

PS05 – Game Theory

Lecturer: Luis Chávez

Los siguientes ejercicios permiten medir la capacidad analítica y procedimental. Se sugiere resolverlos en forma ascendente.

Problema 1: duopolio de Cournot

Sean dos firmas que enfrentan la demanda del mercado $p = 120 - 5Q$. Los costos de la firma 2 es $c_2(q_2) = 6q_2$ con probabilidad $2/5$ y $c_2(q_2) = 20q_2$ con probabilidad $3/5$. Los costes de la firma 1 son $c_1(q_1) = 12q_1$. La firma 2 tiene información simétrica, mientras que la firma 1 solo conoce los tipos de costes y sus probabilidades de la firma 2. Asumiendo conocimiento común, se pide:

- Caracterizar el juego bayesiano.
- Hallar el equilibrio de Nash bayesiano y los profits.
- Suponga que la firma 1 se entera que la firma 2 tiene costes del tipo 1. Hallar el ENp y los profits.
- Suponga que la firma 1 se entera que la firma 2 tiene costes del tipo 2. Hallar el ENp y los profits.
- Comparar resultados y graficar.

Problema 2: variante de Cournot

Sea el mercado de cervezas peruano donde opera Backus y un reducido pequeño de cervecías artesanales a quienes se denominará Tradicional. La demanda interna de cervezas es $p(q) = \alpha - Q$. Backus sabe si α es alto ($\alpha = \alpha_h = 18$) o bajo ($\alpha = \alpha_l = 6$). El valor del intercepto es incierto para Tradicional. Tradicional cree que α podría ser alto con una probabilidad de $3/4$ y podría ser bajo con una probabilidad de $1/4$. Asuma conocimiento común y que las decisiones de producción se eligen simultáneamente. Ambas tienen un CMg de 2. Se pide:

- Caracterizar el juego bayesiano.
- Hallar el equilibrio de Nash bayesiano y los profits.

Problema 3: tipos

Asuma que el jugador 2 conoce qué si están jugando la matriz a o b , pero el jugador 1 sólo conoce que se juega a con probabilidad p y b con probabilidad $1 - p$.

t_a	1 2	A	B
	d	2,4	1,0
	f	1,1	3,2

t_b	1 2	A	B
	d	2,1	0,3
	f	0,2	3,1

Se pide:

- Caracterizar el juego bayesiano.

- b) Hallar el ENB.
- c) Graficar.

Problema 4: batalla de los sexos

Una pareja (Alisha y Luis) decide si van al partido de fútbol o al concierto de Los Kjarkas. Cada uno debe tomar la decisión simultáneamente e independientemente (no pueden comunicarse). A Alisha (jugador 1) le gusta mucho el fútbol, pero preferiría ir con su pareja. Luis disfruta mucho más de Los Karkas que del fútbol. A veces prefiere ir con su pareja, pero otras veces prefiere ir solo (se pueden imaginar las razones). Él sabe cómo estará esta noche. Pero ella no. Cree que la probabilidad de que él disfrute de su compañía es $1/2$. La situación se resume en las siguientes tablas.

$t_{compania}$	$A L$	F	K	t_{solo}	$A L$	F	K
	F	2,1	0,0		F	2,0	0,2
	K	0,0	1,2		K	0,1	1,0

Se pide:

- a) Caracterizar el juego bayesiano.
- b) Hallar el ENB.
- c) Graficar.

Problema 5: duopolio de Bertrand

Sea dos firmas que compiten simultáneamente en precios. Si las firmas 1 y 2 eligen precios p_1 y p_2 , respectivamente, la cantidad que los consumidores demandan de cada empresa es:

$$q_1(p_1, p_2) = a - bp_1 + dp_2$$

$$q_2(p_1, p_2) = a - bp_2 + dp_1$$

La firma 2 tiene CMg igual a c . Con probabilidad θ la firma 1 tiene CMg de c_H mientras que con probabilidad $1 - \theta$ la empresa 1 tiene un CMg c_L . Asuma que las funciones de demanda son diferenciables y continuas para ambas empresas. Sea $\theta = 1/2$, $(a, b, c) = (80, 1/4, 6)$ y $(c, c_H, c_L) = (6, 8, 2)$. Se pide:

- a) Hallar las funciones MR de las firmas.
- b) Hallar el ENB.
- c) Graficar.