Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Кафедра вычислительной техники

Лабораторная работа № 3 по дисциплине ”Теория принятия решений”

Вариант 1

Выполнили:

Айтуганов Д. А.
Чебыкин И. Б.

Группа: P3401

Санкт-Петербург, 2018

Оптимизация структуры вычислительной системы в условиях неопределенности

Исходные данные

В рамках прошлой работы для структуры 7 мы определили формулы для поэлементного резервирования. Требуется найти такие значения (n_K, n_P, n_M), при которой достигает оптимального значения следующий критерий:

$u\left(\vec{n}\right) \cdot C\left(\vec{n}\right) \to \min$

Выполнение

Описание неопределённого потока

Зададим вектор вероятностей интенсивностей входного потока таким образом:

$$b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

Оптимизация по критерию Байеса

Расчёт по методу Байеса заключается в минимизации мат. ожидания следующего критерия:

$$\sum_i b_i \left(u(\lambda_i) \cdot C(\lambda_i)\right) \to \min$$

Данная функция принимает минимальное значение в тривиальном случае

$(n_K, n_M, n_P) = (1, 1, 1)$

Оптимизация при среднем значении интенсивности

Среднее значение интенсивности определяется как $\sum_i b_i \lambda_i$. Подставляя значения, имеем результат:

$$\overline{\lambda} = 0.75\lambda_0 \approx 0.075$$

Рассчитывая минимальное значение критерия при заданной интенсивности, имеем такой же результат.

Оптимизация по минимуму потерь

При оптимизации по точке i имеем критерий $u(\lambda_i) \cdot C(\lambda_i) \to \min$

Однако обнаружилось, что во всех этих точках оказывается оптимальным одно и то же решение: $(n_K, n_M, n_P) = (1, 1, 1)$

Оптимизация при максимальной интенсивности

Считаем что максимальной интенсивность – λ_0. Тогда необходимо найти оптимальное решение по критерию

