R University

ETI Exam 2021-03-04 **Exam ID 00001**

Name: ____________________

Student ID: ____________________

Signature: ____________________

1. (a) [ ] (b) [ ] (c) [X] (d) [ ] (e) [ ] (f) [X] (g) [X] (h) [ ]
   (i) [X] [ ]
2. (a) [X] (b) [X] (c) [X] (d) [X] (e) [X] (f) [X] (g) [X] (h) [X]
   (i) [X] [X]
3. (a) [X] (b) [ ] (c) [ ] (d) [ ] (e) [ ]
4. (a) [X] (b) [ ] (c) [X] (d) [X] (e) [ ]
5. (a) [X] (b) [ ] (c) [ ] (d) [X] (e) [X]
6. (a) [ ] (b) [ ] (c) [ ] (d) [ ] (e) [X] (f) [ ] (g) [ ] (h) [ ]
   (i) [ ] [X]
7. (a) [X] (b) [X] (c) [X] (d) [X] (e) [X] (f) [ ] (g) [X] (h) [ ]
   (i) [ ] [ ]
8. (a) [ ] (b) [X] (c) [ ] (d) [ ] (e) [X] (f) [X] (g) [X] (h) [ ]
   (i) [ ] [ ]
9. (a) [ ] (b) [ ] (c) [ ] (d) [ ] (e) [ ] (f) [ ] (g) [ ] (h) [X]
   (i) [ ] [ ]

10. (a) X (b) ☐ (c) X (d) X (e) ☐ (f) X (g) X (h) ☐ (i) ☐ [ ]

ETI Exam: 00001

1. **Problem**
   Welche der folgenden Aussagen sind richtig?
   a) Die Formel $(\mathtt{q} \to \mathtt{m}) \to (\mathtt{z} \lor \neg\mathtt{q} \lor \mathtt{m})$ ist unerfüllbar.
   b) Die Formel $(\mathtt{q} \land \mathtt{m}) \lor (\neg\mathtt{m} \lor \neg\mathtt{q})$ ist unerfüllbar.
   c) Die Formel $(\neg\mathtt{m} \land \mathtt{q}) \to \mathtt{True}$ ist eine Tautologie.
   d) Die Formel $\neg\mathtt{False} \land \neg((\neg\mathtt{m} \land \neg\mathtt{q}) \lor \neg\mathtt{z})$ ist unerfüllbar.
   e) Die Formel $(\mathtt{q} \land \neg\mathtt{m}) \lor (\neg\mathtt{q} \land \neg\mathtt{m}) \lor (\neg\mathtt{q} \land \mathtt{m}) \lor (\mathtt{m} \land \mathtt{q})$ ist unerfüllbar.
   f) Die Formel $\mathtt{m} \land \mathtt{z} \land (\mathtt{False} \land (\mathtt{True} \lor \mathtt{q})) \land \mathtt{q}$ ist unerfüllbar.
   g) Die Formel $(\mathtt{m} \lor \mathtt{q}) \land (\neg\mathtt{q} \land \neg\mathtt{m})$ ist unerfüllbar.
   h) Die Formel $((\mathtt{x} \to \mathtt{s}) \land \neg\mathtt{s}) \to \neg\mathtt{x}$ ist unerfüllbar.
   i) Die Formel $(\mathtt{q} \land \mathtt{m}) \to (\mathtt{m} \land \mathtt{z})$ ist erfüllbar aber keine Tautologie.
   j) Die Formel $((\mathtt{m} \to \mathtt{x}) \land (\mathtt{q} \to (\mathtt{m} \land \mathtt{z}))) \to ((\mathtt{z} \to \neg\mathtt{s}) \to (\mathtt{q} \to \neg\mathtt{s}))$ ist unerfüllbar.

   Solution

   a) Falsch. Die Formel ist *eine Tautologie*.
   b) Falsch. Die Formel ist *eine Tautologie*.
   c) Wahr.
   d) Falsch. Die Formel ist *erfüllbar aber keine Tautologie*.
   e) Falsch. Die Formel ist *eine Tautologie*.
   f) Wahr.
   g) Wahr.
   h) Falsch. Die Formel ist *eine Tautologie*.
   i) Wahr.
   j) Falsch. Die Formel ist *eine Tautologie*.

