

长安大学第三届  
ACM-ICPC “迎新杯” 程序设计竞赛  
正式赛试题

ACM association of CHD

December 04, 2016

**Contents**

<b>A 捍卫彩虹岛</b>	<b>2</b>
<b>B 恐高的单身老柴犬</b>	<b>4</b>
<b>C 彩虹岛电车</b>	<b>5</b>
<b>D 卡片游戏</b>	<b>6</b>
<b>E 无尽拼图</b>	<b>7</b>
<b>F 通往彩虹岛的石头门</b>	<b>9</b>
<b>G 兔兔的纠纷</b>	<b>11</b>
<b>H 七彩原石</b>	<b>13</b>
<b>I 机器人小队</b>	<b>15</b>
<b>J 藏宝图</b>	<b>16</b>
<b>K 书人</b>	<b>17</b>
<b>L 大魔王的魔咒</b>	<b>19</b>

## A 捍卫彩虹岛

### Description

彩虹岛所处的世界中充斥着一种名为 $XM$ 的能量物质，不久之前，企图侵占彩虹岛的黑恶势力掌握了使用 $XM$ 能量的方法。为了捍卫彩虹岛，彩虹岛的岛民决定使用富含 $XM$ 的能量装置建立据点抗击敌人的入侵。 $XM$ 能量装置根据优劣分为 $Lv1 \sim Lv8$ 一共8个强度等级，建立一个据点需要在一块区域的周围放置8个能量装置，而据点的强度等级为：

$$Level = \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^8 Lv[i]}{8} \right\rfloor$$

其中 $Level$ 为据点的强度等级， $Lv[i]$ 表示该据点第 $i$ 个能量装置的强度等级，符号 $\lfloor \cdot \rfloor$ 的含义为向下取整，例如： $\lfloor \frac{54}{8} \rfloor = 6$ 。



下面将给出一些据点的能量装置强度等级 $Lv[i]$ ，请计算每个据点的强度等级 $Level$ 。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$  ( $T \leq 200$ )，表示一共有 $T$ 组数据。

接下来有 $T$ 行，每行有8个整数分别为 $Lv[1] \sim Lv[8]$  ( $1 \leq Lv[i] \leq 8$ )。

### Output

对于每组测试数据，输出一个整数 $Level$ 表示据点的强度等级。

### Sample Input

```
3
1 1 1 1 1 1 1 1
1 2 3 4 5 6 7 8
2 3 4 5 5 6 7 8
```

### Sample Output

```
1
4
5
```

## Hint

对于第一组样例：

$$Level = \left\lfloor \frac{1+1+1+1+1+1+1+1}{8} \right\rfloor = \lfloor 1 \rfloor = 1$$

对于第二组样例：

$$Level = \left\lfloor \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} \right\rfloor = \lfloor 4.5 \rfloor = 4$$

对于第三组样例：

$$Level = \left\lfloor \frac{2+3+4+5+5+6+7+8}{8} \right\rfloor = \lfloor 5 \rfloor = 5$$

## B 恐高的单身老柴犬

### Description

彩虹岛单身老柴犬因为缺少陪妹子坐摩天轮的机会而患了恐高症，爬楼梯对他来说是一件困难的事情。老柴犬有一个能够忍受的高度值 $x$ ，他可以自己爬到高度小于等于 $x$ 的地方，若想要爬到更高的地方，就不得不借助飞行器。现有 $n$ 级台阶，每级台阶所处的海拔高度为 $h_i$ ，老柴犬要爬到楼梯的顶端，但又想尽量少的使用飞行器，请问他最少要使用飞行器飞行多少高度？

