

## PS07 – Game Theory

Lecturer: Luis Chávez

Los siguientes ejercicios permiten medir la capacidad analítica y procedimental. Se sugiere resolverlos en forma ascendente.

### Problema 1: matching 1:1

Considere un grupo de 19 estudiantes que deben ser emparejados para que puedan desarrollar una actividad del curso Teoría de Juegos. Algunos pueden decidir realizar la actividad solos. Sean los conjuntos  $M = \{m_1, m_2, \dots, m_7\}$  y  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_{12}\}$  con las siguientes preferencias:

$P^{m_1}$	$P^{m_2}$	$P^{m_3}$	$P^{m_4}$	$P^{m_5}$	$P^{m_6}$	$P^{m_7}$
$w_3$	$w_1$	$w_2$	$w_5$	$w_1$	$w_6$	$w_7$
$w_1$	$w_4$	$w_6$	$w_2$	$w_3$	$w_2$	$w_5$
$w_5$	$w_3$	$w_4$	$w_1$	$w_2$	$w_{12}$	$m_7$
$w_7$	$w_6$	$w_3$	$w_8$	$w_4$	$w_7$	$w_4$
$w_2$	$w_5$	$w_{12}$	$w_6$	$w_6$	$w_3$	$w_2$
$w_4$	$m_2$	$w_1$	$w_7$	$w_5$	$w_4$	$w_1$
$w_6$	$w_2$	$w_9$	$w_3$	$w_8$	$w_1$	$w_3$
$w_8$	$w_{12}$	$w_5$	$w_{11}$	$w_{12}$	$w_5$	$w_9$
$w_9$	$w_8$	$w_7$	$w_4$	$w_{10}$	$w_{11}$	$w_{10}$
$m_1$	$w_7$	$m_3$	$w_9$	$w_7$	$w_9$	$w_8$
$w_{11}$	$w_{11}$	$w_8$	$w_{10}$	$w_9$	$w_8$	$w_{11}$
$w_{12}$	$w_{10}$	$w_{11}$	$w_{12}$	$w_{11}$	$w_{10}$	$w_{12}$
$w_{10}$	$w_9$	$w_{10}$	$m_4$	$m_5$	$m_6$	$w_6$

$P^{m_1}$	$P^{m_2}$	$P^{m_3}$	$P^{m_4}$	$P^{m_5}$	$P^{m_6}$	$P^{m_7}$	$P^{m_8}$	$P^{m_9}$	$P^{m_{10}}$	$P^{m_{11}}$	$P^{m_{12}}$
$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$m_6$	$w_7$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$
$w_3$	$m_2$	$w_2$	$w_1$	$w_2$	$w_1$	$w_1$	$w_3$	$w_1$	$w_1$	$w_2$	$w_1$
$w_5$	$w_3$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_2$	$w_3$	$w_5$	$w_3$	$w_2$	$w_1$	$w_2$
$w_7$	$w_4$	$w_5$	$w_3$	$w_4$	$w_3$	$w_4$	$m_8$	$w_4$	$w_5$	$w_3$	$w_4$
$w_2$	$w_5$	$w_6$	$w_5$	$w_6$	$w_4$	$w_5$	$w_2$	$w_5$	$w_4$	$w_6$	$w_6$
$w_4$	$w_6$	$w_4$	$w_6$	$w_1$	$w_5$	$w_6$	$w_6$	$w_6$	$w_6$	$m_{11}$	$w_3$
$w_6$	$w_7$	$w_7$	$w_7$	$w_7$	$w_7$	$w_2$	$w_4$	$w_7$	$w_7$	$w_7$	$w_7$
$m_1$	$w_1$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	$w_6$	$m_7$	$w_7$	$m_9$	$m_{10}$	$w_5$	$m_{12}$

- Usando AD, hallar los emparejamientos cuando el lado del mercado  $w_i$  hacen las propuestas.
- Usando AD, hallar los emparejamientos cuando el lado del mercado  $m_i$  hacen las propuestas.
- ¿El emparejamiento verifica unicidad? ¿está en el núcleo?

