



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Teoría de Juegos

Tópico 4: Economía de la Información y matching

Luis Chávez



Departamento Académico de Economía y Planificación
UNALM

Lima, 2025



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

- 1 Introducción
- 2 Información asimétrica
 - Riesgo moral
 - Selección adversa
 - Signalling
- 3 Extensiones
 - Aplicaciones
 - Matching Theory
- 4 Anexos



Acerca de

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

- 1 La era de la información.
- 2 En particular, la información tecnológica (a lo Varian) y digital.
- 3 La información es un bien económico.
- 4 La información induce estrategias (incentivos y contratos).



Conceptos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

El problema: sea una relación bilateral en la que una parte contrata a otra para llevar a cabo alguna acción o tomar una decisión, a cambio de una retribución. Se trata del contratista (principal) y al contratante (agente).

- El principal diseña el contrato.
- El agente aceptará el contrato siempre que $U(\cdot)$ sea mayor que la que obtendría de no firmarlo (utilidad de reserva).
- La negociación es unilateral (\nexists contraoferta del agente).
- El agente acepta o no firmar el contrato.



Definición 1 (información)

Conjunto de características verificables (variables) dentro de un contrato.

- Información simétrica.
- Información asimétrica (oculta): induce el **problema del principal y el agente**.



Definición 2 (contrato)

Promesa fiable entre ambas partes, en la que se especifican las obligaciones de cada una ante cualquier contingencia. Incluye el mecanismo de pago mediante el cual el agente será compensado por su esfuerzo (Macho-Stadler and Pérez-Castrillo, 2001).



El modelo

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Ejemplo 1

Al contratar un taxi, contratas a un agente para que realice una tarea. Tú, el cliente, deseas llegar a tu destino rápidamente y a bajo costo, pero el taxista busca maximizar sus profits. El conductor parece tener un incentivo para cobrar de más, y tu capacidad para monitorear esto es muy limitada porque conoces muy poco sobre los patrones de tráfico y las rutas rápidas.



Supuestos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

- 1 Información completa entre el principal (P) y el agente (A).
- 2 Puede haber información simétrica, pero imperfecta.
- 3 La naturaleza (N) 'decide' algo.
- 4 Interacción dinámica: ENPS.
- 5 Juego estático (contrato de un sólo periodo).



El modelo base

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

- Los participantes¹, P y A , poseen información completa a priori y posteriori al contrato
- El resultado del vínculo laboral es un valor monetario, x .
- El conjunto de posibles resultados, X .
- El esfuerzo del A , e .
- Un componente aleatorio donde ambos participantes tiene la misma distribución prior.

¹Pueden ser personas, instituciones o firmas.



El modelo base

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Como el resultado es aleatorio, se define la probabilidad de un resultado particular como:

$$Prob(x = x_i | e) = p_i(e), \quad \forall \{i\}_1^n, \quad p_i(e) > 0 \quad (1)$$

si $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ es cierto que $\sum_i p_i(e) = 1$. Como existe incertidumbre, las preferencias por el riesgo se escribe vía funciones de beneficios del tipo VNM. El comportamiento de P depende de su función cóncava de beneficios

$$B(x - w), \quad B' > 0, \quad B'' < 0 \quad (2)$$

donde w es el pago de A .



El modelo

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

El agente recibe w como contraprestación por sus servicios, pero a costa de e . Su utilidad² se puede escribir como

$$U(w, e) = u(w) - v(e) \quad (3)$$

donde $v'(e) > 0$ y $v''(e) \geq 0$

²Separable aditivamente y cóncava en $u(\cdot)$.



El modelo

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

El conflicto de intereses está seteado por:

- P está interesado en x pero A no.
- A P no le interesa e , mientras que a A si.
- Un mayor e induce a creer que un mejor resultado será más probable.

Entonces, ¿existe cooperación?.



