Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Microeconometría

Tópico III: Modelos con Datos Panel

Luis Chávez

Facultad de Economía y Planificación
UNALM

Lima, 2024

Contenido

1. Introducción
2. Modelos lineales estáticos
   - Análisis de covarianza
   - Efectos fijos
   - Efectos aleatorios
   - Otros modelos
3. Modelos lineales dinámicos
   - Sesgo del panel dinámico
   - Enfoque IV
   - Enfoque GMM
4. Anexos

Los datos

Empecemos con los elementos de la econometría:

1. Una muestra de datos.
2. Un modelo econométrico.
3. Un método de estimación.
4. Métodos de inferencia.

Los datos

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

La econometría utiliza alguna de las estructuras siguientes:

1. Corte transversal: unidad de análisis observada atemporalmente.
2. Series de tiempo: unidad de análisis observada intertemporalmente.
3. Datos de panel[1]: datos transversales en el tiempo.

[1] Longitudinales.

El PGD

Ejemplo (PGD)

ENAHO panel recopila información en períodos de 2, 3, 4 y 5 años. Sus decisiones y acciones van cambiando con los años, algunas de las cuales no son observables. Algunas de estas diferencias están relacionadas con el pasado (dependencia de la trayectoria), algunas son diferencias en gustos u otras características no observadas que pueden asumirse como permanentes (heterogeneidad individual), y algunas de ellas no están permanentemente asociadas con el tiempo o el individuo. Al observar estos datos, ¿qué se puede considerar aleatorio?, ¿cuál es la población y la muestra es relevante?

El PGD

Definición

El **proceso generador de datos** es cualquier mecanismo que está en funcionamiento en el mundo real de la actividad económica y que da lugar a las cifras de las muestras, es decir, el mecanismo que se supone que un modelo econométrico describe (Mátyás et. al, 2008).

- El PGD en economía no es claro a diferencia de las ciencias duras.
- Al margen del enfoque paramétrico o no paramétrico, el PGD es vital.

Definiciones

Terminología:

- Unidad individual o de sección transversal: unidad de análisis.
- Índice doble: i para unidad de sección cruzada y t para el tiempo.

$$\{y_{it}\}: \ \forall i = 1, \ldots, n; \ \forall t = 1, \ldots, T$$

- Vector de regresoras $k \times 1$:

$$x_{it}: \ \forall i = 1, \ldots, n; \ \forall t = 1, \ldots, T$$

- Muestra aleatoria:

$$\{(y_{i1}, \ldots, y_{iT}, x_{i1}, \ldots, x_{iT}), \ i = 1, \ldots, n\}$$

Definiciones

Definición

Un **micropanel** es aquel conjunto de datos que verifica:

$$T << n$$

Ejemplo (micropanel)

Se realizará un análisis de calidad educativa en Perú a partir de *Young Lives*[2] a personas de 8 a 19 años de edad desde 2002.

[2] `https://www.younglives.org.uk/`

Definiciones

Definición

Un **macropanel** es aquel conjunto de datos que verifica:

$$T \simeq n$$

Ejemplo (macropanel)

Se realizará un análisis de la incidencia de las emisiones de C02[3] en la productividad del trabajo en los países de la OCDE a partir de 1970.

[3] `https://ourworldindata.org/co2-emissions`.

Definiciones

Definición

Un **panel balanceado** contiene datos del mismo período de tiempo $\{t\}_1^T$ para cada unidad de análisis.

Definición

Un **panel no balanceado** contiene datos de diferentes período de tiempo $\{t\}_1^{T_i}$ para cada unidad de análisis.

Definiciones

Nota

Un modelo de regresión de datos de panel (o **modelo de panel**) es un modelo econométrico diseñado específicamente para trabajar con estructura de datos de panel.

Ventajas

1. La ilusión de tener un número grande de observaciones: se gana eficiencia en las estimaciones y se reduce colinealidad (¿siempre?).
2. Modela algunas cuestiones que las otras estructuras no pueden hacerlo: identificación.
3. Permite controlar componentes inobservables en i: heterogeneidad no observable.

Tópicos relevantes

1. Sesgo por heterogeneidad.
2. Modelos panel dinámicos y el sesgo de Nickel.
3. Sesgo de selectividad.

Tópicos relevantes

Definición (Heterogeneidad)

La heterogeneidad de los parámetros (en la especificación del modelo) consiste en especificar y estimar los efectos individuales y/o temporales que existen entre unidades transversales o de series de tiempo pero que no son capturados por las variables explicativas incluidas.

Contenido

1 Introducción

2 Modelos lineales estáticos
- Análisis de covarianza
- Efectos fijos
- Efectos aleatorios
- Otros modelos

3 Modelos lineales dinámicos
- Sesgo del panel dinámico
- Enfoque IV
- Enfoque GMM

4 Anexos

Especificación

Sea el modelo lineal:

$$y_{it} = \alpha_{it} + x_{it}'\beta_{it} + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{1}$$

donde el intercepto y coeficiente de pendiente varía a través de cada i y t, x_{it} es un vector $k \times 1$ de variables exógenas y ϵ_{it} es el término de error.

Nota

Se trata de un modelo con **sobreparametrización**. El número de datos es menor al número de coeficientes: $nT < (k+1)nT$.

Especificación

Solución: restricciones de coeficientes

- Homogeneidad de los coeficientes de pendiente de regresión.
- Homogeneidad de los coeficientes de intercepto de regresión.
- Estabilidad temporal de los parámetros.

