

东南大学

硕士学位论文

卡尔曼滤波算法在强机动目标跟踪中的应用

姓名：唐吉

申请学位级别：硕士

专业：通信与信息系统

指导教师：黄清

20080101

摘 要

在众多领域，比如军事上的战场监视、防空系统，民用上的交通管制、机器智能、医疗器械，目标跟踪都是一个基本的或重要的问题。随着应用的推广，各种新的技术被应用到目标跟踪中来适应更加复杂的环境。而目标跟踪中的一个核心部分就是滤波算法，本文重点研究了卡尔曼滤波在目标跟踪中的应用。本文首先介绍了目标跟踪的基本原理，重点分析了基于卡尔曼滤波的经典跟踪方法，此类跟踪方法对于线性或者弱机动性的目标有很精确的跟踪性能，但是在非线性或者强机动性的目标的情况下的跟踪性能会下降。其次介绍了多目标跟踪的基本原理，随后重点研究了常用多目标数据关联算法：“最近邻”算法、概率数据关联算法(PDA)、联合概率数据关联算法(JPDA)以及广义概率数据关联算法(GPDA)。

本文最后给出了一种改进的快速卡尔曼滤波算法，并将快速卡尔曼滤波应用到多目标跟踪中。该算法用统计模型（时间序列）来代替状态方程，大大减少了算法的复杂度，在速度估计的时候采用时间序列模型方法进行速度估计，通过 *Matlab* 仿真，证明在一定情况下此方法有效、可行。

关键字：卡尔曼滤波，多目标跟踪，数据互联算法，时间序列模型，快速卡尔曼滤波算法

Abstract

Target tracking is basic or important in many fields: battlefield observation in military, air defense systems, traffic control, machine intellection and medical apparatus for civil use. By it is used in many different fields, many new techniques are applied in target tracking to adapt more complex environment. Because the kernel of target tracking is filter algorithm, the paper focuses on researching the application of Kalman filtering algorithm in target tracking. At first, the paper introduces the basic principles of target tracking and analyzes the classical Kalman filtering algorithm. These tracking algorithms are more accuracy in linear and weakly mobilization than strong nonlinear and strong mobilization. Secondly, the paper introduces the fundamental principle of multi-target tracking. The next, the paper researches multi-target data association algorithms in common use: Nearest Neighbor algorithm, Probabilistic Data Association (*PDA*) algorithm, Joint Probabilistic Data Association (*JPDA*) algorithm and Generalized Probability Data Association (*GPDA*).

In the end, this paper presents a modified Fast Kalman Filter Algorithm, and the algorithm is applied in multi-target tracking. The algorithm makes the statistical model (time sequence) in place of the state equation, and it cuts down the complication. The algorithm can estimate speed of target by using polynomial fitting method. Improved filtering performances are shown in simulations.

Key words: Kalman Filtering Algorithm; Multi-target tracking; Data Association Algorithm; Time Sequence Model; Fast Kalman Filtering Algorithm

图表目录

图 2.1 卡尔曼滤波的两个计算回路和两个更新回路	7
图 2.2 卡尔曼滤波算法	8
图 2.3 卡尔曼滤波算法单次循环流程图	8
图 2.4 匀速直线运动目标估计轨迹 ($q=0$)	9
图 2.5 匀速直线运动目标估计轨迹 ($q=1$)	10
图 2.6 匀速直线运动目标预测和更新位置误差协方差 ($q=0$)	10
图 2.7 匀速直线运动目标预测和更新位置误差协方差 ($q=1$)	11
图 2.8 匀速直线运动目标预测和更新速度误差协方差 ($q=0$)	11
图 2.9 匀速直线运动目标预测和更新速度误差协方差 ($q=1$)	12
图 3.1 单机动目标跟踪的基本原理框图	15
图 3.2 典型的机动时间曲线	21
图 3.3 一维常速单机动目标的速度自适应估计	25
图 3.4 一维常速单机动目标的加速度自适应估计	25
图 3.5 一维常加速单机动目标的速度自适应估计	26
图 3.6 一维常加速单机动目标的加速度自适应估计	26
图 3.7 二维单机动目标的自适应估计轨迹	27
图 3.8 二维单机动目标 X 方向上的速度自适应估计	28
图 3.9 二维单机动目标 Y 方向上的速度自适应估计	28
图 4.1 多机动目标跟踪基本原理框图	31
图 4.2 滑窗法的 m/n 逻辑原理图	36
图 4.3 联合概率数据互联算法单次仿真循环流程图	46
图 4.4 广义概率数据互联算法框图	48
图 4.5 一维单机动目标 PDA 算法滤波轨迹	52
图 4.6 二维单机动目标 PDA 算法滤波轨迹	53
图 4.7 二个平行机动目标 PDA 估计轨迹	54
图 4.8 二个相交机动目标 JPDA 估计轨迹	55
图 4.9 有干扰的相交机动目标 JPDA 估计轨迹	55
图 4.10 二个相交机动目标 GPDA 估计轨迹	56
图 4.11 三个相交机动目标 GPDA 估计轨迹	57
图 5.1 单机动目标的快速卡尔曼估计轨迹	63
图 5.2 单机动目标 x 方向速度的快速卡尔曼估计	64
图 5.3 单机动目标 y 方向速度的快速卡尔曼估计	64
图 5.4 二个平行的机动目标的快速卡尔曼跟踪轨迹	65
图 5.5 二个相交机动目标的快速卡尔曼跟踪轨迹	66
图 5.6 三个相交机动目标的快速卡尔曼跟踪轨迹	67

东南大学学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得东南大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

研究生签名： 唐吉 日期： 2008.1.18

东南大学学位论文使用授权声明

东南大学、中国科学技术信息研究所、国家图书馆有权保留本人所送交学位论文的复印件和电子文档，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。本人电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。除在保密期内的保密论文外，允许论文被查阅和借阅，可以公布（包括刊登）论文的全部或部分内容。论文的公布（包括刊登）授权东南大学研究生院办理。