### Input

输入第一行为一个整数 $T(T \leq 100)$ ，表示一共有 $T$ 组测试数据。

对于每组测试数据：

第一行有2个整数 $n, x(1 \leq n, x \leq 1000)$ ，表示台阶数和老柴犬能忍受的高度值。

第二行有 $n$ 个整数 $h_i(1 \leq h_i \leq 1000)$ ，表示每级台阶的海拔高度，数据保证台阶高度严格递增。

### Output

对于每组测试数据，输出一个整数表示使用飞行器飞行的最少高度。

### Sample Input

```
2
3 2
1 2 9
3 2
1 3 9
```

### Sample Output

```
7
8
```

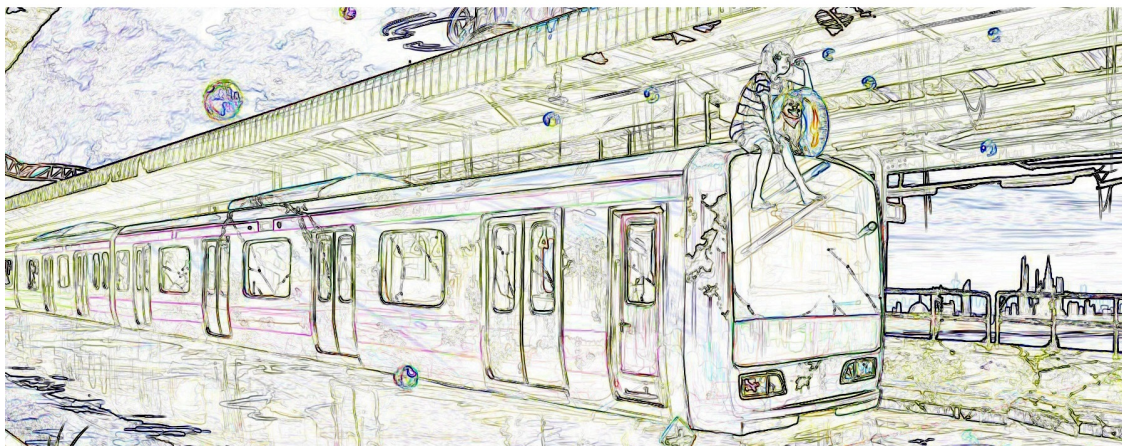
### Hint

对于第二组数据，老柴犬只能自己爬到第一个台阶，所以最少的飞行高度为 $9 - 1 = 8$ 。

## C 彩虹岛电车

### Description

经过多年的期盼，彩虹岛一号线电车终于开通了！彩虹岛一号线为单行线，一共设立了 $n$ 个站点，每个站点都有一个幸运数字 $a_i$ （不同站点的幸运数字可能相同）。对于每位乘客而言，如果它乘坐电车的起点与终点的幸运数字之和能被5整除，这段行车区间便称为幸运区间。彩虹岛的人们都认为，坐过幸运区间的乘客会获得满满一整天的好运气哦。



给出站点数 $n$ 与每个站点的幸运数字 $a_i$ ，请统计彩虹岛一号线上的不同幸运区间 $[l_i, r_i]$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ) 个数。请注意，对于任意两个行车区间，只要它们的起点或者终点不同，就视为两个不同的行车区间。同时，起点与终点相同的区间也是合法的。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$ ，表示一共有 $T$ 组测试数据。

对于每组测试数据：

第一行为一个整数 $n$  ( $1 \leq n \leq 2000$ )，表示一号线的站点数。

第二行为 $n$ 个整数 $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ )，表示第 $i$ 个站点的幸运数字。

### Output

对于每组测试数据，输出一个整数表示幸运区间个数。

### Sample Input

```
1
5
2 4 6 8 10
```

### Sample Output

```
3
```

### Hint

对于样例，幸运行车区间有 $[1, 4]$ ， $[2, 3]$ ， $[5, 5]$ ，共3个。

## D 卡片游戏

### Description

*ctr*与*fdf*在玩一个游戏，*ctr*有 $n$ 张卡片，每张卡片上写了一个大写字母（ $A-Z$ ）。*fdf*要从中选出 $k$ 张卡片（ $1 \leq k \leq n$ ），*ctr*会根据*fdf*选择的卡片奖励给*fdf*一定数目的硬币。