Especificación

Supuesto 1 (estabilidad temporal)

Se dice que un modelo de panel presenta **estabilidad temporal** cuando los parámetros son invariantes en el tiempo, pero cambia a través de las unidades individuales. Es decir:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_i + \epsilon_{it} \quad i = 1, \ldots, n; t = 1, \ldots, T \tag{2}$$

Se puede identificar 3 tipos de modelos restringidos (Hsiao, 2014).

Especificación

1. Modelos con coeficientes de pendiente de regresión idénticos e intersecciones diferentes (modelo con efectos individuales/no observables).

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{3}$$

2. Modelos con intersecciones de regresión iguales y coeficientes de pendiente diferentes (inusual).

$$y_{it} = \alpha + x'_{it}\beta_i + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{4}$$

3. Modelos con coeficientes de pendiente e intersección iguales (panel homogéneo/pooled panel).

$$y_{it} = \alpha + x'_{it}\beta + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{5}$$

Especificación

Definición (Modelo panel heterogéneo)

Es aquel modelo en el cual todos los parámetros varían a través de las unidades individuales (ec. 3 y 4).

Definición (Modelo panel homogéneo)

Es aquel modelo (pooled model) en el cual todos los parámetros son comunes para las unidades individuales (ec. 5).

Nota

Los modelos como los de la ecuación (3) no son usuales, por lo que aquí también se prescinde de ellos.

Tests de especificación

Micrometría

Luis Chávez

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

$$\text{Test } H_0^1\text{: } \alpha_i = \alpha,\ \beta_i = \beta,\ \forall i \in [1, n]$$

$$\text{Test } H_0^2\text{: } \beta_i = \beta,\ \forall i \in [1, n] \qquad y_{it} = \alpha + x_{it}'\beta + \epsilon_{it}$$

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_i + \epsilon_{it} \qquad \text{Test } H_0^3\text{: } \alpha_i = \alpha,\ \forall i \in [1, n]$$

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta + \epsilon_{it} \qquad y_{it} = \alpha + x_{it}'\beta + \epsilon_{it}$$

Fuente: Kuh (1963)

Tests de especificación

Supuesto 2 (normalidad)

Bajo el supuesto de que los errores ϵ_{it} son normal e independientemente distribuidos sobre i y t con media cero y varianza σ_{ϵ}^2:

$$\epsilon_{it} \overset{iid}{\sim} (0, \sigma_{\epsilon}^2) \tag{6}$$

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Tests de especificación

Paso 1: supuesto de homogeneidad

Sea el modelo general:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_i + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T$$

La hipótesis de coeficientes de pendiente e interceptos homogéneos se puede escribir como $(k \times 1)(n-1)$ restricciones lineales:

$$H_0^1 : \beta_i = \beta, \alpha_i = \alpha, \forall i \in \{1, ..., n\}$$

$$H_a^1 : \exists (i, j) \in \{1, ..., n\}^2 : \beta_i \neq \beta_j \vee \alpha_i \neq \alpha_j$$

Tests de especificación

Paso 2: efectos individuales inobservables

Sea el modelo general:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_i + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T$$

La hipótesis de coeficientes de pendiente homogéneos pero interceptos heterogéneos se puede escribir como $k(n-1)$ restricciones lineales (no hay restricciones para α_i):

$$H_0^2 : \beta_i = \beta, \forall i \in \{1, ..., n\}$$

$$H_a^2 : \exists (i, j) \in \{1, ..., n\}^2 : \beta_i \neq \beta_j$$

Tests de especificación

Paso 3: interceptos homogéneos

Sea el modelo general:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_i + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T$$

Si no se rechaza H_0^2, la hipótesis de coeficientes de pendiente heterogéneos pero intercepto homogéneos se puede escribir como $(n-1)$ restricciones lineales:

$$H_0^3 : \alpha_i = \alpha; \forall i \in \{1, ..., n\}, \text{ dado } \beta_i = \beta$$

$$H_a^3 : \exists (i, j) \in \{1, ..., n\}^2 : \alpha_i \neq \alpha_j$$

Tests de especificación

¿Cuando usar los test de especificación?

- Los tests de homogeneidad/heterogeneidad de coeficientes son válidos bajo supuestos específicos (normalidad de los residuos).
- Generalmente, los tests de homogeneidad/heterogeneidad de coeficientes deben ser analizados por razonamiento económico.

Contenido

1 Introducción

2 Modelos lineales estáticos
- Análisis de covarianza
- Efectos fijos
- Efectos aleatorios
- Otros modelos

3 Modelos lineales dinámicos
- Sesgo del panel dinámico
- Enfoque IV
- Enfoque GMM

4 Anexos

Modelo de efectos fijos

Tal como establecen Arellano & Bover (1990), si n es pequeño y T es grande, se tiene básicamente un modelo de series temporales multivariantes, sin embargo, en micropaneles las propiedades asintóticas no pueden ser sugerentes.

Supuesto 3 (micropanel)

Los modelos panel deben verificar:

$$n \to \infty, \ T \text{ fijo} \tag{7}$$

Modelo de efectos fijos

Bajo los supuestos dados, los estimadores LS de la ecuación (2) serán:

$$\hat{\beta}_i = \left(\sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i), \;\; i = 1, \ldots n \tag{8}$$

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \hat{\beta}_i' \bar{x}_i, \;\; i = 1, \ldots n \tag{9}$$

donde los vectores de medias

$$\bar{y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} y_{it}, \qquad \bar{x}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} x_{it}$$

Al estimador de la ecuación (8) se conoce como **estimador within-group**[4].

