# PS03 – Macroeconomics II

Lecturer: Luis Chávez

Los siguientes ejercicios permiten medir la capacidad analítica y procedimental. Se sugiere resolverlos en forma ascendente.

**Problema 1: modelo de Cagan**

Considere que la demanda de dinero toma la forma de Cagan:

$$m_t^d - p_t = \phi y_t^d - \eta r_{t+1}; \quad \phi, \eta > 0$$

donde $m_t^d$ es el logaritmo natural de la demanda de dinero nominal, $r_{t+1}$ es la tasa de interés nominal, $ln(1 + r_{s+1})$, y la oferta de dinero es una constante, $m_t^s = \bar{m}$.

a) Interpretar la equivalencia.

b) ¿Cuál es la diferencia con el modelo de Cagan de saldos reales en períodos de hiperinflación?.

c) ¿En qué casos el modelo de Cagan puede ser explosivo?

**Problema 2: curva de Phillips**

Sea el modelo donde se tiene la demanda agregada, la curva de Phillips y la ecuación de salario-productividad del trabajo, respectivamente:

$$\ln P_t = a_0 + a_1 \ln M_t + a_2 \pi_t - a_3 \ln N_t \tag{1}$$

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = a_4(\ln N_t - \ln \bar{N}) \tag{2}$$

$$\ln W_t = \ln P_t + \ln a + (a - 1) \ln N_t \tag{3}$$

donde $W$ son los salarios, $\pi_t = \dot{P}_t / P_t$ y se parte de que $Y_t = N^a$.

a) Reducir el modelo a dos variables endógenas, $\ln \dot{Y}_t$ y $\ln \dot{W}_t$.

b) Escribir la forma reducida del sistema.

c) Evaluar la estabilidad del modelo reducido.

d) Graficar el diagrama de fases e interpretar.

**Problema 3: overshooting**

Considere el modelo de overshooting desarrollado en clase, evalúe el impacto de un shock sobre $\beta_0$. Realice la tríada. ¿Qué pasa con el diagrama de fases? ¿Se altera el brazo estable del sistema?

## Problema 4: regla de Taylor

El modelo keynesiano nuevo se resume en las dos ecuaciones siguientes:

$$\tilde{y}_t = E_t y_{t+1} - \sigma^{-1}[i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n] \tag{4}$$
$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t \tag{5}$$

donde $\pi_t$ es la tasa de inflación, $\tilde{y}_t$ es la 'brecha de producción' (es decir, la diferencia entre la producción actual y la producción de equilibrio de precios flexibles), $i_t$ es la tasa de interés nominal, y $r_t^n$ es la 'tasa de interés natural' (es decir, la tasa de interés real de precios flexibles). Los coeficientes $\sigma$, $\kappa$, y $\beta$ son parámetros exógenos, invariantes en el tiempo, que pueden interpretarse en términos de preferencia temporal, sustitución intertemporal y fricciones de fijación de precios (todos son positivos, y $\beta < 1$). (Comentarios: la ec. (4) es típica ya que es simplemente la ecuación de Euler en el caso especial de que no haya inversión ni gasto público, de modo que el equilibrio en la ecuación de consumo resulta en la producción. La mayor parte de la controversia rodea a la ecuación de fijación de precios en (5), la llamada curva de Phillips neokeynesiana).

(a) Suponga que el banco central desea estabilizar tanto la producción como el nivel de precios (es decir, quiere lograr $\pi_t = 0$ y $\tilde{y}_t = 0$). Teniendo en cuenta la ecuación de Fisher (es decir, $i_t = \pi_t + r_t^n$), suponga que lo hace adoptando la política $i_t = r_t^n$. Demuestre que esta política de hecho apoya un equilibrio en el que $\pi_t = 0$ y $\tilde{y}_t = 0$. Sin embargo, demuestre que con esta política existe también un 'equilibrio de mancha solar'. (Sugerencia: Modele el sistema como $x_t = AE_t x_{t+1}$, donde $x_t = (\tilde{y}_t, \pi_t)'$, y donde $A$ es una matriz de coeficientes $2 \times 2$. Calcule los valores propios de $A$ y demuestre que uno de ellos siempre excede la unidad. (Tenga en cuenta que $\tilde{y}$ y $\pi$ son variables 'jump').

(b) Ahora suponga que el banco central sigue una llamada regla de Taylor:

$$i_t = r_t^n + \phi_\pi \pi_t + \phi_{\tilde{y}} \tilde{y}_t$$

donde $\phi_\pi$ y $\phi_{\tilde{y}}$ son parámetros de diseño de la política. Usando esta función de política, derive una matriz de coeficientes modificada, $A_T$. Calcule los valores propios de $A_T$, y demuestre que una condición suficiente para un equilibrio único es que $\phi_\pi > 1$.

## Problema 5: Phillips indexado

Considere el modelo de Calvo de fijación escalonada de precios, en el cual, cuando las empresas no pueden reajustar precios, estos se indexan a la inflación de estado estacionario $\Pi$. Las empresas maximizan:

$$\max \sum_k \mathbb{E}_t \theta^k Q_{t,t+k} \left[P_{t+k,t} Y_{t+k,t} - \Psi(Y_{t+k,t})\right] = 0 \tag{6}$$

donde $P_{t+k,t}$ denota el precio efectivo en el período $t + k$ para una empresa que reajustó su precio por última vez en el período $t$. Note que en los períodos en que las empresas no pueden reajustar sus precios, se tiene:

$$P_{t+k,t} = \Pi P_{t+k-1,t}$$

y solo en el período $t$, este precio es óptimo:

$$P_{t,t} = P_t^*$$

Se pide:

a) Al log-linearizar el índice de precios

$$P = \left[ \int_0^n p(z)^{1-\varepsilon} \, dz \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

muestre que:

$$\hat{\pi}_t = (1-\theta)(\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1})$$

b) Derive la condición de primer orden de la empresa que determina $P_t^*$.

c) Log-linearice esta condición y muestre que la curva de Phillips puede escribirse como:

$$\hat{\pi}_t = \lambda \hat{m}_c^t + \beta \mathbb{E}_t(\hat{\pi}_{t+1})$$