

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencia Aplicaciones

Información imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

Teoría de los Juegos e Información

Tópico 2: Juegos Dinámicos con Información Completa

Luis Chávez

Escuela Profesional de Economía USMP

Lima, 2025



Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuencia Aplicaciones

Información

EPS Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos estáticos

Juegos dinámicos

Anexos

Reference

Contenido

- Introducción
- 2 Información perfecta Racionalidad secuencial Aplicaciones
- 3 Información imperfecta EPS Árboles especiales
- Juegos repetidos
 Juegos estáticos
 Juegos dinámicos
- 6 Anexos



Notación

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenc

Aplicaciones

Información

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repet

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

- Un conjunto finito N de jugadores, $\{1, 2, ..., n\}$.
- 2 Conjunto de nodos de decisión, D.
- 3 Una función p(x) que asigna el jugador i a un determinado nodo de decisión.
- 4 Una colección de conjuntos de información, H.
- **5** Una historia $h_i \in H$, $\forall i$.
- **6** Un conjunto de acciones a_i ∈ h_i , $\forall i$.
- σ Un conjunto de outcomes, \mathcal{O} , anidados en los nodos terminales.

¹Conjunto de información



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secuenci

Aplicaciones

imperfecta

ÉPS Árboles especiales

Juegos repetido

Anexos

Reference

Juegos dinámicos y su forma extensiva...

Definición 1 (forma extensiva)

Un juego finito en forma extensiva, Γ , representa la acciones secuenciales anidadas de un conjunto de jugadores que deciden según \succeq_i , quienes están expresadas ordinalmente vía outcomes dentro de un árbol de decisión.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secue

Aplicaciones

Informació

EPS

Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos estáticos

Juegos um

References

Definición 2 (árbol de decisión)

Conjunto de nodos y ramas que permite caracterizar las acciones y los resultados del juego. Las ramas generadas dentro de un nodo x no pueden estar vinculadas a otros nodo del mismo nivel o anterior a x.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenci Aplicaciones

Información imperfecta

EPS Árboles especiales

Juegos repetit

Anexos

Reference

Reglas:

- No puede haber dos nodos iniciales.
- Un nodo no puede tener dos nodos predecesores.
- Las ramas de un mismo nodo no pueden tener una misma etiqueta.
- Los nodos de un conjunto de información sólo pertenece a un jugador.
- Todos los nodos de un conjunto de información deben tener la misma cantidad de ramas.

Véase más en Espinola and Muñoz (2023).



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secuencia

Informació

imperfecta

Árboles especiales

Juegos estáticos

Juegos dinámico

Anexos

References

Supuesto 1 (secuencialidad)

Los jugadores efectúan sus acciones según la elección que esperan de su oponente. El resultado de juego puede estar condicionado a quien inicia el juego.

Supuesto 2 (racionalidad)

Los jugadores efectúan acciones racionales.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secue

Información

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetidos

Juegos estáticos

Anexos

References

Definición 3 (conjunto de información)

Representa los nodos dentro de un nivel del árbol de decisión. El conjunto de información puede ser singleton (de único nodo) bajo información perfecta o non-singleton bajo información imperfecta.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secu-

Aplicaciones

Informació

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámico

Anexos

References

Ejemplo 1

El ajedrez es un juego de turnos entre dos jugadores. Si el jugador de piezas blancas inicia el juego, el oponente, debe jugar las piezas negras. El juego termina cuando se efectúa jaque mate al rey, cuando hay empate o cuando un jugador abandona el juego (creencia de que perderá en los siguientes turnos).



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secuenci

Información

imperfecta

EPS

Árboles especiales

Juegos estáticos

Anexos

Reference

Supuesto 3 (información completa)

Un juego es de información completa si:

- Se conoce quienes son los jugadores.
- 2 Se conoce las estrategias de cada jugador.
- 6 Se conoce los outcomes de cada estrategia.

Y, además, es de *conocimiento común* si todos los jugadores saben que sus oponentes tienen información completa.



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Aplicaciones

imperfecta EPS

Juegos repetid

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

- Introducción
- 2 Información perfecta Racionalidad secuencial
- 3 Información imperfecta EPS Árboles especiales
- 4 Juegos repetidos
 Juegos estáticos
 Juegos dinámicos
- 6 Anexos



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Aplicaciones

Informació imperfecta

ÉPS Árholes especiales

Juegos repet

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

Refinamiento a la racionalidad...

