Agregación Bayesiana de Triopolio Estático en el mercado peruano de lineas moviles (2025)

Modeling of Triopoly Strategic Interaction Using Three-Person Noncooperative Games

Salazar Villanueva Andre Giuliano | Bozzeta De la Cruz Joseph Jesús
Universidad San Martín de Porres | Facultad de Ciencias Contables, Económicas y Financieras
2025

1. Introducción

El mercado peruano de telecomunicaciones móviles es un oligopolio, definido por una intensa interacción estratégica entre sus tres jugadores dominantes: Claro (A), Movistar (B) y Bitel (C), en adelante A, B y C respectivamente. La portabilidad numérica y las constantes 'guerras de precios' son evidencia clara de un juego no cooperativo.

De la literatura existente de forma notable [4], ha modelado interacciones de triopolio similares usando juegos estáticos donde el *payoff* (pago) se define como el **"número de usuarios"** o líneas. Si bien este enfoque es metodológicamente sólido, ignora una segmentación crucial del mercado: **asume implícitamente que todos los clientes tienen el mismo valor**.

Esta investigación parte de esa limitación. Se sostiene el concepto de que el mercado no es monolítico. La competencia real se libra en dos frentes estratégicos: la retención de clientes *Premium* (P) y la captación masiva de *Volumen* (V). Esta dualidad introduce una asimetría de información fundamental: las firmas deben fijar su estrategia sin conocer con certeza el "estado del mercado" θ (la composición de la demanda Alto/Bajo valor), aunque sí conocen sus probabilidades $p(\theta)$.

Por lo tanto, este trabajo extiende el análisis de triopolio a un **juego bayesiano estático**. Se introduce una **regla de reasignación** (parámetro de *switching*) para modelar la migración de clientes entre operadores. El objetivo es determinar cómo esta estructura de información altera los incentivos, moviendo el equilibrio desde la simple maximización de líneas hacia la maximización de la **Utilidad Esperada (u^e)**.

2. Marco teórico

Punto de partida (Kozarevic, 2014). Siguiendo el esquema 3×3×3 del triopolio estático en forma normal, partimos de [4] pero cambiamos el pago "número de usuarios" por *beneficio/ingreso esperado*, manteniendo la lógica de resolución por mejores respuestas y EN en estrategias puras (si existe) dentro del juego.

Juego estratégico en forma normal. Denotamos $\Gamma = (N, (S_i)_{i\in N}, (u_i)_{i\in N})$, donde N es el conjunto de jugadores, S_i el conjunto de estrategias puras del jugador i y $u_i : S \to \mathbb{R}$ la función de pago.

Mejor respuesta (definición operativa). La correspondencia de mejor respuesta del jugador i viene dada por

$$r_i(s_{-i}) \in \arg\max_{s_i\in S_i} \; u_i(s_i, s_{-i}) \tag{1}$$

Equilibrio de Nash (criterio). Un perfil $s^* \in S$ es un equilibrio de Nash (EN) si:

$$s^* \in S \;\text{ es EN si }\; \forall i \in N: \; u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s^*_{-i}) \;\; \forall s_i \in S_i. \tag{2}$$

Nota de existencia. En juegos finitos ($|S_i| < \infty$) existe al menos un EN (posiblemente en mixtas); aquí priorizamos puras.

Estrategia dominante. Se dice que s_i^D es *estrictamente dominante* si

$$\forall\, s_{-i} \in S_{-i}, \,\forall\, s_i \in S_i\backslash\{s_i^D\}: \quad u_i(s_i^D, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i}). \tag{3}$$

Es *débilmente* dominante si se reemplaza $>$ por $\geq$ y la desigualdad es estricta para algún s_{-i}.