**Problema 2: matching m:1**

Considere un concurso público donde fueron seleccionados 12 economistas cuantitativos  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_{12}\}$  que serán distribuidos en 4 ministerios  $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$ . Los ministerios tiene un orden de prioridad por los ganadores, mientras que los economistas tienen preferencias estrictas por los ministerios:

$P^{m_1}$	$P^{m_2}$	$P^{m_3}$	$P^{m_4}$
$w_1$	$w_4$	$w_8$	$w_{10}$
$w_3$	$w_1$	$w_2$	$w_5$
$w_{12}$	$w_5$	$w_{11}$	$w_{11}$
$w_4$	$w_{10}$	$w_3$	$w_1$
$w_5$	$w_2$	$w_{12}$	$w_4$
$w_6$	$w_3$	$w_4$	$w_2$
$w_9$	$w_7$	$w_7$	$w_6$
$w_8$	$w_8$	$w_6$	$w_{12}$
$w_7$	$w_9$	$w_9$	$w_9$
$w_{10}$	$w_6$	$w_{10}$	$w_3$
$w_{11}$	$w_{11}$	$w_1$	$w_7$
$w_2$	$w_{12}$	$w_5$	$w_8$

$P^{w_1}$	$P^{w_2}$	$P^{w_3}$	$P^{w_4}$	$P^{w_5}$	$P^{w_6}$	$P^{w_7}$	$P^{w_8}$	$P^{w_9}$	$P^{w_{10}}$	$P^{w_{11}}$	$P^{w_{12}}$
$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$
$m_2$	$m_1$	$m_1$	$m_3$	$m_2$	$m_4$	$m_1$	$m_3$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_1$
$m_3$	$m_3$	$m_2$	$m_2$	$m_3$	$m_1$	$m_4$	$m_1$	$m_3$	$m_1$	$m_2$	$m_3$
$m_4$	$m_4$	$m_4$	$m_1$	$m_4$	$m_3$	$m_2$	$m_2$	$m_4$	$m_4$	$m_1$	$m_2$

- Utilizando MB, hallar el emparejamiento.
- Demostrar que el emparejamiento por MB es inestable.
- Utilizando GS W-Óptimo, hallar el emparejamiento.
- Utilizando TTC, hallar el emparejamiento.
- Comparar los resultados de a), c) y d).

**Problema 3: matching one-sided**

Se asignó aleatoriamente residencia estudiantil universitaria a un grupo de 10 estudiantes. Algunos de ellos, no están conforme con el proceso de asignación por lo que desean someter la adjudicación a matching. Sea el conjunto de estudiantes  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{10}\}$  y los departamentos posibles  $H = \{h_1, h_2, \dots, h_{10}\}$ . Las preferencias de los estudiantes son:

$e_1$	$h_3 \succ h_1 \succ h_7 \succ h_5 \succ h_2 \succ h_8 \succ h_{10} \succ h_4 \succ h_9 \succ h_6$
$e_2$	$h_6 \succ h_2 \succ h_1 \succ h_9 \succ h_3 \succ h_4 \succ h_8 \succ h_{10} \succ h_5 \succ h_7$
$e_3$	$h_5 \succ h_3 \succ h_8 \succ h_1 \succ h_6 \succ h_7 \succ h_9 \succ h_2 \succ h_{10} \succ h_4$
$e_4$	$h_1 \succ h_4 \succ h_2 \succ h_6 \succ h_5 \succ h_7 \succ h_3 \succ h_{10} \succ h_8 \succ h_9$
$e_5$	$h_7 \succ h_6 \succ h_2 \succ h_8 \succ h_9 \succ h_5 \succ h_3 \succ h_1 \succ h_4 \succ h_{10}$
$e_6$	$h_9 \succ h_8 \succ h_6 \succ h_3 \succ h_1 \succ h_7 \succ h_{10} \succ h_2 \succ h_5 \succ h_4$
$e_7$	$h_2 \succ h_5 \succ h_1 \succ h_4 \succ h_9 \succ h_6 \succ h_3 \succ h_8 \succ h_7 \succ h_{10}$
$e_8$	$h_8 \succ h_7 \succ h_5 \succ h_9 \succ h_3 \succ h_1 \succ h_2 \succ h_{10} \succ h_6 \succ h_4$
$e_9$	$h_4 \succ h_{10} \succ h_6 \succ h_8 \succ h_1 \succ h_7 \succ h_2 \succ h_9 \succ h_3 \succ h_5$
$e_{10}$	$h_{10} \succ h_9 \succ h_3 \succ h_5 \succ h_4 \succ h_6 \succ h_7 \succ h_2 \succ h_8 \succ h_1$

- Utilizando TTC, hallar el emparejamiento.
- ¿El emparejamiento por TTC es estable?
- Utilizando RSD, hallar el emparejamiento.
- Comparar los resultados de a) y c).

#### Problema 4: no unicidad

Plantear un ejemplo sencillo donde los resultados del emparejamiento por AD depende del lado del mercado que realice las propuestas.

#### Problema 5: refinamiento

Considere el problema 3, pero ahora asuma que los estudiantes tiene con última opción elegir el departamento asignado inicialmente. ¿Qué ocurre con los resultados al usar TTC y SD?