*ctr*制定了这样的奖励规则：

对于*fdf*的第 $i$ 张卡片（ $1 \leq i \leq k$ ），用 $f_i$ 表示*fdf*选择的 $k$ 张卡片中字母与第 $i$ 张相同的卡片数。最后会*ctr*给*fdf*的硬币总数为 $\sum_{i=1}^k f_i$ 。

告诉你 $n$ 张卡片上的字母，请你帮*fdf*设计一种选择方案使他能获得最多的硬币，并输出能获得的最大硬币数量。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$ （ $T \leq 25$ ），表示一共有 $T$ 组测试数据。

对于每组测试数据：

第一行有两个整数 $n$ 和 $k$ （ $1 \leq k \leq n \leq 10^5$ ），表示卡片总数与需要选择的卡片数。

第二行有 $n$ 个大写字母（字母之间没有空格），其中第 $i$ 个字母代表了第 $i$ 张卡片上的字母。

### Output

对于每组测试数据，输出一个整数表示*fdf*能获得的最大硬币数量。

### Sample Input

```
2
15 10
DZFDFZDFDDDDDDDF
6 4
YJSNPI
```

### Sample Output

```
82
4
```

### Hint

对于第一组样例，*fdf*的最佳方案是选择9个‘D’卡片，和任意的一张其他卡片。其中对于每张‘D’卡片，*fdf*能得到9个硬币，对于唯一一张不是‘D’的任意卡片，*fdf*能得到1个硬币，故总共可以得到82个硬币。

## E 无尽拼图

### Description

彩虹岛人民世代守护着一块无边无垠的无尽拼图，人们坚信是这块完整的拼图庇护着整座彩虹岛。无尽拼图是由一些数字组成的，处在第 $i$ 行第 $j$ 列的拼图上的数字恰好为 $i + j - 1$ 。下图为拼图的部分示意图。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

邪恶的大魔王为了破坏彩虹岛的和平，他将无尽拼图打碎成了无数碎片，每一个碎片仍然是一个矩形。为了防止有人将拼图复原，大魔王将碎片上的一些数字抹去（抹去的部分数字用0表示），并且混入了一些伪造的拼图。然而这并不能阻挡彩虹岛人民复原拼图的决心，他们想请你帮忙判断一些拼图碎片是否有可能是真正的无尽拼图碎片（若碎片存在一种填补被抹去数字的方案使其成为原来无尽拼图的一部分，就认为它有可能是真正的无尽拼图碎片）。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$  ( $T \leq 50$ )，表示一共有 $T$ 组测试数据。