El modelo

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

El problema de P alcanza una solución pareto-eficiente:

$$\max_{e, w(x_i), \forall i} \sum_{i=1}^n p_i(e) B(x_i - w(x_i)) \quad (4)$$

s.a la **condición de participación**:

$$\sum_{i=1}^n p_i(e) u(w(x_i)) - v(e) \geq \underline{U} \quad (5)$$

donde se asume que e es observable por P (verificable).



Ejemplo 2

Sea el espacio de esfuerzo del agente $e \in [0, \infty)$ y la producción $x(e) = 100 \ln(1 + e)$. Si A rechaza el contrato, $\underline{U} = 3$ y el P obtiene 0. Si A acepta el contrato, de modo que $U(e, w) = \ln(w) - e^2$ y $B = x(e) - w(e)$. Resolver.



Ejemplo 2 (continuación...)

$$\ln(w) = e^2 + 3$$

$$w = \exp(e^2 + 3)$$

Luego,

$$B(e) = 100 \ln(1 + e) - \exp(e^2 + 3)$$

$$\frac{100}{1 + e} = \exp(e^2 + 3)(2e)$$

$$e^* = 0.77$$



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

- 1 Introducción
- 2 Información asimétrica
 - Riesgo moral
 - Selección adversa
 - Signalling
- 3 Extensiones
 - Aplicaciones
 - Matching Theory
- 4 Anexos



El modelo

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Definición 3 (riesgo moral)

Un modelo presenta **riesgo moral** si la acción de A no es verificable o, en su defecto, si A recibe información privada post vínculo laboral.

Ejemplo: el esfuerzo de A (¿incluye el contrato?).



El modelo

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Sea el modelo estándar en su versión discreta. A puede elegir n posibles esfuerzos e_1, \dots, e_n (acciones, en general), los cuales producen m resultados x_1, \dots, x_m . El resultado a priori es una señal que aporta información sobre la acción elegida por A. Cuando A escoge e_i , P observa x_j con probabilidad $p_{ij} > 0^3$.

P (neutral al riesgo) observa el resultado, paga w_j y conserva $x_j - w_j$. Si la función de A $U(w, e)$ es separable en el esfuerzo y el salario, se define:

$$U(w, e) = u(w) - e \quad (6)$$

Si A tiene preferencias von Neumann-Morgenstern, se tiene:

$$B = x - w \quad (7)$$

³Si $p = 0$, P puede excluir algunos esfuerzos.



Problema de A

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Cuando P ofrece w_j , A escoge su esfuerzo para optimizar:

$$\max_{\{i=1,\dots,n\}} \sum_{j=1}^m p_{ij} u(w_j) - e_i \quad (8)$$

s.a los $n - 1$ restricciones de incentivos

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} u(w_j) - e_i \geq \sum_{j=1}^m p_{kj} u(w_j) - e_k, \quad k \neq i \quad (9)$$

y la restricción de participación cuando se elige el esfuerzo e_i :

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} u(w_j) - e_i \geq \underline{U} \quad (10)$$



Problema de P

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

P debe elegir el contrato w_1, \dots, w_m que maximiza su utilidad esperada condicionada a la decisión de A:

$$\max_{w_1, \dots, w_m} \sum_{j=1}^m p_{ij}(x_j - w_j) \quad (11)$$

s.a (9) y (10). El lagrangiano de P será:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(w, \lambda, \mu) = & \sum_{j=1}^m p_{ij}(x_j - w_j) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \lambda_k \left(\sum_{j=1}^m p_{ij}u(w_j) - e_i - \sum_{j=1}^m p_{kj}u(w_j) + e_k \right) \\ & + \mu \left(\sum_{j=1}^m p_{ij}u(w_j) - e_i - \underline{U} \right) \end{aligned} \quad (12)$$



