

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

Χρήστος Μπριστογιάννης sdi1900129

Ερώτημα 2

2.α)

Σύμβολα Σταθερών: Yoda

Σύμβολα Κατηγορημάτων: JediMaster

Αρχικά ορίζουμε οτ πεδίο της I, που θα περιέχει τα αντικείμενα της εικόνας δηλαδή:

$$|I| = \{yoda\}$$

Για τα σύμβολα των σταθερών, η I κάνει τις εξής αντιστοιχίσεις:

$$Yoda^I = yoda$$

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος JediMaster την ακόλουθη μοναδιαία σχέση: $\{<yoda>\}$

2.β)

- Για τον τύπο $\phi 1$ από τον ορισμός της ικανοποίησης έχουμε:

$$\models_I \text{JediMaster}(Yoda)[s] \quad \text{αν:} \quad < \bar{s}(Yoda) > \in \text{JediMaster}^I$$

Όμως, $\bar{s}(Yoda) = Yoda^I = yoda$ και $\text{JediMaster}^I = \{<yoda>\}$, επομένως ισχύει ο $\phi 1$ από την I.

- Για τον τύπο $\phi 2$

$$\models_I (\exists x) \text{JediMaster}(x)[s]$$

ο οποίος ισχύει αν υπάρχει $dx \in I$ τέτοιο ώστε:

$$\models_I \text{JediMaster}(x)[s(x \mid dx)]$$

Το πεδίο της I είναι: $|I| = \{\text{Yoda}\}$ επομένως μπορώ να αναθέσω στο x την τιμή Yoda. Άρα, έχω:

$$\models_I \text{JediMaster}(x)[s(x \mid \text{Yoda})]$$

Η πρόταση αυτή ικανοποιείται και έχει αποδειχτεί στο παραπάνω ερώτημα. Άρα κατά συνέπεια ικανοποιείται και ο τύπος ϕ_2 από την I .

- Για τον τύπο ϕ_3 :

$$\models_I (\forall x) \text{JediMaster}(x)[s]$$

το οποίο θα ισχύει αν για κάθε $dx \in I$:

$$\models_I \text{JediMaster}(x)[s(x \mid dx)]$$

Το οποίο ισχύει καθώς το μοναδικό πεδίο της I είναι: $|I| = \{\text{Yoda}\}$ και όπως αποδείχτηκε στην πρόταση ϕ_1 . Επομένως η ϕ_3 ικανοποιείται από την I .

Ερώτημα 3

Εφαρμόζοντας των αλγόριθμο Unify προκύπτουν οι παρακάτω πιο γενικοί ενοποιητές:

- $\{x/G(f(v)), u/f(v)\}$
- $\{x_1/G(H(A, B), H(A, B)), x_2/H(A, B), x_3/H(A, B), x_5/B, x_4B\}$
- $\{x_1/F(x_0, x_0), x_2/F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)), \dots, x_n/F(x_{n-1}, x_{n-1})\}$

Ερώτημα 4

4.α)

Σύμβολα κατηγορημάτων:

MemberOf(x, y): το x είναι μέλος του y

isRight(x): το x είναι δεξιός

isLiberal(x): το x είναι φιλελεύθερος

likes(x, y): στο x αρέσει το y

- i) $\text{MemberOf}(\text{Kyriakos}, \text{Corona}) \wedge \text{MemberOf}(\text{Alexis}, \text{Corona})$
 $\wedge \text{MemberOf}(\text{Nikos}, \text{Corona})$
- ii) $\forall x ((\text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \wedge \neg \text{isRight}(x) \Rightarrow \text{isLiberal}(x))$
- iii) $\forall x (\text{isRight}(x) \Rightarrow \neg \text{Likes}(x, \text{Socialism}))$
- iv) $\forall x (\neg \text{Likes}(x, \text{Capitalism}) \Rightarrow \neg \text{isLiberal}(x))$
- v) $\forall x (\text{Likes}(\text{Alexis}, x) \Leftrightarrow \neg \text{Likes}(\text{Kyriakos}, x))$
- vi) $\text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Capitalism}) \wedge \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$
- vii) $\phi: \exists x (\text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \wedge \text{isLiberal}(x) \wedge \neg \text{isRight}(x))$

4.β)

Μετατροπή σε CNF:

- i) $\text{MemberOf}(\text{Kyriakos}, \text{Corona}) \vee \text{MemberOf}(\text{Alexis}, \text{Corona}) \vee \text{MemberOf}(\text{Nikos}, \text{Corona})$
- ii) $\neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \text{isRight}(x) \vee \text{isLiberal}(x)$
- iii) $\neg \text{isRight}(x) \vee \neg \text{Likes}(x, \text{Socialism})$
- iv) $\text{Likes}(x, \text{Capitalism}) \vee \neg \text{isLiberal}(x)$
- v) $\neg \text{Likes}(\text{Alexis}, x) \vee \neg \text{Likes}(\text{Kyriakos}, x)$
 $\text{Likes}(\text{Alexis}, x) \vee \text{Likes}(\text{Kyriakos}, x)$
- vi) $\phi: \neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \neg \text{isLiberal}(x) \vee \text{isRight}(x)$

Άρα έχω τις παρακάτω CNF προτάσεις:

1. $\text{MemberOf}(\text{Kyriakos}, \text{Corona})$

2. $\text{MemberOf}(\text{Alexis}, \text{Corona})$
3. $\text{MemberOf}(\text{Nikos}, \text{Corona})$
4. $\neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \text{isRight}(x) \vee \text{isLiberal}(x)$
5. $\neg \text{isRight}(x) \vee \neg \text{Likes}(x, \text{Socialism})$
6. $\text{Likes}(x, \text{Capitalism}) \vee \neg \text{isLiberal}(x)$
7. $\neg \text{Likes}(\text{Alexis}, x) \vee \neg \text{Likes}(\text{Kyriakos}, x)$
8. $\text{Likes}(\text{Alexis}, x) \vee \text{Likes}(\text{Kyriakos}, x)$
9. $\text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Capitalism})$
10. $\text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$
11. $\neg \phi: \neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \neg \text{isLiberal}(x) \vee \text{isRight}(x)$

Θέλω να αποδείξω ότι: $\text{KB} \models \phi$ επομένως:

- Από:

$$\frac{\neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \text{isRight}(x) \vee \text{isLiberal}(x)}{\text{MemberOf}(\text{Alexis}, \text{Corona})}$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\text{isRight}(\text{Alexis}) \vee \text{isLiberal}(\text{Alexis})$$

- Από:

$$\frac{\neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \neg \text{isLiberal}(x) \vee \text{isRight}(x)}{\text{MemberOf}(\text{Alexis}, \text{Corona})}$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \text{isRight}(\text{Alexis})$$

- Από:

$$\frac{\text{isRight}(\text{Alexis}) \vee \text{isLiberal}(\text{Alexis})}{\neg \text{isRight}(x) \vee \neg \text{Likes}(x, \text{Socialism})}$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$$

- Από:

$$\begin{aligned} &\neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \text{isRight}(\text{Alexis}) \\ &\neg \text{isRight}(x) \vee \neg \text{Likes}(x, \text{Socialism}) \end{aligned}$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$$

- Από:

$$\begin{aligned} &\text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \\ &\neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \end{aligned}$$

Προκύπτει ότι:

$$\neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$$

Άρα:

$$\neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$$

- Από:

$$\begin{aligned} &\neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \\ &\text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \end{aligned}$$

Άρα προκύπτει ότι:

$$\{\}$$

4.γ)

- Από:

$$\neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \text{isRight}(x) \vee \text{isLiberal}(x) \\ \text{MemberOf}(\text{Alexis}, \text{Corona})$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\text{isRight}(\text{Alexis}) \vee \text{isLiberal}(\text{Alexis})$$

- Από:

$$\neg \text{MemberOf}(x, \text{Corona}) \vee \neg \text{isLiberal}(x) \vee \text{isRight}(x) \vee \text{Answer}(x) \\ \text{MemberOf}(\text{Alexis}, \text{Corona})$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \text{isRight}(\text{Alexis}) \vee \text{Answer}(x)$$

- Από:

$$\text{isRight}(\text{Alexis}) \vee \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \\ \neg \text{isRight}(x) \vee \neg \text{Likes}(x, \text{Socialism})$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$$

- Από:

$$\neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \text{isRight}(\text{Alexis}) \vee \text{Answer}(x) \\ \neg \text{isRight}(x) \vee \neg \text{Likes}(x, \text{Socialism})$$

με αναθεση: x/Alexis προκύπτει ότι:

$$\neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \vee \text{Answer}(x)$$