对于每组测试数据：

第一行是两个整数 $n$ 、 $m$  ( $1 \leq n, m \leq 1000$ )，表示碎片的行、列数。

接下来有 $n$ 行，每行 $m$ 个数字，数字之间用空格隔开，表示拼图碎片（数字保证不大于 $10^8$ ，其中正数表示碎片上的数字，0表示此处数字被抹去）。

### Output

对于每组测试数据：若有可能是真正的无尽拼图碎片，输出“YES”；否则，输出“NO”。

### Sample Input

```
2
3 3
4 0 6
0 6 0
0 0 0
3 4
0 0 0 0
0 0 0 0
3 4 0 7
```

### Sample Output

```
YES
NO
```

### Hint

对于第一组样例，它原来可能是：

```
4 5 6
```

```
5 6 7
```

```
6 7 8
```

即有可能是真正的无尽拼图碎片。

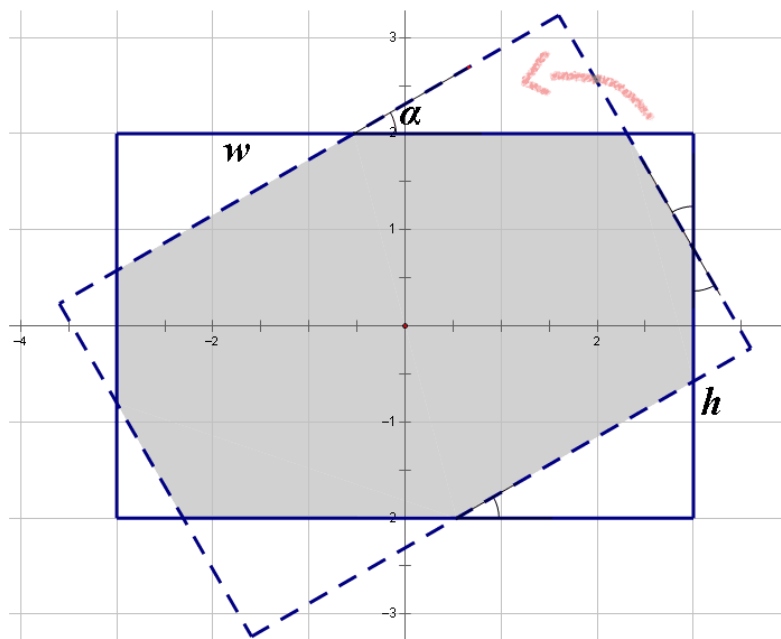
对于第二组样例，无论怎样填补被抹去的数字，都不可能是真正的无尽拼图碎片。



## F 通往彩虹岛的石头门

### Description

想要去往彩虹岛所在的世界，需要通过两扇重叠的石头门。如下图所示，石头门是两个相同的矩形，两扇石头门的中心（矩形的形心）位于坐标原点，第一扇石头门的边与坐标轴平行，平行于 $Ox$ 轴的边的长度为 $W$ ，平行于 $Oy$ 轴的边的长度等于 $H$ 。第二扇石头门绕坐标原点逆时针旋转，当第二扇石头门与第一扇石头门所成的夹角等于 $\alpha$ 时，两扇石头门相交的地方就会消失，并形成入口。



给出 $W$ 、 $H$ 以及 $\alpha$ ，请计算入口的面积 $S$ 。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$  ( $T \leq 200$ )，表示一共有 $T$ 组测试数据。

接下来有 $T$ 行，每行有3个整数，分别为 $W$ ， $H$ ， $\alpha$  ( $1 \leq W, H \leq 1000000, 0 \leq \alpha \leq 180$ )。

### Output

输出两扇石头门的相交面积（四舍五入到小数点后4位）。

### Sample Input

```
2
1 1 45
6 4 30
```

### Sample Output

```
0.8284
19.6684
```

## Hint

你可能会用到`math.h`中的三角函数或者反三角函数，例如：`sin()`，`cos()`，`tan()`，`atan()`，`asin()`，`acos()`等。请注意它们的参数和返回值中的角度都是以弧度制表示的，例如：三角函数`sin(0.523599)`的值为0.5，因为 $\sin(0.523599) = \sin(\frac{\pi}{6}) = 0.5$ ，而反三角函数`acos(-1)`的值为3.14159，因为 $\arccos(-1) = \pi = 3.14159$ 。

## G 兔兔的纠纷

### Description

彩虹岛历公元0年，岛上出现了一种名为兔兔的危险物种！兔兔的繁殖能力非常惊人，新生的兔兔只要1年的时间便达到成熟，并且一对成熟的兔兔在其成熟当年以及次年都会再产下一对兔兔。从此，彩虹岛的生态发生了剧烈的变化。

在公元0年，彩虹岛上出现了一对新生兔兔（0岁）。

到了公元1年，原来的一对兔兔达到了成熟（1岁），并且又产下了一对兔兔（0岁），岛上便有了2只0岁的兔兔与2只1岁的兔兔。

到了公元2年，原来的一对兔兔达到了2岁，而去年新出生的兔兔也达到了成熟（1岁），这两对兔兔又各自产下了一对兔兔（0岁），岛上便有了4只0岁的兔兔、2只1岁的兔兔以及2只2岁的兔兔。

.....