研究生签名： 唐吉 导师签名： 黄清 日期： 2008.1.18

第一章 绪论

随机信号没有既定的变化规律,对它们的估计是统计意义上的表述。所谓最优估计也仅是指在某一准则下的最优。根据不同的最优准则,可获得随机信号的不同最优估计。

卡尔曼滤波理论的创立是科学技术和社会需要发展到一定程度的必然结果。在 1795 年,高斯为测定行星运动轨道而提出了最小二乘估计法。本世纪 40 年代,为了解决火力控制系统精确跟踪问题,维纳于 1942 年提出了维纳滤波理论。维纳滤波最大的缺点是适用范围极其有限,它要求被处理信号必须是平稳的,且是一维的。而采用频域表述是造成维纳滤波器实现困难的基本原因。因此人们逐渐转向寻求在时域内直接实现最优滤波器的新方法,其中卡尔曼的研究最具代表性,他提出的递推最优估计理论也因此被称为卡尔曼滤波。由于采用状态空间法描述系统,算法采用递推形式,能处理多维和非平稳的随机过程。

1960 年秋,卡尔曼访问了 NASA,提出了卡尔曼滤波算法,立即引起了重视并投入研究。由于卡尔曼最初提出的滤波基本理论只适用于线性系统,并且要求量测也必须是线性的。在之后的 10 多年时间内,Bucy, Sunahara 等人致力于研究卡尔曼滤波理论在非线性系统和非线性量测情况下的推广,拓宽了卡尔曼滤波理论的适用范围,使卡尔曼滤波的研究更深入更完善。

多目标跟踪的基本概念首先由 Wax 在 1955 年提出。1964 年,Stittler 在包括数据关联等内容的多目标跟踪理论方面取得了开创性突破。之后,由 Bar-Shalom 和 Singer 所进行的工作开始了现代多目标跟踪理论及其应用研究的进一步发展,其主要标志是数据关联与滤波理论的有机结合。此外,多目标跟踪系统还广泛地应用于弹道导弹防御、空中交通管制、导航及机器人视觉等。

机动多目标跟踪^[1](MMTT-Multiple Maneuvering Target Tracking)理论是运用随机统计决策、自适应滤波、知识工程和神经网络等现代技术,将探测器所接收到的信号数据分解为对应于各种不确定机动信息源所产生的不同观测集合或轨迹,一旦轨迹被确认,则被跟踪的目标的数目以及对应于每一条运动轨迹的目标状态参数,如位置、速度和加速度等均可相应地估计出来。

MMTT 问题包括许多方面,主要有机动目标模型与自适应跟踪算法、跟踪门的形成、数据关联、跟踪维持、跟踪起始与终结、漏报与虚警等。其中数据关联是机动多目标跟踪技术中最重要而又最困难的方面。

本文将一种改进快速卡尔曼滤波算法^[2]应用到多目标跟踪中,用统计模型(时间序列)来代替状态方程,大大减少了算法的复杂度,在估计速度的时候引入时间序列模型拟合方法^[3-5]进行速度估计,通过 Matlab 仿真,证明在一定情况下此方法有效可行。

全文分为六章:

第一章是绪论。

第二章是介绍卡尔曼滤波的基本理论。

第三章是机动目标卡尔曼滤波的介绍。介绍机动目标跟踪基本要素：量测数据形成与处理、机动目标模型、机动检测与机动辨识，自适应滤波与预测、跟踪坐标系和滤波状态变量的选取等，并且简单介绍了这些要素。然后主要介绍了目标模型的建立方法，包括微分多项式模型、*CV* 和 *CA* 模型、*Singer* 模型以及“当前”统计模型，其中“当前”统计模型为时变模型，它能更为真实地反映目标机动的变化，这种自适应算法不需要机动检测，能够实时地给出目标状态的正确估计，并且不存在任何时间滞后和估计修正稳态。最后应用均值方差自适应卡尔曼滤波算法进行了 *Matlab* 仿真，仿真结果表明把它用于解决机动目标跟踪问题是有效可行的。

第四章首先介绍了多目标跟踪的基本原理，介绍了直观法和逻辑法两种常用的航迹起始算法，简单介绍了跟踪门的形成，这里主要包括矩形跟踪门和椭圆跟踪门。随后重点研究了常用多目标数据关联算法^[6]。这些算法包括：“最近邻”算法、概率数据关联算法(*PDA*)、联合概率数据关联算法(*JPDA*)以及广义概率数据关联算法(*GPDA*)，分别对概率数据关联算法(*PDA*)、联合概率数据关联算法(*JPDA*)以及广义概率数据关联算法(*GPDA*)进行了 *Matlab* 仿真。实验结果表明概率数据关联算法(*PDA*)适合于单目标跟踪以及被跟踪的多个目标的相关波门不相交，或者没有回波落入波门的相交区域内的多目标跟踪问题。而联合概率数据关联算法(*JPDA*)是公认的目前比较好的多目标跟踪的有效的算法，然而 *JPDA* 的计算量主要集中在搜索其可行事件方面，搜索的事件数的总和随目标数的增加呈指数增加，随量测数的增加相对较缓慢，但也比线性关系快。而 *GPDA* 采用了一种新的思路，不需进行可行事件的搜索，所以其计算量要比 *JPDA* 小得多。在精度方面，由于 *GPDA* 利用了比 *JPDA* 更多的信息，所以其精度有所提高。

第五章在前面几章的基础上，给出了快速卡尔曼滤波的理论基础，讨论了快速卡尔曼滤波在目标跟踪中的应用，并在最后运用 *Matlab* 仿真工具进行仿真计算，发现它对线性和弱机动目标的跟踪比较准确，而对高度非线性的强机动目标则会出现漏跟或者误跟踪。

第六章对全文所做的工作进行总结，并指出有待进一步完善的工作。

第二章 卡尔曼滤波理论的发展和研究

2.1 卡尔曼滤波理论的发展

随机信号^[7]没有既定的变化规律,对它们的估计不可能完全准确。所谓最优估计也仅仅是指在某一准则下的最优。根据不同的最优准则,可获得随机信号的不同最优估计。

卡尔曼滤波理论^[8]的创立是科学技术和社会需要发展到一定程度的必然结果。在 1795 年,高斯为测定行星运动轨道而提出了最小二乘估计法。本世纪 40 年代,为了解决火力控制系统精确跟踪问题,维纳于 1942 年提出了维纳滤波理论。维纳滤波最大的缺点是适用范围极其有限,它要求被处理信号必须是平稳的,且是一维的。而采用频域设计是造成维纳滤波器设计困难的基本原因。因此人们逐渐转向寻求在时域内直接设计最优滤波器的新方法,其中卡尔曼的研究最具代表性,他提出的递推最优估计理论也因此被称为卡尔曼滤波。由于采用状态空间法描述系统,算法采用递推形式,能处理多维和非平稳的随机过程。

