UNIVERSIDAD DE SAN MARTÍN DE PORRES
Facultad de Ciencias Contables, Económicas y Financieras
Escuela Profesional de Economía
Curso: Teoría de los Juegos y Estrategia
Semestre: 2025-I

EP1 (Solucionario)

Docente: Luis Chávez *Fecha: 26-03-2025*

1. (5 points) Sea el juego en forma estratégica entre Edgar y Mila, una pareja de 15 años de relación, quienes -independientemente- están evaluando la posibilidad de tener un hijo. Si cada uno puede cuidarse (c) o no, se tiene:

$E\|M$	c	nc
c	(-2,-4)	(-6,-10)
nc	(-10,-6)	(-15,-15)

   (a) (1 point) ¿Cómo se puede interpretar los outcomes del perfil (nc,nc) en el contexto del juego?
   El gasto que tienen que incurrir en no cuidarse. La posibilidad de embarazo incrementa, lo cual lo hace un perfil muy costoso.

   (b) (1 point) ¿La pareja prefiere tener un hijo?¿Porqué?
   No, prefieren no tener un hijo en (c,c)

   (c) (3 points) Halle EN en puras y mixtas.

$$ENp = \{c,c\} = (-2,-4)$$

   No hay ENm.

2. (5 points) Sean dos firmas que ofrecen productos diferenciados. Si las firmas cobran los precios p_1 y p_2, las cantidades demandadas son:

$$q_i(p_i,p_j) = 160 - 2p_i + 3\left(\frac{p_i+p_j}{2}\right)$$

$$q_j(p_i,p_j) = 120 - 2p_j + 2\left(\frac{p_i+p_j}{2}\right)$$

   Se sabe que el espacio de estrategias es el cuadrante positivo y $(CMg_i, CMg_j) = (20,30)$. Hallar las funciones de mejores respuesta, el EN y la cantidad demandada de cada jugador. Graficar.

Para i:

$$\begin{aligned}
\pi_i(p_i, p_j) =& (p_i - 20)q_i \\
=& (p_i - 20)\left(160 - \frac{p_i}{2} + \frac{3p_j}{2}\right) \\
=& 160p_i - \frac{p_i^2}{2} + \frac{3p_ip_j}{2} - 3200 + 10p_i - 30p_j \\
=& 170p_i - \frac{p_i^2}{2} + \frac{3p_ip_j}{2} - 3200 - 30p_j
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = 170 - p_i + \frac{3p_j}{2} = 0$$

$$p_i(p_j) = 170 + \frac{3p_j}{2}$$

Para j:

$$\begin{aligned}
\pi_j(p_i, p_j) =& (p_j - 30)q_j \\
=& (p_j - 30)(120 + p_i - p_j) \\
=& 120p_j + p_ip_j - p_j^2 - 3600 - 30p_i + 30p_j \\
=& 150p_j + p_ip_j - p_j^2 - 3600 - 30p_i
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial p_j} = 150 + p_i - 2p_j = 0$$

$$p_j(p_i) = \frac{150 + p_i}{2}$$

Resolviendo, se tiene

$$p_i = 170 + \frac{3}{2}\left(\frac{150 + p_i}{2}\right)$$

$$p_i = 1130$$

$$p_j = 640$$

$$s^* = (p_i^*, p_j^*) = (1130, 640)$$

Entonces,

$$(q_i^*, q_j^*) = (555, 610)$$

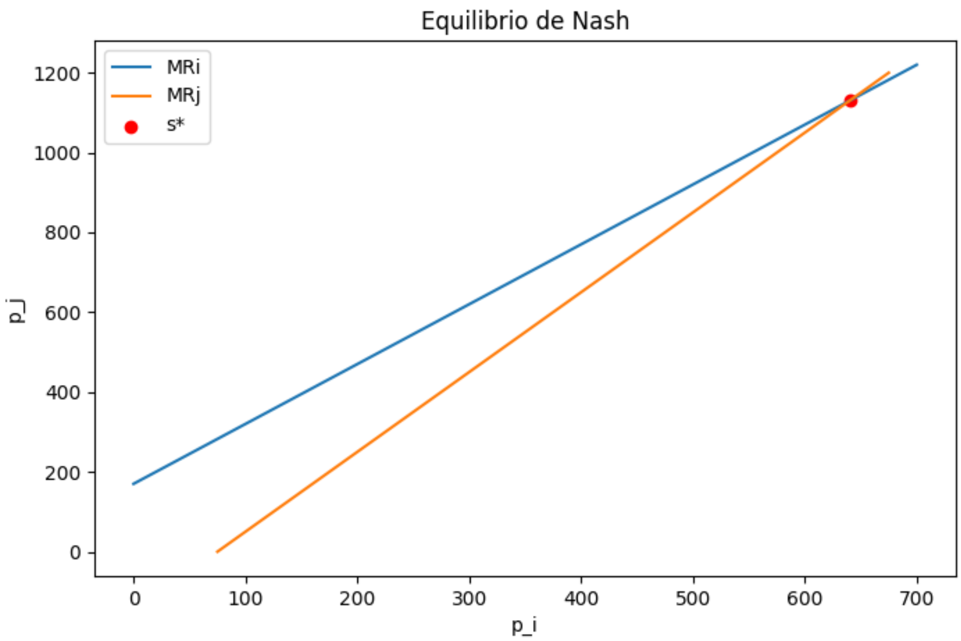


Figura 1: ENp

3. (8 points) Utilizando el simplex, hallar el ENm (si $\exists$) para cada uno de los jugadores a partir del siguiente juego en forma normal.