[4] También se conoce como **estimador de mínimos cuadrados con variables dummy**.

Modelo de efectos fijos

Bajo los supuestos dados, los estimadores de mínimos cuadrados del modelo de efectos individuales[5] (ecuación 3) serán:

$$\hat{\beta}_{wg} = \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i) \tag{10}$$

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \hat{\beta}'_{wg} \bar{x}_i, \;\; i = 1, \ldots n \tag{11}$$

donde $\hat{\beta}_{wg}$ es un vector $k \times 1$.

[5] También conocido como **modelo corregido por la media individual**.

Modelo de efectos fijos

Bajo los supuestos dados, los estimadores de mínimos cuadrados del modelo panel homogéneo[6] (ecuación 5) serán:

$$\hat{\beta} = \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{\bar{x}}_i)(x_{it} - \bar{\bar{x}}_i)' \right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{\bar{x}}_i)(y_{it} - \bar{\bar{y}}_i) \tag{12}$$

donde los vectores de medias

$$\bar{\bar{y}} = \frac{1}{nT} \sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} y_{it}, \qquad \bar{\bar{x}} = \frac{1}{nT} \sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} x_{it}$$

[6] También conocido como **modelo pooled**.

Modelo de efectos fijos

Sea el modelo de efectos individuales (3):

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta + \epsilon_{it} \quad i = 1, \ldots, n; t = 1, \ldots, T$$

En forma compacta, el modelo se puede escribir como nT, T o n ecuaciones. El primer caso, que se muestra en seguida, representa para toda la muestra.

Modelo de efectos fijos

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \iota \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \alpha_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \iota \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \alpha_2 + \cdots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \iota \end{bmatrix} \alpha_n + \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \beta_{k\times 1} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \tag{13}$$

donde

$$y_i = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix}, \quad X_i = \begin{bmatrix} x_{1i1} & x_{2i1} & \dots & x_{ki1} \\ x_{1i2} & x_{2i2} & \dots & x_{ki2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1iT} & x_{2iT} & \dots & x_{kiT} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix},$$

$$\iota' = (1, 1, \dots, 1)_{1\times T}, \quad \epsilon_i' = (\epsilon_{i1}, \dots, \epsilon_{iT})_{1\times T}$$

Modelo de efectos fijos

Considerando el modelo de n ecuaciones vectoriales,

$$y_i = \iota\alpha_i + X_i\beta + \epsilon_i \tag{14}$$

Bajo los supuestos siguientes, los estimadores LS serán BLUE:

$$S1: \; E(\epsilon_i) = 0, \; \{i\}_1^n$$

$$S2: \quad var(\epsilon_i) = E(\epsilon_i, \epsilon_i) = \sigma_\epsilon^2 I_T$$

$$S3: \quad cov(\epsilon_i) = E(\epsilon_i, \epsilon_j') = 0, \forall i \neq j$$

El pricipio de minimización será:

$$arg \; min \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i\epsilon_i' = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \iota\alpha_i + X_i\beta)(y_i - \iota\alpha_i + X_i\beta)'$$

Modelos de efectos fijos

También se puede resolver si se premultiplica por una matriz de transformación idempotente, conocido como **operador within**:

$$Q = I_T - \frac{1}{T}\iota\iota'$$

$$Q_{T\times T} = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T} \\ -\frac{1}{T} & 1-\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T} \\ -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & 1-\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & 1-\frac{1}{T} \end{pmatrix}$$

Modelos de efectos fijos

La transformación Qy_i:

$$
\begin{aligned}
Qy_i &= \left(I_T - \frac{1}{T}\iota\iota' \right) y_i \\
&= y_i - \iota \left(\frac{1}{T}\iota' y_i \right) \\
&= \begin{pmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{pmatrix} - \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} y_{it} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= y_i - \bar{y}_i \iota
\end{aligned}
$$

Modelos de efectos fijos

Micrometría

Luis Chávez

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

La transformación QX_i:

$$
\begin{aligned}
QX_i &= X_i - \frac{1}{T}\iota\iota' X_i \\
&= \begin{pmatrix} X_{1,i1} & X_{2,i1} & \cdots & X_{k,i1} \\ X_{1,i2} & X_{2,i2} & \cdots & X_{k,i2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1,iT} & X_{2,iT} & \cdots & X_{k,iT} \end{pmatrix} \\
&\quad - \frac{1}{T}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{t=1}^{T} X_{1,it} & \sum_{t=1}^{T} X_{2,it} & \cdots & \sum_{t=1}^{T} X_{k,it} \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Modelos de efectos fijos

La transformación $Q\iota\alpha_i$:

$$\begin{aligned} Q\iota &= \left(I_T - \frac{1}{T}\iota\iota'\right)\iota \\ &= \iota - \frac{1}{T}\iota\iota'\iota \\ &= \iota - \iota = 0 \end{aligned}$$

donde

$$\iota'\iota = T$$

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Modelos de efectos fijos

Así, el modelo (14) puede escribirse como:

$$Qy_i = QX_i\beta + Q\epsilon_i \tag{15}$$

cuyo estimador (análogo a la ecuación 10) será:

$$\hat{\beta} = \left(\sum_{i=1}^{n} X_i' Q X_i\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} X_i' Q y_i\right) \tag{16}$$

Contenido

1 Introducción

2 Modelos lineales estáticos
- Análisis de covarianza
- Efectos fijos
- Efectos aleatorios
- Otros modelos

3 Modelos lineales dinámicos
- Sesgo del panel dinámico
- Enfoque IV
- Enfoque GMM

4 Anexos

Modelos de efectos aleatorios

Supuesto 4 (efectos aleatorios)

La heterogeneidad no observada, α_i, ahora es tratada como una variable aleatoria, ya no representa un set de coeficientes desconocidos.