2. **Problem**
   Betrachten Sie die folgende Belegung v der Atome p, q und r. Welche der folgenden Formeln evaluieren unter dieser Belegung zu T?

$$\mathrm{v}(a) = \begin{cases} \mathrm{T} & a = p \\ \mathrm{F} & a = q \\ \mathrm{F} & a = r \end{cases}$$

   a) $r \lor p \lor q \lor (p \to r)$
   b) $q \lor (p \land r) \lor \neg q$
   c) $(r \land p) \to (p \lor r)$
   d) $r \lor (p \land (q \to p))$
   e) $(q \land p) \lor (p \lor (q \land r))$
   f) $\neg(q \lor r) \lor (r \land p)$
   g) $\neg(p \to q \land p)$
   h) $p \to (q \to p)$
   i) $(r \to p \land r) \lor q$
   j) $r \land p \to q \land r$

   Solution

   a) Wahr

b) Wahr
c) Wahr
d) Wahr
e) Wahr
f) Wahr
g) Wahr
h) Wahr
i) Wahr
j) Wahr

3. **Problem**
Sei $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, \sim, 0, 1\rangle$ eine Boolsche Algebra und sei $F = x_2 + (\sim(x_1) \cdot x_2)$ ein Boolscher Ausdruck. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

a) F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f : B^2 \to B$ definiert als:

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

b) F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f : B^2 \to B$ definiert als:

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

c) F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f : B^2 \to B$ definiert als:

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

d) F ist äquivalent zur Boolschen Funktion $f : B^2 \to B$ definiert als:

s_1	s_2	$f(s_1, s_2)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

e) Keine der Aussagen ist stimmig.

Solution

a) Wahr
b) Falsch
c) Falsch
d) Falsch
e) Falsch

4. **Problem**
Welche der folgenden Aussagen sind immer richtig, wenn $\mathcal{B} = \langle B; +, \cdot, \sim, 0, 1\rangle$ eine Boolesche Algebra ist?

a) Für alle $a, b \in B$ gilt $a + b = a + \sim(a)b$.

b) Für alle $a, b \in B$ gilt $a = b(a + b)$.
c) $\langle B; \cdot, 1\rangle$ ist ein kommutativer Monoid.
d) Für alle $a \in B$ gilt $a \cdot \sim(a) = 0$.
e) $\langle B; +, 1\rangle$ ist ein kommutativer Monoid.

Solution

a) Wahr. Die Gleichung bezeichnet eines der Absorptionsgesetze.
b) Falsch.
c) Wahr. Dies ist eines der Grundgesetze der Boolschen Algebra.
d) Wahr. Dies ist eines der Grundgesetze der Boolschen Algebra.
e) Falsch.

5. **Problem**

Betrachten Sie folgende Menge von Gleichungen mit der Konstante e, den Funktionen $\cdot$ und inv und den Variablen x, y und z:

$$E = \{\mathrm{e} \cdot x \approx x,\ x \cdot \mathrm{e} \approx x,\ \mathrm{inv}(x) \cdot x \approx \mathrm{e},\ (x \cdot y) \cdot z \approx x \cdot (y \cdot z)\}$$

Vervollständigen Sie den folgenden Beweisbaum. Aus Platzgründen teilen wir diesen in vier Teile auf, die wir mit römischen Ziffern kennzeichnen.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\mathrm{e}\cdot x\approx x\in E}{E\vdash \mathrm{e}\cdot x\approx x}\,(\mathrm{a})}{E\vdash x\approx \mathrm{e}\cdot x}\,(\mathrm{s}) \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\mathrm{inv}(x)\cdot x\approx \mathrm{e}\in E}{E\vdash \mathrm{inv}(x)\cdot x\approx \mathrm{e}}\,(\mathrm{a})}{E\vdash \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot\mathrm{inv}(x)\approx \mathrm{e}}\,(\sigma=\boxed{1})}{E\vdash \mathrm{e}\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot\mathrm{inv}(x)}\,(\mathrm{s}) \qquad \dfrac{}{E\vdash x\approx x}\,(\mathrm{r})}{E\vdash \mathrm{e}\cdot x\approx (\mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot\mathrm{inv}(x))\cdot x}\,(\mathrm{k}) \qquad \mathrm{I}}{E\vdash \mathrm{e}\cdot x\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))}\,(\mathrm{t})}{E\vdash x\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))}\,(\mathrm{t})$$

I:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{3}}\,(\mathrm{a})}{E\vdash (\mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot\mathrm{inv}(x))\cdot x\approx \boxed{5}}\,(\sigma=\boxed{4}) \qquad \mathrm{II}}{E\vdash (\mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot\mathrm{inv}(x))\cdot x\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))}\,(\mathrm{t})$$

II:

$$\dfrac{\mathrm{III} \qquad \dfrac{\dfrac{x\cdot \mathrm{e}\approx x\in E}{E\vdash x\cdot\mathrm{e}\approx x}\,(\mathrm{a})}{E\vdash \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot \mathrm{e}\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))}\,(\sigma=\{x\mapsto \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\})}{E\vdash \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot(\mathrm{inv}(x)\cdot x)\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))}\,(\mathrm{t})$$

III:

$$\dfrac{\dfrac{}{E\vdash \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))}\,(\mathrm{r}) \qquad \dfrac{\mathrm{inv}(x)\cdot x\approx \mathrm{e}\in E}{E\vdash \mathrm{inv}(x)\cdot x\approx \mathrm{e}}\,(\mathrm{a})}{E\vdash \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot(\mathrm{inv}(x)\cdot x)\approx \mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x))\cdot\mathrm{e}}\,(\mathrm{k})$$

a) $E \vdash (x \cdot y) \cdot z \approx x \cdot (y \cdot z)$ gehört in Lücke $\boxed{3}$
b) $\{\mathrm{inv}(x) \mapsto x\}$ gehört in Lücke $\boxed{1}$
c) $\{\mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x)) \mapsto x, \mathrm{inv}(x) \mapsto y, x \mapsto z\}$ gehört in Lücke $\boxed{4}$
d) $\mathrm{inv}(\mathrm{inv}(x)) \cdot (\mathrm{inv}(x) \cdot x)$ gehört in Lücke $\boxed{5}$
e) $(x \cdot y) \cdot z \approx x \cdot (y \cdot z) \in E$ gehört in Lücke $\boxed{2}$

Solution

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{e\cdot x\approx x\in E}{E\vdash e\cdot x\approx x}\,\text{(a)}}{E\vdash x\approx e\cdot x}\,\text{(s)}
\qquad
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\mathsf{inv}(x)\cdot x\approx e\in E}{E\vdash \mathsf{inv}(x)\cdot x\approx e}\,\text{(a)}}{E\vdash \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot\mathsf{inv}(x)\approx e}\,(\sigma=\{x\mapsto\mathsf{inv}(x)\})}{E\vdash e\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot\mathsf{inv}(x)}\,\text{(s)}
\qquad
\dfrac{}{E\vdash x\approx x}\,\text{(r)}}{E\vdash e\cdot x\approx(\mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot\mathsf{inv}(x))\cdot x}\,\text{(k)}
\qquad \mathrm{I}}{E\vdash e\cdot x\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))}\,\text{(t)}}{}}{E\vdash x\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))}\,\text{(t)}
$$

I:

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{(x\cdot y)\cdot z\approx x\cdot(y\cdot z)\in E}{E\vdash (x\cdot y)\cdot z\approx x\cdot(y\cdot z)}\,\text{(a)}}{E\vdash(\mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot\mathsf{inv}(x))\cdot x\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot(\mathsf{inv}(x)\cdot x)}\,(\sigma=\{x\mapsto\mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x)),y\mapsto\mathsf{inv}(x),z\mapsto x\})
\qquad \mathrm{II}}{E\vdash(\mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot\mathsf{inv}(x))\cdot x\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))}\,\text{(t)}
$$

II:

$$
\dfrac{\mathrm{III}\qquad \dfrac{\dfrac{x\cdot e\approx x\in E}{E\vdash x\cdot e\approx x}\,\text{(a)}}{E\vdash \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot e\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))}\,(\sigma=\{x\mapsto\mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\})}{E\vdash \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot(\mathsf{inv}(x)\cdot x)\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))}\,\text{(t)}
$$

