
EP4179 — Microeconometría

Luis Chávez

Universidad Nacional Agraria La Molina

2024-II

Pset4: GMM

A. Herramientas intermedias

Problema 1. Para evaluar el plan para erradicar los incendios forestales en el Perú (setiembre, 2024), se ha especificado el modelo $E(y) = x'_i\beta$. Curiosamente, x_i es un vector 2×1 , con el patrón $x_i = (1, 0)$ para i par y $x_i = (0, 1)$ cuando i es impar. Se ha omitido el intercepto. Si $E(u_i) = 0$ y $V(u_i) = I_n$, se pide:

- Considerando la condición de momentos $E(y_i - x'_i\beta) = 0$, con análogo muestral $n^{-1} \sum (y_i - x'_i\beta)$, evaluar si es posible realizar la estimación óptima. Halle su varianza.
- Alternativamente, si se divide la muestra en dos grupos para estimar una ecuación con los nones y otra con los pares, se tendría $n_{non}^{-1} \sum^k (y_i - x'_i\beta)$ y $n_{par}^{-1} \sum^l (y_i - x'_i\beta)$. Comparar la varianza de estos estimadores y el obtenido en el inciso a).

Problema 2. Un estudio empírico de cáncer de cuello uterino a nivel distrital ha establecido el siguiente modelo simple:

$$y_i = \theta x_i + u_i$$

donde se ha omitido el intercepto, y_i es el número de mujeres con la condición clínica y x_i es el número de ocasiones en el cual su pareja utilizó profiláctico. El modelo asume la condición de momento:

$$E(u_i x_i) = 0$$

Considere que los datos iid satisfacen las dos primeras condiciones de momento: $E(x_i) = \mu$, $E(x_i^2) = \omega^2$, $E(u_i^2 x_i) = \delta$ y $E(u_i^2 x_i^2) = \gamma$.

- Hallar la distribución asintótica de GMM asociado a los estimadores $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ los cuales minimizan la estructura GMM:

$$\bar{h}(\beta)' \hat{M}_j \bar{h}(\beta), \forall j = 1, 2$$

, donde $\bar{h}(\beta)$ es un vector muestral análogo a la condición de momento. Las matrices ponderadas son:

$$\hat{M}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{M}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Hallar la varianza asintótica del estimador GMM óptimo basado en las dos condiciones de momentos.

B. Herramientas avanzadas

Problema 3. Considere el modelo condicional de momentos:

$$E[m(x_i, \theta)] = \begin{cases} = 0 & \text{si } \theta = \theta_0 \\ \neq 0 & \text{si } \theta \in \Theta \setminus \theta_0 \end{cases}$$

El estimador GMM es:

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin} \bar{m}_n(\theta)' W_n \bar{m}_n(\theta)$$

- a) Hallar la matriz de ponderaciones óptima.
- b) ¿Cómo se obtiene el estimador GMM?
- c) ¿Cuál es la matriz de ponderaciones óptima cuando la condición de momento es $E[(y - x_i' \beta) z_i] = 0$? Nota: x_i es un vector de instrumentos.