Estrategias y supuestos del modelo. (i) *Estrategias discretas:*

$$S_i = \{\downarrow, =, \uparrow\}, \qquad p_i(s_i) \in \{p{-}\Delta,\, p,\, p{+}\Delta\}, \;\; \Delta > 0.$$

(ii) *Entorno:* juego *estático*, de *información completa* y *movimiento simultáneo.* (iii) *Pago por perfil* (definición general):

$$\begin{aligned} u_i(s) &= g_i(s_i)\, q_i(s), \\ g_i(s_i) &= \begin{cases} (p_i(s_i) - c_i)\ \mathrm{ARPU}_i, & \text{beneficio,} \\ \mathrm{ARPU}_i, & \text{ingreso.} \end{cases} \end{aligned} \tag{4}$$

Aquí $g_i(s_i)$ representa ingreso/beneficio por usuario según la estrategia, y $q_i(s)$ es la cuota resultante bajo el perfil s; su *construcción empírica y normalización* (fuentes, recortes y reglas de reasignación) se detallan en §3.

Convenciones técnicas. *Desempates:* si $r_i(s_{-i})$ es multivaluado, reportamos el conjunto; en ejemplos numéricos usamos el orden ($\downarrow \prec = \prec \uparrow$) para fijar una realización. *Invariancia afín y unidades:* si $u_i'(s) = a_i\, u_i(s) + b_i$ con $a_i > 0$, BR y EN permanecen invariantes; por tanto, trabajar con *ingreso* o *beneficio* (según se observe c_i) no altera los resultados.

3. Metodología y datos

Esta sección describe *cómo* construimos los pagos del juego (en forma normal) a partir del dataset interno (Q2–2025) y cómo agregamos la incertidumbre del estado del mercado. La definición formal de jugadores, estrategias y solución ya fue establecida en la Sección 2; aquí nos concentramos en la ingeniería de pagos y en la agregación bayesiana.

Regla de reasignación por estado

Sea $\theta \in \Theta$ un estado del mercado y $\lambda_\theta \in [0, 1)$ la fracción elemental de *switching* por rival cuando una firma en V compite contra una en P bajo θ. La reasignación cumple **conservación de masa de lineas moviles** (lo que pierde uno lo gana otro) y se aplica perfil por perfil $s \in \{\mathsf{P}, \mathsf{V}\}^3$:

(R1) **1 V vs 2 P**: el jugador en V capta λ_θ de la base de *cada* rival en P.

(R2) **2 V vs 1 P**: el jugador en P cede λ_θ de *su* base; se reparte equitativamente entre los dos en V.

(R3) **3 P o 3 V**: no hay transferencias netas (punto neutro de reasignación).

Denotamos por $\widetilde{L}_i(s \mid \theta)$ la base del jugador i *después* de aplicar (R1)–(R3) en el estado θ, a partir de las bases pre–juego L_i^θ provistas por el dataset (Q2–2025).

Cálculo de pagos por estado y unidades

El pago por estado, en coherencia con el marco del paper base, se define en *líneas*:

$$u_i(s \mid \theta) \;=\; \widetilde{L}_i(s \mid \theta). \tag{5}$$

Si se desea trabajar en *ingresos esperados*, basta multiplicar por un $\mathrm{ARPU}(\theta)$ *común al estado*:

$$u_i^{\mathrm{ing}}(s \mid \theta) \;=\; \mathrm{ARPU}(\theta) \cdot \widetilde{L}_i(s \mid \theta),$$

sin alterar la lógica de mejores respuestas ni la búsqueda de EN.

Agregación bayesiana y matriz esperada

Conforme a la transformación de Harsanyi, el estado θ no se observa al momento de jugar, pero tiene probabilidades comunes $p(\theta)$.En nuestro caso, θ representa la composición del mercado (p. ej., “Lima/Callao” vs “Provincias”); sus priors $p(\theta)$ provienen del propio dataset y se reportan en la Sección 4. La utilidad esperada (en líneas) se obtiene *promediando* los pagos por estado (véase (5)):

$$u_i^e(s) \;=\; \sum_{\theta \in \Theta} p(\theta)\, u_i(s \mid \theta) \;=\; \sum_{\theta \in \Theta} p(\theta)\, \widetilde{L}_i(s \mid \theta).$$

La **matriz esperada** $u^e = (u_A^e, u_B^e, u_C^e)$ se construye para los 8 perfiles $s \in \{\mathsf{P}, \mathsf{V}\}^3$ y es la base para marcar mejores respuestas r_A, r_B, r_C y localizar los EN en estrategias puras.

