PS02 – Game Theory and Information

Lecturer: Luis Chávez

Los siguientes ejercicios permiten medir la capacidad analítica y procedimental. Se sugiere resolverlos en forma ascendente.

Problema 1: Cournot asimétrico

Sean dos firmas de electrodomésticos que operan como un duopolio en el mercado, cuyos costes marginales constantes son c_1 y c_2 ($a > c_1 > c_2$). Si compiten en cantidades y la demanda inversa es $p = a - bQ$, se pide:

a) Hallas las funciones de MR de las firmas.

b) Hallar la cantidad óptima producida por cada empresa y el precio.

c) Ahora suponga que ambas empresas compiten en precios, ¿cuáles serán las nuevas cantidades y el nuevo precio?

d) ¿Cuál sería el resultado en un equilibrio competitivo?.

Problema 2: elecciones

Consideremos una elección presidencial en Argentina en la que dos candidatos, Martín y Lucía, compiten en un sistema electoral donde la política económica es el tema central. Cada candidato $i \in \{1, 2\}$ tiene una posición preferida p_i dentro del espectro de política fiscal y presenta una plataforma x_i en un espacio unidimensional. Se asume que $p_1 < m < p_2$, donde m representa la política fiscal óptima para el votante mediano.
Además del deseo de ganar, cada candidato también valora la implementación de su política preferida. La utilidad de un candidato i cuando su oponente j gana con la política x_j está dada por:

$$u_i(j, x_j) = f(|x_j - p_i|) + b\mathbb{I}\{j = i\},$$

donde f es una función estrictamente decreciente y continua que refleja cuánto prefiere el candidato la cercanía de la política anunciada con su ideal, y $b > 0$ representa el beneficio privado de asumir el cargo. La variable indicadora $\mathbb{I}\{j = i\}$ toma el valor 1 si el candidato i gana y 0 en caso contrario.
La distribución de las preferencias de los votantes es continua y unimodal alrededor de m. Si ambos candidatos eligen la misma política, cada uno gana con probabilidad $\frac{1}{2}$. Determinar el conjunto de equilibrios de Nash en estrategias puras.

Problema 3: Cournot con n firmas

Sea la generalización del modelo de Cournot donde ahora coexisten n firmas. La función de costes es trivial, $C_i(q_i) = cq_i$, al igual que la demanda inversa del mercado, $p(Q) = a - bQ$. Hallar la función MR de la firma i y el ENp (*hint*: use $Q = q_i + Q_{-i},$ con $Q_{-i} = \sum_{i \neq j} q_j$).

Problema 4: Cournot heterogéneo

Sea una industria tipo Counot donde dos firmas compiten en cantidades. Cada firma i enfrenta la demanda

$$p_i(q_i, q_j) = a - bq_i - dq_j, \quad 0 \leq d \leq 1$$

Se pide:

a) Interpretar el parámetro d.

b) Hallar las funciones MR.

c) Hallar ENp.

d) Calcular el precio y los beneficios óptimos.

Problema 5: bien público

Sea un proyecto académico donde se generará un Centro Nacional de Investigación Económica, donde cada investigador i elige su contribución. Suponiendo dos contribuidores, el bien público será $B = b_1 + b_2$. Si la función de utilidad de i es:

$$u_i(b_1, b_2) = \sqrt{m}B^2(y_i - 2b_i)$$

donde y_i es la riqueza y $m \geq 0$ son los puntos RENACIT que genera las contribuciones, lo cual es de público conocimiento.

a) Hallar las funciones MR.

b) Hallar ENp.

c) Graficar e interpretar.

Problema 6: los ejidos

Considere el problema de los ejidos planteado en el libro (versión español) de Gibbons (1992). ¿Qué pasa con el resultado del juego cuando el coste de criar y cuidar una cabra es $2c$? Resolver.

Problema 7: tres jugadores

A partir de los siguientes pagos, hallar los ENp.¿Cuál de ellos se puede elegir como el resultado del juego?

H1

$1 \vert 2$	A	B
M	$(2, 2, -1)$	$(1, 3, 2)$
P	$(3, 1, -1)$	$(0, 0, 1)$
Q	$(1, 1, 0)$	$(-1, -1, 0)$
R	$(3, 0, 1)$	$(-2, -2, 1)$

H2

$1 \vert 2$	A	B
M	$(1, 2, 1)$	$(-1, 0, 1)$
P	$(0, 1, 0)$	$(3, 1, -1)$
Q	$(2, 1, 2)$	$(1, 0, -1)$
R	$(2, 0, -1)$	$(0, -1, 0)$