Modelos de efectos aleatorios

Definición (efectos aleatorios)

Desde una perspectiva moderna, cuando α_i no está correlacionada con las variables explicativas observadas, se habla de modelos de panel de efectos aleatorios (Murdlak, 1978):

$$cov(x_{it}, \alpha_i) = 0, \quad \forall i, t \tag{17}$$

Modelos de efectos aleatorios

Definición (test de Hausman)

Se puede testear si la heterogeneidad no observada está correlacionada con las variables explicativas (Hausman, 1978):

$$H_0: \ cov(x_{it}, \alpha_i) = 0, \quad \forall i, t \tag{18}$$

El test de Hausman claramente testea la aleatoriedad de α_i, pero no necesariamente si el modelos debe incorporar efectos fijos.

Modelos de efectos aleatorios

Definición (modelo de componentes de error)

La especificación aleatoria de la heterogeneidad no observada corresponde a un caso particular de un **modelo de componentes de error**, en el cual se tiene estructura tripartita del error:

$$\begin{aligned} y_{it} &= x_{it}'\beta + u_{it}, \quad \forall i, t \\ u_{it} &= \alpha_i + \lambda_t + \epsilon_{it} \end{aligned} \tag{19}$$

donde α_i es el efecto individual aleatorio y λ_t es el efecto temporal aleatorio.

Modelos de efectos aleatorios

Supuesto 5 (distribución de los componentes de error)

$$E(\alpha_i) = E(\lambda_t) = E(\epsilon_{it}) = 0 \tag{20}$$

$$E(\alpha_i \lambda_t) = E(\lambda_t \epsilon_{it}) = E(\alpha_i \epsilon_{it}) = 0 \tag{21}$$

$$E(\alpha_i \alpha_j) = \begin{cases} \sigma_\alpha^2, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \tag{22}$$

$$E(\lambda_t \lambda_s) = \begin{cases} \sigma_\lambda^2, & t = s, \\ 0, & t \neq s. \end{cases} \tag{23}$$

$$E(\epsilon_{it} \epsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma_\epsilon^2, & t = s, i = j \\ 0, & t \neq s, i \neq j \end{cases} \tag{24}$$

$$E(\alpha_i x'_{it}) = E(\lambda_t x'_{it}) = E(\epsilon_{it} x'_{it}) = 0 \tag{25}$$

Modelos de efectos aleatorios

Bajo el supuesto 5, se define los componentes de varianza[7]:

$$var(y_{it}|x_{it}) = \sigma_u^2 = \sigma_\alpha^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_\epsilon^2 = \sigma_y^2 \tag{26}$$

Micro-supuesto:

Por facilidad, se asume que $\lambda_t = 0$ y los efectos individuales tienen media μ, por lo que el modelo ahora se redefine como:

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu + x_{it}'\beta + u_{it}, \quad \forall i, t \\ u_{it} &= \alpha_i + \epsilon_{it} \end{aligned} \tag{27}$$

[7] A veces se denomina *modelos de componentes de varianza*.

Modelos de efectos aleatorios

La forma vectorial del modelo será:

$$\begin{aligned} y_i &= \tilde{X}_i \gamma + u_i \\ u_i &= \iota \alpha_i + \epsilon_i \end{aligned} \tag{28}$$

donde y_i es vector $(T \times 1)$, $\tilde{X}_i$ es una matriz $(T \times k+1)$, γ es un vector $(k+1 \times 1)$ y $u_i = (u_{i1}, ..., u_{iT})'$ es un vector $(T \times 1)$. Además:

$$\tilde{X}_i = (\iota, X_i) \quad , \quad \gamma' = (\mu, \beta')$$

Es decir,

$$y_i = \iota\mu + X_i\beta + \iota\alpha_i + \epsilon_i \tag{29}$$

Modelos de efectos aleatorios

La matriz de varianzas se escribe como:

$$V = E(u_i u_i') = E[(\iota\alpha_i + \epsilon_i)(\iota\alpha_i + \epsilon_i)'] = \sigma_\alpha^2 \iota\iota' + \sigma_\epsilon^2 \iota\iota' \tag{30}$$

La presencia de α_i genera autocorrelación:

$$V_{T\times T} = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 + \sigma_\epsilon^2 & \sigma_\alpha^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 \\ \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2 + \sigma_\epsilon^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 + \sigma_\epsilon^2 \end{pmatrix}$$

Modelos de efectos aleatorios

Realizando la transformación típica, el modelo (29) quedará dado por el modelo conocido:

$$Qy_i = QX_i\beta + Q\epsilon_i \tag{31}$$

Si la matriz V es conocida, bajo el supuesto 5, el estimador GLS será BLUE:

$$\hat{\gamma}_{GLS} = \left(\sum_{i=1}^{n} \tilde{X}_i' V^{-1} \tilde{X}_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} \tilde{X}_i' V^{-1} y_i \right) \tag{32}$$

Modelos de efectos aleatorios

El estimador GLS puede ser tranformado como promedios ponderados del estimador LS de variables dummy, conocido como **estimador between group**:

$$\hat{\beta}_{bg} = \left(\sum_{i=1}^{n} (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})' \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y}) \right) \tag{33}$$

