Gruppe 1

(1) Bestimmen Sie die Bogenlänge von $y = \frac{4}{3}x + 2$ for $0 \leq x \leq 9$.

(2) Bestimmen Sie die Bogenlänge von $x = 2 + (y-1)^2$ for $2 \leq y \leq 5$. **Hinweis**: Gegeben sei $\int_2^8 \sqrt{x^2+1}\,\mathrm{d}x \approx 30.67$

Gruppe 2

(1) Konvertieren Sie folgenden Ausdruck $r^2 = 2 - \cos\theta$ von polaren zu kartesischen Koordinaten.

(2) Konvertieren Sie folgenden Ausdruck $xz = 4y$ von kartesischen zu polaren ("Kugel") Koordinaten.

(3) Wie viele polare ("Kugel") Repräsentationen existieren für einen Punkt?

Gruppe 3

(1) Konvertieren Sie die parametrische Abbildung $x(\theta) = a \cdot \theta \cdot cos\theta \quad y(\theta) = a \cdot \theta \cdot sin\theta$ in polare ("Kugel") Koordinaten und beschreibe ihre Form.

(2) Konvertieren Sie die Funktion $x(\theta) = 2a(1 - cos\theta) \cdot cos\theta \quad y(\theta) = 2a(1 - cos\theta) \cdot sin\theta$ in polare ("Kugel") Koordinaten und beschreibe ihre Form.

Gruppe 4

(1) Welche Oberfläche beschreibt die Gleichung $r = 4$ dargestellt in kartesischen Koordinaten?

(2) Welche Oberfläche beschreibt die Gleichung $\varphi = \frac{\pi}{2}$ dargestellt in kartesischen Koordinaten?

(3) Welche Eigenschaften müssen für einen Punkt gegeben sein, dass dieser eindeutig in einem polaren ("Kugel") Koordinatensystem darstellbar ist?

Gruppe 5

Überprüfen Sie die Definitheit der folgenden Matrizen.

(1)

$$R = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

(2)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(3)

$$R = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gruppe 6

Gegeben sei die Oberfläche $(x, y, z)^T = (1, \sqrt{4}, \pi)^T + u \cdot (2, 4, 2) + v \cdot (1, 0, 0)^t$

(1) Beschreiben Sie die Repräsentation der Oberfläche und zähle die anderen, in der Vorlesung erwähnten, Darstellungen auf.

(2) Berechnen Sie eine der änderenD̈arstellungen.

Gruppe 7

(1) Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} + 10$. Berechnen Sie die Hesse-Matriz und überprüfen Sie diese auf Definitheit.

(2) Berechnen Sie die Extremwerte dieser Funktion und klassifizieren Sie diese als Maxima, Minima oder Sattelpunkte.