Supuesto 4 (racionalidad secuencial)

La estrategia de un jugador *i* es **secuencialmente racional** si, en cada nodo de decisión (o conjunto de información), la acción que toma es óptima dadas sus creencias y la estrategia de los demás jugadores (inclusive en aquellos que son improbables a priori).



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Información

imperfecta

Árboles especiales

Juegos estáticos

Anexos

References

Supuesto 5 (información perfecta)

Los jugadores tienen información de la historia de acciones de su(s) oponente(s).

Nota

Una estrategia de i puede estar conformada por una o más acciones.



Game Theory

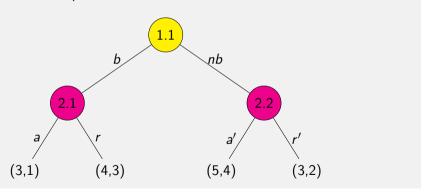
Luis Chávez

Racionalidad secuencial

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Ejemplo 2

Solario puede beber o no para declararse a Violeta.





Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Aplicaciones

imperfecta

EPS

Juegos estáticos

Anexos

References

$$A_{1}^{1} = \{b, nb\}$$

$$S_{1} = \{b, nb\}$$

$$A_{2}^{1} = \{a, r\}, \quad A_{2}^{2} = \{a', r'\}$$

$$S_{2} = A_{2}^{1} \times A_{2}^{2} = \{aa', ar', ra', rr'\}$$

$$S = \{(b, aa'), (b, ar'), (b, ra'), (b, rr'), (nb, aa'), (nb, ar'), (nb, ra'), (nb, rr')\}$$

$$D = \{1.1, 2.1, 2.2\}$$

$$h_{1} = \{h_{1}^{1}\}, h_{2} = \{h_{2}^{1}, h_{2}^{2}\}$$

Un perfil puede ser:

$$s = (b, ra')$$



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Aplicaciones

imperfecta

Imperrecta FPS

Árboles especiale

Juegos repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

¿Se puede resolver el juego con EN, garantizando S4? No, porque no son creíbles...



Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Informació perfecta

Racionalidad secuencial

Informació

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos estaticos Juegos dinámico

Anexos

Reference

Definición 4 (backward induction)

Dado un juego Γ , se elige algún nodo inferior x y se elige la hoja (nodo terminal) que otorga el mayor pago (utilidad) al jugador x. Luego, se elige un nodo superior a x (y) y se elige la rama con mayor pago del jugador y. El proceso continua hasta llegar al nodo inicial.

Definición 5 (subjuego)

Una estructura de árbol definido por un nodo y el conjunto de nodos sucesores².

²La solución de cada subjuego (propio) es un EN.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secuencial

Información

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repe

Juegos estáticos Juegos dinámico

Anexos

References

Definición 6 (nodo inicial de subjuego)

Sea un nodo $x \in \Gamma$ y S(x) el conjunto de información que contiene el nodo x y sus sucesores. Se dice que x es un nodo inicial de subjuego si:

- S(x) es singleton.
- $\forall D$, $D \cap S(x) \neq \emptyset \Rightarrow D \subset S(x)$.

donde D es la colección de conjuntos de información de Γ .



Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Informació perfecta

Racionalidad secuencial

.

imperfects

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repet

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

El resultado de un juego Γ al aplicar inducción hacia atrás se denomina **Equilibrio** de Nash Perfecto en Subjuegos, ENPS.

Definición 7 (ENPS)

Un perfil de estrategias (s_i^*, s_{-i}^*) es un ENPS si especifica un EN en cada subjuego.



Game Theory

Luis Chávez

Racionalidad secuencial

Juegos dinámicos

Caracterización de ENPS:

- Verifica existencia.
- 2 No cumple unicidad.
- 3 Robusto a perturbaciones.
- 4 No alcanza un óptimo paretiano.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secuencial

Aplicaciones

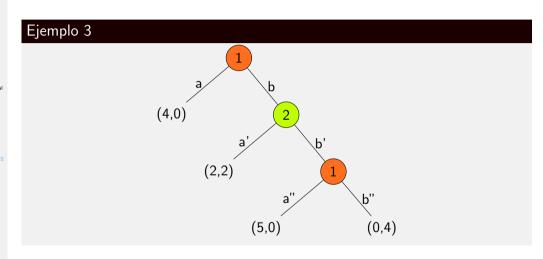
Información

imperfecta EPS

luegos repetido

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos





Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Aplicaciones

Información

imperfecta

Árboles especiales

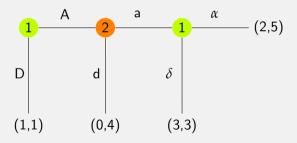
Juegos estáticos
Juegos dinámicos

Anexos

Reference

Ejemplo 4

Dada una pareja, pueden desviar si esperan que el otro jugador decide terminar en adelante.





