

3. Vorlesungsprüfung

703010 VO Algorithmen und Datenstrukturen 2018

1. März 2019

Vorname: _____

Nachname: _____

Matr. Nr.: _____

Note: _____

Diese Klausur besteht aus ?? Aufgaben, und Sie können maximal 60 Punkte erreichen. Neben diesem Papier und Ihrem Stift sind keine weiteren Hilfsmittel zulässig. Sie haben 90 Minuten Zeit. Geben Sie präzise und knappe Antworten.

This exam consists of ?? questions with a total of 60 points. Besides this handout and your pen no further resources are allowed. The total duration of this exam is 90 minutes. Provide precise and concise answers.

1 Pseudocode und Komplexität (15 Punkte)

1. [5 Punkte] Folgendes Codefragment ist gegeben:

Consider the following code fragment:

```
for (int i = 1; i < N*N; i++) {
    A[i] = i;
}
for (int i = 1; i < N*N; i++) {
    int k = N-10;
    while (k > 1) {
        A[i] = A[k] + 10;
        k /= (k + 2) / 2;
    }
}
```

Welcher Groß- \mathcal{O} Komplexitätsklasse gehört die Anzahl an Arrayzugriffen dieses Codefragments bezüglich der Problemgröße N an? Begründen Sie ihre Lösung.

State the big- \mathcal{O} complexity class of the number of array accesses in this code fragment in terms of the problem size N . Justify your answer.

2. [5 Punkte] Folgendes Codefragment ist gegeben:

Consider the following code fragment:

```
int go(int N) {
    return rec(2, N, N);
}

int rec(int s, int N, int k) {
    if (k + 1 >= 2*N)
        return s;
    else
        return rec(2*s, N, k + max(N/s, 1));
}
```

Welcher Groß- \mathcal{O} Komplexitätsklasse gehört die Anzahl der Funktionsaufrufe von `rec()` bezüglich der Problemgröße N an? Begründen Sie ihre Lösung.

State the big- \mathcal{O} complexity class of the number of function calls of `rec()` in this code fragment in terms of the problem size N . Justify your answer.

3. [5 Punkte] Zeigen Sie formal, dass

$$4x^2 + 3x + \sin(x) \in \Theta(x^2)$$

Prove the above statement.

2 Hash-Tabelle (10 Punkte)

Für die beiden unten spezifizierten Fälle, zeichnen Sie jeweils die Hashtabelle, die durch das Einfügen der Schlüssel (in dieser Reihenfolge)

5, 14, 12, 23, 11, 4, 20, 16, 44

unter dieser Hashfunktion resultiert:

$$h(i) = (2i + 3) \mod 11$$

For the two cases specified below, draw the respective hash table that results from using the above hash function to hash the above keys in the given order.

1. Kollisionen werden durch lineares Sondieren aufgelöst.

Collisions are handled by linear probing.

2. Kollisionen werden durch externe Verkettung aufgelöst.

Collisions are handled by separate chaining.

3 (2,4)-Baum; Rot-Schwarz-Baum (10 Punkte)

Folgende Schlüssel sind gegeben:

39, 13, 61, -6, 66, 27, 24, 2, 45, 22, 59

Zeichnen Sie den (2,4)-Baum [**5 Punkte**] und den Rot-Schwarz-Baum [**5 Punkte**], der jeweils durch Einfügen dieser Schlüssel, in der gegebenen Reihenfolge, in einen leeren Baum resultiert. Zwischenschritte müssen nicht angegeben werden; Teilpunkte können im Fall eines falschen Endergebnisses aber nur durch korrekte Zwischenergebnisse erreicht werden.

Given are the above keys. Draw the (2,4) tree and the red-black tree resulting from inserting these keys into an empty tree, in the order given. Intermediate steps are not required; however, intermediate points can only be awarded if these steps are given.

4 Heapsort (15 Punkte)

Beschreiben Sie, wie Heapsort ein Array mit den Elementen

6 4 9 7 1 3 5

sortiert. Geben Sie den Zustand des Arrays nach jeder Operation an, und zeichnen Sie den äquivalenten Baum.

Describe how Heapsort sorts the array containing the elements above, initially in the given order. After each step, give the resulting array, and draw the equivalent tree.

5 Seefeld 2019 (10 Punkte)

Sie besuchen die Nordischen Ski-Weltmeisterschaften. Innerhalb eines gegebenen Zeitraums T finden K Wettkämpfe gleichzeitig statt (jeweils über diesen gesamten Zeitraum hinweg). Jeder Wettkampf findet an seinem eigenen Austragungsort statt. Die direkte Reisezeit zwischen jeweils zwei Austragungsorten ist durch eine symmetrische Matrix gegeben; diese Zeit ist unendlich, falls keine direkte Verbindung zwischen den jeweiligen Austragungsorten besteht.

Sie möchten innerhalb des Zeitraums T möglichst viele Wettkämpfe jeweils eine Zeitlang t besuchen. Beschreiben Sie einen Algorithmus, der eine in diesem Sinne maximale Sequenz von Schauplätzen ermittelt, und charakterisieren Sie seine asymptotische Laufzeit. Ihr Algorithmus muss i.A. nicht besonders effizient sein, aber er soll für Reisezeit-Matrizen mit vielen unendlichen Einträgen asymptotisch effizienter sein als für Reisezeit-Matrizen ohne unendliche Einträge.

You are visiting the Nordic World Ski Championships. Within a given time period T , K competitions are simultaneously taking place (all of them lasting for this entire time period). Each competition takes place at its own venue. The direct travel times between any two venues is given by a symmetric matrix; this time is infinite where there is no direct connection between the respective venues.

Within the time period T you would like to visit as many competitions as possible, spending a time of t at each.

Describe an algorithm that produces, in this sense, a maximal sequence of venues, and characterize its asymptotic running time. Your algorithm does not generally need to be very efficient, but for travel-time matrices with many infinite entries it should be asymptotically more efficient than for travel-time matrices with no infinite entries.