Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Кафедра вычислительной техники

Лабораторная работа № 2 по дисциплине ”Теория принятия решений”

Вариант 1

Выполнили:

Айтуганов Д. А.
Чебыкин И. Б.

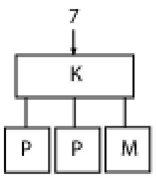
Группа: P3401

Санкт-Петербург, 2018

Многокритериальное оптимальное проектирование

Исходные данные

$P_r = 0.9$	$P_m = 0.92$	$P_k = 0.99$
$C_r = 5$	$C_m = 6$	$C_k = 1$
$V_r = 4$	$V_m = 2$	$V_k = 1$
$\lambda = 0.8\lambda_0$	$S = 100$	
Исходная структура:	7	



Поэлементное резервирование узлов

Данные для расчетов:

$$n := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad P := \begin{pmatrix} 0.99 \\ 0.9 \\ 0.92 \end{pmatrix}$$

$$C0 := 17 \quad T0 := 25.833 \quad P0 := 0.9892 \quad S := 100$$

img

$$\mathrm{Pnew}(a,n) := \left[1 - \left(1 - \mathrm{Pi}_a\right)^{n_a}\right]$$

$$\mathrm{Pp}(n) := \mathrm{Pnew}(0,n) \cdot \left[1 - (1 - \mathrm{Pnew}(1,n))^2 \cdot (1 - \mathrm{Pnew}(2,n))\right]$$

$$T(n) := \frac{v_0}{1 - v_0 \cdot \frac{\lambda(L0)}{n_0}} + \frac{v_1}{1 - v_1 \cdot \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2n_1}} + \frac{v_2}{1 - v_2 \cdot \frac{\frac{1}{3}\lambda(L0)}{n_2}}$$

$$\mathrm{Cc}(n) := c_0 \cdot n_0 + c_1 \cdot n_1 + c_2 \cdot n_2$$

Главный критерий

В качестве главного критерия возьмем надежность системы.

Given

$Cc(ceil(n)) \le S$ $\quad T(ceil(n)) \le T0$ $\quad Pp(ceil(n)) \ge P0$

$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1$ $\quad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1$ $\quad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$

$$Pmax := Maximize(P, n)$$

$$Pmax := ceil(Pmax) = \begin{pmatrix} 73 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$P(Pmax) = 0.9999999936$$

$$T(Pmax) = 8.9628327474$$

$$C(Pmax) = 100$$

$$\lambda max(Pmax) = 0.75$$

Мультипликативный критерий

$$Mmax(n) := \frac{P(n) \cdot \lambda max(n)}{C(n)T(n)}$$

Given

$Cc(ceil(n)) \le S$ $\quad T(ceil(n)) \le T0$ $\quad Pp(ceil(n)) \ge P0$

$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1$ $\quad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1$ $\quad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$

$$a := Maximize(Mmax, n)$$

$$a := ceil(a) = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$P(a) = 0.9999999$$

$$T(a) = 7.6050420168$$

$$C(a) = 100$$

$$\lambda max(a) = 3$$

Аддитивный критерий

$$\alpha := \begin{pmatrix} 0.33 \\ 0.33 \\ 0.33 \end{pmatrix}$$

$$A(n) := \alpha_0 P(n) - \alpha_1 \frac{C(n)}{S} - \alpha_2 \frac{T(n)}{T0}$$

Given

$Cc(ceil(n)) \le S$ $\quad T(ceil(n)) \le T0$ $\quad Pp(ceil(n)) \ge P0$

$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1$ $\quad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1$ $\quad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$

$$a := Maximize(A, n)$$

$$a := ceil(a) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$P(a) = 0.9999989936$$

$$T(a) = 9.2045454545$$

$$C(a) = 30$$

$$\lambda max(a) = 0.75$$

Метод отклонения от идеала

$$Tid := \sum_{i=0}^{3} v_i = 7$$

$$Cid := \sum_{i=0}^{3} c_i = 12$$

$$Tid := 1$$

$$OI(n) := (Pid - P(n))^2 + \left(\frac{Tid - T(n)}{Tid - T0}\right)^2 + \left(\frac{Cid - C(n)}{Cid - S}\right)^2$$

Given

$\mathrm{Cc(ceil(n))} \le \mathrm{S}$ $\mathrm{T(ceil(n))} \le \mathrm{T0}$ $\mathrm{Pp(ceil(n))} \ge \mathrm{P0}$

