

Aufgaben zur Linearen Algebra - Blatt 4

Abgabe bis spätestens Mo. 8. November 2021, 08:00 Uhr

Achtung: Abgabe für Donnerstags Gruppen je nach PS-Leiter!!

Aufgabe 13

Bestimmen Sie die reelle Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme,

(a) Für $b = (0, 0, 0)$ und $b = (0, 4, 2)$:

$$\begin{array}{rrrrrrcl}
 x_1 & & & + & x_3 & - & x_4 & = & b_1 \\
 -3x_1 & - & 6x_2 & - & 8x_3 & + & 7x_4 & = & b_2 \\
 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & & & = & b_3,
 \end{array}$$

(b) Für $b = (1, 0, 1)$ und für $b = (1, -2, 2)$:

$$\begin{array}{rrrrrrcl}
 x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & b_1 \\
 -3x_1 & - & 6x_2 & + & 8x_3 & = & b_2 \\
 x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & b_3.
 \end{array}$$

Aufgabe 14

Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ besitzt das folgende Gleichungssystem eine reelle Lösung? Wieviele Lösungen gibt es dann jeweils?

$$\begin{array}{rrrrcl}
 -7x_1 & + & 2x_2 & + & 7x_3 & = & 3 \\
 4x_1 & - & 6x_2 & + & 2x_3 & = & -2 \\
 3x_1 & + & 4x_2 & + & \lambda x_3 & = & 0.
 \end{array}$$

Aufgabe 15

Finden Sie ein reelles Polynom vom Grad höchstens 4, also einen Ausdruck der Gestalt

$$p = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + c_4 t^4$$

mit $c_0, \dots, c_4 \in \mathbb{R}$, für das gilt:

$$p(-2) = -3, \quad p(-1) = 3, \quad p(0) = 1, \quad p(1) = 3, \quad p(2) = -3.$$

Aufgabe 16

Sei $(G, *)$ eine Gruppe. Das zu $g \in G$ inverse Element bezeichnen wir mit g^{-1} . Zeigen Sie, dass für $f, g, h \in G$ stets gilt

- (a) $(g * h)^{-1} = h^{-1} * g^{-1}$
- (b) $(g^{-1})^{-1} = g$.
- (c) $g * f = h * f \Rightarrow g = h$.