El estimador ignora la variación dentro de los grupos. Finalmente, el estimador pooled se escribe como:

$$\hat{\beta}_{po} = \left(\sum_{t=1}^{T} \sum_{=1}^{n} (x_{it} - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})' \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} (x_{it} - \bar{x})(y_{it} - \bar{y}) \right) \tag{34}$$

Contenido

1. Introducción
2. Modelos lineales estáticos
   - Análisis de covarianza
   - Efectos fijos
   - Efectos aleatorios
   - Otros modelos
3. Modelos lineales dinámicos
   - Sesgo del panel dinámico
   - Enfoque IV
   - Enfoque GMM
4. Anexos

Modelos de estabilidad individual

Relajando el supuesto 1, se tiene:

Supuesto 6 (estabilidad individual)

Se dice que un modelo de panel presenta **estabilidad individual** cuando los parámetros son invariantes a través de las unidades individuales, pero cambia a través del tiempo. Es decir:

$$y_{it} = \alpha_t + x_{it}'\beta_t + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{35}$$

También se puede identificar 3 modelos restringidos. Arellano & Boyer (1990) sugieren que los α_t pueden ser incorporados en las x_{it} de los modelos anteriores.

Modelos de estabilidad individual

1. Modelos con coeficientes de pendiente de regresión idénticos e intersecciones diferentes (panel con efectos temporales).

$$y_{it} = \alpha_t + x_{it}'\beta + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{36}$$

2. Modelos con intersecciones de regresión iguales y coeficientes de pendiente diferentes (usual).

$$y_{it} = \alpha + x_{it}'\beta_t + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{37}$$

3. Modelos con coeficientes de pendiente e intersección iguales (pooled panel típico).

$$y_{it} = \alpha + x_{it}'\beta + \epsilon_{it} \quad i = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{38}$$

Modelos panel heterogéneos

A partir de la ecuación (1), asumiendo interceptos comunes, se puede definir una familia de modelos de la forma:

$$y_{it} = x_{it}'\beta_{it} + \epsilon_{it}, \quad \forall i = 1, ..., n; \;\; t = 1, ..., T \tag{39}$$

donde $x_{1,it} = 1$ y x_{it} sigue siendo un vector $k \times 1$. Imponiendo el supuesto de estabilidad temporal, se tiene un proxy del modelo (4), a quien se denominará **modelo panel heterogéneo**:

$$y_{it} = x_{it}'\beta_i + \epsilon_{it} \tag{40}$$

Micrometría

Luis Chávez

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

¿Panel o no?

La literatura establece que el modelo anterior es equivalente a regresión separada por cada unidad individual. Sin embargo, algunos vínculos inter-individuos puede requerir un panel:

- Los términos de error ϵ_{it} tienen correlación cruzada entre unidades individuales cruzadas.
- Los coeficientes de pendiente pueden considerarse variables aleatorias con una distribución de probabilidad común o, al menos, momentos comunes.

Modelos panel heterogéneos

Supuesto 7 (coeficientes de pendiente heterogéneos)

El vector de coeficientes de pendiente satisface:

$$\beta_i = \beta + \zeta_i, \quad \forall i = 1, \dots, n \tag{41}$$

donde β es un vector $k \times 1$ de constantes y ζ es un vector $k \times 1$ de constantes o variables aleatorias.

Modelos panel heterogéneos

El modelo se puede escribir como:

$$y_{it} = x_{it}'(\beta + \zeta_i) + \epsilon_{it}, \quad \forall i = 1, ..., n \tag{42}$$

donde β captura el coeficiente medio común y ζ_i es el vector de desviación individual de la media común. El término puede o no estar correlacionado.

- Cuando β_i es tratado como constantes, se puede utilizar los **modelos SURE** (*seemingly unrelated regression*).
- Cuando β_i es tratado como una variable aleatoria, se puede utilizar el **modelo de Swamy**.

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Modelos panel heterogéneos

La literatura ofrece otros modelos panel heterogéneos:

- Modelos de coeficientes fijos y aleatorios.
- Estimación de la media agrupada.
- Modelos panel con regresión umbral.
- Patrones agrupados de heterogeneidad.
- ...

Contenido

1 Introducción

2 Modelos lineales estáticos
- Análisis de covarianza
- Efectos fijos
- Efectos aleatorios
- Otros modelos

3 Modelos lineales dinámicos
- Sesgo del panel dinámico
- Enfoque IV
- Enfoque GMM

4 Anexos

Introducción

Definición (panel dinámico)

Un **modelo panel dinámico** es aquella estructura que incorpora rezagos de la variable de respuesta.

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + x_{it}'\beta + \alpha_i^* + \lambda_t + \epsilon_{it}, \quad \forall i = 1, ..., n; \; t = 1, ..., T \tag{43}$$

donde ϵ_{it} es el error idiosincrático, α_i^* y λ_t son los efectos individuales y temporales inobservables, respectivamente.

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Introducción

Supuesto 1 (distribución de los errores)

Los errores verifican:

$$E(\epsilon_{it}) = 0 \tag{44}$$

$$E(\epsilon_{it}\epsilon_{js}) = \sigma_{\epsilon}^{2}, \quad \forall i = j, s = t \tag{45}$$

$$E(\epsilon_{it}\epsilon_{js}) = 0, \quad \forall i \neq j, s = t \vee \forall i \neq j, s \neq t \vee \forall i = j, s \neq t \tag{46}$$

Nota: la elección entre un modelo de efectos fijos y uno de efectos variables tiene una naturaleza diferente al de los modelos estáticos.