Recuperacion de datos y derivaciones

Fuentes y recortes. Ventana Q2–2025; universo: líneas móviles activas; partición geográfica en CAV (Lima–Callao) y CBV (Provincias). Operadores del juego: Claro (A), Movistar (B), Bitel (C). Entel, la variable rezagada por estar en 4to puesto de acaparacion de mercado, no participara del triopolio se usa sólo como *ancla* nacional para reconciliar shares.

Priors regionales $p(\theta)$. Si L_{CAV} y L_{CBV} son las líneas totales por región:

$$p(\mathrm{CBV}) \;=\; \frac{L_{\mathrm{Nacional}}}{L_{\mathrm{CBV}}}, \qquad p(\mathrm{CAV}) \;=\; \frac{L_{\mathrm{Nacional}}}{L_{\mathrm{CAV}}}.$$

Para Q2–2025 usamos $p(\mathrm{CAV}) = 0.299$ y $p(\mathrm{CBV}) = 0.701$.

Líneas por operador en Provincias (CBV). Con L_{CBV} y cuotas provinciales $s_{i,\mathrm{CBV}}$:

$$L_{i,\mathrm{CBV}} \;=\; s_{i,\mathrm{CBV}} \cdot L_{\mathrm{CBV}}, \qquad i \in \{A, B, C\}.$$

(En Q2–2025: $s_{\mathrm{Claro,CBV}}$=0.2882, $s_{\mathrm{Movistar,CBV}}$=0.2537, $s_{\mathrm{Bitel,CBV}}$=0.2650.)

Líneas por operador en Lima-Callao(CAV). Paso 1: estima el *share nacional* de cada operador $\hat{s}_{i,\mathrm{Nac}}$ usando un *ancla* (p. ej., share nacional de Entel $s_{E,\mathrm{Nac}}$) :

Caso Practico: Nacional (Base 43.7M): Se utiliza la proporción relativa de estos operadores (Total $= 34.1 + 23.4 + 23.0 = 80.5$) para distribuir el 77.87 % del mercado restante.Claro (Nacional): (34.1 / 80.5) * 77.87 % = 33.00 % Movistar (Nacional): (23.0 / 80.5) * 77.87 % = 22.25 % Bitel (Nacional): (23.4 / 80.5) *77.87 % = 22.64 %

(En Q2–2025: $s_{\text{Claro,Nacional}}=0.33$, $s_{\text{Movistar,Nacional}}=0.2225$, $s_{\text{Bitel,Nacional}}=0.2664$.)

Paso 2: líneas por operador en Lima-Callao(CAV)

$$L_{i,\text{CAV}} \;=\; L_{i,\text{Nac}} \;-\; L_{i,\text{CBV}}.$$

Esto garantiza (i) conservación de masa de lineas moviles por operador y (ii) consistencia con el total nacional.

ARPU por estado. Tomamos un *piso observado* para CAV, $\text{ARPU}_{\text{CAV}} = 24.70$ (S/ por línea), y definimos en Provincias un descuento estructural δ por menor trafico de datos moviles y mayor peso de low–ARPU:

$$\text{ARPU}_{\text{CBV}} \;=\; (1-\delta)\,\text{ARPU}_{\text{CAV}}, \quad \delta_{\text{norm}} = 0.25,$$

por lo que $\text{ARPU}_{\text{CBV}} = 18.53$ S/.

Observaciones.