III:

$$
\dfrac{\dfrac{}{E\vdash \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))}\,\text{(r)}
\qquad
\dfrac{\mathsf{inv}(x)\cdot x\approx e\in E}{E\vdash \mathsf{inv}(x)\cdot x\approx e}\,\text{(a)}}{E\vdash \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot(\mathsf{inv}(x)\cdot x)\approx \mathsf{inv}(\mathsf{inv}(x))\cdot e}\,\text{(k)}
$$

a) Wahr
b) Falsch
c) Falsch
d) Wahr
e) Wahr

6. **Problem**
Betrachten Sie die formalen Sprachen $L=\{\epsilon,0,10,100,110\}$, $M=\{1,11,101,111\}$ und $N=\{0,1\}^*$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?
   a) $(L\cup M)\cap N=\{\epsilon,1,10,100,110\}$
   b) $L\cap(M\cup N)=\{\epsilon,0,1,10,11,100,101,110,111\}$
   c) $(L\cup M)\cap N=\{0,1,10,11,100,101,110,111\}$
   d) $L\cup M=\{0,1,10,11,100,101,110,111\}$
   e) $L\cup M=\{\epsilon,0,1,10,11,100,101,110,111\}$
   f) $(L\cup M)\cap N=\{\epsilon,0,10,11,100,101,110,111\}$
   g) Keine der Antworten
   h) $L\cap N=\{\epsilon,0,1,10,11,100\}$
   i) $(L\cup M)\cap N=\{\epsilon,1,11,101,111\}$
   j) $(L\cup M)\cap N=\{\epsilon,0,1,10,11,100,101,110,111\}$

   Solution

   a) Falsch.
   b) Falsch.
   c) Falsch.
   d) Falsch.

e) Wahr.
f) Falsch.
g) Falsch.
h) Falsch.
i) Falsch.
j) Wahr.

7. **Problem**
Betrachten Sie die folgende Grammatik $G = (\{A, K\}, \{\mathrm{s}, \mathrm{x}\}, R, A)$.

Regeln R der Grammatik G:

$$A \to \epsilon \mid K\mathrm{s}$$
$$K \to \mathrm{s}K \mid A$$

Welche der folgenden Aussagen sind im Bezug auf diese Grammatik korrekt?

a) Die Grammatik erzeugt eine rekursiv aufzählbare Sprache
b) Die Grammatik erzeugt eine kontextsensitive Sprache
c) Die Grammatik ist kontextfrei
d) Die Grammatik erzeugt eine reguläre Sprache
e) Die Grammatik erzeugt eine beschränkte Sprache
f) Die Grammatik ist beschränkt
g) Die Grammatik erzeugt eine kontextfreie Sprache
h) Die Grammatik ist rechtslinear
i) Keine der Aussagen ist korrekt
j) Die Grammatik ist kontextsensitiv

Solution

a) Wahr
b) Wahr
c) Wahr
d) Wahr
e) Wahr
f) Falsch
g) Wahr
h) Falsch
i) Falsch
j) Falsch

8. **Problem**
Welche der folgenden Wörter werden von der Grammatik $G = (\{D, P, E\}, \{\mathrm{a}, \mathrm{e}, \mathrm{c}, \mathrm{b}\}, R, D)$ erzeugt? (Es sind maximal 5 Ableitungsschritte notwendig.)

Regeln R der Grammatik G:

$$D \to \mathrm{ac}P\mathrm{c}$$
$$P \to \epsilon \mid E \mid \mathrm{a}P \mid \mathrm{b}P \mid P\mathrm{b}$$
$$E\mathrm{b} \to E\mathrm{a} \mid P$$

a) $D \Rightarrow^* \mathrm{aacabac} \in L(G)$

b) $D \Rightarrow^* \text{acbaac} \in L(G)$
c) $D \Rightarrow^* \text{eacbbbc} \in L(G)$
d) $D \Rightarrow^* \text{cbc} \in L(G)$
e) $D \Rightarrow^* \text{acabac} \in L(G)$
f) $D \Rightarrow^* \text{acabc} \in L(G)$
g) $D \Rightarrow^* \text{acc} \in L(G)$
h) $D \Rightarrow^* \epsilon \in L(G)$
i) $D \Rightarrow^* \text{acb}R\text{bc} \in L(G)$
j) $D \Rightarrow^* \text{aca} \in L(G)$

Solution

a) Falsch
b) Wahr
c) Falsch
d) Falsch
e) Wahr
f) Wahr
g) Wahr
h) Falsch
i) Falsch
j) Falsch

