Aussagenlogik

Betrachten Sie die aussagenlogische Formel A:

$$(p \to (q \to (r \to s))) \lor (s \to (r \to (q \to p)))$$

(a) Betrachten Sie die Belegung $\mathsf{v}(p) = \mathsf{v}(r) = \mathsf{T}$, $\mathsf{v}(q) = \mathsf{v}(s) = \mathsf{F}$. Zeigen Sie, dass $\bar{\mathsf{v}}(A) = \mathsf{T}$ gilt. [6 Punkte]

(b) Zeigen Sie, dass A eine Tautologie ist. Verwenden Sie dazu die Methode von Quine. [10 Punkte]

Boolesche Algebra

Sei $\mathcal{B}$ eine Boolesche Algebra mit der Trägermenge B.

(a) Zeigen Sie das zweite Gesetz von de Morgan für $\mathcal{B}$.

$$\sim(a \cdot b) = \sim(a) + \sim(b) \ .$$

[14 Punkte]

(b) Gilt die gezeigte Aussage auch für die binäre Algebra? [2 Punkte]

Hinweis: Verwenden Sie für den Beweis die Eindeutigkeit des Komplements in der Booleschen Algebra.

Formale Sprachen

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, B\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} S &\to \mathsf{a}S\mathsf{c} \mid BB \mid \epsilon \\ B &\to \mathsf{b} \end{aligned}$$

(a) Geben Sie $\mathsf{L}(G)$ in Mengennotation an. [4 Punkte]

(b) Geben Sie eine Linksableitung in der Grammatik G für das Wort aabbcc an. [4 Punkte]

(c) Geben Sie einen Syntaxbaum in Bezug auf G für dasselbe Wort aabbcc an. [4 Punkte]

(d) Betrachten Sie die folgende Grammatik $G_2 = (\{S\}, \{\mathsf{0}\}, R, S)$, wobei die Regeln R wie folgt definiert sind:

$$S \to SS \mid \mathsf{0} \mid \epsilon$$

Ist die Grammatik G_2 mehrdeutig? Begründen Sie Ihre Antwort. [4 Punkte]

Berechenbarkeitstheorie

Implementieren Sie die Instruktion

$$\text{IF } x_i \text{ THEN } p \text{ END}$$

basierend auf den verfügbaren Instruktionen einer Registermaschine. Das Programm p soll genau einmal ausgeführt werden, wenn $x_i > 0$. Es ist nicht notwendig den Zustand von x_i zu speichern. [16 Punkte]

Hinweis: Beachten Sie, dass x_i auch größer als 1 sein kann.