

## Aufgaben zur Linearen Algebra - Blatt 5

elektronische Abgabe im OLAT Kurs des Proseminars  
(z.B. bis Montag 15. November 2021, 08:00 Uhr)

### Aufgabe 17

Sei  $M$  eine nichtleere Menge. Für  $X, Y \subseteq M$  definieren wir  $X \Delta Y$  wie in Aufgabe 4, sowie

$$X \circ Y := M \setminus (X \Delta Y).$$

- (a) Sind  $(\mathcal{P}(M), \Delta)$  und/oder  $(\mathcal{P}(M), \circ)$  Gruppen?
- (b) Sind  $(\mathcal{P}(M), \Delta, \cap)$  und/oder  $(\mathcal{P}(M), \Delta, \cup)$  Ringe?

### Aufgabe 18

Sei  $R$  ein Ring. Zeigen Sie, dass für alle  $r, s, t \in R$  gilt:

- (a)  $0 \cdot r = r \cdot 0 = 0$ .
- (b)  $-(r \cdot s) = (-r) \cdot s = r \cdot (-s)$ .
- (c)  $(-r) \cdot (-s) = r \cdot s$ .

Gilt für  $r \neq 0$  auch immer  $r \cdot s = r \cdot t \Rightarrow s = t$ ?

### Aufgabe 19

Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 2.2.13 ("ℂ ist ein Körper").

### Aufgabe 20

Bestimmen Sie die Lösungsmenge (in  $\mathbb{C}^2$ ) des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} 2i \cdot x + y &= i \\ x - i \cdot y &= 1 - i. \end{aligned}$$