PS01 – Economic Policy

Lecturer: Luis Chávez

Los siguientes ejercicios permiten medir la capacidad analítica y procedimental. Se sugiere resolverlos en forma ascendente.

Problema 1: DGE determinístico

a) El modelo:
La familia representativa resuelve

$$\max_{\{C_t, I_t, O_t\}} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\theta \ln(C_t) + (1-\theta)\ln(1-L_t)]; \quad 0 < \beta < 1 \tag{1}$$

sujeto a

$$C_t + I_t = w_t L_t + r_t K_t \tag{2}$$

$$K_{t+1} = I_t + (1-\delta)K_t, \quad \delta > 0 \tag{3}$$

La firma representativa resuelve:

$$\max_{\{K_t, L_t\}} \pi_t = Y_t - w_t L_t - r_t K_t \tag{4}$$

s.a

$$Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} L_t^{\alpha} \tag{5}$$

b) Solución
El langriano de la familia será:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \beta^t [\theta \ln(C_t) + (1-\theta)\ln(1-L_t)] - \lambda_t [C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t - w_t L_t - r_t K_t] \right\} \tag{6}$$

FOC:

$$\underline{C_t|} \quad \beta^t \left\{ \theta \frac{1}{C_t} - \lambda_t \right\} = 0 \tag{7}$$

$$\underline{L_t|} \quad \beta^t \left\{ -(1-\theta)\frac{1}{1-L_t} + w_t \lambda_t \right\} = 0 \tag{8}$$

$$\underline{K_t|} \quad \beta^t \left\{ \lambda_t (1-\delta+r_t) \right\} - \beta^{t-1}\lambda_{t-1} = 0 \tag{9}$$

$$\underline{\lambda_t|} \quad \beta^t \left\{ C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t - w_t L_t - r_t K_t \right\} = 0 \tag{10}$$

De (7) en (8) se tiene

$$(1-\theta)\frac{1}{1-L_t} = w_t \frac{\theta}{C_t}$$

Organizando, se tiene la ecuación de euler de la relación marginal de sustitución entre consumo y ocio:

$$w_t = \frac{1-\theta}{\theta} \frac{C_t}{1-L_t} \tag{11}$$

De (7) en (9), se tiene

$$\beta \frac{\theta}{C_t}(1-\delta+r_t) = \frac{\theta}{C_{t-1}}$$

Organizando, se tiene la ecuación de Euler del ratio del consumo:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta[1-\delta+r_t] \tag{12}$$

De (10) se tiene,

$$C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t = w_t L_t + r_t K_t \tag{13}$$

Por su parte, la firma resuelve una expresión irrestricta si de (4) y (5) se escribe:

$$\max_{\{K_t, L_t\}} \pi_t = A_t K_t^{1-\alpha} L_t^{\alpha} - w_t L_t - r_t K_t \tag{14}$$

FOC:

$$\underline{K_t|} \quad (1-\alpha)A_t K^{-\alpha} L_t^{\alpha} - r_t = 0 \tag{15}$$

$$\underline{L_t|} \quad \alpha A_t K^{1-\alpha} L_t^{\alpha-1} - w_t = 0 \tag{16}$$

De (15), se tiene la ecuación de demanda de capital:

$$r_t = (1-\alpha)A_t K^{-\alpha} L_t^{\alpha} = (1-\alpha)\frac{Y_t}{K_t} \tag{17}$$

De (16), se tiene la ecuación de demanda laboral:

$$w_t = \alpha A_t K^{1-\alpha} L_t^{\alpha-1} = \alpha \frac{Y_t}{L_t} \tag{18}$$

Ahora, (17) y (18) en (13), se tiene:

$$C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t = \left[\alpha A_t K^{1-\alpha} L_t^{\alpha-1}\right] L_t + \left[(1-\alpha)A_t K^{-\alpha} L_t^{\alpha}\right] K_t$$

De donde se tiene la ecuación en diferencia (limpieza):

$$C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t = A_t K^{1-\alpha} L_t^{\alpha} \tag{19}$$

Asimismo, se puede reemplazar (18) en (11) y se tiene

$$\alpha A_t K^{1-\alpha} L_t^{\alpha-1} = \frac{1-\theta}{\theta}\frac{C_t}{1-L_t} \tag{20}$$

También se puede reemplazar (18) en (12) y se tiene ora ecuación en diferencias:

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta[1-\delta+(1-\alpha)A_t K^{-\alpha} L_t^{\alpha}] \tag{21}$$

Por lo tanto, la solución competitiva estará dada por las ecuaciones (19), (20) y (21).

$$\begin{cases} C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t = A_t K^{1-\alpha} L_t^{\alpha} \\ \alpha A_t K^{1-\alpha} L_t^{\alpha-1} = \frac{1-\theta}{\theta}\frac{C_t}{1-L_t} \\ \frac{C_t}{C_{t-1}} = \beta\left[1-\delta+(1-\alpha)A_t K^{-\alpha} L_t^{\alpha}\right] \end{cases} \tag{22}$$

Problema 2: DSGE con dinero

xxxxxxxxxx