1960 年秋,卡尔曼访问了 NASA,提出了卡尔曼滤波算法,立即引起了重视并投入研究。由于卡尔曼最初提出的滤波基本理论只适用于线性系统,并且要求量测也必须是线性的。在之后的 10 多年时间内,Bucy,Sunahara 等人致力于研究卡尔曼滤波理论在非线性系统和非线性量测情况下的推广,拓宽了卡尔曼滤波理论的适用范围,使卡尔曼滤波的研究更深入更完善。

2.1.1 卡尔曼滤波的特点

卡尔曼滤波是对随机信号作估计的算法之一。与最小二乘、维纳滤波等诸多估计算法相比,卡尔曼滤波具有显著的优点:采用状态空间法在时域内设计滤波器,用状态方程描述任何复杂多维信号的动力学特征,避开了在频域内对信号功率谱作分解带来的麻烦,设计简单易行;采用递推算法,实时量测信息经提炼被浓缩在估计值中,而不必存储时间过程中的量测量。所以,卡尔曼滤波器适用于白噪声激励的任何平稳或非平稳随机向量过程的估计,所得估计在线性估计中精度最佳。

就实现形式而言,卡尔曼滤波器的实质是一套由数字计算机实现的递推算法,每个递推周期中包含对被估计量的时间更新和量测更新两个过程。时间更新由上一步的量测更新结果和设计卡尔曼滤波器的先验信息确定,量测更新则在时间更新的基础上根据实时获得的量测值确定。

2.1.2 卡尔曼滤波的工程应用情况

正由于其独特的优点,卡尔曼滤波在 60 年代一经提出,立即受到工程界,特别是空间技术和航空界的高度重视,阿波罗登月计划中的导航系统的设计和 C-5A 飞机的多模式导航系统的设计是卡尔曼滤波早期应用中最为成功的实例。

卡尔曼滤波最成功的工程应用是设计运载体的高精度组合导航系统。80 年代起,可供运载体装备的导航系统越来越多,非相似导航子系统的增加使量测信息增多,这对提高组合导航系统的精度十分有力,但同时也使计算量和故障率大大增加。为了解决此难题,1979 年至 1985 年间,Speyer, Bierman, Kerr 等人先后提出了分散滤波思想。并行计算技术的成熟为分散滤波的发展创造了有利条件。1988 年起,Carlson 提出了联邦滤波理论,旨在为容错组合导航系统提供设计理论。Carlson 在装备运载体的诸多非相似导航子系统中选择导航信息全面、输出速率高、可靠性好的子系统作为公共参考系统,与其余子系统两两组合,形成若干个子滤波器。各个子滤波器并行工作,获得建立在子滤波器局部量测基础上的局部最优估计,这些局部最优估计在第二级滤波器即主滤波器按融合算法合成,获得建立在所有量测基础上的全局最优。

随着计算机技术的发展,目前卡尔曼滤波的应用几乎涉及通讯、导航、遥感、地震测量、石油勘探、经济和社会等多个应用领域。

2.2 卡尔曼滤波方法

卡尔曼滤波^[9]是一种线性最小方差估计,相对于其它最优估计,卡尔曼滤波有如下特点:

A) 算法是递推的,且使用状态空间法在时域内设计滤波器,所以适用于多维随机过程的估计。不同时刻的量测不必储存起来,而是经实时处理提炼成被估计状态的信息,随着滤波步数的增加,提取出的信息浓度逐渐增加。

B) 采用动力学方程即状态方程描述被估计量的动态变化规律,被估计量的动态统计信息由激励白噪声的统计信息和动力学方程确定。不必了解被估计量和量测量在不同时刻的一、二阶矩,而只须知道驱动被估计量的驱动噪声的统计特性、描述这种驱动作用的系统状态方程及量测噪声的统计特性。驱动噪声和量测噪声都是白噪声,是平稳过程,统计特性不随时间而变,系统的状态方程又是已知的,所以卡尔曼滤波能对平稳和非平稳的被估计量作估计。

C) 卡尔曼滤波算法可直接在计算机上实现。

2.2.1 估计的基本理论

估计理论实际上是根据系统状态方程和观测方程,按概率统计和优化的原理对系统的状

态或参数做出估计。因此估计问题可分为两大类，即参数估计和状态估计。

对估计的要求，估值愈接近愈好，这是一种不严格的说法。为了进行估计必须有估计准则。所谓最优估计是指在某一估计准则条件下求得的最优估计。估计准则多种多样，选取不同的估计准则，就有不同的估计方法，估计方法和估计准则密切相关。估计准则以某种方式度量了估计的精确性，它体现了估计是否最佳的含义。准则可用损失函数来表达。一般说，损失函数是根据验前信息选定的，而估计式是通过损失函数的极小化或极大化导出的。

由于各种估计满足的最优指标不一样，利用的信息不一样，所以适用的对象，达到的精度和计算的复杂性各不一样。常见的估计有最小方差估计、极大似然估计、极大验后估计、线性最小方差估计、最小二乘估计等。

最小二乘估计法适用于对常值向量或随机向量的估计。由于使用的最优指标是使量测估计的精度达到最小，估计中不必使用与被估计量有关的动态信息和统计信息，甚至连量测误差的统计信息也可不必使用，所以估计精度不高。这种方法的优点是算法简单。

最小方差估计是所有估计中估计的均方误差为最小的估计，是所有估计中的最佳者。但这种最优估计只确定了估计值是被估计量在量测空间上的条件均值这一抽象关系。

线性最小方差估计是所有线性估计中的最优者，只有当被估计量和量测量都服从正态分布时，线性最小方差估计才等同最小方差估计。线性最小方差估计可适用于随机过程估计，估计过程中只须知道被估计量和量测量的一阶、二阶矩。

