UNIVERSIDAD DE SAN MARTÍN DE PORRES
Facultad de Ciencias Contables, Económicas y Financieras
Escuela Profesional de Economía
Curso: Teoría de los Juegos e Información
Semestre: 2025-II

EP1 (Solucionario)

Docente: Luis Chávez *Fecha: 03-09-2025*

1. (4 points) Ana y Ben están planeando ir de paseo al bosque (b) o al río (r). Las utilidades que asignan a cada alternativa se muestra en seguida.

$A \mid B$	b	r
b	(3,2)	(0,3)
r	(0,3)	(1,2)

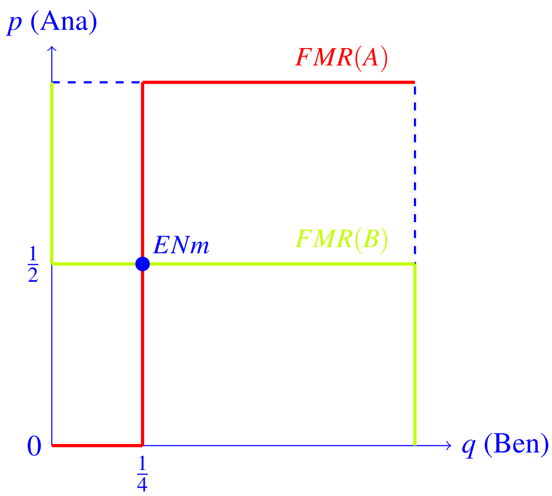
(a) (2 points) Halle ENp y ENm. Grafique las FMR.

$$ENp = s^* = \{\emptyset\}$$

Sean p y q las probabilidades de que Ana y Ben elijan el bosque (b), respectivamente. Por tanto, $1-p$ y $1-q$ son las probabilidades de elegir el río (r). Luego,

$$u_A(b,\sigma_2) = 3q + 0(1-q) = 3q$$
$$u_A(r,\sigma_2) = 0q + 1(1-q) = 1-q$$
$$u_B(\sigma_1,b) = 2p + 3(1-p) = 3-p$$
$$u_B(\sigma_1,r) = 3p + 2(1-p) = 2+p$$

A: $b > r \;\Rightarrow\; 3q \geq 1-q \;\Rightarrow\; q \geq \frac{1}{4}$.
B: $b > r \;\Rightarrow\; 3-p \geq 2+p \;\Rightarrow\; p \leq \frac{1}{2}$.



Entonces,

$$\sigma^* = \left\{\frac{1}{4}b + \frac{3}{4}r,\ \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}r\right\}$$

(b) (2 points) ¿Cuál será el ENp y ENm si ahora $(b,r) = (0,\alpha)$, donde $\alpha > 0$?

Se tiene:

$A\|B$	b	r
b	(3,2)	(0,α)
r	(0,3)	(1,2)

Para $\alpha \in (0,2]$, ENp será (b,b). Para hallar ENm, cuando $\alpha > 2$, se tiene:

$$u_A^e(b,\sigma_2) = 3q$$

$$u_A^e(r,\sigma_2) = 1-q$$

$$3q \geq 1-q \ \Rightarrow\ q \geq \frac{1}{4}$$

$$u_B^e(\sigma_1,b) = 2p + 3(1-p)$$

$$u_B^e(\sigma_1,r) = \alpha p + 2(1-p)$$

$$2p+3(1-p) \geq \alpha p + 2(1-p) \ \Rightarrow\ p \leq \frac{1}{\alpha-1}$$

$$\sigma^* = \left\{\frac{1}{4}b + \frac{3}{4}r,\ \frac{1}{\alpha-1}b + \frac{\alpha-2}{\alpha-1}r\right\}$$

2. (6 points) Sea el mercado oligopólico de pastas dentales donde coexisten n empresas idénticas. La demanda inversa de pastas está dada por $P(Q) = a - bQ$, donde $Q = \sum_i^n q_i$. Cada firma enfrenta un coste marginal de 2 soles. Hallar el EN del juego y los profits de cada firma. ¿Qué ocurre con los profits de la industria cuando n incrementa?