- *Identidad por operador:* $L_{i,\text{CAV}}+L_{i,\text{CBV}} = L_{i,\text{Nac}}$ y $\sum_i L_{i,\text{Nac}} = D_1$.
- *Priors:* $p(\text{CAV})+p(\text{CBV})=1$ y empatan la partición regional de líneas.
- *Normalizacion:* Normalizaremos $\delta = 0.25$ para fines practicos del modelo, por dominancia de Bitel y el menor trafico de datos, un factor de descuento del 25 porciento respecto al ARPU de Lima, resulta una estimacion conservadora pero logica.

Verificación y sensibilidad ex–ante

- **Robustez en** $p(\theta)$: dadas como fracciones de mercado Peruano y calculadas por diferencias en la fecha de corte 2022, siendo divulgadas por el MTC, siendo la informacion mas reciente hasta la fecha
- **Robustez en** λ_θ: barrer λ_θ en una malla fina; documentar umbrales a partir de los cuales cambian las mejores respuestas (emergencia de perfiles con dos V o tres V).

4. Resultados

Mapa y parámetros. Jugadores: A = Claro, B = Movistar, C = Bitel. Estrategias empíricas: $\{\mathsf{P},\mathsf{V}\}$. Segmentos: {Lima/Callao (LC), Provincias (RP)} con pesos $w_{\text{LC}} = 0.299$, $w_{\text{RP}} = 0.701$. Unidades: *millones de líneas.* Para cada perfil $s \in \{\mathsf{P},\mathsf{V}\}^3$, la utilidad agregada (líneas) se calcula como

$$u_i^{\text{agg}}(s) = w_{\text{LC}}\pi_i(s \mid \text{LC}) + w_{\text{RP}}\pi_i(s \mid \text{RP}). \quad (6)$$

(*Nota:* esto es un *promedio ponderado por segmentos*; no introduce un juego bayesiano nuevo.)

Segmento Lima/Callao

Cuadro 1. *Pagos por perfil en Lima/Callao,* $\pi(s \mid \text{LC})$ *(millones de líneas)*

(A,B,C)	A	B	C
(P,P,P)	5.59	1.95	1.77
(P,P,V)	4.75	1.66	2.90
(P,V,P)	4.75	3.06	1.51
(P,V,V)	4.75	2.37	2.19
(V,P,P)	6.15	1.66	1.51
(V,P,V)	5.74	1.66	1.92
(V,V,P)	5.72	2.08	1.51
(V,V,V)	5.59	1.95	1.77

Segmento Provincias

Cuadro 2. *Pagos por perfil en Provincias,* $\pi(s \mid \text{RP})$ *(millones de líneas)*

(A,B,C)	A	B	C
(P,P,P)	8.83	7.77	8.12
(P,P,V)	7.50	6.61	10.61
(P,V,P)	7.50	10.31	6.90
(P,V,V)	7.50	8.43	8.79
(V,P,P)	11.21	6.61	6.90
(V,P,V)	9.41	6.61	8.71
(V,V,P)	9.44	8.38	6.90
(V,V,V)	8.83	7.77	8.12

Matriz agregada (promedio ponderado)

Cuadro 3. *Utilidad agregada* $u^{\text{agg}}(s)$ *(millones de líneas); mejores respuestas en* ***negrita***

(A,B,C)	A	B	C
(P,P,P)	7.86	6.03	6.22
(P,P,V)	6.68	5.13	**8.31**
(P,V,P)	6.68	**8.14**	5.29
(P,V,V)	6.68	**6.62**	**6.81**
(V,P,P)	**9.70**	5.13	5.29
(V,P,V)	**8.31**	5.13	**6.68**
(V,V,P)	**8.33**	**6.50**	5.29
(V,V,V)	**7.86**	**6.03**	**6.22**

Hallazgo clave. Con los parámetros reportados, V es mejor respuesta para A, B y C en todos los perfiles; por (1)–(2), el único EN en puras es

$$s^* = (\mathsf{V},\mathsf{V},\mathsf{V}), \qquad u^{\text{agg}}(s^*) \approx (7.86,\ 6.03,\ 6.22).$$

Procedimiento numérico (verificación de cálculo)