极大验后估计、贝叶斯估计、极大似然估计都与条件概率密度有关，除一些特殊的分布外，计算都十分困难。这些估计常用于故障检测和识别算法中。

估计量是观测数据函数，随观测数据而变化，由于观测值是随机变量，所以得到的估计值也是随机变量。一般希望随观测次数的增多，估计量能逐渐趋于被估计量，集中在被估计量附近，因此对估计量的均值和方差应有一定的要求，从而提出无偏性、一致性和有效性等性能指标作为估计的性质。

实际生活中，滤波问题广泛应用于控制、通讯及其它领域。滤波问题研究的对象为随机系统，它研究如何从被噪声污染的观测信号中过滤噪声，尽可能的消除噪声对未知真实信号或系统状态的影响并求出估计值。噪声污染源一般来自两方面，一是信号检测仪器或检测装置自身的误差；另一个是外界的干扰。观测噪声和扰动输入等随机过程的统计性质一般假定是已知的，系统和用来测量的传感器的数学模型一般也假定是已知的。

从数学的观点来说滤波理论是统计学中估值理论的一个重要分支；从工程的观点来看它又是系统工程研究的一个重要组成部分。滤波理论从一个新的高度描述了通讯与控制问题的统计本质，使我们对通讯与控制问题的认识更清晰更深刻。

卡尔曼滤波器是线性最小方差估计，被认为是线性最优估计理论。

2.2.2 卡尔曼滤波方法

在二十世纪六十年代初,卡尔曼突破了维纳滤波理论和方法的局限性,提出了在数学结构上比较简单的最优线性递推滤波方法,它不是寻求解析解,而是在计算机上得出递推的数学解。卡尔曼滤波方法实质上是一种数据处理方法,它的滤波过程是由递推方程随时给出新的状态估计。因此对计算机来说,卡尔曼滤波的计算量和存储量少,从而能够较容易满足实时计算的要求。经典卡尔曼滤波方法的关键思想是:(1) 状态变量的引入;(2) 建立状态方程和测量方程;(3) 用射影方法求最优滤波器。

以离散系统为例,设 $t(k)$ 时刻的被估计状态 $X(k)$ 受系统驱动噪声序列 $W(k-1)$ 驱动,驱动机理由下述状态方程描述

$$X(k) = \Phi(k/k-1)X(k-1) + \Gamma(k-1)W(k-1) \quad (2.1)$$

对 $X(k)$ 的量测满足线性关系,量测方程为

$$Z(k) = H(k)X(k) + V(k) \quad (2.2)$$

式中: $\Phi(k/k-1)$ 为 $t(k-1)$ 时刻至 $t(k)$ 时刻的一步转移矩阵, $\Gamma(k-1)$ 为系统噪声驱动矩阵, $H(k)$ 为量测矩阵, $V(k)$ 为量测噪声序列, $W(k)$ 为系统激励噪声序列。

同时, $W(k)$ 和 $V(k)$ 满足

$$E[W(k)] = 0, \text{cov}[W(k), W(j)] = E[W(k)W^T(j)] + Q(k)\delta(k, j) \quad (2.3)$$

$$E[V(k)] = 0, \text{cov}[V(k), V(j)] = E[V(k)V^T(j)] + R(k)\delta(k, j) \quad (2.4)$$

$$\text{cov}[W(k), V(j)] = E[W(k)V^T(j)] = 0 \quad (2.5)$$

式中: $Q(k)$ 为系统噪声序列的方差阵, 假设为非负定矩阵, $R(k)$ 为系统量测噪声序列的方差阵, 假设为正定矩阵。

状态一步预测

$$\hat{X}(k/k-1) = \Phi(k/k-1)\hat{X}(k-1) \quad (2.6)$$

状态估计

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)) \quad (2.7)$$

滤波增益

$$K(k) = P(k/k-1)H^T(k)(H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k))^{-1} \quad (2.8)$$

一步预测均方误差

$$P(k/k-1) = \Phi(k/k-1)P(k-1)\Phi^T(k/k-1) + \Gamma(k-1)Q(k-1)\Gamma^T(k/k-1) \quad (2.9)$$

估计均方误差

$$P(k) = (I - K(k)H(k))P(k/k-1)(I - K(k)H(k))^T + K(k)R(k)K^T(k) \quad (2.10)$$

上面五个式子即为卡尔曼滤波的基本方程。只要给定初值 $\hat{X}(0)$ 和 $P(0)$, 根据 k 时刻的量测 $Z(k)$, 就可递推计算得 k 时刻的状态估计 $\hat{X}(k)(k=1, 2, \dots)$ 。