- Από:

$$\text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \\ \neg \text{isLiberal}(\text{Alexis}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism})$$

Προκύπτει ότι:

$$\neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \vee \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \vee \text{Answer}(x)$$

Άρα:

$$\neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \vee \text{Answer}(x)$$

• Από:

$$\begin{array}{c} \neg \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \vee \text{Answer}(x) \\ \text{Likes}(\text{Alexis}, \text{Socialism}) \end{array}$$

Άρα προκύπτει ότι:

$$\text{Answer}(\text{Alexis})$$

Ερώτημα 5

5.α)

A:

$$(\forall x)(\forall s)(\forall t)(\text{In}(x, s) \wedge \text{In}(x, t) \Leftrightarrow \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)))$$

Απαλοιφή συνεπαγωγής:

$$(\forall x)(\forall s)(\forall t)((\neg \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)) \vee \text{In}(x, s)) \wedge (\neg \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)) \vee \text{In}(x, t)) \wedge (\neg \text{In}(x, s) \vee \neg \text{In}(x, t) \vee \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t))))$$

Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών:

$$(\neg \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)) \vee \text{In}(x, s)) \wedge (\neg \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)) \vee \text{In}(x, t)) \wedge \neg \text{In}(x, s) \vee \neg \text{In}(x, t) \vee \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t))$$

Άρα τελικά:

$$\text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)) \vee \text{In}(x, s)$$

$$\text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)) \vee \text{In}(x, t)$$

$$\text{In}(x, s) \vee \neg \text{In}(x, t) \vee \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t))$$

B:

$$(\forall s)(\forall t)((\forall x)(\text{In}(x, s) \Rightarrow \text{In}(x, t) \Rightarrow \text{SubsetOf}(s, t)))$$

Απαλοιφή συνεπαγωγών:

$$(\forall s)(\forall t)\neg((\forall x)(\neg \text{In}(x, s) \vee \text{In}(x, t)) \vee \text{SubsetOf}(s, t))$$

Μετακίνηση άρνησης προς τα μέσα:

$$(\forall s)(\forall t)((\exists x)(In(x, s) \wedge \neg In(x, t)) \vee SubsetOf(s, t))$$

Skolem:

$$(\forall s)(\forall t)((In(F(s, t), s) \wedge \neg In(F(s, t), t)) \vee SubsetOf(s, t))$$

Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών:

$$(In(F(s, t), s) \wedge \neg In(F(s, t), t)) \vee SubsetOf(s, t)$$

Άρα τελικά:

$$In(F(s, t), s) \vee SubsetOf(s, t) \neg In(F(s, t), t) \vee SubsetOf(s, t)$$

C::

$$(\neg \forall s)(\forall t)SubsetOf(Intersection(s, t), s)$$

Μετακίνηση άρνησης προς τα μέσα:

$$(\exists s)(\exists t)\neg SubsetOf(Intersection(s, t), s)$$

Skolem:

$$\neg SubsetOf(Intersection(X, Y), X)$$

5.β)

Από το ερώτημα α) προκύπτουν οι παρακάτω προτάσεις CNF:

- $\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee In(x, s)$
- $\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee In(x, t)$
- $\neg In(x, s) \vee \neg In(x, t) \vee In(x, Intersection(s, t))$
- $In(F(s, t), s) \vee SubsetOf(s, t)$
- $\neg In(F(s, t), t) \vee SubsetOf(s, t)$
- $\neg SubsetOf(Intersection(X, Y), X)$

Θέλω να αποδείξω ότι η C είναι λογική συνέπεια των A και B, επομένως έχω:

- Από:

$$\neg SubsetOf(Intersection(X, Y), X) \\ In(F(s, t), s) \vee SubsetOf(s, t)$$

Με ανάθεση: $s/Intersection(X, Y), t/X$ προκύπτει ότι:

$$In(F(Intersection(X, Y), X), Intersection(X, Y))$$

- Από :

$$\neg \text{SubsetOf}(\text{Intersection}(X, Y), X) \\ \neg \text{In}(F(s, t), t) \vee \text{SubsetOf}(s, t)$$

Με ανάθεση: $s/\text{Intersection}(X, Y), t/X$ προκύπτει ότι:

$$\neg \text{In}(F(\text{Intersection}(X, Y), X), X)$$

- Από :

$$\neg \text{In}(x, \text{Intersection}(s, t)) \vee \text{In}(x, s) \\ \text{In}(F(\text{Intersection}(X, Y), X), \text{Intersection}(X, Y))$$