Forma estratégica

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Información imperfecta

EPS

lugges repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

La matriz del ejemplo 4 será:

1 2	a	d
$D\delta$	(1, 1)	(1, 1)
$D\alpha$	(1,1)	(1, 1)
$A\delta$	(3, 3)	(0, 4)
$A\alpha$	(2, 5)	(0, 4)

Véase más en Gibbons (1992) y Bonnano (2024).



Forma estratégica

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información

Racionalidad secuencial

Anlicaciones

Información

imperfecta

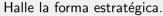
Árboles especiales

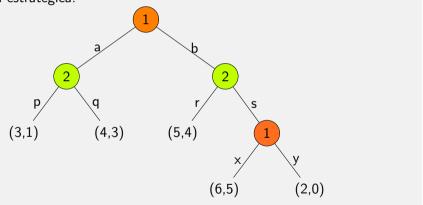
Juegos repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos









Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secue

Aplicaciones

Información imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetid

Juegos estaticos Juegos dinámicos

Anexos

- Introducción
- 2 Información perfecta Racionalidad secuencial Aplicaciones
 - Información imperfecta EPS Árboles especiales
- Juegos repetidos
 Juegos estáticos
 Juegos dinámicos
- 6 Anexos



Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información

Racionalidad secuer

Aplicaciones

imperfecta EPS

Juegos repetido

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

- Stackelberg (2010) diseñó un modelo dinámico en 1936. Era el caso de una firma dominante (líder) que decide primero y, a continuación, la seguidora.
- Las firmas deciden cantidades producidas en forma secuencial.
- La firma 1 elige una cantidad $q_1 \geq 0$, 2 observa q_1 y elige $q_2 \geq 0$.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad s

Aplicaciones

Informació

imperfecta

Árboles especiales

Juegos estáticos

Anevos

Reference

Formalizando, si la demanda inversa del mercado es p(Q) = a - bQ, los profits de i serán:

$$\max \pi_i(q_i, q_j) = q_i[p(Q) - c]$$
 (1)

donde nuevamente se asume que CF = 0.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenc

Aplicaciones

Información imperfecta

EPS

Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos dinámicos

Anexo

Reference

Asumiendo que 1 elige una cierta cantidad q_1 , la $MR_2(q_1)$ será:

$$\max_{q_2} \pi_2(q_1, q_2) = \max_{q_2} q_2(a - bq_1 - bq_2 - c)$$
 (2)

FOC:

$$a - bq_1 - 2bq_2 - c = 0$$

$$q_2(q_1) = \frac{a - bq_1 - c}{2b} \tag{3}$$

donde $(a-c)/b > q_1$.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenci

Aplicaciones

Información

EPS

Árboles especiales

Juegos estáticos

Anexos

References

Ante la creencia de lo que 2 elegirá, 1 resolverá en una primera etapa:

$$\max_{q_1} \pi_1(q_1, q_2(q_1)) = \max_{q_1} q_1[a - bq_1 - bq_2(q_1) - c] \tag{4}$$

$$\pi_1(\cdot) = q_1 \left[a - bq_1 - b \left(\frac{a - bq_1 - c}{2b} \right) - c \right] \tag{5}$$

FOC:

$$a - 2bq_1 - \frac{a}{2} + bq_1 + \frac{c}{2} - c = 0$$

$$q_1 = \frac{a - c}{2b}$$
(6)



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenc

Aplicaciones

Informació

imperfecta

Árboles especiales

Juegos estáticos

Anexos

References

Finalmente, el resultado del juego por inducción hacia atrás será:

$$ENPS = \{q_1^*, q_2^*(q_1^*)\} \tag{7}$$

Por tanto,

ENPS =
$$(q_1^*, q_2^*) = \left(\frac{a-c}{2b}, \frac{a-c}{4b}\right)$$
 (8)



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenc

Aplicaciones

Informació

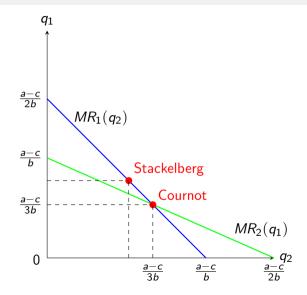
imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetido:

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos





Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuend

Aplicaciones

Información

imperfecta

Árboles especiale

Juegos repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

Reference

Actividad 1. Resolver el duopolio de Stackelberg cuando las firmas compiten en precios.