9. **Problem**

Betrachten Sie die Turingmaschine $M = (\{s, t, r, q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{\text{a}, \text{b}, \text{c}\}, \{\vdash, \text{a}, \text{b}, \text{c}, \sqcup\}, \vdash, \sqcup, \delta, s, t, r)$ mit δ

	$\vdash$	a	b	c	$\sqcup$
s	$(s, \vdash, R)$	$(q_0, \vdash, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$
q_0	$\cdot$	(q_0, a, R)	(q_0, b, R)	(q_0, c, R)	$(q_1, \sqcup, L)$
q_1	$(r, \vdash, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$\boxed{3}$	$(r, \sqcup, R)$	$\cdot$
q_2	$\boxed{4}$	(q_2, a, L)	(q_2, b, L)	(q_2, c, L)	$\cdot$
q_3	$\cdot$	$(r, \sqcup, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$\boxed{5}$

Beantworten Sie die folgenden Fragen bezüglich den Lücken in der Zustandstabelle, sodass L(M) = $\{\text{a}^n\text{cb}^n \mid n \geq 0\}$. Beachten Sie, dass $\cdot$ einen beliebigen Übergang anzeigt (diese Situationen werden nicht erreicht). Die Übergänge für die Zustände t und r sind ebenfalls irrelevant, da diese Zustände nie mehr verlassen werden können.

a) $(t, \sqcup, R)$ gehört in Lücke $\boxed{2}$
b) $(q_2, \sqcup, R)$ gehört in Lücke $\boxed{3}$
c) $(r, \sqcup, R)$ gehört in Lücke $\boxed{5}$
d) $(q_0, \sqcup, R)$ gehört in Lücke $\boxed{3}$
e) $(q_3, \sqcup, L)$ gehört in Lücke $\boxed{2}$
f) $(t, \sqcup, R)$ gehört in Lücke $\boxed{1}$
g) $(q_0, \sqcup, R)$ gehört in Lücke $\boxed{4}$
h) $(t, \sqcup, R)$ gehört in Lücke $\boxed{5}$

i) $(q_3, \sqcup, L)$ gehört in Lücke $\boxed{1}$

j) $(s, \vdash, L)$ gehört in Lücke $\boxed{4}$

Solution

	$\vdash$	a	b	c	$\sqcup$
s	$(s, \vdash, R)$	$(q_0, \vdash, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$(q_3, \sqcup, R)$	$(r, \sqcup, R)$
q_0	$\cdot$	(q_0, a, R)	(q_0, b, R)	(q_0, c, R)	$(q_1, \sqcup, L)$
q_1	$(r, \vdash, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$(q_2, \sqcup, L)$	$(r, \sqcup, R)$	$\cdot$
q_2	$(s, \vdash, R)$	(q_2, a, L)	(q_2, b, L)	(q_2, c, L)	$\cdot$
q_3	$\cdot$	$(r, \sqcup, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$(r, \sqcup, R)$	$(t, \sqcup, R)$

a) Falsch
b) Falsch
c) Falsch
d) Falsch
e) Falsch
f) Falsch
g) Falsch
h) Wahr
i) Falsch
j) Falsch

10. **Problem**

Zeigen Sie, dass das while-Programm

$$\text{while } i < n \text{ do } i := i + 1; x := x * i \text{ end}$$

in Bezug auf die Vorbedingung $n \geq 0 \ \wedge \ i = 0 \ \wedge \ x = 1$ und die Nachbedingung $x = n!$ korrekt ist, indem sie den folgenden Inferenzbaum im Hoare-Kalkül vervollständigen. Hier bezeichnet, für positive ganze Zahlen n, der Ausdruck $n!$ die Faktorielle $n * (n - 1) * \cdots * 1$.

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\{\boxed{D}\}\ i := i+1\ \{\boxed{E}\}}\,[\mathrm{z}]}{\{x = i! \wedge i < n\}\ i := i+1\ \{\boxed{E}\}}\,[\mathrm{a}]^3 \qquad \dfrac{}{\{\boxed{F}\}\ \boxed{G}\ \{x = i! \wedge i \leq n\}}\,[\mathrm{z}]}{\{x = i! \wedge i < n\}\ i := i+1; x := x * i\ \{x = i! \wedge i \leq n\}}\,[\mathrm{s}]}{\{\boxed{C}\}\ i := i+1; x := x * i\ \{x = i! \wedge i \leq n\}}\,[\mathrm{a}]^2}{\{x = i! \wedge i \leq n\}\ \text{while } i < n \text{ do } i := i+1; x := x * i \text{ end } \{\boxed{B}\}}\,[\mathrm{w}]}{\{\boxed{A}\}\ \text{while } i < n \text{ do } i := i+1; x := x * i \text{ end } \{x = n!\}}\,[\mathrm{a}]^1
$$