由于受到一股来自东方的神秘力量庇护，兔兔们得以长生不死，而它们的数目却在不断增加，造成了资源上的紧缺，因此兔兔之间经常会发生某些纠纷。我们认为在公元 $k$ 年的时候，对于任意两只不同的兔兔，如果它们的年龄之和恰好为 $k$ ，那么它们之间会发生一次纠纷。

请问在第 $k$ 年的时候所有的兔兔之间一共发生了多少次纠纷？

请注意，答案可能很大，请输出对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。



### Input

输入第一行为一个整数 $T$  ( $T \leq 200000$ )，表示一共有 $T$ 组测试数据。

接下来有 $T$ 行，每行有1个整数 $k$ ，表示公元 $k$ 年 ( $1 \leq k \leq 200000$ )。

### Output

对于每组测试数据，输出第 $k$ 年所有兔兔之间总共发生的纠纷数对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。

### Sample Input

2  
1  
2

### Sample Output

4  
9

## Hint

在公元1年，有2只0岁兔兔与2只1岁兔兔，每只0岁兔兔与每只1岁兔兔之间都会发生一次纠纷，故一共发生了 $2 \times 2 = 4$ 次纠纷。

在公元2年，有4只0岁兔兔、2只1岁兔兔以及2只2岁兔兔，每只0岁兔兔与每只2岁兔兔之间都会发生一次纠纷，而每只1岁兔兔会与除自己之外的1岁兔兔之间发生一次纠纷，共发生了 $4 \times 2 + 1 = 9$ 次纠纷。

## H 七彩原石

### Description

有一天，一位彩虹岛的居民制造了一个大新闻，他在深山中发现了一块巨大的七彩原石。这块七彩原石呈长条状，并分成长度不同的许多段，每一段有一种颜色（赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫中的一种）。经过专业人士的鉴定，这块原石是上好的建材。彩虹岛的工匠们决定用这块原石建造一座横跨东西的彩虹桥。为了整体的美观性，彩虹桥必须是左右对称的（对称指的是彩虹桥两侧距离中线距离相等的地方颜色必须相同），因此工匠们不会选用整块原石，而是从中截取连续的一部分作为彩虹桥的建材。同时，他们希望这座桥能够尽可能的长。

给出彩虹原石每一段的颜色与长度，请计算彩虹桥的最大长度。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$ ，表示一共有 $T$ 组数据。

对于每组测试数据：

第一行为一个整数 $N$  ( $N \leq 2000$ )，表示七彩原石共分成 $N$ 段。

接下来有 $N$ 行，第 $i$ 行有2个整数 $color_i$ 与 $length_i$ ，表示七彩原石第 $i$ 段的颜色与长度（ $1 \leq color_i \leq 7$ ，表示7种颜色， $1 \leq length_i \leq 10^9$ ）。

