

PS01 – Game Theory and Information

Lecturer: Luis Chávez

Los siguientes ejercicios permiten medir la capacidad analítica y procedimental. Se sugiere resolverlos en forma ascendente.

Problema 1: juegos clásicos

A partir de la clasificación de la teoría de juegos, identifique y fundamente en qué nodo(s) se encuentra(n) los siguientes juegos:

- a) Damas.
- b) Ajedrez.
- c) Dominó.
- d) Ludo.
- e) El hoyo.
- f) Los yaces.

Problema 2: problema del estacionamiento

El parque automotor en Lima ha crecido enormemente en los últimos años, lo que genera tráfico y problemas entre vecinos, como el caso de Endek y Rely. Ambos acaban de llegar simultáneamente -en su respectivo vehículo- a su edificio, donde solo queda un espacio de estacionamiento disponible. Ambos deben decidir qué hacer sin necesidad de bajarse del carro ni tocar bocina (está prohibido). Cada uno puede ceder el espacio al otro o intentar ocupar el espacio rápidamente. Si ambos intentan estacionar al mismo tiempo, bloquean la entrada y ninguno logra estacionar. Si uno cede y el otro ocupa el espacio, quien estaciona obtiene comodidad, mientras que el otro debe buscar cochera. Si ambos ceden, pierden tiempo decidiendo y existe el riesgo de que alguien más tome el espacio antes que ellos. ¿Qué haría usted si fuera Endek? ¿Deberían coordinar los vecinos? ¿Qué estrategia podrían implementar?

Problema 3: campañas políticas

Durante la últimas elecciones locales, el distrito de Colorado ha llegado a una segunda vuelta electoral entre Linda (con el partido Los Capitalinios) y Dromedario (con el partido Los Comunitarios). Según los perfiles de los partidos políticos, establecer y rankear las mejores 4 estrategias que podrían implementar cada uno de los candidatos. ¿Cómo ha seleccionado las estrategias? ¿Existen factores externos que puede alterar el ranking de estrategias?

Problema 4: jugando con notaciones

Sea el conjunto $N = 4$ en un juego de penaltis con los ojos vendados. Se sabe que los conjuntos de estrategias son $S_1 = \{a, b\}$, $S_2 = \{d, e, f\}$, $S_3 = \{g, h, k\}$ y $S_4 = \{m, p, q, r\}$. Se pide:

- a) Establecer el espacio de perfiles de estrategias.
- b) Demostrar que el perfil $s = (a, e, h, r) = (s_3, s_{-3})$.
- c) Hallar S_{-2} y S_{-4} .

Problema 5: dominancia

Sea la siguiente matriz de pagos en forma normal:

1\2	a	b	c
m	(2, 4)	(4, 1)	(0, 3)
n	(3, 2)	(3, 1)	(4, 0)
p	(4, 1)	(5, 0)	(5, 0)
q	(3, 3)	(3, 2)	(3, 2)
r	(1, 4)	(0, 2)	(4, 1)

Se pide:

- a) Hallar la mejores estrategias por i-dominancia.
- b) Hallar, si existe, las EED y/o EDD.
- c) Hallar el perfil dominante por s-dominancia.
- d) ¿Qué ocurre con los incisos anteriores si $(m, c) = (\alpha, 2\alpha)$, $3 < \alpha < 7$?
- e) Sea $-1 < \epsilon < 1$. ¿Qué ocurre con lo obtenido en el inciso b) si cada perfil tiene afectación por ϵ ?

Problema 6: eliminación iterada

Sean 3 jugadores:

A

1\2	α	β	θ
m	(-1, 0)	(2, 1)	(1, -3)
n	(2, 2)	(3, -1)	(2, 0)
p	(-3, 1)	(-1, 0)	(-4, 0)
q	(1, 4)	(0, -2)	(4, 1)

B

1\2	α	β	θ
m	(2, 0)	(1, -1)	(0, 3)
n	(1, -2)	(-1, 1)	(5, 1)
p	(4, -1)	(4, 0)	(3, 2)
q	(1, 4)	(0, 0)	(4, -1)

Hallar el resultado del juego por IESDS y/o IWSDS.

Problema 7: dilema general de los presos

Sea la forma general del dilema de los presos:

1\2	confiesa	silencia
confiesa	(a, a)	(b, c)
silencia	(c, b)	(d, d)

Si $a > c$ y $b > d$, halle el EN en estrategias puras. ¿Si los presos tuvieran la posibilidad de coordinar, cuál sería el perfil que elegirían si $d > a$?

Problema 8: batalla de los sexos

Una pareja de novios recibió una gran noticia: la UPF y la AUB les está ofreciendo estipendios para financiar sus estudios de Ph.D. La UPF le pagaría al novio 60 mil euros si va con su novia o 36 mil si va sólo. La UAB le pagaría 24 mil si va solo o 48 mil si va con su novia. La novia, por su parte, recibiría de la UPF 48 mil euros si va con su novio o 24 mil si va sola. Asimismo, la UAB le pagaría 36 mil si va sola o 60 mil euros si va con su novio.

- Establecer la matriz de pagos.
- ¿Los novios reciben incentivos para estudiar solos o separados?
- Halla el ENp.

Problema 9: anti-coordinación

Una carretera marginal de la selva peruana conecta la ciudad de Oxapampa con el pueblo de Pozuzo. Carlos conduce su Cayman 718 en dirección al pueblo, mientras que Enrique conduce su Cabriolet 911 en dirección a la ciudad. Los autos están a punto de colisionar. Si ambos desvían el timón evitan el accidente pero atropellan animales silvestres, por lo que deben pagar al estado mil soles cada uno. Si sólo uno de los conductores desvía debe pagar 8 mil soles, mientras que el otro recibirá 10 mil. Si ninguno desvía, la colisión les generará un gasto de 30 mil soles a cada uno. Establecer la matriz de pagos y hallar el ENp.

Problema 10: nunca es mejor

Identificar las estrategias NMR y hallar el resultado del juego usando racionalizabilidad. Comparar su resultado con el que se obtiene, si existe, en IESDS/IWSDS.

1\2	a	b	c
M	$(4, 2)$	$(2, 1)$	$(2, 1)$
N	$(1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, 2)$
Q	$(3, 1)$	$(4, 4)$	$(3, 0)$

Problema 11: estudiantes calificados

Dos estudiantes deben tomar un examen, y el profesor les ha indicado que el estudiante con la puntuación más alta recibirá una calificación de A y el que tenga la puntuación más baja recibirá una B. La puntuación del estudiante 1 es igual a $x_1 + 1.5$, donde x_1 es la cantidad de esfuerzo que invierte en estudiar. La puntuación del estudiante 2 es igual a x_2 , donde x_2 es la cantidad de esfuerzo que realiza. Se supone implícitamente que el estudiante 1 es el más inteligente de los dos, en el sentido de que, si la cantidad de esfuerzo se mantiene fija, el estudiante 1 tiene una puntuación más alta por una cantidad de 1.5. Suponga que x_1 y x_2 pueden tomar cualquier valor en $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. La ganancia para el estudiante i es $10 - x_i$ si obtiene una A y $8 - x_i$ si obtiene una B, $\forall i = 1, 2$ (extraído de Harrington, 2009).

- a) Derivar las estrategias que sobreviven a IESDS.
- b) Derivar las estrategias que sobreviven a IWSDS.