Με ανάθεση: $x/F(\text{Intersection}(X, Y), X), s/X, t/Y$ προκύπτει ότι:

$$\text{In}(F(\text{Intersection}(X, Y), X), X)$$

- Από :

$$\text{In}(F(\text{Intersection}(X, Y), X), X) \\ \neg \text{In}(F(\text{Intersection}(X, Y), X), X)$$

Προκύπτει:

$$\{\}$$

Επομένως η πρόταση C είναι λογική συνέπεια των A, B

Ερώτημα 6

Σύμβολα Κατηγορημάτων:

$\text{isMan}(x)$ αν το x είναι άνδρας

$\text{isWoman}(x)$ αν το x είναι γυναίκα

$\text{isBeautiful}(x)$ αν το x είναι όμορφο

$\text{isRich}(x)$ αν το x είναι πλούσιο

$\text{isMuscular}(x)$ αν το x είναι μυώδη

$\text{isKind}(x)$ αν το x είναι ευγενικό

$\text{isHappy}(x)$ αν το x είναι ευγενικό

$\text{Likes}(x, y)$ αν στο x αρέσει το y

Horn Clauses:

isBeautiful(Helen),isWoman(Helen)
isBeautiful(John), isRich(John),isMan(John)
isRich(Petros), isMuscular(Petros),isMan(Petros)
isMuscular(Timos), isKind(Timos),isMan(Timos)
isWoman(Katerina)
isRich(x) \Rightarrow isHappy(x)
isMan(x) \wedge isWoman(y) \wedge isBeautiful(y) \Rightarrow Likes(x,y)
isMan(x) \wedge isWoman(y) \wedge Likes(x,y) \wedge Likes(y,x) \Rightarrow isHappy(x)
isMan(x) \wedge isWoman(y) \wedge Likes(x,y) \wedge Likes(y,x) \Rightarrow isHappy(y)
isMan(x) \wedge Likes(x,Katerina) \Rightarrow Likes(Katerina,x)
isMan(x) \wedge isKind(x) \wedge isRich(x) \Rightarrow Likes(Helen,x)
isMan(x) \wedge isMuscular(x) \wedge isBeautiful(x) \Rightarrow Likes(Helen,x)

Για την επίλυση της άσκησης θα χρησιμοποιώ Forward Chaining:

- ‘Ποιός αρέσει σε ποιον;’ :

– Από:

isBeautiful(Helen), Man(John) και
isMan(x) \wedge isWoman(y) \wedge isBeautiful(y) \Rightarrow Likes(x,y)

Με ανάθεση: x/John και y/Helen προκύπτει ότι: Likes(John,Helen)

– Από:

isBeautiful(Helen), Man(Petros) και
isMan(x) \wedge isWoman(y) \wedge isBeautiful(y) \Rightarrow Likes(x,y)

Με ανάθεση: x/Petros και y/Helen προκύπτει ότι: Likes(Petros,Helen)

– Από:

isBeautiful(Helen), Man(Timos) και
isMan(x) \wedge isWoman(y) \wedge isBeautiful(y) \Rightarrow Likes(x,y)

Με ανάθεση: x/Timos και y/Helen προκύπτει ότι: Likes(Timos,Helen)

- ‘Ποιός είναι ευτυχισμένος;’ :

– Από: isRich(John) και isRich(x) \Rightarrow isHappy(x)

Με ανάθεση: x/John προκύπτει ότι: isHappy(John)

– Από: isRich(Petros) και isRich(x) \Rightarrow isHappy(x)

Με ανάθεση: x/Petros προκύπτει ότι: isHappy(Petros)

Ερώτημα 8

8.α)

Σύμβολα Σταθερών:

AdministrativeUnit, Country, DecentralizedAdministration, Region,
RegionalUnit, Municipality, MunicipalityUnit, MunicipalCommunity,
LocalCommunity

Κατηγορήματα:

subClassOf(x,y)

belongsTo(x,y) Με τις ιδιότητες:

- $(\forall x, y, z)(\text{subClassOf}(x,y) \wedge \text{subClassOf}(y,z) \Rightarrow \text{subClassOf}(x,z))$
- $(\forall x, y, z)(\text{belongsTo}(x,y) \wedge \text{belongsTo}(y,z) \Rightarrow \text{belongsTo}(x,z))$