$E\|M$	X	Y	Z
P	(2,1)	(3,4)	(2,2)
Q	(1,3)	(2,1)	(4,5)
R	(4,3)	(1,2)	(1,-3)
	x	y	z

No hay EED, por lo que no se puede reducir la matriz.

J1:

Caso 1: $P \succeq Q$

$$u^e(P,\sigma_2) = 2x+3y+2z$$
$$u^e(Q,\sigma_2) = x+2y+4z$$

$$2x+3y+2z \geq x+2y+4z$$
$$x+y \geq 2z$$

$$
\begin{aligned}
x = 0 : y &\geq 2z \\
y &\geq 2(1-y) \\
y &\geq 2-2y \\
y &\geq \frac{2}{3},\ z \leq \frac{1}{3}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
y = 0 : x &\geq 2z \\
x &\geq 2(1-x) \\
x &\geq 2-2x \\
x &\geq \frac{2}{3},\ z \leq \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Caso 2: $P \succeq R$

$$
\begin{aligned}
u^e(P,\sigma_2) &= 2x+3y+2z \\
u^e(R,\sigma_2) &= 4x+y+z
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2x+3y+2z &\geq 4x+y+z \\
2y+z &\geq 2x
\end{aligned}
$$

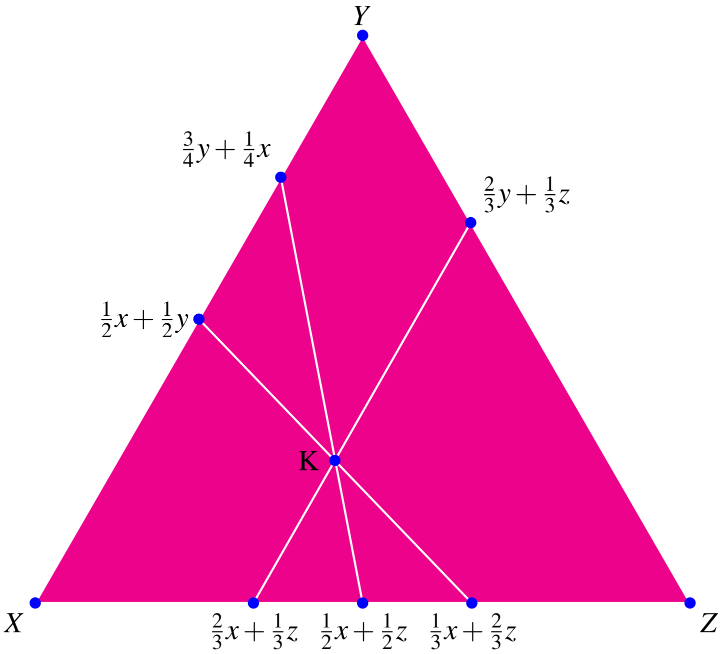
$$
\begin{aligned}
y = 0 : z &\geq 2x \\
z &\geq 2(1-z) \\
z &\geq 2-2z \\
z &\geq \frac{2}{3},\ x \leq \frac{1}{3}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
z = 0 : 2y &\geq 2x \\
y &\geq x \\
y &\geq 1-y \\
y &\geq \frac{1}{2},\ x \leq \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

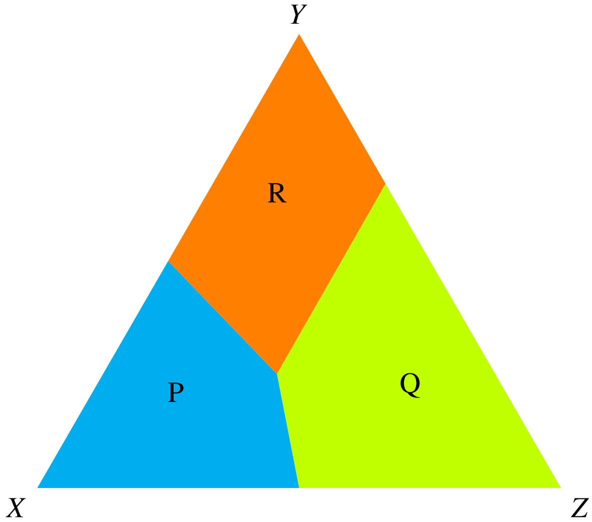
Caso 3: $Q \succeq R$

$$
\begin{aligned}
u^e(Q,\sigma_2) &= x+2y+4z \\
u^e(R,\sigma_2) &= 4x+y+z
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x+2y+4z &\geq 4x+y+z \\
y+3z &\geq 3x
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y = 0 : 3z &\geq 3x \\
z &\geq x \\
z &\geq 1-z \\
z &\geq \frac{1}{2},\ x \leq \frac{1}{2}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
z = 0 : y &\geq 3x \\
y &\geq 3(1-y) \\
y &\geq 3-3y \\
y &\geq \frac{3}{4},\ x \leq \frac{1}{4}
\end{aligned}
$$





4. (2 points) Defina matemáticamente la i-dominancia débil para dos estrategias $x, y \in S_i, \forall i$.

$$\forall s_{-i} \in S_{-i},\ \pi_i(x, s_{-i}) \geq \pi_i(y, s_{-i})$$