Especificación

El estimador LSDV (*least squared dummy variable*) es consistente para el modelo estático. No obstante, el LSDV es inconsistente para un modelo panel dinámico.

Definición (sesgo de Nickell)

El sesgo del estimador LSDV en un modelo dinámico se conoce generalmente como sesgo de panel dinámico o sesgo de Nickell (1981).

Especificación

Sea el modelo AR(1),

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \alpha_i^* + \epsilon_{it}, \quad \forall i = 1, \ldots, n; \;\; t = 1, \ldots, T \tag{47}$$

Se asume que:

- $\alpha_i^* = \mu + \alpha_i$.
- $|\gamma| < 1$.
- y_{i0} es observable.
- Se verifica el supuesto 1.

Especificación

El modelo (47) verifica que

$$plim_{n\to\infty}\hat{\gamma}_{LSDV} \neq \gamma \quad \text{(sesgo panel dinámico)}$$

$$plim_{n,T\to\infty}\hat{\gamma}_{LSDV} = \gamma$$

Especificación

El estimador LSDV será análogo al obtenido antes:

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \hat{\gamma}\bar{y}_{i,-1} \tag{48}$$

$$\hat{\gamma}_{LSDV} = \left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1})^2\right)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1})(y_{it} - \bar{y}_i)\right) \tag{49}$$

donde

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_{it}}{T}, \quad \bar{y}_{i,-1} = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_{i,t-1}}{T}$$

Especificación

El sesgo del estimador LSDV es definido por:

$$\hat{\gamma}_{LSDV} - \gamma = \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1})^2 \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1})(\epsilon_{it} - \bar{\epsilon}_i) \right) \tag{50}$$

o también

$$\hat{\gamma}_{LSDV} - \gamma = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1})(\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)/(nT)}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1})^2/(nT)}$$

Especificación

El estimador LSDV para el modelo dinámico de efectos individuales permanece sesgado con la introducción de variables exógenas si T es pequeño.

$$y_{i,t} = \alpha + \gamma y_{i,t-1} + x_{it}'\beta + \alpha_i + \epsilon_{it}, \quad \forall i = 1, ..., n; \;\; t = 1, ..., T \tag{51}$$

En este caso, los estimadores $\hat{\gamma}_{LSDV}$ y $\hat{\beta}_{LSDV}$ son sesgados.

Especificación

Soluciones:

- ML o FIML (requiere supuestos sobre y_{i0}).
- FGLS (requiere supuestos sobre y_{i0}).
- LSDV con sesgo corregido (KIviet, 19995).
- IV (Anderson y Hsiao, 1982).
- GMM (Arenallo y Bond, 1985).

Contenido

1 Introducción

2 Modelos lineales estáticos
- Análisis de covarianza
- Efectos fijos
- Efectos aleatorios
- Otros modelos

3 Modelos lineales dinámicos
- Sesgo del panel dinámico
- Enfoque IV
- Enfoque GMM

4 Anexos

Modelación Anderson y Hsiao

Se el modelo panel con efectos individuales aleatorios:

$$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + x_{it}'\beta + \omega_i'\rho + \alpha_i + \epsilon_{it} \tag{52}$$

donde α_i son los efectos individuales inobservables usuales, x_{it} es un vector $k_1 \times 1$ de variables explicativas y ω_i es un vector $k_2 \times 1$ de variables invariantes en el tiempo.

Supuesto 2 (distribución de los errores)

El término de error $v_{it} = \alpha_i + \epsilon_{it}$ supone que:

$$E(\epsilon_{it}) = E(\alpha_i) = 0 \tag{53}$$

$$E(\epsilon_{it}\epsilon_{js}) = \sigma_\epsilon^2 \ \ \forall i = j, s = t; \ \ = 0 \text{ en otro caso} \tag{54}$$

$$E(\alpha_i\alpha_j) = \sigma_\alpha^2 \ \ \forall i = j; \ \ = 0 \text{ en otro caso} \tag{55}$$

$$E(\alpha_i x_{it}) = E(\alpha_i \omega_{it}) = 0 \text{ (exogeneidad de } \omega_i) \tag{56}$$

$$E(\epsilon_i x_{it}) = E(\epsilon_i \omega_{it}) = 0 \text{ (exogeneidad de } x_{it}) \tag{57}$$

Modelación Anderson y Hsiao

La forma vectorial del modelo será:

$$y_i = \gamma y_{i,-1} + X_i\beta + \omega_i'\rho\iota + \alpha_i\iota + \epsilon_i \tag{58}$$

donde $y_i, y_{i,-1}, \epsilon_i$ son vectores $T \times 1$; X_i es una matriz $T \times k_1$; ι es un vector unitario $T \times 1$.

Modelación Anderson y Hsiao

Para resolver el modelo, Anderson y Hsiao (1982) proponen el enfoque IV con 4 pasos:

1. Transformación en primeras diferencias.
2. Elección de instrumentos y estimación IV de γ y β.
3. Estimación de ρ.
4. Estimación de las varianzas σ_α^2 y σ_ϵ^2.

Modelación Anderson y Hsiao

Primer paso:

Las primeras diferencias permite perder una observación pero elimina la heterogeneidad individual:

$$\Delta y_{i,t} = \gamma \Delta y_{i,t-1} + \Delta x_{it}' \beta + \Delta \epsilon_{it} \tag{59}$$

Modelación Anderson y Hsiao

Segundo paso:

Los instrumentos deben ser válidos:

$$E(z_{it}(\Delta\epsilon_{it}) = 0 \text{ (exogeneidad)}$$

$$E(z_{it}(\Delta y_{it}) \neq 0 \text{ (relevancia)}$$

Anderson y Hsiao (1982) proponen 2 instrumentos válidos:

- Primer instrumento: $z_{it} = y_{i,t-2}$
- Segundo instrumento: $z_{it} = \Delta y_{i,t-2}$

donde se asume que $\Delta y_{i,t-1}$ es endógeno.