$\lambda(\mathrm{L0}) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1$ $\frac{1}{3}\lambda(\mathrm{L0}) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1$ $\frac{\frac{2}{3}\lambda(\mathrm{L0})}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$

$$a := Maximize(OI, n)$$

$$a := ceil(a) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P(a) = 0.989208$$

$$T(a) = 25.833$$

$$C(a) = 12$$

$$\lambda max(a) = 0.25$$

Метод последовательной уступки

Первый шаг: максимизируем надежность

Given

$$\mathrm{Cc}(\mathrm{ceil}(n)) \le S \qquad \mathrm{T}(\mathrm{ceil}(n)) \le T0 \qquad \mathrm{Pp}(\mathrm{ceil}(n)) \ge P0$$

$$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$ap := Maximize(P, n)$$

$$ap := ceil(ap) = \begin{pmatrix} 73 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Введем допуск на надежность в 5%:

$$Px := 0.95P(ap) = 0.9499999939$$

Второй шаг: минимизируем стоимость

Given

$$\mathrm{Cc}(\mathrm{ceil}(n)) \le S \qquad \mathrm{T}(\mathrm{ceil}(n)) \le T0 \qquad \mathrm{Pp}(\mathrm{ceil}(n)) \ge P0$$

$$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$ac := Minimize(C, n)$$

$$ac := ceil(ac) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Введем допуск на стоимость в 10%:

$$Cx := 1.1C(ac) = 13.2$$

Третий шаг: минимизируем время

Given

$Cc(ceil(n)) \le S \qquad T(ceil(n)) \le T0 \qquad Pp(ceil(n)) \ge P0$

$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$

$$at := Minimize(T, n)$$

$$at := ceil(at) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P(at) = 0.99910008$$

$$T(at) = 24.7619047619$$

$$C(at) = 13$$

$$\lambda max(at) = 0.25$$

Метод STEM

Преобразуем значения, чтобы они были, чем больше, тем лучше:

$$T2(n) := T0 - T(n)$$

$$C2(n) := S - C(n)$$

Оптимизируем по надежности

Given

$Cc(ceil(n)) \le S \qquad T(ceil(n)) \le T0 \qquad Pp(ceil(n)) \ge P0$

$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$

$$Pmax := Maximize(P, n)$$

$$Pmax := ceil(Pmax)$$

$$P(T2max) = 0.9999999936$$

$$T2(T2max) = 16.870500586$$

$$C2(T2max) = 0$$

$$\lambda max(T2max) = 0.75$$

Оптимизируем по времени

Given

$$Cc(ceil(n)) \le S \qquad T(ceil(n)) \le T0 \qquad Pp(ceil(n)) \ge P0$$

$$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$T2max := Maximize(T2, n)$$

$$T2max := ceil(T2max)$$

$$P(T2max) = 0.9999999999$$

$$T2(T2max) = 18.2575757576$$

$$C2(T2max) = 0$$

$$\lambda max(T2max) = 2$$

Оптимизируем по стоимости

Given

$$Cc(ceil(n)) \le S \qquad T(ceil(n)) \le T0 \qquad Pp(ceil(n)) \ge P0$$

$$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$2max := Maximize(2, n)$$

$$2max := ceil(2max)$$

$$P(2max) = 0.989208$$

$$T2(2max) = 0$$

$$C2(2max) = 88$$

$$\lambda max(2max) = 0.25$$

Нормированная матрица

$$Ci := \begin{pmatrix} \frac{P(Pmax)}{P(Pmax)} & \frac{T2(Pmax)}{T2(T2max)} & \frac{C2(Pmax)}{C2(C2max)} \\ \frac{P(T2max)}{P(Pmax)} & \frac{T2(T2max)}{T2(T2max)} & \frac{C2(T2max)}{C2(C2max)} \\ \frac{P(c2max)}{P(Pmax)} & \frac{T2(C2max)}{T2(T2max)} & \frac{C2(C2max)}{C2(C2max)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.924 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0.989 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Средние значения столбцов без диагональных элементов:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 0.995 \\ 0.462 \\ 0.000 \end{pmatrix}$$

Given

$$Cc(ceil(n)) \le S \qquad T(ceil(n)) \le T0 \qquad Pp(ceil(n)) \ge P0$$

$$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$Find(\lambda) = \begin{pmatrix} 0.0034962133 \\ 0.3485761735 \\ 0.6479276132 \end{pmatrix}$$

Аддитивный критерий

$$A(n) := \lambda_0 P(n) + \lambda_1 \frac{C2(n)}{S} - \lambda_2 \frac{T2(n)}{T0}$$