该算法可用图2.1表示。从图中可看出卡尔曼滤波具有两个计算回路: 增益计算回路和滤波

计算回路。

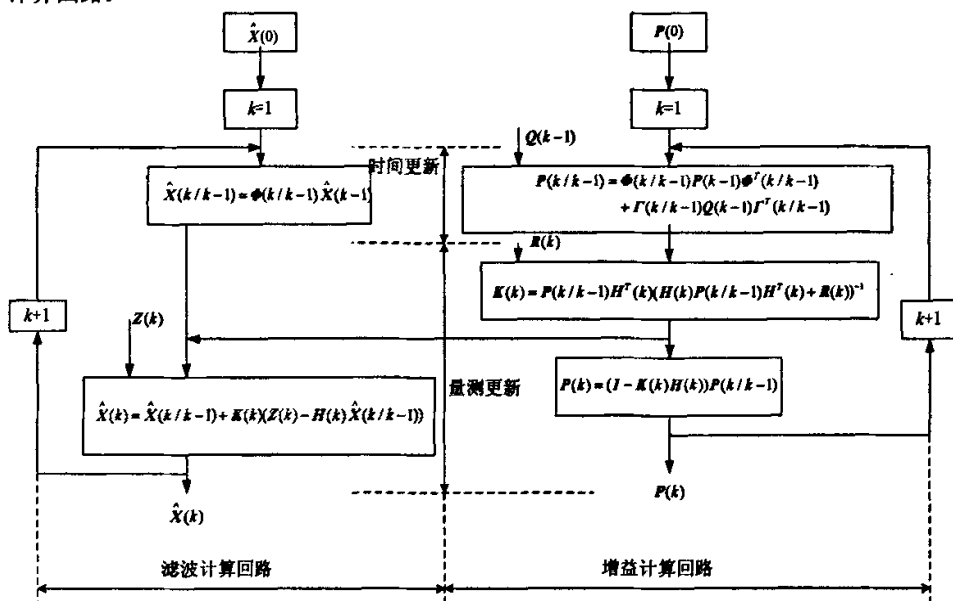


图 2.1 卡尔曼滤波的两个计算回路和两个更新回路

在一个滤波周期内，从卡尔曼滤波在使用系统信息和量测信息的先后次序来看，卡尔曼滤波具有两个明显的信息更新过程：时间更新和量测更新过程。说明了根据 $k-1$ 时刻的状态估计预测 k 时刻状态估计的方法，对这种预测的质量优劣做了定量的描述。该两式的计算中，仅使用了与系统动态特性有关的信息。如转移矩阵、噪声驱动矩阵、驱动噪声的方差阵。从时间的推移过程来看，该两式从 $k-1$ 时刻推进到 k 时刻，描述了卡尔曼滤波的时间更新过程。其余诸式用来计算对时间更新值的修正量，该修正量由时间更新的质量优劣 $P(k/k-1)$ 、量测信息的质量优劣 $R(k)$ ，量测与状态的关系 $H(k)$ 及具体的量测值 $Z(k)$ 所确定，所有这些方程围绕一个目的，即正确合理地利用量测 $Z(k)$ ，所以这一过程描述了卡尔曼滤波的量测更新过程。

下面来看卡尔曼滤波方程的意义。先研究式 (2.7)，它说明滤波估计 $\hat{X}(k)$ 是预测值和新息的线性组合。通过卡尔曼增益求得这两项的相对加权，增益 $K(k)$ 可表示为 $K(k) = P(k/k-1)H^T(k)\theta^{-1}(k)$ 式中 $\theta(k) = H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)$ 是新息序列的协方差。既然 $H(k)$ 仅仅是一个从状态空间映射到观测空间的运算符，所以 $K(k)$ 可以看作是两个协方差矩阵 $P(k/k-1)$ 和 $\theta(k)$ 之比。前一个矩阵是衡量预测的不确定性的，后一个矩阵则衡量新息的不确定性。当 $K(k)$ 很大时，即 $P(k/k-1)$ “大”于 $\theta(k)$ 时，置信度放在观测值上， $\hat{X}(k)$ 依赖 $\hat{X}(k/k-1)$ 的程度很小。相反， $P(k/k-1)$ “小”于 $\theta(k)$ 时，可以预料到观测中会有很大的误差，而 $\hat{X}(k)$ 取决于外推估计。