Modelación Anderson y Hsiao

Segundo paso (continuación):

Los dos conjuntos de $k_1 + 1$ instrumentos, para el caso de sistema identificado (estimador IV), son:

$$z_i = \left(y_{i,t-2}, \quad (\Delta x_{it})'\right)'$$

$$z_i = \left(\Delta y_{i,t-2}, \quad (\Delta x_{it})'\right)'$$

donde z_i es un vector $(k+1) \times 1$.

Modelación Anderson y Hsiao

Con el primer y segundo set de instrumentos, respectivamente, se tiene:

$$\begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{IV} \\ \hat{\beta}_{IV} \end{pmatrix} = (Z'X)^{-1} Z'y = \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=2}^{T} \begin{pmatrix} (\Delta y_{i,t-1}) \, y_{i,t-2} & y_{i,t-2} \, (\Delta x_{it})' \\ (\Delta x_{it}) \, y_{i,t-1} & (\Delta x_{it}) \, (\Delta x_{it})' \end{pmatrix} \right)^{-1} \times \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=2}^{T} \begin{pmatrix} y_{i,t-2} \\ \Delta x_{it} \end{pmatrix} (\Delta y_{i,t}) \right)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{IV} \\ \hat{\beta}_{IV} \end{pmatrix} = (Z'X)^{-1} Z'y = \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=3}^{T} \begin{pmatrix} (\Delta y_{i,t-1}) \, (\Delta y_{i,t-2}) & (\Delta y_{i,t-2}) \, (\Delta x_{it})' \\ (\Delta x_{it}) \, (\Delta y_{i,t-1}) & (\Delta x_{it}) \, (\Delta x_{it})' \end{pmatrix} \right)^{-1} \times \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=3}^{T} \begin{pmatrix} \Delta y_{i,t-2} \\ \Delta x_{it} \end{pmatrix} (\Delta y_{i,t}) \right)$$

Modelación Anderson y Hsiao

Tercer paso:

El parámetro ρ puede ser estimado por OLS. Sea el modelo:

$$\bar{y}_i - \hat{\gamma}_{IV}\bar{y}_{i,-1} - \bar{x}_i'\hat{\beta}_{IV} = \omega_i'\rho + v_i, \forall i = 1, .., n; \;\; v_i = \alpha_i + \bar{\epsilon}_i \tag{60}$$

El estimador consistente OLS es:

$$\hat{\rho} = \left(\sum_{i=1}^{n} \omega_i \omega_i'\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} \omega_i h_i\right) \tag{61}$$

donde $h_i = \bar{y}_i - \hat{\gamma}_{IV}\bar{y}_{i,-1} - \bar{x}_i'\hat{\beta}_{IV}$.

Micrometría

Luis Chávez

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Cuarto paso:

Las varianzas se pueden estimar vía:

$$\hat{\sigma}_{\epsilon}^{2} = \frac{1}{n(T-1)} \sum_{t=2}^{T} \sum_{i=1}^{n} \hat{\epsilon}_{it}^{2} \tag{62}$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha}^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\bar{y}_i - \hat{\gamma}_{IV} \bar{y}_{i,-1} - \bar{x}_i \hat{\beta}_{IV} - z_i' \hat{\rho} \right)^2 - \frac{1}{T} \hat{\sigma}_{\epsilon}^{2} \tag{63}$$

donde $\hat{\epsilon}_{it} = \Delta y_{i,t} - \hat{\gamma}_{IV} \left(\Delta y_{i,t-1} \right) - \Delta x_{i,t} \hat{\beta}_{IV}$.

Modelación Anderson y Hsiao

Teorema

Los estimadores IV de γ, β y σ_{ϵ}^2 son consistentes cuando n (corrección del sesgo de Nickell), o T, o ambos, tienden al infinito.

$$\text{plim}_{n,T\to\infty}\,\hat{\gamma}_{IV} = \gamma \quad \text{plim}_{n,T\to\infty}\,\hat{\beta}_{IV} = \beta \quad \text{plim}_{n,T\to\infty}\,\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = \sigma_{\varepsilon}^2$$

Los estimadores de ρ y σ_{α}^2 son consistentes sólo cuando n tiende al infinito.

$$\text{plim}_{n\to\infty}\,\hat{\rho} = \rho \quad \text{plim}_{n\to\infty}\,\hat{\sigma}_{\alpha}^2 = \sigma_{\alpha}^2$$

Contenido

1 Introducción

2 Modelos lineales estáticos
- Análisis de covarianza
- Efectos fijos
- Efectos aleatorios
- Otros modelos

3 Modelos lineales dinámicos
- Sesgo del panel dinámico
- Enfoque IV
- Enfoque GMM

4 Anexos

Especificación GMM

Retomando el modelo (52),

$$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + x'_{it}\beta + \omega'_i\rho + \alpha_i + \epsilon_{it}$$

y sus primeras diferencias:

$$\Delta y_{i,t} = \gamma \Delta y_{i,t-1} + \Delta x'_{it}\beta + \Delta\epsilon_{it}, \quad \forall t = 2, .., T \tag{64}$$

Especificación GMM

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Supuesto 3 (distribución de los errores)

