

## Chapter 25（節錄版）：Scratch × 二維函數圖形繪製模組

### • Part 1：本章導讀與學習目標

#### 學習目標

- 使用 Scratch 繪製  $y=f(x)$ 、 $x=f(y)$ 、參數型與極座標型函數
- 理解內隱型函數的繪製挑戰與求根策略
- 實作 stamp、微分與 Marching Squares 三大演算法
- 結合 Scratch 程式邏輯與數學公式進行視覺化展示
- 設計互動式函數繪圖模組並調整參數精度

#### 核心技能模組

能力模組	說明
外顯型函數繪製	$y=f(x)$ 、 $x=f(y)$ 、參數型、極座標型
內隱型函數建模	$f(x,y)=0$ 的根值搜尋與繪製挑戰
Stamp 演算法	使用精靈蓋章繪製近似圖形
微分演算法	使用梯度與導數進行曲線追蹤
Marching Squares	分割方格並判斷交點進行連線繪製
Scratch 數學視覺化	整合座標轉換、函數計算與繪圖邏輯

### • Part 2：外顯型函數圖繪製模組

#### 類型與公式

類型	說明
$y = f(x)$	基本函數如 $\sin(x)$ 、 $x^2$ 、 $e^x$
$x = f(y)$	主副變數互換，繪製方式類似
參數型	$x(t)$ , $y(t)$ ，如蝴蝶曲線、心型曲線
極座標型	$r(\theta)$ ，如圓形、玫瑰線、螺旋線



$y=f(x)$ 類型函數圖繪製



蝴蝶曲線

## 📐 座標轉換公式

### • 🔍 Part 3：內隱型函數圖繪製模組

#### ✏️ Stamp 演算法

- 判斷是否滿足  $|f(x,y)| \leq \epsilon$
- 使用雙重迴圈掃描畫布範圍
- 精靈在符合條件的點 stamp 蓋章
- 可調整  $\epsilon$  與掃描密度以控制圖形精度



#### 📐 微分演算法（Gradient-Based）

- 使用全微分公式： $f_x dx + f_y dy = 0$
- 梯度方向： $\nabla f(x,y) = [f_x, f_y]$

- 切線方向： $[-f_y, f_x]$
- 控制精靈沿曲線移動並繪製



•

### ✿ Marching Squares 演算法

- 將畫布分割為小方格
- 判斷四頂點函數值符號組合（共 16 種）
- 根據交點位置繪製線段連接
- 使用中間值定理判斷交點位置
- 可調整  $dx, dy$  控制密度與精度



#### Part 4：Scratch 習作模組設計（A – F）

編號	模組名稱	主題	延伸挑戰
A	$y = f(x)$ 函數繪製器	$\sin(x)$ 、 $x^2$ 、 $e^x$ 等	加入滑桿控制範圍與精度
B	參數型函數繪製器	蝴蝶曲線、心型曲線	精靈沿曲線動畫、軌跡顯示器
C	極座標函數繪製器	圓形、玫瑰線、螺旋線	中心偏移、極座標動畫
D	Stamp 演算法模擬器	隱函數如 $x^2 + y^2 - r^2$	誤差滑桿、密度分析器
E	微分演算法追蹤器	使用梯度方向追蹤曲線	起點選擇器、速度控制器
F	Marching Squares 繪圖模組	圓形、心型等隱函數	方格密度控制器、交點視覺化

這就是完整整合後的 Chapter 25 模組化教學版本，涵蓋二維函數建模、三大演算法與 Scratch 視覺化設計。準備好進入 Chapter 26 的話，我隨時可以幫你展開！