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenci Aplicaciones

Información

EPS

Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

- Introducción
- 2 Información perfecta Racionalidad secuencial Aplicaciones
- 3 Información imperfecta EPS
- Juegos repetidos
 Juegos estáticos
 Juegos dinámicos
- 6 Anexos



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secueno Aplicaciones

Información

imperfecta

EPS

Arboies especiales

Juegos repetito

Juegos estáticos

Juegos dinámicos

Anexos

References

Supuesto 6 (información imperfecta)

Los jugadores no tienen plena información de la historia de acciones de su(s) oponente(s).



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial

Información

imperfecta

é de clas conseile la

Juegos repetidos

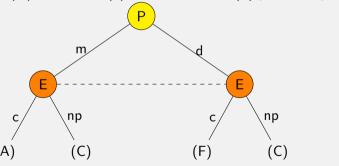
Juegos estáticos

Anexos

Reference

Ejemplo 6

Un profesor (P) imprime el examen en 2 colores de hojas. La pregunta del examen puede ser la misma (m) o diferente (d). Los estudiantes (E) pueden copiar o no.





Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuencial Aplicaciones

Información

EPS

Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

Revisita a la definición 7.

Una vez más ENPS (o EPS)...



El método

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuenci Aplicaciones

Información

EDS

Árboles especiale

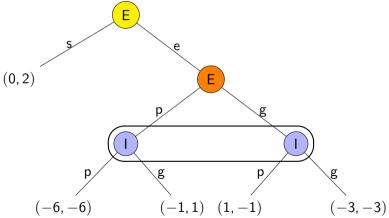
Juegos repetido

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

Sea el caso de una firma entrante (E) y otra incumbente (I).





El método

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuenci Aplicaciones

Información

imperfecta

EPS

Árboles especiales

Juegos estáticos
Juegos dinámicos

Anexos

Reference

continuación...

Se define:

$$S_1 = \{sp, sg, ep, eg\}$$

 $S_2 = \{p, g\}$

A partir de la forma estratégica de los 2 subjuegos, se halla:

$$\Gamma_1$$

$$\Gamma_2 = \Gamma$$

Finalmente, se halla los EPS en puras y mixtas.



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuenc

Aplicaciones

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetido
Juegos estáticos
Juegos dinámicos

Anexos

- Introducción
- 2 Información perfecta Racionalidad secuencial Aplicaciones
- 3 Información imperfecta EPS Árboles especiales
- Juegos repetidos
 Juegos estáticos
 Juegos dinámicos
- 6 Anexos



Árboles especiales

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació

Racionalidad secuer

Información

imperfecta

Árboles especiales

Juegos reper Juegos estáticos

Juegos dir

References

Definición 8 (árbol-R)

Representación rectangular de un juego en forma extensiva donde existe 2 conjuntos de información non-singleton para algún *i* que no inicia el juego.

Definición 9 (árbol-C)

Representación cuadrada de un juego en forma extensiva donde existe un conjunto de información non-singleton para cada *i* que no inicia el juego.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secuer

Información

imperfecta EPS

Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos dinámico

Anexos

References

Ejemplo 7

Sean los jugadores Advíncula, Ballón y Cueva. Advíncula le comenta a Ballón si Gareca es (s) o no (n) un buen DT. Cueva ingresa a la conversación y Ballón le informa sobre el comentario de Advíncula (puede estar mintiendo). En seguida, cueva debe adivinar sobre el comentario de Advíncula. Al conocerse la verdad, si Cueva acierta, los otros jugadores deben darle 1 caja de cerveza, de lo contrario, Cueva debe dar una caja de cerveza a cada uno.