Ejemplo 3

Sea el modelo de riesgo moral regular con P neutral al riesgo y A con aversión al riesgo. A puede elegir entre dos niveles de esfuerzo $e_i \in \{\underline{e}, \bar{e}\}$ con un costo asociado $c_i \in \{\underline{c}, \bar{c}\} = \{0, c\}$; con $c > 0$. Cada esfuerzo genera aleatoriamente uno de dos posibles niveles de beneficio, $x_i \in \{\underline{x}, \bar{x}\}$ con $p(\underline{x}|\underline{e}) > p(\underline{x}|\bar{e})$. La función de utilidad de A es

$$u(w, c_i) = \ln w - c_i \quad (13)$$

Se pide describir el problema P - A cuando P desea implementar \bar{e} y determine la escala salarial óptima que se ofrecerá hacia A que implementa \bar{e} .



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

1 Introducción

2 Información asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

3 Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

4 Anexos



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Definición 4 (selección adversa)

Un modelo presenta **selección adversa** si A posee información privada antes del vínculo contractual con P.



El modelo de vinos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Sea el caso de un vendedor (P) que tiene vinos de diferentes calidades y precios. Ello le ayuda a segmentar su mercado por calidad. El comprador (A) es el bebedor de vino. Dado que hay segmentación, se habla de una discriminación de precios de segundo grado.



El modelo de vinos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

El bebedor moderado (A) planea comprar como máximo una botella de vino por período. Su utilidad es

$$U = \theta q - t, \quad \theta = \{\theta_1, \theta_2\}, \quad \theta_1 < \theta_2 \quad (14)$$

donde q es la calidad que compra y θ es un parámetro que indexa su gusto por la calidad. Si no compra vino, $U = 0$. Se cumple la condición Spence-Mirrlees:

$$\frac{\partial[u(q, \theta') - u(q, \theta)]}{\partial q} > 0, \quad \forall \theta' > \theta \quad (15)$$

Dado q , los consumidores más especiales están dispuestos a pagar más que los consumidores 'básicos' por el mismo aumento en la calidad. Esto ayuda a segmentar el mercado en calidad. Se sabe que $p(\theta_1) = \pi$.



El modelo de vinos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

P es un monopolista local que produce vino de calidad $q \in (0, \infty)$ con costos

$$C = C(q) \quad (16)$$

donde C es doblemente diferenciable y estrictamente diferenciable:

$$C'(0) = 0$$

$$C'(\infty) = \infty$$

Su beneficio está dado por

$$t - C(q) \quad (17)$$



Solución

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Primer mejor: discriminación perfecta

Si P observa el tipo θ_i de A, su problema será:

$$\max_{q_i, t_i} t_i - C(q_i) \quad (18)$$

s.a

$$\theta_i q_i - t_i \geq 0 \quad (19)$$

El productor ofrecerá $q_i = q_i^*$ tal que $C'(q_i^*) = \theta_i$ y $t_i^* = \theta_i q_i^*$ para el consumidor de tipo θ_i , extrayendo así todo su excedente.



Solución

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

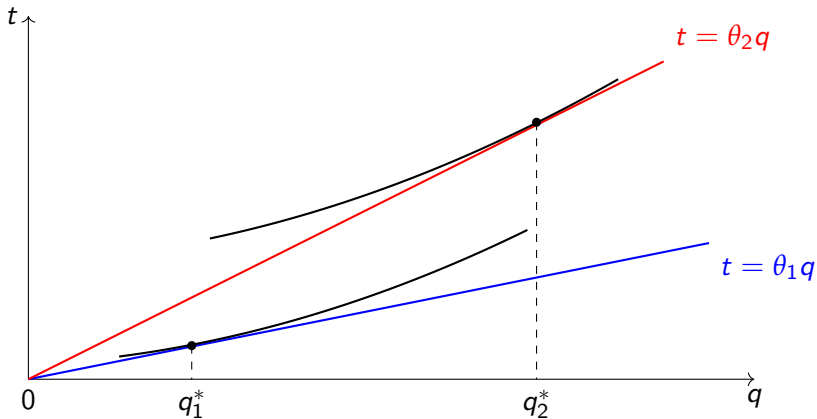
Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References





Solución

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Implicancias:

- Las calidades óptimas son eficientes.
- Como $\theta_1 < \theta_2$, $q_2^* > q_1^*$, lo que implica que el consumidor sofisticado compra una calidad de vino más alta que el comprador básico (discriminación de primer grado).