^{1} mit $n \geq 0 \ \wedge \ i = 0 \ \wedge \ x = 1 \models x = i! \wedge i \leq n$ und $\boxed{H} \models x = n!$

^{2} mit $x = i! \wedge i \leq n \wedge i < n \models \boxed{I}$

^{3} mit $x = i! \wedge i < n \models \boxed{J}$

a) $x := x * i$ gehört in Lücke $\boxed{G}$

b)

$$x = i! \wedge i \leq n$$

gehört in Lücke $\boxed{I}$

c) $x = i! \wedge i \leq n \wedge \neg(i < n)$ gehört in Lücke $\boxed{\text{B}}$

d) $x * (i + 1) = (i + 1)! \wedge i + 1 \leq n$ gehört in Lücke $\boxed{\text{D}}$

e) $x * (i + 1) = (i + 1)! \wedge i + 1 \leq n$ gehört in Lücke $\boxed{\text{E}}$

f) $x * i = i! \wedge i \leq n$ gehört in Lücke $\boxed{\text{F}}$

g) $n \geq 0 \wedge i = 0 \wedge x = 1$ gehört in Lücke $\boxed{\text{A}}$

h) $x = i! \wedge i \leq n$ gehört in Lücke $\boxed{\text{C}}$

i) $n \geq 0 \wedge i = 0 \wedge x = 1$ gehört in Lücke $\boxed{\text{H}}$

j) $x * i = i! \wedge i \leq n$ gehört in Lücke $\boxed{\text{J}}$

Solution

Die Lösung sieht wiefolgt aus:

$$
\dfrac{
  \dfrac{
    \dfrac{
      \dfrac{
        \dfrac{
          \dfrac{}{\{\boxed{x*(i+1)=(i+1)!\wedge i+1\leq n}\}\ i:=i+1\ \{\boxed{x*i=i!\wedge i\leq n}\}}\,[\mathrm{z}]
        }{\{x=i!\wedge i<n\}\ i:=i+1\ \{\boxed{x*i=i!\wedge i\leq n}\}}\,[\mathrm{a}]^3
        \qquad
        \dfrac{}{\{\boxed{x*i=i!\wedge i\leq n}\}\ \boxed{x:=x*i}\ \{x=i!\wedge i\leq n\}}\,[\mathrm{z}]
      }{\{x=i!\wedge i<n\}\ i:=i+1;x:=x*i\ \{x=i!\wedge i\leq n\}}\,[\mathrm{s}]
    }{\{\boxed{x=i!\wedge i\leq n\wedge i<n}\}\ i:=i+1;x:=x*i\ \{x=i!\wedge i\leq n\}}\,[\mathrm{a}]^2
  }{\{x=i!\wedge i\leq n\}\ \textsf{while}\ i<n\ \textsf{do}\ i:=i+1;x:=x*i\ \textsf{end}\ \{\boxed{x=i!\wedge i\leq n\wedge\neg(i<n)}\}}\,[\mathrm{w}]
}{\{\boxed{n\geq 0\wedge i=0\wedge x=1}\}\ \textsf{while}\ i<n\ \textsf{do}\ i:=i+1;x:=x*i\ \textsf{end}\ \{x=n!\}}\,[\mathrm{a}]^1
$$

[1] mit $n \geq 0 \ \wedge \ i = 0 \ \wedge \ x = 1 \models x = i! \wedge i \leq n$ und $\boxed{x = i! \wedge i \leq n \wedge \neg(i < n)} \models x = n!$

[2] mit $x = i! \wedge i \leq n \wedge i < n \models \boxed{x = i! \wedge i < n}$

[3] mit $x = i! \wedge i < n \models \boxed{x * (i + 1) = (i + 1)! \wedge i + 1 \leq n}$

a) Wahr

b) Falsch

c) Wahr

d) Wahr

e) Falsch

f) Wahr

g) Wahr

h) Falsch

i) Falsch

j) Falsch