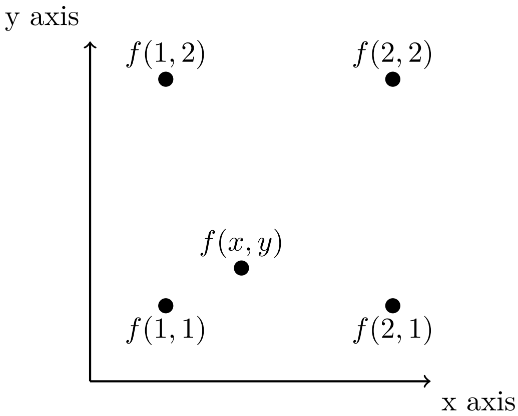
Gruppe 1

(1) Ein Auto fährt zum Zeitpunkt $t = 15$s mit einer Geschwindigkeit von $v = 25$ m/s und zu $t = 25$s mit $v = 60$ m/s. Approximieren sie die Geschwindigkeit des Autos zum Zeitpunkt $t = 20$s mittels linearer Interpolation.

(2) Es seien folgende vier Funktionswerte einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben: $f(1, 1) = 3$, $f(2, 1) = 4$, $f(1, 2) = 5$ und $f(2, 2) = 6$. Berechnen sie den Funktionswert $f(1.2, 1.1)$ mittels bilinearer Interpolation.



Gruppe 2

(1) Nehmen Sie an, dass wir die Punkte $\boldsymbol{p}_i = (x_i, f(x_i))$ interpolieren wollen. Unter welchen Vorraussetzungen ist die von den Punkten definierte Vandermonde Matrix nicht singulär?

(2) Gegeben seien 3 Punkte $\boldsymbol{p}_1 = (x_1, y_1) \dots \boldsymbol{p}_3 = (x_3, y_3)$. Stellen sie das lineare Gleichungssystem auf, um durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate (mit einem quadratischen Polynom) die Funktion f zu approximieren.

Gruppe 3

Gegeben sei ein Dreieck mit den Punkten $\boldsymbol{p}_1 = (x_1, y_1)$, $\boldsymbol{p}_2 = (x_2, y_2)$ und $\boldsymbol{p}_3 = (x_3, y_3)$ in Kartesischen Koordinaten. Ein Punkt innerhalb des Dreiecks $\boldsymbol{p} = (x, y)$ soll über die Baryzentrischen Koordinaten $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ausgedrückt werden. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf um die Baryzentrischen Koordinaten zu berechnen.

Gruppe 4

Gegeben sei ein Dreieck Δ und die Baryzentrischen Koordinaten λ_1, λ_2 und λ_3. Beantworten Sie die folgenden Fragen:

(1) Nehmen Sie an, dass $\lambda_1 = 0$ und $0 < \lambda_2, \lambda_3 < 1$ für einen Punkt $\boldsymbol{p}$ gelten. Ist dieser Punkt in oder außerhalb von Δ? Wo genau liegt er?

(2) Nehmen Sie an, dass $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ für einen Punkt $\boldsymbol{p}$ gilt. Geben Sie wieder an, wo der Punkt liegt. Ist dieser Punkt in oder außerhalb von Δ?

Gruppe 5

Gegeben seien $n+1$ Punkte $\boldsymbol{p}_i = (x_i, y_i)$ mit verschiedenen Werten x_i. Zeigen Sie, dass ein eindeutiges interpolierendes Polynom $p(x)$ vom Grad höchstens n existiert, sodass $p(x_i) = y_i$ für $i = 1 \ldots n+1$ gilt.