

Aufgaben zur Linearen Algebra - Blatt 13

elektronische Abgabe im OLAT Kurs des Proseminars
(z.B. bis Mo. 31. Jänner 2022, 08:00 Uhr)

Aufgabe 49

Es sei

$$D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_m \end{pmatrix} \in \text{Mat}_m(K)$$

eine Diagonalmatrix. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenräume des von D definierten Endomorphismus $\mu_D: K^m \rightarrow K^m$.

Aufgabe 50

Sei $\varphi: V \rightarrow V$ ein Endomorphismus des endlich-dimensionalen K -Vektorraums V . Zeigen Sie:

- (i) Ist λ ein Eigenwert von φ , so ist λ^m ein Eigenwert von $\underbrace{\varphi \circ \dots \circ \varphi}_m$.
- (ii) φ ist genau dann invertierbar wenn 0 kein Eigenwert von φ ist.
- (iii) Ist φ invertierbar und λ ein Eigenwert von φ , so ist $\frac{1}{\lambda}$ ein Eigenwert von φ^{-1} .

Aufgabe 51

Sei $\varphi: V \rightarrow V$ linear und $v_1, \dots, v_n \in V \setminus \{0\}$ Eigenvektoren von φ zu paarweise verschiedenen Eigenwerten. Zeigen Sie dass v_1, \dots, v_n linear unabhängig sind.

Aufgabe 52

Gibt es eine \mathbb{C} -Vektorraumstruktur auf \mathbb{R} , sodass die skalare Multiplikation

$$\mathbb{C} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

eingeschränkt auf $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ die übliche Multiplikation auf \mathbb{R} ist?