下图给出了卡尔曼滤波算法所包含的方程及滤波流程：

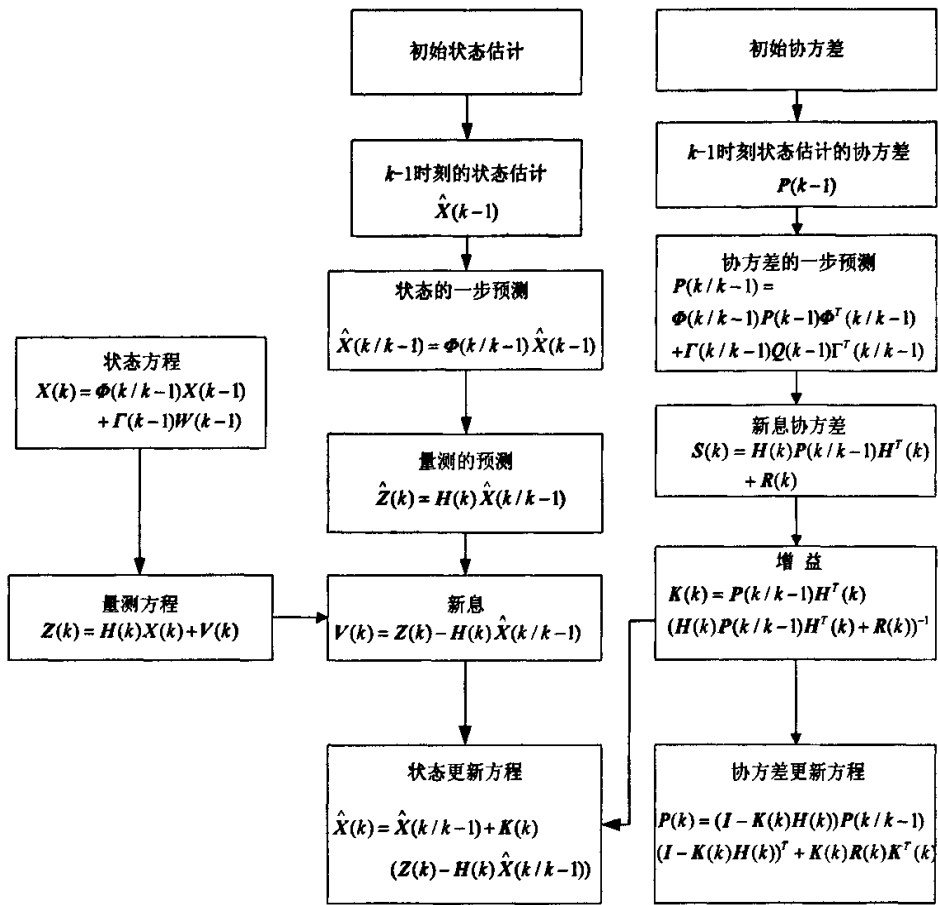


图 2.2 卡尔曼滤波算法

而卡尔曼的一个循环过程则如下图所示，其余的依次类推。

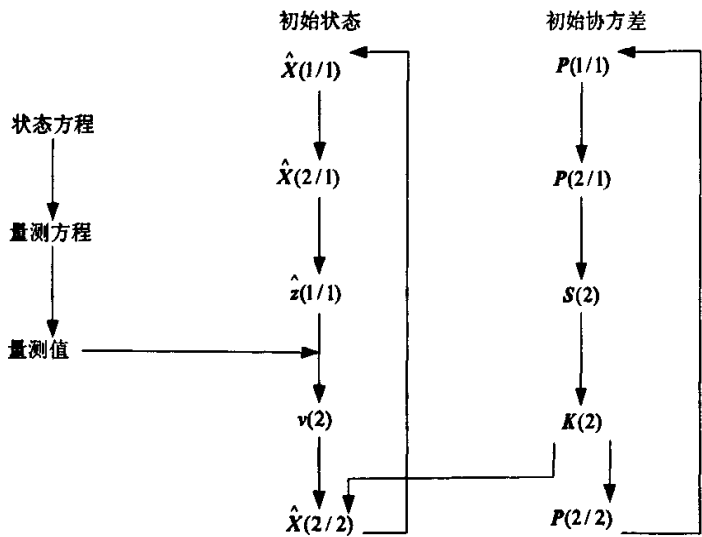


图 2.3 卡尔曼滤波算法单次循环流程图

2.2.3 卡尔曼滤波算法应用举例

设目标在 x 轴方向做匀速直线运动，其状态方程为：

$$X(k+1) = \Phi(k)X(k) + W(k) \quad (k=0, 1, \dots) \quad (2.11)$$

其中：状态向量 $X(k) = \begin{bmatrix} x(k) & \dot{x}(k) \end{bmatrix}$ ，状态转移矩阵 $\Phi(k)$ 为：

$$\Phi(k) = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

式中采样间隔 $T = 1s$ ，过程噪声是零均值的高斯白噪声，且和量测噪声序列相互独立，其方差为 $E[W(k)W^T(k)] = q$ ，仿真时取 $q = 0$ 和 $q = 1$ 两种情况。