Agregado por ponderación. Con $w_{\text{LC}} = 0.299$ y $w_{\text{RP}} = 0.701$, para cada perfil s y operador i se aplica (6). Ejemplos:

Perfil $(\mathsf{P},\mathsf{P},\mathsf{P})$.

$$\begin{aligned}
u_A^{\text{agg}}(\mathsf{P},\mathsf{P},\mathsf{P}) &= 0.299\cdot 5.59 + 0.701\cdot 8.83\\
&= 1.6714 + 6.1898\\
&= \mathbf{7.86}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_B^{\text{agg}}(\mathsf{P},\mathsf{P},\mathsf{P}) &= 0.299\cdot 1.95 + 0.701\cdot 7.77\\
&= 0.5831 + 5.4468\\
&= \mathbf{6.03}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_C^{\text{agg}}(\mathsf{P},\mathsf{P},\mathsf{P}) &= 0.299\cdot 1.77 + 0.701\cdot 8.12\\
&= 0.5292 + 5.6921\\
&= \mathbf{6.22}.
\end{aligned}$$

Perfil $(\mathsf{V},\mathsf{P},\mathsf{P})$.

$$\begin{aligned}
u_A^{\text{agg}}(\mathsf{V},\mathsf{P},\mathsf{P}) &= 0.299\cdot 6.15 + 0.701\cdot 11.21\\
&= 1.8389 + 7.8582\\
&= \mathbf{9.70}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_B^{\text{agg}}(\mathsf{V},\mathsf{P},\mathsf{P}) &= 0.299\cdot 1.66 + 0.701\cdot 6.61\\
&= 0.4963 + 4.6336\\
&= \mathbf{5.13}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_C^{\text{agg}}(\mathsf{V},\mathsf{P},\mathsf{P}) &= 0.299\cdot 1.51 + 0.701\cdot 6.90\\
&= 0.4515 + 4.8369\\
&= \mathbf{5.29}.
\end{aligned}$$

Chequeo de conservación (segmentos).

$$\begin{aligned}
\text{LC}: 5.59 + 1.95 + 1.77 = 9.31,\\
\text{RP}: 8.83 + 7.77 + 8.12 = 24.72.
\end{aligned}$$

(El resto de celdas del Cuadro 3 se obtiene de forma análoga; redondeo a dos decimales.)

Comprobaciones de desvío

Romper (P,P,P) y sostener (V,V,V). Para A, con $(B,C)=(\mathsf{P},\mathsf{P})$:

$$\Delta_A(\mathsf{V}\mid \mathsf{P},\mathsf{P}) = u_A^{\text{agg}}(\mathsf{V},\mathsf{P},\mathsf{P}) - u_A^{\text{agg}}(\mathsf{P},\mathsf{P},\mathsf{P}) \approx +1.84.$$

Análogamente,

$$\Delta_B(\mathsf{V}\mid \mathsf{P},\mathsf{P}) \approx +2.11, \qquad \Delta_C(\mathsf{V}\mid \mathsf{P},\mathsf{P}) \approx +2.08.$$

Y con $(B,C)=(\mathsf{V},\mathsf{V})$, cualquier desvío a P reduce utilidad:

$$\begin{aligned}
\Delta_A(\mathsf{P}\mid \mathsf{V},\mathsf{V}) &\approx -1.18,\\
\Delta_B(\mathsf{P}\mid \mathsf{V},\mathsf{V}) &\approx -0.90,\\
\Delta_C(\mathsf{P}\mid \mathsf{V},\mathsf{V}) &\approx -0.93.
\end{aligned} \tag{7}$$

Por (3), V es (al menos) débilmente dominante para los tres, y $(\mathsf{V},\mathsf{V},\mathsf{V})$ es ENB en puras de la matriz de utilidades esperadas.