Segundo mejor: información asimétrica

Ahora, P sólo conoce que la proporción de consumidores básicos es π . Si él propone el primer mejor, con contratos (q_1^*, t_1^*) y (q_2^*, t_2^*) , el consumidor sofisticado escogería el primero ya que:

$$\theta_2 q_1^* - t_1^* = (\theta_2 - \theta_1) q_1^* > 0 = \theta_2 q_2^* - t_2^* \quad (20)$$

El consumidor sofisticado tiene incentivo para mentir y elegir el contrato del consumidor básico, porque le da utilidad positiva. Por eso, el primer mejor no es implementable cuando hay información privada: no respeta RCI.



Solución

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Entonces, el problema se redefine a:

$$\max_{t_i, q_i} [\pi(t_1 - C(q_1)) + (1 - \pi)(t_2 - C(q_2))] \quad (21)$$

s.a

$$\theta_1 q_1 - t_1 \geq \theta_1 q_2 - t_2, \quad (RCI_1) \quad (22)$$

$$\theta_2 q_2 - t_1 \geq \theta_2 q_1 - t_1, \quad (RCI_2) \quad (23)$$

$$\theta_1 q_1 - t_1 \geq 0, \quad (RP_1) \quad (24)$$

$$\theta_2 q_2 - t_2 \geq 0, \quad (RP_2) \quad (25)$$



Solución

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

En el óptimo:

- RP_1 se activa si $t_1 = \theta_1 q_1$.
- RP_2 se activa si $t_2 - t_1 = \theta_2(q_2 - q_1)$.
- $q_2 \geq q_1$.
- RCl_1 y RP_2 pueden ser esquivados.
- El consumidor sofisticado compra la calidad eficiente $q_2 = q_2^*$.

¿Demostración? Véase Salanié (2005).



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Ejemplo 4

Considere el trabajo de Macdonald y Tapadar (2010).



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

1 Introducción

2 Información asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

3 Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

4 Anexos



Conceptos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

- En los modelos de selección adversa, la parte desinformada toma la iniciativa al ofrecer a la parte informada una lista de contratos entre los cuales los diferentes tipos de agentes informados pueden elegir según sus características particulares.
- En la vida real, a veces es difícil determinar si la iniciativa recae en la parte informada o en la desinformada.
- Así, es importante estudiar también los juegos en los que la parte informada juega primero enviando una señal que puede revelar información sobre su tipo. La parte desinformada intenta entonces descifrar estas señales.



Definición 5 (señalización)

Un modelo presenta **señalización** si A puede enviar señales antes de la firma del contrato a P, en el que P observa esas señales.



Mercado de autos usados

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Considere el modelo de Akerlof (1970). Se asume la presencia de carros buenos y carros malos en el mercados de vehículos usados⁴.

⁴Véase los limones.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Ejemplo 5

Considere el trabajo de Tyler *et al.* (2000).



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

1 Introducción

2 Información asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

3 Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

4 Anexos



Fundamentos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Pizarra...



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

1 Introducción

2 Información asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

3 Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

4 Anexos



Fundamentos

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Pizarra...



Referencias

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información
asimétrica

Riesgo moral

Selección adversa

Signalling

Extensiones

Aplicaciones

Matching Theory

Anexos

References

Macho-Stadler, I. and Pérez-Castrillo, J. D. (2001). *An introduction to the economics of information: incentives and contracts*. OUP Oxford.

Salanié, B. (2005). *The Economics of Contracts: A Primer*. MIT Press, 2nd edition.