目标真实的初始状态为：

$$X(0) = \begin{bmatrix} 9 \\ 11 \end{bmatrix}$$

量测方程为：

$$z(k) = H(k)X(k) + V(k) \quad (2.13)$$

其中：量测噪声是零均值的白噪声，具有方差 $E[V(k)V^T(k)] = r = 4$ ，而量测矩阵

$$H(k) = [1 \quad 0] \quad (2.14)$$

具体仿真图形如2.4-2.9所示。

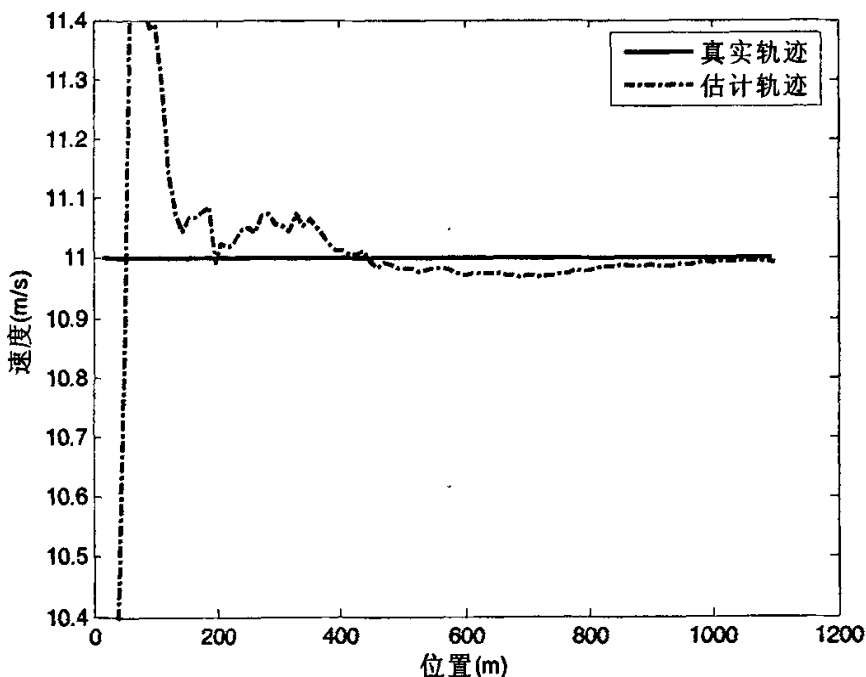
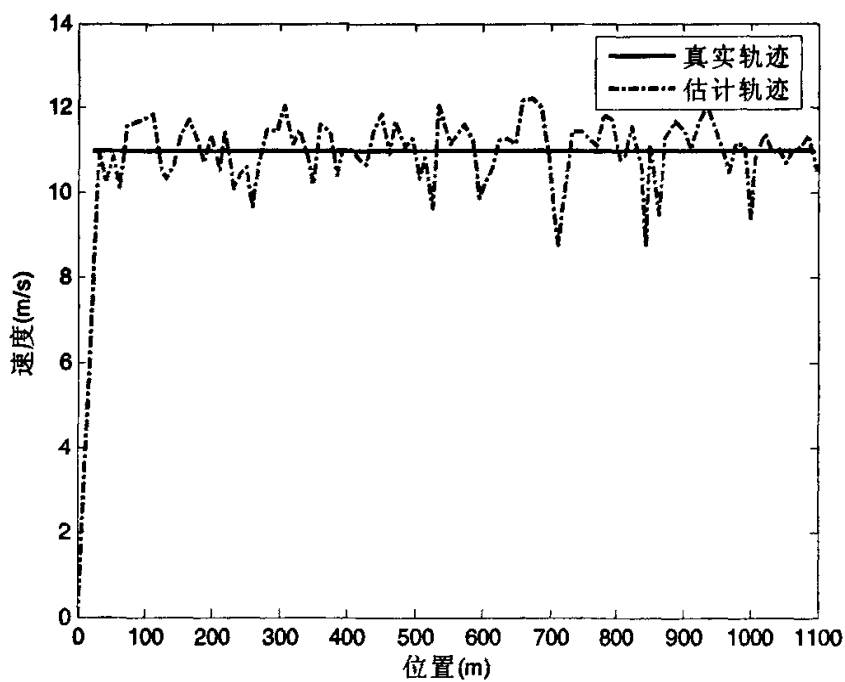
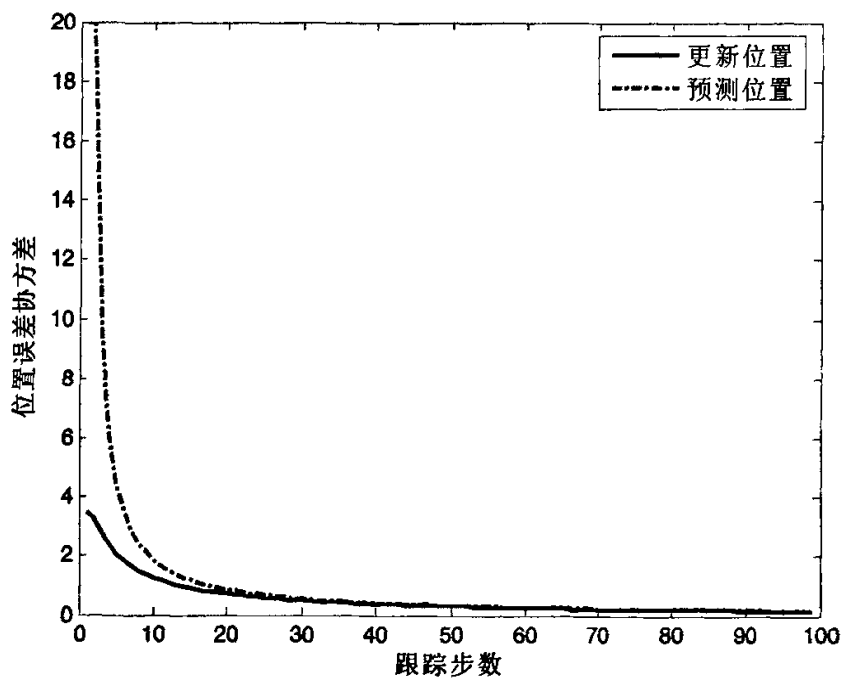
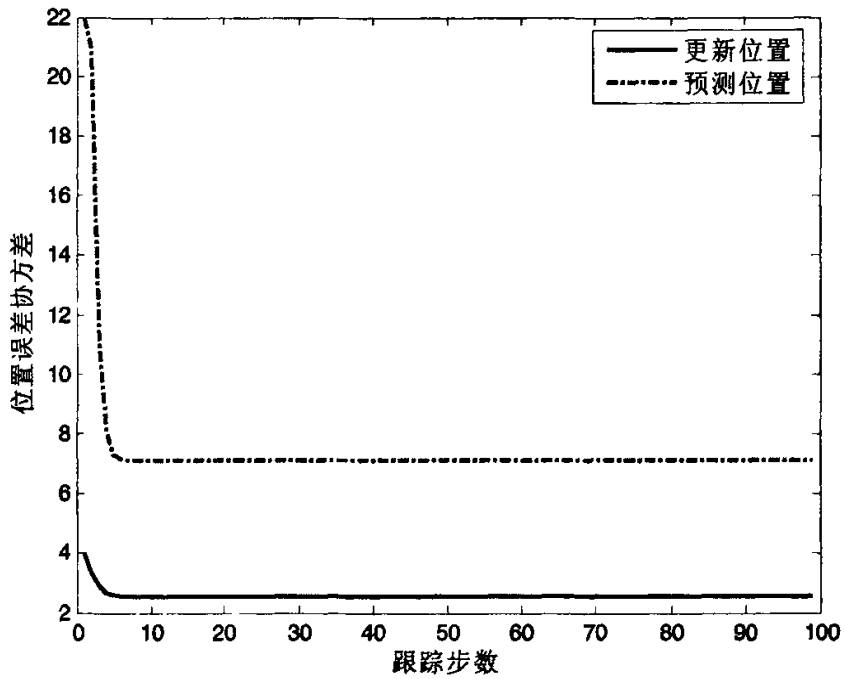
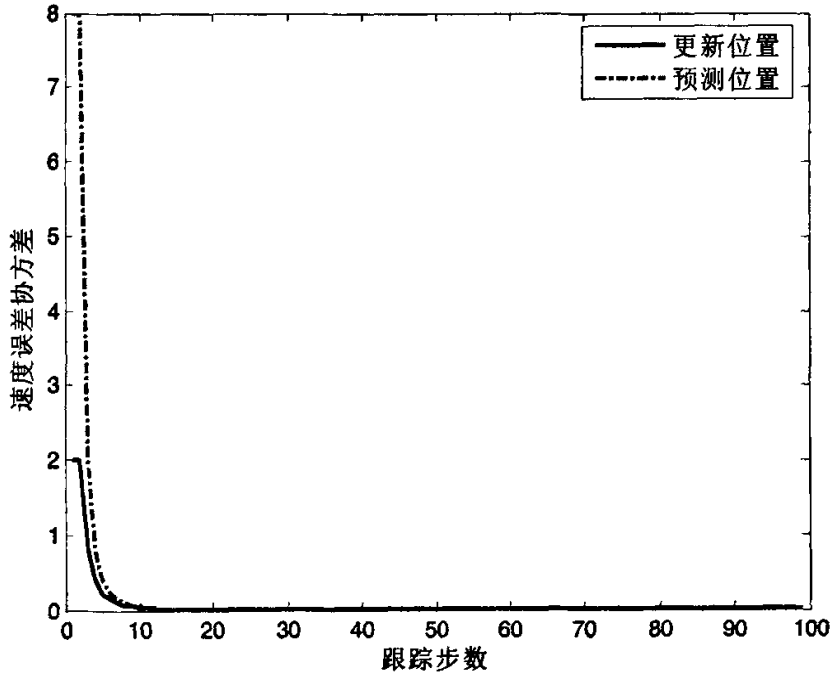
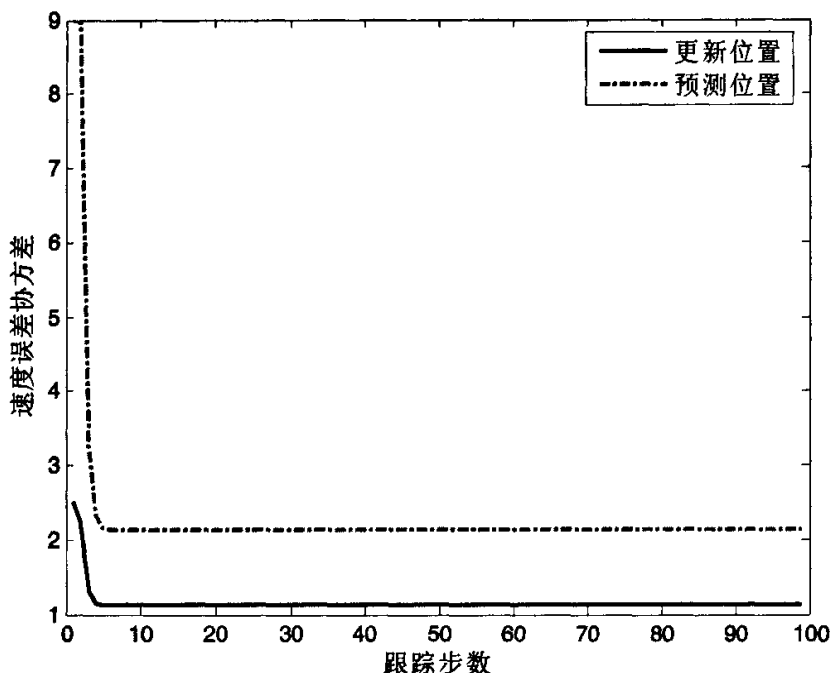