### Output

对于每组测试数据，输出一个整数 $L$ 表示彩虹桥的最大长度。

### Sample Input

```
2
1
1 1
5
4 1
1 1
2 3
1 2
3 1
```

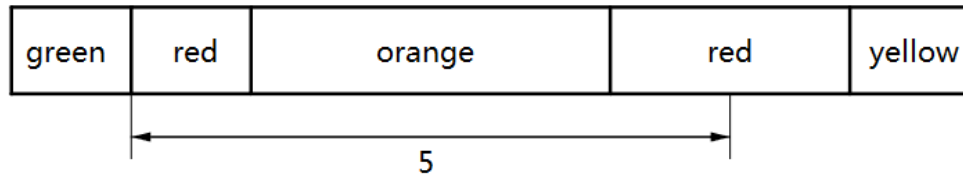
### Sample Output

```
1
5
```

## Hint

对于第一组样例，整块原石只有红色的一段，本身就是对称的，可以取用全部。

对于第二组样例，原石有五段，依次是长度为1的绿色，长度为1的红色，长度为3 的橙色，长度为2的红色，长度为1的黄色。按下图方式截取，最长的对称部分长度为5。



# I 机器人小队

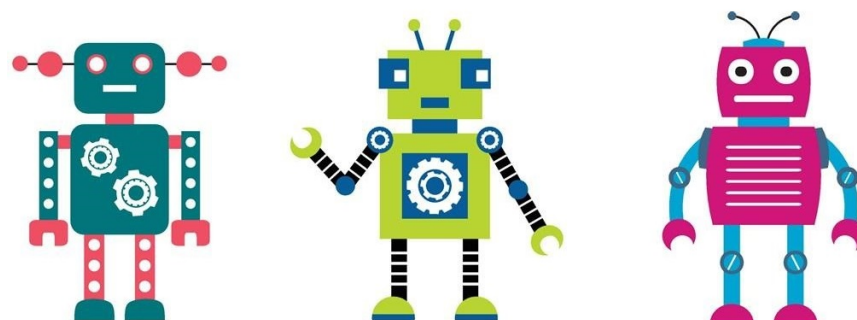
## Description

到了2030年，彩虹岛的机器人小队已经小有名气了。就在不久之前，他们又研发了一款新型机器人，由于制作精良，每个新型机器人的工作效率都是一样的。

$S$ 公司来找彩虹岛机器人小队完成一系列任务。需要完成的任务一共有 $n$ 项，编号为 $1 \sim n$ ，每项任务有一个任务量 $a_i$ 。

吝啬的 $S$ 公司只愿意出钱雇佣 $m$ 个新型机器人，同时他们提出来一项苛刻要求，那就是给每个机器人安排的任务在序列中必须是连续的，且每个机器人至少要完成一个任务。

只有当所有的机器人都完成安排给自己的任务时，整个任务才视为最终完成。



请设计出一个任务分配方案，使得任务最终完成的时间最短。

## Input

输入第一行为一个整数 $T$  ( $T \leq 2000$ )，表示一共有 $T$ 组测试数据。

每组数据有两行：

第一行为两个整数 $n$ 和 $m$  ( $1 < m \leq n \leq 500$ )，分别表示需要完成的任务数与雇佣的机器人人数。

第二行有 $n$ 个整数，第 $i$ 个数表示第 $i$ 项任务的量 $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10000000$ )。

## Output

对于每组测试数据，输出最优方案的任务分配情况：用“/”将任务量分开，每一部分表示一个机器人分到的任务。

如果有多种情况，那么使得第一个机器人分配的任务数最少，如果依旧存在多组，则在此基础上，使得第二个机器人分配的任务数最少，以此类推。

## Sample Input

```
2
5 4
100 100 100 100 100
7 3
1 2 3 4 5 6 7
```

## Sample Output

```
100 / 100 / 100 / 100 100
1 2 3 4 / 5 6 / 7
```

## J 藏宝图

### Description

彩虹岛有一个神秘的地方，里面藏着无数的珍宝，这便是朝晖十四号楼。为了找到宝藏，无数勇士不惜踏上了（女装）寻宝的不归路，其中也包括RoyYuan。RoyYuan在一次偶然中得到了一张藏宝图，已知藏宝图上画着一个 $n \times m$ 的迷宫，其中'S'是迷宫的入口，'T'为宝藏的所在地，迷宫中还有很多扇门（在地图上用'#'表示），所有的门都只会在 $k, 2k, 3k \dots$ 时刻（ $k$ 的倍数时刻）开启，门只有在开启的时刻可以被经过。RoyYuan每次可以在竖直或水平方向移动一步，并且不能选择停留在原地等待（如果无法移动则认为不能到达藏宝地点）。在寻宝的过程中，他也不能走出迷宫边界。由于RoyYuan太懒，他不想毫无准备贸然闯入迷宫，他想预先知道他能否通过这个藏宝图走到宝藏所在地，如果可以，最少需要几步才能到达宝藏所在地。

