

Gruppe 1

- (1) Wie ist eine Folge definiert? Nennen Sie zwei Beispielfolgen.
- (2) Wann ist eine Folge konvergent?

Gruppe 2

Finden Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha, \alpha > 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \ln x \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x \quad (8)$$

Gruppe 3

- (1) Wie ist eine (unendliche) Reihe definiert? Nennen Sie zwei Beispielreihen, welche sich nicht auf diesem Aufgabenzettel befinden.
- (2) Was ist die k -te Partialsumme der Reihe $a_0 + a_1 + a_2 + \dots = \sum_{i=1}^n a_i$?
- (3) Wann kann man sagen, dass eine Reihe konvergent ist?

Gruppe 4

Um zu bestimmen ob eine Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert, können wir das Quotientenkriterium verwenden, welches wie folgt definiert ist:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$$

- falls $L < 1$, konvergiert die Reihe absolut,
- falls $L > 1$, divergiert die Reihe,
- falls $L = 1$, können wir keine Aussage bezüglich der Konvergenz treffen.

- (1) Gegeben sei eine Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{2^n}$$

benutzen sie das Quotientenkriterium um zu bestimmen ob diese Reihe konvergiert.

- (2) Die Riemannsche Zeta-Funktion ist definiert durch $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ mit $p \in \mathbb{R}$ und $p > 1$. Benutzen Sie das Quotientenkriterium um zu zeigen, dass diese Reihe für $p = 2$ konvergiert.

Group 5

Das Integralkriterium kann benutzt werden um zu bestimmen, ob eine Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert indem wir den folgenden Grenzwert bestimmen:

$$L = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t f(n) dn, \quad f(n) = a_n$$

Eine Reihe konvergiert nur, falls das Integral konvergiert ($L \neq \infty$). Bestimmen Sie mit dem Integralkriterium ob die folgenden Reihen konvergieren:

(1)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

(2)

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2$$

Group 6

- (1) Wie ist der Binomialkoeffizient definiert?
- (2) Um im österreichischen Lotto zu gewinnen, müssen 6 übereinstimmende Zahlen aus 45 gezogen werden. Wie hoch sind die Gewinnchancen?

Gruppe 7

- (1) Wie ist die unendliche Taylorreihe definiert?
- (2) Berechnen Sie die ersten drei Terme der Taylorreihe für die Funktion $f(x) = e^x$ im Punkt $x_0 = 0$ (in diesem speziellen Fall auch Maclaurin-Reihe genannt).