Στην συνέχεια μοντελοποιώ την οντολογία του σχήματος με κατάλληλους τύπους:

- $\text{belongsTo}(\text{MunicipalCommunity}, \text{MunicipalityUnit})$
- $\text{belongsTo}(\text{LocalCommunity}, \text{MunicipalityUnit})$
- $\text{belongsTo}(\text{MunicipalityUnit}, \text{Municipality})$
- $\text{belongsTo}(\text{MunicipalityUnit}, \text{RegionalUnit})$
- $\text{belongsTo}(\text{RegionalUnit}, \text{Region})$
- $\text{belongsTo}(\text{Region}, \text{DecentralizedAdministration})$
- $\text{belongsTo}(\text{DecentralizedAdministration}, \text{Country})$
- $\text{subClassOf}(\text{Country}, \text{AdministrativeUnit})$
- $\text{subClassOf}(\text{DecentralizedAdministration}, \text{AdministrativeUnit})$
- $\text{subClassOf}(\text{Region}, \text{AdministrativeUnit})$
- $\text{subClassOf}(\text{RegionalUnit}, \text{AdministrativeUnit})$
- $\text{subClassOf}(\text{Municipality}, \text{AdministrativeUnit})$
- $\text{subClassOf}(\text{MunicipalCommunity}, \text{AdministrativeUnit})$
- $\text{subClassOf}(\text{MunicipalityUnit}, \text{AdministrativeUnit})$
- $\text{subClassOf}(\text{LocalCommunity}, \text{AdministrativeUnit})$

8.β)

Προσθέτω στο α) το κατηγορήμα: $\text{partOf}(x,y)$, το x είναι μέρος/στοιχείο του y

Το οποίο έχει ιδιότητα:

$(\forall x, y, z)(\text{partOf}(x, \text{Class}) \wedge \text{partOf}(y, \text{Class}) \wedge \text{partOf}(z, x) \wedge \text{subClassOf}(x, y) \Rightarrow \text{partOf}(z, y))$

Προσθέτω επίσης στην οντολογία την κλάση "λασς, η οποία θα είναι η κλάση όλως των κλάσεων, κάτι το οποίο θα αναπαραστήσω με τον παρακάτω τύπο:

$((\forall x)(\text{subClassOf}(x, \text{AdministrativeUnit}) \Rightarrow \text{partOf}(x, \text{Class}))) \wedge \text{partOf}(\text{AdministrativeUnit}, \text{Class})$

8.γ)

Θα προσθέσω στην οντολογία το $\text{MunicipalityofAthens}$ και ο τύπος που θα εκφράζει ότι είναι στοιχείο της κλάσης Municipality σύμφωνα με την ιδιότητα που όρισα παραπάνω θα είναι:

$\text{partOf}(\text{MunicipalityofAthens}, \text{Municipality})$

Ερώτημα 9

9.α)

- $\text{isPerson}(\text{Donald})$
- $\text{isPerson}(\text{Melania})$
- $\text{isPerson}(\text{Ivanka})$
- $\text{isPerson}(\text{Barron})$
- $\text{Loves}(\text{Donald}, \text{Donald})$
- $\text{Loves}(\text{Donald}, \text{Ivanka})$
- $\text{Loves}(\text{Ivanka}, \text{Donald})$
- $\text{Loves}(\text{Melania}, \text{Barron})$
- $\text{Loves}(\text{Barron}, \text{Melania})$

9.β)

Για να αποδειχθούν οι προτάσεις της εκφώνησης θα πρέπει να προστεθούν στην βάση γνώσης οι παρακάτω τύποι:

Predicate Completion:

$$\forall x ((x = \text{Donald} \vee x = \text{Ivanka}) \Leftrightarrow \text{Loves}(x, \text{Donald}))$$

$$\forall x ((x = \text{Barron} \Leftrightarrow \text{Loves}(x, \text{Melania})))$$

$$\forall x ((x = \text{Melania} \Leftrightarrow \text{Loves}(x, \text{Barron})))$$

$$\forall x ((x = \text{Donald} \Leftrightarrow \text{Loves}(x, \text{Ivanka})))$$

Domain Closure Axiom:

$$\forall x (x = \text{Donald} \vee x = \text{Melania} \vee x = \text{Ivanka} \vee x = \text{Barron})$$

Τελος πρέπει διαφορετικά άτομα να έχουν διαφορετικά ονόματα (Unique Name Assumption)