Given

$$Cc(ceil(n)) \le S \qquad T(ceil(n)) \le T0 \qquad Pp(ceil(n)) \ge P0$$

$$\lambda(L0) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda(L0) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda(L0)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$a := Maximize(A, n)$$

$$a := ceil(a) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$P(a) = 0.9999989936$$

$$T2(a) = 16.6287878788$$

$$C2(a) = 70$$

$$\lambda max(a) = 0.75$$

Задача	P	T	C
Локальная	0.99	18.2575757	88
Глобальная	0.99	16.629878787	70

Общее резервирование

Данные для расчетов

$$n := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad P := \begin{pmatrix} 0.99 \\ 0.9 \\ 0.92 \end{pmatrix}$$

$$C0 := 17 \qquad T0 := 25.833 \quad P0 := 0.9892 \quad S := 100$$

$$\lambda k(k) := \frac{\lambda(L0)}{k} \qquad \boxed{k := 1}$$

$$P0 := P_2 \cdot \left[1 - \left(1 - P_0\right)^2 \cdot \left(1 - P_1\right)\right]$$

$$T(k) := \frac{V_2}{1 - V_2 \cdot \frac{\lambda k(k)}{1}} + \frac{V_0}{1 - V_0 \cdot \frac{\frac{2}{3}\lambda k(k)}{2}} + \frac{V_1}{1 - V_1 \cdot \frac{\frac{1}{3}\lambda k(k)}{1}}$$

$$Pp(k) := \left[1 - (1 - P0)^k\right]$$

$$Cc(k) := k\left[\sum_{i=0}^{2}\left(c_i n_i\right)\right]$$

$$\lambda max(k) := \min\left[\frac{(k \cdot n)_0}{v_0}, \frac{(k \cdot n)_1}{v_1}, \frac{(k \cdot n)_2}{v_2}\right]$$

Мультипликативный критерий

$$Mmax(k) := \frac{P(k) \cdot \lambda max(k)}{C(k)T(k)}$$

$$\lambda k(k) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3}\lambda k(k) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3}\lambda k(k)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$a := Maximize(Mmax, k)$$

$$a := ceil(a) = 1$$

$$P(a) = 0.989$$

$$T(a) = 25.8333$$

$$C(a) = 17$$

$$\lambda max(a) = 0.5$$

Аддитивный критерий

$$\alpha := \begin{pmatrix} 0.33 \\ 0.33 \\ 0.33 \end{pmatrix}$$

$$A(k) := \alpha_0 P(k) - \alpha_1 \frac{C(k)}{S} - \alpha_2 \frac{T(k)}{T0}$$

$$\lambda k(k) \cdot \frac{v_0}{n_0} < 1 \qquad \frac{1}{3} \lambda k(k) \cdot \frac{v_1}{n_1} < 1 \qquad \frac{\frac{2}{3} \lambda k(k)}{2} \cdot \frac{v_2}{n_2} < 1$$

$$a := Maximize(A, k)$$

$$a := ceil(a) = 1$$

$$P(a) = 0.989$$

$$T(a) = 25.8333$$

$$C(a) = 17$$

$$\lambda max(a) = 0.5$$

Результаты и выводы

Критерий	n_0	n_1	n_2	P	T	C	λ_{max}
Поэлементное резервирование							
Гл.критерий	73	3	2	0.99	8.96	100	0.75
Мультипликативный	4	12	6	0.99	7.605	100	3
Аддитивный	3	3	2	0.99	9.204	30	0.75
Отклонение от идеала	1	1	1	0.98	25.83	12	0.25
Последовательной уступки	2	1	1	0.99	24.76	13	0.25
STEM	3	3	2	0.99	16.62	70	0.75
Общее резервирование							
Мультипликативный	1	1	1	0.98	25.83	17	0.75
Аддитивный	1	1	1	0.98	25.83	17	0.75

Вывод

В результате расчетов получились достаточно разные результаты оптимизации структуры по различным критериям. Так как все варианты подходят в рамки заданных нами ограничений, то постараемся сделать субъективный выбор и определить наиболее подходящий вариант построения системы. Таким образом, предпочтение отдадим системе, полученной в следствии общего резервировании при оптимизации по мультипликативному критерию, так как данная структура обладает хорошей надежностью, самым маленьким временем пребывания заявок и наибольшим максимальным потоком запросов. При этом стоимость данной системы не превышает 100.