La función de beneficio de la firma i es

$$\pi_i(q_i, q_{-i}) = P(Q)\,q_i - 2q_i = (a-bQ)q_i - 2q_i.$$

Como $Q = q_i + Q_{-i}$, donde $Q_{-i} = \sum_{j\neq i} q_j$), se tiene:

$$\pi_i(q_i, q_{-i}) = aq_i - bq_i(q_i + Q_{-i}) - 2q_i.$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bQ_{-i} - 2 = 0$$

$$2bq_i = a - 2 - bQ_{-i}$$

$$q_i = \frac{a-2}{2b} - \frac{Q_{-i}}{2}$$

En equilibrio, por simetría $q_i = q$ para toda firma. Entonces $Q_{-i} = (n-1)q$. Luego,

$$q = \frac{a-2}{2b} - \frac{(n-1)q}{2}$$

$$q\left(1 + \frac{n-1}{2}\right) = \frac{a-2}{2b}$$

$$q\frac{n+1}{2} = \frac{a-2}{2b}$$

$$q^* = \frac{a-2}{b(n+1)}$$

La cantidad producida de la industria será:

$$Q^* = nq^* = \frac{(a-2)n}{b(n+1)}$$

El precio será

$$P^* = a - bQ^* = a - b\frac{(a-2)n}{b(n+1)} = a - \frac{(a-2)n}{n+1} = \frac{a(n+1)-(a-2)n}{n+1} = \frac{a+2n}{n+1}$$

Los beneficios serán

$$\pi_i(q^*) = (P^*-2)q^* = \left(\frac{a+2n}{n+1} - 2\right)\frac{a-2}{b(n+1)} = \frac{(a-2)^2}{b(n+1)^2}$$

Los beneficios de la industria será:

$$\Pi^* = n\pi_i(q^*) = \frac{n(a-2)^2}{b\,(n+1)^2}$$

A medida que n incrementa, los beneficios sociales disminuye dado que $a > 2$. Formalmente se podría aplicar límites para construir la convergencia.

3. (10 points) Utilizando el simplex, hallar el/los ENm (si $\exists$) a partir del siguiente juego en forma normal.

1|2	F	G	H
A	(-1,1)	(0,4)	(2,1)
B	(3,1)	(2,-1)	(-2,5)
C	(2,3)	(3,2)	(-1,3)

J1:

Caso 1: $A \succeq C$

$$\begin{aligned} u^e(A,\sigma_2) &= -f+2h \\ u^e(C,\sigma_2) &= 2f+3g-h \end{aligned} \quad \begin{cases} -f+2h \geq 2f+3g-h \\ h \geq f+g \end{cases}$$

$$f = 0 : h \geq g \qquad g = 0 : h \geq f$$

$$h \geq 1 - h \qquad h \geq 1 - h$$

$$h \geq \frac{1}{2},\ g \leq \frac{1}{2} \qquad h \geq \frac{1}{2},\ f \leq \frac{1}{2}$$

Caso 2: $B \succeq C$

$$\begin{array}{l} u^e(B, \sigma_2) = 3f + 2g - 2h \\ u^e(C, \sigma_2) = 2f + 3g - h \end{array} \begin{cases} 3f + 2g - 2h \geq 2f + 3g - h \\ \qquad f \geq g + h \end{cases}$$

$$g = 0 : f \geq h \qquad h = 0 : f \geq g$$

$$f \geq 1 - h \qquad f \geq 1 - f$$

$$f \geq \frac{1}{2},\ h \leq \frac{1}{2} \qquad f \geq \frac{1}{2},\ g \leq \frac{1}{2}$$