$$u(\lambda_0) \cdot C(\lambda_0) \to \min$$

Результат: $(n_K, n_M, n_P) = (1, 1, 1)$

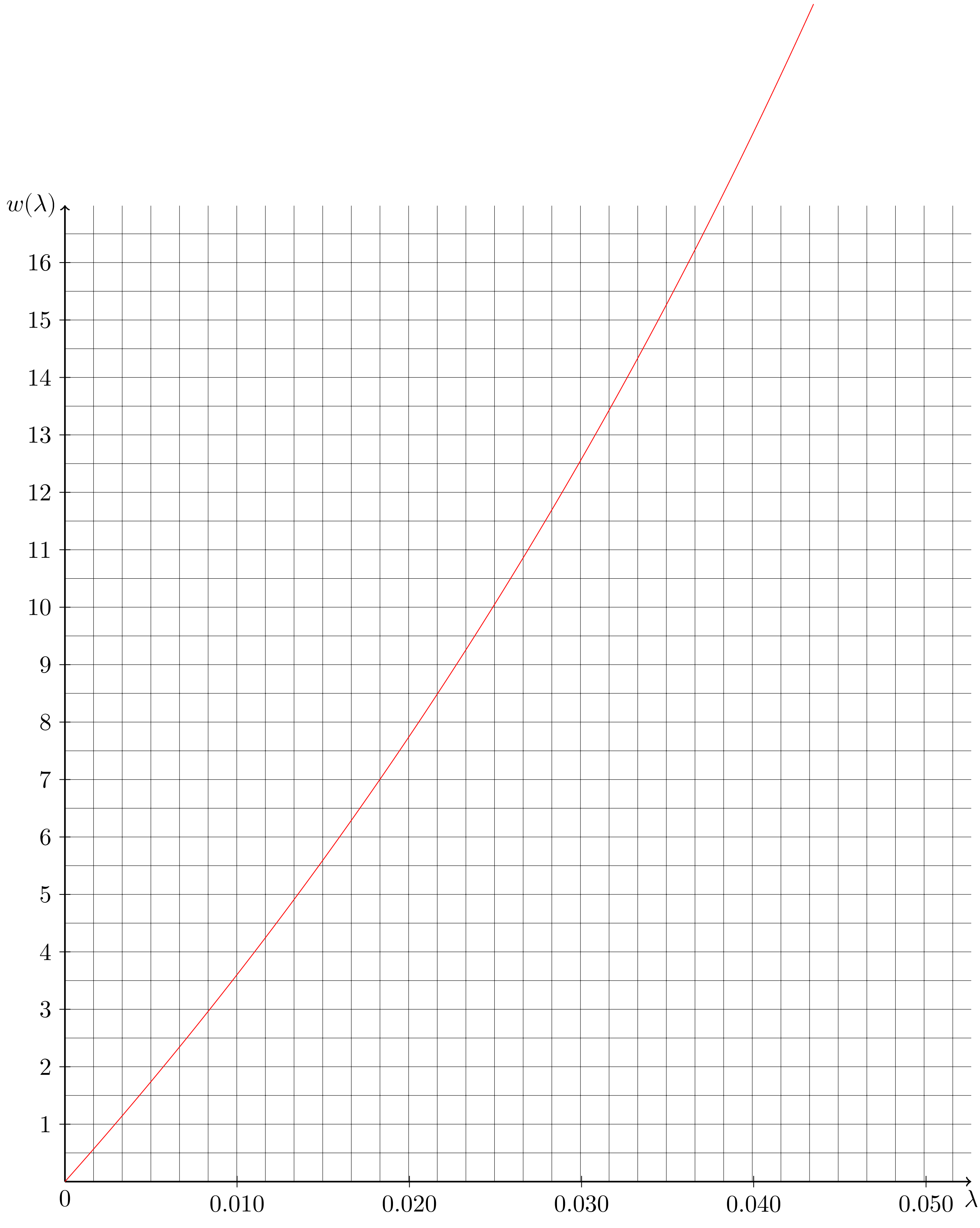
График

Единственным решением, которое появилось в рамках выполнения данной лабораторной работы, оказалось $(n_K, n_M, n_P) = (1, 1, 1)$. Построим график зависимости среднего времени ожидания для данного случая. Он определяется формулой:

$$w(\lambda) = \frac{1}{\mu_K - \lambda} + \frac{1}{\mu_P - \frac{\frac{2}{3}\lambda}{2}} + \frac{1}{\mu_M - \frac{1}{3}\lambda} - b_P - b_K - b_M$$

После подстановки констант и некоторых преобразований получаем

$$w(\lambda) = \frac{37}{2 - 11\lambda} + \frac{4}{4 - 3\lambda} + \frac{67}{2 - 14\lambda} - 53$$


$w(\lambda)$
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0.010
0.020
0.030
0.040
0.050
λ

Сравнение методов оптимизации

В результате выполнения лабораторной работы все методы дали один и тот же результат, поэтому их сложно сопоставить. Интуитивно понятно, что метод Байеса более точный, поскольку учитывает вероятности тех или иных нагрузок. В то же время метод, заключающийся в выборе наихудшего случая и оптимизации под него, весьма пессимистичный, но может быть полезен, когда ожидается, что система часто будет оперировать в режиме наибольшей нагрузки. Наконец, метод поиска решений путём взятия среднего значения интенсивности позволяет оптимально адресовать случаи, когда ожидаются лишь малые флунктуации относительно матожидания, то есть при распределении нагрузки, обладающим малым среднеквадратическим отклонением.

Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы было определено, что рассматриваемая система ведёт себя оптимально во всех рассмотренных случаях даже без резервирования, если в качестве критерия оптимизации принимать $C(\lambda) \cdot u(\lambda) \to \min$. Это обусловлено малым приростом производительности при добавлении коммутаторов и высокой стоимостью устройств памяти и обработки при высоком их числе, что приводит к тому, что их резервирование резко увеличивает затраты.