El término de error $v_{it} = \alpha_i + \epsilon_{it}$ supone que:

$$E(\epsilon_{it}) = E(\alpha_i) = 0 \tag{65}$$

$$E(\epsilon_{it}\epsilon_{js}) = \sigma_\epsilon^2 \quad \forall i = j, s = t; \quad = 0 \text{ en otro caso} \tag{66}$$

$$E(\alpha_i\alpha_j) = \sigma_\alpha^2 \quad \forall i = j; \quad = 0 \text{ en otro caso} \tag{67}$$

$$E(\alpha_i x_{it}) = E(\alpha_i \omega_{it}) = 0 \text{ (exogeneidad de } \omega_i) \tag{68}$$

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Especificación GMM

- Los elementos $y_{i,t-2}$ y $\Delta y_{i,t-2}$ no son los únicos instrumentos válidos de $y_{i,t-1}$, sino también todos los rezagos $y_{i,t-2-j}, \forall j \geq 0$, que verifican:

$$E(y_{i,t-2-j}(\Delta \epsilon_{i,t})) = 0 \text{ (exogeneidad)} \tag{69}$$

$$E(y_{i,t-2-j}(\Delta y_{i,t-1})) \neq 0 \text{ (relevancia)} \tag{70}$$

- Las $m+1$ condiciones de momento utilizadas para la estimación del vector $\theta_0 = (\beta_0, \gamma_0, \rho, \sigma^2_{\alpha 0}, \sigma^2_{\epsilon 0})'$ serán:

$$E(y_{i,t-2-j}(\Delta \epsilon_{i,t})) = 0 \quad \forall j = 0, 1, ..., m \tag{71}$$

Especificación GMM

Caso 1:

Las variables explicativas son **estrictamente exógenas**:

$$E(x_{it}'\epsilon_{is}) = 0, \quad \forall t, s \tag{72}$$

Para cada período, la condición de ortogonalidad será:

$$E(q_{it}\Delta\epsilon_{it}) = 0, \quad \forall t = 2, ..., T \tag{73}$$

donde $q_{it} = (y_{i0}, y_{i1}, ..., y_{i,t-2}, x_i')'$ y $x_i' = (x_{i1}', ..., x_{iT}')$.

Especificación GMM

Caso 1 (continuación):

En forma matricial:

$$\mathbb{E}\left(W_i \Delta\epsilon_i\right) = 0_{m\times 1} \tag{74}$$

$$W_i = \begin{pmatrix} \underset{(1+Tk_1)\times 1}{q_{i,2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underset{(2+TK_1)\times 1}{q_{i,3}} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \underset{(T-1+Tk_1)\times 1}{q_{i,T}} \end{pmatrix}_{r\times(T-1)}$$

donde $r = T(T-1)(k_1+1)/2$ es el número de condiciones de momento.

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Especificación GMM

Caso 2:

Las variables explicativas son **predeterminadas**:

$$E(x'_{it}\epsilon_{is}) = 0, \quad \forall t \leq s \tag{75}$$

La condición de ortogonalidad será:

$$E(q_{it}\Delta\epsilon_{it}) = 0, \quad \forall t = 2, ..., T \tag{76}$$

donde $q_{it} = (y_{i0}, y_{i1}, ..., y_{i,t-2}, x'_{i1}, ..., x'_{i,t-2})'$.

Especificación GMM

En forma matricial:

$$\mathbb{E}\left(W_i \Delta\epsilon_i\right) = 0_{m\times 1} \tag{77}$$

$$W_i = \begin{pmatrix} \underset{(1+k_1)\times 1}{q_{i,2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underset{(2+2k_1)\times 1}{q_{i,3}} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \underset{(T-1+(T-1)k_1)\times 1}{q_{i,T}} \end{pmatrix}$$

donde $r = T(T-1)(k_1+1)/2$ es el número de condiciones de momento.

Estimación GMM

Arellano y Bond (1991) definen el estimador de $\theta = (\gamma, \beta)'$:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \mathbb{R}^{k_1+1}} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} m(y_i, x_i; \theta) \right)' S^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} m(y_i, X_i; \theta) \right) \tag{78}$$

o su equivalente

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \mathbb{R}^{k_1+1}} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta\epsilon_i' W_i' \right) S^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} W_i \Delta\epsilon_i \right) \tag{79}$$

donde $S = \mathbb{E}\left(m(y, \theta_0),\ m(y, \theta_0)\right)'$.

Estimación GMM

Asumiendo no autocorrelación, la matriz de ponderaciones óptima se puede expresar como:

$$S = \mathbb{E}\left(\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} W_i \Delta\epsilon_i \Delta\epsilon_i' W_i'\right) \tag{80}$$

De hecho, S es la matriz de varianza-covarianza de largo plazo de $n^{-2}\sum_{i=1}^{n} W_i \Delta\epsilon_i \Delta\epsilon_i' W$

Estimación GMM

Otras alternativas:

- Arellano y Bover (1995).
- Ahn y Schmidt (1995).
- Blundell y Bond (2000).
- Jung *et al.*(2015).
- Breitunga *et al.* (2022)

Referencias

Introducción

Modelos lineales estáticos

Análisis de covarianza

Efectos fijos

Efectos aleatorios

Otros modelos

Modelos lineales dinámicos

Sesgo del panel dinámico

Enfoque IV

Enfoque GMM

Anexos

References

Hsiao, C. (2014). *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press, 3th edition.

Kuh, E. (1963). *Capital Stock Growth: A micro econometric approach*. North Holland Publishing Company.