Caso 3: $A \succeq B$

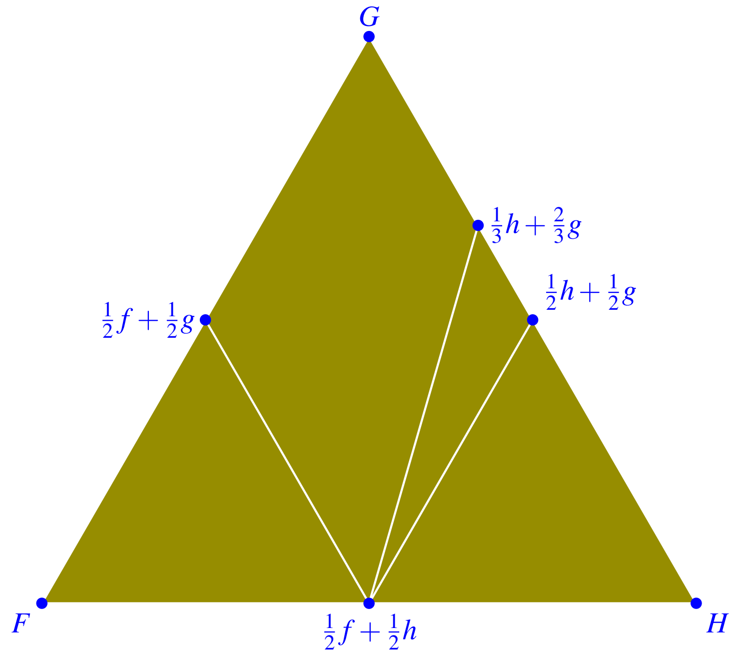
$$\begin{array}{l} u^e(A, \sigma_2) = -f + 2h \\ u^e(B, \sigma_2) = 3f + 2g - 2h \end{array} \begin{cases} -f + 2h \geq 3f + 2g - 2h \\ \qquad 2h \geq 2f + g \end{cases}$$

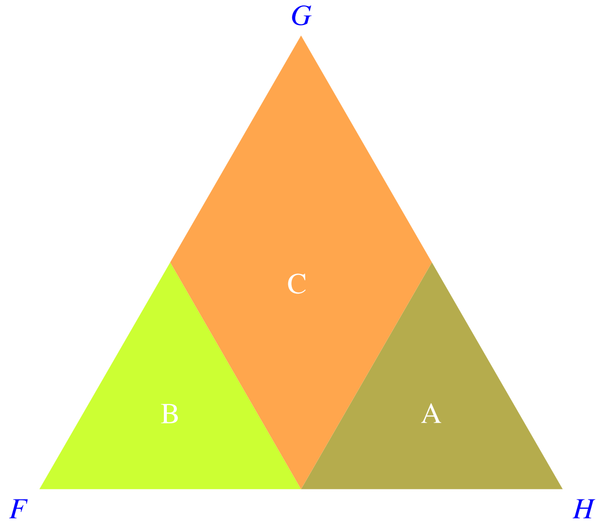
$$f = 0 : 2h \geq g \qquad g = 0 : h \geq f$$

$$2h \geq 1 - h \qquad h \geq 1 - h$$

$$h \geq \frac{1}{3},\ g \leq \frac{2}{3} \qquad h \geq \frac{1}{2},\ f \leq \frac{1}{2}$$

$MR_1 : \Sigma_2 \to \Sigma_1$





El conjunto de estrategias racionalizables es:

$$R_1 = \{A, B, C, BC, CA\}$$

J2:

Caso 1: $F \succeq H$

$$u^e(\sigma_1, F) = a + b + 3c \qquad \begin{cases} a + b + 3c \geq a + 5b + 3c \\ 0 \geq 4b \end{cases}$$
$$u^e(\sigma_1, H) = a + 5b + 3c$$

En este caso, la interpretación sería que $b = 0$. El resultado se debe a que existe dominancia débil de H sobre F.

Caso 2: $G \succeq H$

$$u^e(\sigma_1, G) = 4a - b + 2c \qquad \begin{cases} 4a - b + 2c \geq a + 5b + 3c \\ 3a \geq 6b + c \end{cases}$$
$$u^e(\sigma_1, H) = a + 5b + 3c$$

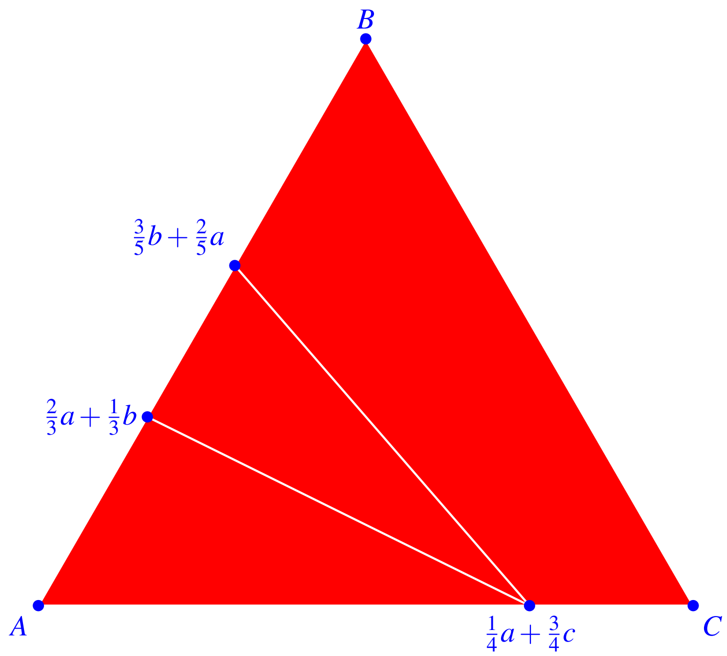
$$b = 0 : 3a \geq c \qquad\qquad c = 0 : a \geq 2b$$
$$3a \geq 1 - a \qquad\qquad a \geq 2(1-a)$$
$$a \geq \frac{1}{4},\ c \leq \frac{3}{4} \qquad\qquad a \geq \frac{2}{3},\ b \leq \frac{1}{3}$$

