



Angewandte Mathematik für die Informatik LVA 703065

Probeklausur
SS 2022

Freitag, 10. Juni 2022, 10:15
HS A

Nachname/ Vorname	Matrikel-Nr.	Unterschrift

Instruktionen

- Tragen Sie Ihre persönlichen Angaben oben ein.
- Prüfen Sie die Klausurbögen auf Vollständigkeit (11 Fragen, 8 Seiten).
- Erreichbare Gesamtpunktzahl: 20; Prüfungsdauer: 60 Minuten
(!) Achtung bei Prüfung dann 32 Punkte und 90 Minuten (!)
- Format: *closed-book* (keine zusätzlichen Materialien, elektronischen Geräte, etc.);
- Bitte entfernen Sie jegliche elektronischen Geräte von den Tischen.
- Schreiben Sie alle Antworten auf die Prüfungsbögen, ggf. unter Verwendung vorgegebener Tabellen oder Diagramme.
- Notieren Sie nicht nur die Endergebnisse, sondern beschreiben Sie alle Schritte des Lösungsweges; erklären Sie Entscheidungen und/oder Annahmen, falls möglich.
- Die Rückseiten der Blätter können verwendet werden, wenn zusätzlicher Platz benötigt wird.
- Versuchen Sie, auf Deutsch zu antworten (englische Formulierungen sind bei Schwierigkeiten aber auch erlaubt).
- Stellen Sie sicher, dass Sie leserlich schreiben; verwenden Sie einen schwarzen oder blauen Stift.
- Alle Prüfungsbögen müssen am Ende zurückgeben werden, auch wenn keine Antworten notiert worden sind.

Viel Erfolg bei der Prüfung!

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Welche der folgenden Eigenschaften erfüllt die Funktion $f(x) = x^2 - x$? Kreuzen Sie die richtige Antwort an. **(1,5 Punkte)** *Raten lohnt sich nicht; Punkte werden abgezogen bei falscher Antwort.*

☐ Die Funktion ist monoton steigend für $x \in (0, \infty)$.

☐ Die Funktion ist ungerade.

☐ Streng monoton fallend für $x \in (-\infty, 1/2)$.

☐ Die Funktion ist gerade.

2 Differentialrechnung

2.1 Welches ist die korrekte gemischte partielle Ableitung $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ der Funktion

$$f(x, y) = \tan x \cdot e^{-xy} ?$$

Kreuzen Sie die richtige Antwort an. **(1,5 Punkte)** *Raten lohnt sich nicht; Punkte werden abgezogen bei falscher Antwort.*

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = e^{-xy} \left(-xy \tan x - \frac{x}{\cos^2 x} + \tan x \right)$

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = e^{-xy} \left(xy \tan x - \frac{1}{\sin^2 x} - \tan x \right)$

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = e^{-xy} \left(xy \tan x - \frac{x}{\cos^2 x} - \tan x \right)$

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -xy \tan x \cdot e^{-xy}$

- 2.2 Stellen Sie die Geradengleichung der Tangente an der Stelle $x_0 = 4$ an der Funktion $f(x) = \sqrt{x} + 2x$ auf. An welcher Stelle schneidet sich die Gerade mit der x-Achse? Welcher Algorithmus wendet so eine Rechnung wiederholt an? **(2 Punkte)**

3 Differentialgleichungen

- 3.1 Gegeben ist das folgende Anfangswertproblem:

- Differentialgleichung: $y'(t) = 1 + t \cdot \sqrt{y(t)}$
- Anfangswertbedingung: $y(0) = 4$
- Schrittweite: $h = 0,5$

Bestimmen Sie die numerische Näherung von $y(0,5)$ über das explizite Euler-Verfahren (Startzeit ist $t = 0$). Notieren Sie alle Zwischenschritte und Berechnungen. **(1,5 Punkte)**

4 Integralrechnung

4.1 Ermitteln Sie das unbestimmte Doppel-Integral der Funktion:

$$f(x, y) = (\sin^2 y + \cos^2 y) \cdot \ln(x), \quad \text{mit} \quad \iint f(x, y) \, dx \, dy.$$

Hinweis: Führen Sie zuerst eine partielle Integration bezüglich x als Nebenrechnung durch.

Integrieren Sie dann nach y . **(2 Punkte)**

5 Weitere Analysis Themen

5.1 Gegeben sei der Vektor $\mathbf{n} = [0,41 \quad 0,41 \quad -0,82]^T$ und die Gleichung

$$f(x, y, z) = \mathbf{n} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 1 = 0. \text{ Wie wird diese Funktionsform genannt und was stellt sie}$$

Geometrisch dar? Was können Sie über den Punkt $\mathbf{p} = [2 \quad 1 \quad 1]^T$ bezüglich f aussagen?

(1,5 Punkte)

6 Folgen und Reihen

- 6.1 Überprüfen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz mit dem Quotientenkriterium.
(1,5 Punkte)

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1}}{n!}$$

7 Numerische Berechnungen

- 7.1 Berechnen Sie das Integral im Intervall $[0, 4]$ einer diskret gegebenen Funktion mit Hilfe der Trapezregel. (1,5 Punkte). Hinweis: Veranschaulichen Sie bei Bedarf die diskrete Funktion und das Integral mit einer Skizze.

$f(x_k)$	1	6	18	38	66
x_k	0	2	4	6	8

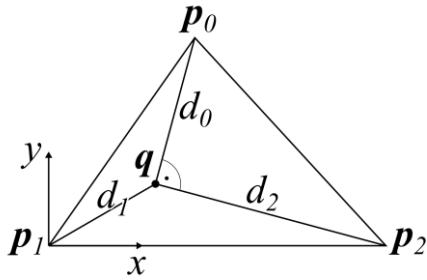
8 Lösung von Gleichungssystemen

8.1 Bestimmen Sie eine LU-Zerlegung der Matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 4 & 8 & 3 \\ 8 & 18 & 10 \end{pmatrix}$. (2,5 Punkte)

9 Interpolation

- 9.1 Gegeben sei ein Dreieck mit den Punkten in 2D: $\mathbf{p}_0 = [2.6 \ 3.6]^T$, $\mathbf{p}_1 = [0 \ 0]^T$, $\mathbf{p}_2 = [6 \ 0]^T$ mit zugehörigen Temperaturen: $T_0 = 12$, $T_1 = 6$, $T_2 = 10$. Berechnen Sie die Temperatur $T_{\mathbf{q}}$ an der Stelle $\mathbf{q} = [1.9 \ 1.1]^T$ mit Hilfe Baryzentrischer Koordinaten. Weiters sind die folgenden Längen gegeben (siehe Skizze): $d_0 = 2.6$, $d_1 = 2.2$, $d_2 = 4.2$. **(2,5 Punkte)**

Hinweis: Runden Sie Zwischenergebnisse auf eine Kommastelle.



10 Zufallszahlen

- 10.1 Berechnen Sie die ersten 4 Terme der Halton34 Sequenz ($n = 1, 2, 3, 4$). Berechnen Sie dazu die zugehörigen Terme der van-der-Corput Sequenzen zur Basis 3 und 4. Vervollständigen Sie die folgende Tabelle. **(2,0 Punkte)**

n	1	2	3	4
Basis 3			010	
		0.200		
	$1/3$			
Basis 4	001			
			0.300	
		$1/2$		
Halton 34				