### Input

输入第一行为一个整数 $T(T \leq 50)$ ，表示一共有 $T$ 组测试数据。

对于每组测试数据：

第一行为三个整数 $n, m, k$ ，表示迷宫的大小和门开启的时间( $1 \leq n, m \leq 100, 2 \leq k \leq 10$ )。

接下来 $n$ 行每行 $m$ 个字符表示大小为 $n \times m$ 的藏宝图。

其中'S'表示起点，'T'表示宝藏所在地，'#'表示门，'.'表示无障碍区域。

### Output

对于每组测试数据：若能到达宝藏所在地，输出最少的步数 $t$ ；否则输出"-1"（不含引号）。

### Sample Input

```
1
6 6 2
...S..
...#..
.#....
...#..
...#..
...#..
..#T#.
```

### Sample Output

```
7
```



## K 书人

### Description

彩虹岛的史书历来是由一族人掌管的，他们被称为书人。唯有书人一族才懂得如何书写与阅读彩虹岛史书上的特殊文字，他们世代肩负着守护与传承彩虹岛历史的重任。

现任的书人是一位德高望重的长者，他每天除了要记载一些大新闻外，还要阅读与整理书籍。为了方便，他常常把书籍一本一本堆放起来。

目前，彩虹岛的藏书室共有 $n$ 种书籍（每种书籍可能有很多本）需要书人来管理，书籍的编号为 $1 \sim n$ ，书人常常会进行以下三种操作：

1. 在书堆上放上一本编号为 $x$ 的书
2. 将书堆最上面的那本书取下来
3. 将书堆恢复成第 $t$ 次操作结束时的状态（若 $t = 0$ 则恢复成初始状态）

由于书堆上往往被堆放了很多书，为了防止书堆倾倒，书人在执行第3种操作时，仍旧是通过多次的取/放一本书操作（即操作1、2）来完成的，这个过程非常繁琐。

现已知书人掌管的书种数 $n$ ，书堆初始状态为空，书人之后要进行 $m$ 次上述操作，他想知道对于每次操作3，他最少要进行几次取/放一本书的操作才能完成。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$ ，表示一共有 $T$ 组测试数据。

对于每组测试数据：

第一行有两个整数 $n$ 和 $m$  ( $1 \leq n, m \leq 200000$ )，表示书的种数以及书人进行的操作数。

接下来 $m$ 行，第 $i$ 行有以下三种情况：

- 1  $x$  表示在书堆上放上一本编号为 $x$  ( $1 \leq x \leq n$ )的书。
- 2 表示取下书堆最上面的一本书。
- 3  $t$  表示将书堆恢复成第 $t$  ( $0 \leq t < i$ )次操作结束时的状态。

