ΕΡΓΑΣΙΑ 3

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7

Να αποδείξω ότι η πρόταση ~(A<=>B) <=> ~((A^B)v(~A^~B)) είναι έγκυρη.
Άρα θα προσπαθήσω να αποδείξω ότι ~(A<=>B) ≡ ~((A^B)v(~A^ ~B))
Ανάλυση 1ου μέρους:
~(A<=>B) → ~(A => B ^ B=>A) → ~((~AvB)^(~BvA)) → (A^~B)v(B^~A)
→ (AvB)^(Av~A)^(~BvB)^(~Bv~A) → (AvB)^(~Bv~A)
Ανάλυση άρνησης 2ου μέρους:
~(~((A^B)v(~A^~B))) → (A^B)v(~A^~B) → (AvB)^(Av~A)^(~BvB)^(~Bv~A) → (AvB)^(~Bv~A)
Άρα έχουμε C1, C2 από δεδομένα και C3, C4 από άρνηση στόχου :
C1: (AvB)
C2: (~Bv~A)
C3: (AvB)
C4: (~Bv~A)
C5: C3 – C1
C6: C4- C2
C7: Κενό
Άρα έχουμε ~(A<=>B) ≡ ~((A^B)v(~A^ ~B)) που σημαίνει ότι ~(A<=>B) <=> ~((A^B)v(~A^~B)) είναι έγκυρη.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6

Συμβολισμοί:
K: κύβο, Δ: δωδεκάεδρο, T: τετράεδρο.
Σ: μικρό, M: μεσαίο, Λ: μεγάλο
Προτάσεις:

- (K^~Δ~T) v (~K^Δ^~T) v (~K^~Δ^T)
- (Σ^~M~Λ) v (~Σ^M^~Λ) v (~Σ^~M^Λ)
- M <=> Δ → (~MvΔ)^(~ΔvM)
- T <=> Λ → (~TvΛ)^(~TvΛ)

Απόδειξη: K <=> Σ → (~KvΣ)^(~KvΣ)
Θέλουμε να αποδείξουμε:
((K^~Δ~T)v(~K^Δ^~T)v(~K^~Δ^T))^((Σ^~M~Λ)v(~Σ^M^~Λ)v(~Σ^~M^Λ))^(M<=>Δ)^(T<=>Λ)|= K<=>Σ
Γνωρίζουμε ότι ((K^~Δ~T)v(~K^Δ^~T)v(~K^~Δ^T)) = True μόνο όταν 1 από τα K,Δ,T είναι αληθές
επίσης ((Σ^~M~Λ)v(~Σ^M^~Λ)v(~Σ^~M^Λ)) = True μόνο όταν 1 από τα Σ,M,Λ είναι αληθές
Για K = True πρέπει Δ,T = False κατά συνέπεια από 3,4 έχουμε ότι Δ,Λ = False άρα ώστε το 2 να είναι αληθές πρέπει το Σ =True. Άρα έχουμε K=>Σ
Για M = True πρέπει Σ,Λ = False κατά συνέπεια από 3,4 έχουμε ότι M,T = False άρα ώστε το 2 να είναι αληθές πρέπει το K =True. Άρα έχουμε Σ=>K
Άρα: ((K^~Δ~T)v(~K^Δ^~T)v(~K^~Δ^T))^((Σ^~M~Λ)v(~Σ^M^~Λ)v(~Σ^~M^Λ))^(M<=>Δ)^(T<=>Λ)|= K<=>Σ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5

Προτασιακή λογική στην πρόταση «Αν ο Σήφης είναι καλός μάγειρας τότε εγώ είμαι αστροναύτης.»
M: “ο Σήφης είναι καλός μάγειρας”
A: “εγώ είμαι αστροναύτης”
Προκύπτει ότι: M => A → ~MvA
Truth Table

A	M	A=>M
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

¬□□∧ (¬□□⇒ □□)□∧ (□□⇒ ¬□□)□Με την λογική ότι εγώ δεν είμαι αστροναύτης δηλαδή A = false έχουμε:
Αν ο Σήφης είναι καλός μάγειρας ψεύδομαι ενώ αν δεν είναι λέω αλήθεια

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

1. Έγκυρες προτάσεις

2. Ικανοποιήσιμες προτάσεις
   ¬(A ∧¬B ∧C ⇒D) ⇔(¬A ⇒(B ⇒(C ⇒D))) → (False,True,True,False)
   ¬A ∧(¬A ⇒B) ∧(A ⇒¬B) → (False, True)
   (A ∨¬B) ∧(A ∨¬C) ∧¬B ∧¬C → (True, False, False)
   (A ∨B) ∧(¬A ∨¬C) ∧(B ∨¬C) → (True, True, False)
3. Μη ικανοποιήσιμες προτάσεις

4. Προτάσεις με τουλάχιστον ένα μοντέλο
   ¬(A ∧¬B ∧C ⇒D) ⇔(¬A ⇒(B ⇒(C ⇒D))) → (False,True,True,False)
   ¬A ∧(¬A ⇒B) ∧(A ⇒¬B) → (False, True)
   (A ∨¬B) ∧(A ∨¬C) ∧¬B ∧¬C → (True, False, False)
   (A ∨B) ∧(¬A ∨¬C) ∧(B ∨¬C) → (True, True, False)
5. Ταυτολογίες προτάσεις

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

α)

Μεταβλητές: A1, A2, A3, A4, A5

Τιμές: A1 = A2 = A3 = A5 ={ 9, 10, 11}, A4 = { 9, 11}

Περιορισμοί:

- $A1 < A3$
- $(A3 < A4) \wedge (A3 > A5)$
- $(A2 \mathrel{!=} A1) \wedge (A2 \mathrel{!=} A4)$

β)

$$\begin{tikzcd}
A1 \arrow[r] \arrow[d] & A3 \arrow[r] \arrow[d] & A5 \\
A2 \arrow[r] & A4 &
\end{tikzcd}$$

γ) Σειρά αν'αθεσης τιμών A1, A2, A3, A4, A5

Σειρά επιλογων τιμών 9, 10, 11

Εκτέλεση MAC – AC-3

- Αρχικά όλες οι ακμές είναι συνεπείς
- A1 = 9 → A3 = {10, 11} πρέπει να εξετάσουμε (A3, A5), (A3, A4)
  - (A3, A5) → OK
  - (A3, A4) → OK
- A2 = 10 → A4 = {11} πρέπει να εξετάσουμε
- A5 = 11

Λύση A1 = 9 A2 = 10 A3 = 10 A4 = 11 A5 = 9