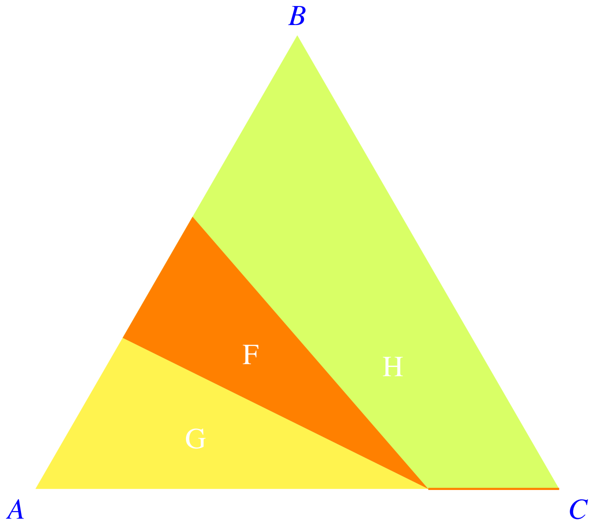
Caso 3: $F \succeq G$

$$u^e(\sigma_1, F) = a + b + 3c \qquad \begin{cases} a + b + 3c \geq 4a - b + 2c \\ 2b + c \geq 3a \end{cases}$$
$$u^e(\sigma_1, G) = 4a - b + 2c$$

$$b = 0 : c \geq 3a \qquad\qquad c = 0 : 2b \geq 3a$$
$$c \geq 3(1-c) \qquad\qquad 2b \geq 3(1-b)$$
$$c \geq \frac{3}{4},\ a \leq \frac{1}{4} \qquad\qquad b \geq \frac{3}{5},\ a \leq \frac{2}{5}$$

$MR_2 : \Sigma_1 \to \Sigma_2$





El conjunto de estrategias racionalizables es:

$$R_2 = \{F, G, H, FG, FH\}$$

Ahora, se evalúa los ENm partiendo de estrategias de J1 (se puede partir de J2):

$$
\begin{array}{ccccccc}
\underline{s_1} & & \underline{R_2} & & \underline{R_1} & & \underline{\sigma^*} \\
A & \longrightarrow & G & \longrightarrow & C & \longrightarrow & no \\
B & \longrightarrow & H & \longrightarrow & A & \longrightarrow & no \\
C & \longrightarrow & F & \longrightarrow & B & \longrightarrow & no \\
 & \longrightarrow & H & \longrightarrow & A & \longrightarrow & no \\
 & \longrightarrow & FH & \longrightarrow & A & \longrightarrow & no \\
 & & & \longrightarrow & C & \longrightarrow & si \\
BC & \longrightarrow & H & \longrightarrow & A & \longrightarrow & no \\
 & \longrightarrow & F & \longrightarrow & B & \longrightarrow & no \\
CA & \longrightarrow & G & \longrightarrow & C & \longrightarrow & no \\
 & \longrightarrow & F & \longrightarrow & B & \longrightarrow & no \\
 & \longrightarrow & GF & \longrightarrow & B & \longrightarrow & no \\
 & & & \longrightarrow & C & \longrightarrow & no \\
 & & & \longrightarrow & BC & \longrightarrow & no
\end{array}
$$

Luego,

$$\sigma^* = \{C,\ \theta F + (1-\theta)H,\ \forall\theta\}$$