### Output

对于每次操作3，请输出一个整数表示书人完成这次操作3，所要进行的最少的取/放一本书操作数目。

### Sample Input

```
1
2 6
1 1
1 1
2
1 2
3 2
3 0
```

### Sample Output

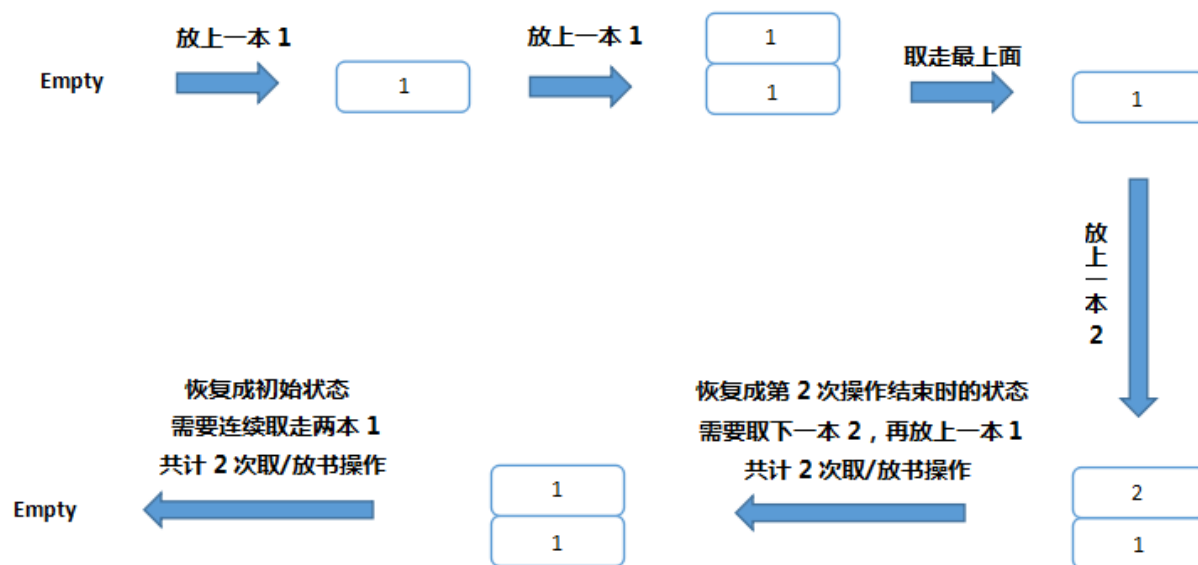
```
2
2
```

## Hint

对于样例中的数据，只有2种书，一共进行了6次操作：

1. 放上一本1
2. 放上一本1
3. 取下最上面一本（1）
4. 放上一本2
5. 恢复成第2次操作结束时的状态，需要取下一本2，放上一本1，共2次取/放书操作
6. 恢复成初始状态，需要连续取下两本1，共2次取/放书操作

操作的流程图如下：



## L 大魔王的魔咒

### Description

居住在彩虹岛的大魔王会一种神奇的魔咒，魔咒可以看成是一串由左括号“(”与右括号“)”组成的括号序列，当魔咒的子串“能量守恒”时，会释放出巨大的能量。

对于一个长度为 $n$ 的括号序列 $S[1], S[2], \dots, S[n]$ ，它的子串有以下两种：

1. 空串，即长度为0的子串，空串”是任意串的子串。
2. 非空子串，即由任意长度大于0的括号组成的连续子段 $S[l], S[l+1], \dots, S[r-1], S[r]$ ，其中 $1 \leq l \leq r \leq n$ ，例如：“()”是“()())”的一个子串。



我们认为一个魔咒子串是“能量守恒”的当其至少满足以下几种情况中的一种：

1. 该子串为空串”。
2. 若子串” $S$ ”是“能量守恒”的，则” $(S)$ ”也是能量守恒的。例如:由空串”是“能量守恒”的，可以得到”()”也是“能量守恒”的。
3. 若子串” $S_1$ ”、“ $S_2$ ”都是“能量守恒”的，则” $S_1 S_2$ ”也是能量守恒的。例如:由”()”是“能量守恒”的，可以得到”()()”也是“能量守恒”的。

大魔王想要制造一个新的咒语，他可以使用 $L$ 个左括号“(”以及 $R$ 个右括号“)”，请你帮助大魔王构造这个魔咒序列，使其“能量守恒”的非空子串个数最多，并输出最大的“能量守恒”的非空子串个数。

### Input

输入第一行为一个整数 $T$  ( $T \leq 200$ )，表示一共有 $T$ 组测试数据。

接下来有 $T$ 行，每行有2个整数，分别为 $L$ 、 $R$ ，表示大魔王能使用的左右括号数目( $0 \leq L, R \leq 100000$ )。

### Output

输出一个整数表示最大的“能量守恒”的非空子串个数。

### Sample Input

```
3
1 0
1 1
3 2
```

## Sample Output

0

1

3