_t/p_{t-1}$, $\tau_t = t_t/p_t$, $\gamma_{t+1} = b_{t+1}/p_t$ e $\iota_t = \epsilon_t/p_t$.



Firmas

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

$$\max_{\{k_{t+1}\}} p_t d_t = p_t k_t^\alpha - \epsilon_t k_t \quad (23)$$



La oferta monetaria se mueve según

$$m_{t+1} = m_t + t_t \quad (24)$$

$$t_t = gm_t, \quad \forall g > 0 \quad (25)$$

Luego, se define el crecimiento del dinero a tasa constante:

$$m_{t+1} = (1 + g)m_t \quad (26)$$



Equilibrio

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \ln(c_t) - \lambda_{m,t} \left[c_t - \frac{\mu_t}{\pi_t} - \tau_t \right] - \lambda_{a,t} \times \right. \\ \left. \left[\mu_{t+1} + \gamma_{t+1} + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t - \frac{\mu_t}{\pi_t} - \tau_t + c_t - \frac{\gamma_t}{\pi_t}(i_t) - \iota_t k_t - d_t \right] \right\} \quad (27)$$

$$\frac{\partial p_t d_t}{\partial k_t} = 0 \implies \alpha p_t k_t^{\alpha-1} - \epsilon_t = 0$$

$$\iota_t = \alpha k_t^{\alpha-1} \quad (28)$$



Equilibrio competitivo

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

Definición

El **equilibrio competitivo** CIA es una secuencia $\{c_t, k_t, b_t, m_t, \tau_t\}_{t=0}^{\infty}$ y una secuencia de precios $\{p_t, t_t, i_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ tales que el hogar optimiza y los mercados se limpian.



Predicciones

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

- Estado estacionario existe si $g = 1 - \beta$.
- Deflación.
- El valor del dinero aumenta: tasa de rendimiento real positiva.
- El agente está contento de tener una gran cantidad de efectivo porque les da un rendimiento real.
- Modelo CIA es sensible al supuesto sobre qué bienes requieren efectivo.



Contenido

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

1 Introducción

2 MIU

3 MIU extendido
Aplicaciones

4 Modelos CIA

5 Anexos



Referencias

Política
Económica

Luis Chávez

Introducción

MIU

MIU extendido

Aplicaciones

Modelos CIA

Anexos

- 1 Fakhrehosseini, S. & Kaviani, M. (2017). Solving Monetary (MIU) models with Linearized Euler Equations: Method of Undetermined Coefficients. International Journal of Research in Industrial Engineering, vol. 6(2).
- 2 Poberta, J. & Rotemberg, J. (1986). Money in the Utility Function: An Empirical Implementation. NBER.
- 3 Salazar, N (2018). Characterization of the Instrumental Value of Money as a Medium of Exchange, as a Property Within the Sidrauski: Money in Utility Model. Tilburg University.
- 4 Sidrauski, M. (2015). Inflation and Economic Growth. Journal of Political Economy, vol. 75(6), pp. 796-810.