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencia Aplicaciones

Información

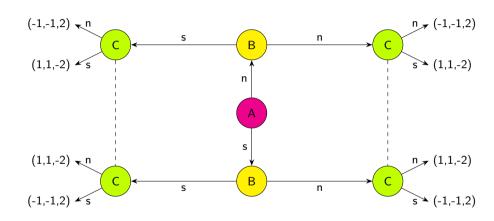
imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos





Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuencial Aplicaciones

Información imperfecta

EPS

Árboles especiales

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

Reference

Forma estratégica:

A B		В				
^	ı	nn	ss	ns	sn	
Α	n	(-1,-1,2)	(-1,-1,2)	(-1,-1,2)	(-1,-1,2)	
	s	(1,1,-2)	(1,1,-2)	(1,1,-2)	(1,1,-2)	
			C: nn			

Α	B	В			
^	В	nn	SS	ns	sn
Α	n	(-1,-1,2)	(1,1,-2)	(-1,-1,2)	(1,1,-2)
А	s	(1,1,-2)	(-1,-1,2)	(-1,-1,2)	(1,1,-2)
			C: ns		

Α	l D	В			
A	ГВ	nn	ss	ns	sn
Α	n	(1,1,-2)	(1,1,-2)	(1,1,-2)	(1,1,-2)
			(-1,-1,2)		
			C: ss		

A B		В			
		nn	ss	ns	sn
Α	n	(1,1,-2)	(-1,-1,2)	(1,1,-2)	(-1,-1,2)
			(1,1,-2)		
			C: sn		



Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Información perfecta

Racionalidad secuen

Aplicaciones

imperfecta

EPS Árboles especiales

Juegos estáticos

Anevos

Reference

Actividad 2. Según la lógica del caso 1, dibuje el juego en forma extensiva con dos cambios: i) hay 3 jugadores al inicio de la conversación (Advíncula, Ballón y Zambrano) y ii) cuando Cueva ingresa a la conversación, Ballón y Zambrano informan del comentario de Advíncula.



Árbol-C

Game Theory

Luis Chávez

Introducción

Informació perfecta

Racionalidad secuencial Aplicaciones

Información

imperfecta EPS

Árboles especiales

luegos repetido

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

References

Pizarra...



Tipología

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuencia Aplicaciones

Información

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetidos

Juegos estáticos

Juegos dinámicos

A

- Naturaleza: juegos repetidos estáticos o dinámicos.
- Horizonte: juegos finitos o infinitos.
- Información: juegos repetidos perfectos e imperfectos.



Aplicaciones

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Informació perfecta

Racionalidad secuenci

Información

imperfecta

EPS

Árboles especiales

Juegos repetidos

Juegos estáticos Juegos dinámicos

Anexos

- Oligopolios.
- Negociaciones.
- Comercio internacional.
- Bienes comunes.
- Guerras.
- Contratos.
- Calificación de riesgo.



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuenc Aplicaciones

Información imperfecta

EPS Árboles especiales

Juegos repetid

Juegos estáticos

Juegos dinámicos

Anexos

- Introducción
- 2 Información perfecta Racionalidad secuencial Aplicaciones
- 3 Información imperfecta EPS Árboles especiales
- 4 Juegos repetidos Juegos estáticos Juegos dinámicos
- 6 Anexos



Juegos Finitos

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Informació

Racionalidad secuencia

Informació

imperfecta

Árboles especiales

Juegos repetido

Juegos dinámico

Anexos

Reference

Ejemplo 8

Considere el caso de un acuerdo comercial entre Perú y Chile. Cada año, ambos países enfrentan la decisión de mantener el acuerdo comercial cooperativo (facilitando el flujo de bienes y reduciendo aranceles) o introducir medidas proteccionistas (aranceles, restricciones a la importación/exportación). Si se tratara de un único encuentro, cada país podría tener incentivos a priorizar beneficios inmediatos mediante decisiones unilaterales. Sin embargo, como la relación comercial se repite año tras año, la posibilidad de represalias futuras o de mantener cooperación a largo plazo cambia los incentivos actuales.



Contenido

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuenc Aplicaciones

Información imperfecta

EPS Árboles especiales

Juegos repetid

Juegos estaticos

Juegos dinámicos

Λ....

- Introducción
- 2 Información perfecta Racionalidad secuencial Aplicaciones
- 3 Información imperfecta EPS Árboles especiales
- 4 Juegos repetidos Juegos estáticos Juegos dinámicos
- 6 Anexos



Referencias

Game Theory

Luis Chávez

Introducció

Información perfecta

Racionalidad secuen

Información imperfecta

EPS Árboles especiales

Juegos repeti

Juegos dinámic

Anexos

References

Bonnano, G. (2024). Game Theory. Addison-Wesley Professional, 3 edition.

Espinola, A. and Muñoz, F. (2023). *Game Theory: An Introduction with Step-by-Step Examples.* Springer Nature.

Gibbons, R. (1992). *Game theory for applied economists*. Princeton University Press.

Stackelberg, H. (2010). *Market structure and equilibrium*. Springer Science & Business Media.