Análisis breve de robustez

(i) *Pesos segmentales.* Si w_{LC} aumenta, el incentivo a P crece; documentar el umbral $w_{\text{LC}}^{\dagger}$ a partir del cual alguna MR cambia. (ii) *Intensidad de reasignación.* Barrer la intensidad de "switching" y reportar el $\lambda^{\dagger}$ que revierte alguna MR. (iii) *Redondeo.* Las sumas por fila se conservan a nivel exacto; las diferencias visibles obedecen a redondeos al segundo decimal.

5. Conclusiones

Este trabajo ha extendido el triopolio estático de Kozarević, S. (2014) a un **Juego Bayesiano Estático**, aplicándolo al caso de los operadores móviles peruanos Claro (A), Movistar (B) y Bitel (C). El ajuste bayesiano impacta el cómputo del *payoff*, que pasa a ser la **Utilidad Esperada (UE)**. La mecánica de solución, basada en la intersección de mejores respuestas, se preserva, pero ahora se aplica a la matriz de pagos esperados $\bar{u}$ para identificar el **Equilibrio de Nash Bayesiano (ENB)**.

La **regla de reasignación** (R1)–(R3) ha demostrado ser un mecanismo parsimonioso para poblar las matrices de pago $2\times2\times2$ por estado. Esta regla permite estudiar cómo el parámetro de *switching* λ_θ (agresividad de V) y los *priors* $p(\theta)$ (peso de estados) reconfiguran los incentivos estratégicos.

El resultado cualitativo central es que el perfil cooperativo tácito $(\mathsf{P},\mathsf{P},\mathsf{P})$ no constituye un Equilibrio de Nash Bayesiano (ENB) bajo los parámetros calibrados para el mercado peruano de lineas telefonicas. Dicho perfil es inestable, pues el incentivo unilateral a desviarse a V para maximizar la UE es dominante. En contraste, el perfil no cooperativo $(\mathsf{V},\mathsf{V},\mathsf{V})$ emerge como el ENB único y estable, reflejando la dominancia estratégica de la guerra de volumen para las tres firmas analizadas.

En zonas intermedias de parámetros, es teóricamente esperable la emergencia de múltiples Equilibrios de Nash Bayesianos (ENB), incluyendo perfiles asimétricos (p. ej., dos firmas en V y una en P).

La implementación empírica de este marco analítico es directa. Requiere únicamente fijar las bases por estado $\{L_i^\theta\}$, calibrar una banda de $\{\lambda_\theta\}$, definir los *priors* $p(\theta)$ y construir la matriz de utilidad esperada $\bar{u}$ para localizar el ENB y realizar la subsecuente estática comparativa.

Referencias

[1] Harsanyi, J. C. (1967). Games with incomplete information played by "Bayesian" players. Part I. *Management Science, 14*(3), 159–182.

[2] Harsanyi, J. C. (1968). Games with incomplete information played by "Bayesian" players. Part II. *Management Science, 14*(5), 320–334.

[3] Harsanyi, J. C. (1968). Games with incomplete information played by "Bayesian" players. Part III. *Management Science, 14*(7), 486–502.

[4] Kozarević, S. (2014). Modeling of triopoly strategic interaction using three-person noncooperative games. *Journal of Game Theory, 3*(3), 41–48. https://doi.org/10.5923/j.jgt.20140303.02

[5] Osborne, M. J., & Rubinstein, A. (1994). *A course in game theory.* Cambridge, MA: MIT Press.

Anexo: Fuentes y construcción de datos

Corte y segmentación. Corte principal: **2021-Q3**; validación cruzada: **2022-Q1**. Segmentos: **Lima/Callao (LC)** y **Resto del País (RP)** con pesos $w_{\text{LC}} = 0.299$ y $w_{\text{RP}} = 0.701$.
Fuentes. OSIPTEL (líneas móviles por operador y ámbito), MTC (boletines trimestrales), INEI (población para consistencia de pesos) y reportes públicos de operadores para *ARPU*. Cuando no hay ARPU por segmento, se usa un piso conservador para LC y un descuento en RP.
Limitaciones. ARPU por operador y segmento no siempre está público en 2021-Q3; se documentan supuestos y sensibilidad en §4.5.