三角形ABC的面积计算：

在坐标系中 $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$. $C(x_C, y_C)$

则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

提定义 $S(A,B,C) = \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

判断 P 在 $\triangle ABC$ 内：

我们利用如下结论： P 在 $\triangle ABC$ 内部或边界上 $\Leftrightarrow$

$\exists\ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0$ ， $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ s.t.:

$\overrightarrow{OP} = \lambda_1 \overrightarrow{OA} + \lambda_2 \overrightarrow{OB} + \lambda_3 \overrightarrow{OC}$. O 为坐标原点

设 $P(x_P, y_P)$ ，可列出方程

$$x_P = \lambda_1 x_A + \lambda_2 x_B + \lambda_3 x_C$$

$$y_P = \lambda_1 y_A + \lambda_2 y_B + \lambda_3 y_C$$

$$1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

由 Cramman 法则：

$$\lambda_1 = \frac{\begin{vmatrix} x_P & x_B & x_C \\ y_P & y_B & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} \qquad \lambda_2 = \frac{\begin{vmatrix} x_A & x_P & x_C \\ y_A & y_P & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\lambda_3 = \frac{\begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_A & x_B & x_P \\ y_A & y_B & y_P \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}$$

P 在 $\triangle ABC$ 内部 $\Leftrightarrow$ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0$

$\Leftrightarrow$ $S(A,B,C)\, S(P,B,C) \geq 0$

$$S(A,B,C)\,S(A,P,C)\geq 0$$

$$S(A,B,C)\,S(A,B,P)\geq 0$$

由此可以我们定义出 $f(A,B,C,P)$ 来判断 P 是否在 $\triangle ABC$ 内部或边界

另外可以看到当 A,B,C 不构成三角形，即 $S(A,B,C)=0$ 时，始终 return True，这会给后续代码带来方便之处