图 2.4 匀速直线运动目标估计轨迹 ($q = 0$)

图 2.5 匀速直线运动目标估计轨迹 ($q \approx 1$)图 2.6 匀速直线运动目标预测和更新位置误差协方差 ($q = 0$)

图 2.7 匀速直线运动目标预测和更新位置误差协方差 ($q=1$)图 2.8 匀速直线运动目标预测和更新速度误差协方差 ($q=0$)

图 2.9 匀速直线运动目标预测和更新速度误差协方差 ($q=1$)

实验结果分析：图 2.4 给出了没有噪声情况下的滤波轨迹，横坐标为目标的位置，纵坐标为目标的速度大小，从图中可以看出一定步数后，估计的轨迹和真实轨迹能够基本一致。图 2.5 则为有噪声的滤波轨迹，这里噪声方差为 1，同样横坐标为目标的位置，纵坐标为目标的速度大小，因为有噪声的影响，滤波轨迹相对于真实轨迹的起伏比较大。图 2.6 至图 2.9 分别为过程噪声 $q=0$ 和 $q=1$ 情况下的预测位置误差协方差、预测速度误差协方差和更新位置误差协方差、更新速度误差协方差的估计图，其中横坐标为跟踪步数，纵坐标分别为位置和速度误差协方差。从图中我们可以看出，当 $q=0$ 的时候预测位置同更新位置几乎相同，而 $q=1$ 的时候二者差别还是比较大的。

2.3 卡尔曼滤波应用中应注意的一些问题

卡尔曼滤波结果的好坏与过程噪声和量测噪声的统计特性、状态初始条件等因素有关。实际上这些量都是未知的，我们在滤波时对它们进行了假设。如果假设的模型和真实模型比较相符，则滤波结果就会和真实值很接近，而且随着滤波时间的增长，二者之间的差值会越来越小。但如果假设的模型和真实模型不相符，则会出现滤波发散现象。滤波发散是指滤波器实际的均方误差比估计值大很多，并且其差值随着时间的增长而无限增加。一旦出现发散现象，滤波就失去意义。因此，在实际应用中，应克服这种现象。引起滤波发散的主要原因概括来讲包括：

(1) 系统过程噪声和量测噪声参数的选取和实际物理过程不符，特别是过程噪声的影响较大。

(2) 系统的初始状态和初始协方差的假设值偏差过大。

(3) 不适当的线性化处理或降维处理。

(4) 计算误差。这里由于计算机的有限字长引起的，计算机的舍入、截断等计算误差会使预测方差阵或更新方差阵失去正定性，造成计算值与理论值之差越来越大，从而产生滤波数值不稳定问题。滤波运算中其它部分的误差积累，也会严重影响滤波精度。特别是机载系统，由于计算机字长较短，计算误差有可能成为滤波发散的主要原因。采用双倍字长可以减少运算误差，但是这会使计算量成倍增加，大大降低滤波的实时能力。

克服前三种滤波发散的方法主要有：限定下界滤波、衰减记忆滤波、限定记忆滤波和自适应滤波，这些方法都是以牺牲滤波最佳性为代价而换取滤波收敛性的。而克服滤波数值不稳定的主要方法有：协方差平方根滤波与平滑、信息平方根滤波与平滑、序列平方根滤波与平滑等。

在一定的条件下滤波模型不精确引起的误差是允许的，这种误差随着时间的推移能够逐渐消失。滤波器是否具有这些特性，可以通过对滤波模型进行灵敏度分析来验证。如果模型误差超出了允许的范围，或者要求较高的滤波精度，就需要对滤波模型进行修改。这是可采用模型辨识和自适应滤波。可以说，将卡尔曼滤波应用于实际问题时，主要的工作是建立滤波数学模型和寻求适用的自适应滤波算法。

卡尔曼滤波应用中应注意的另一个问题是滤波的实时能力。尽管卡尔曼滤波具有递推形式，为实时处理提供了有利条件，但它的运算量还是比较大的。为了实现实时跟踪，滤波运算据需要采用高性能计算机，这往往会使应用卡尔曼滤波失去实用价值。从另一方面来讲，提高卡尔曼滤波的实时能力，可减轻计算机的负担，提高计算效率，降低对计算机的要求。提高卡尔曼滤波实时能力有以下几种途径：

- (1) 改进计算技术，如采用计算量较小的序贯处理和信息滤波算法；
- (2) 减小状态维数，这可以通过压缩状态维数或将系统解耦成几个子系统来实现；
- (3) 采用简化增益，例如常增益或者分段常增益；
- (4) 降低数据率。

2.4 卡尔曼滤波与其它线形滤波方法性能比较

卡尔曼滤波为线性时变系统的一种线性无偏最小均方误差估计，它具有时变结构，因此可适用于非平稳过程。维纳滤波也采用的是线性最小均方误差准则，但它只适用于平稳过程。而最小二乘估计、加权最小二乘估计是线性时常系统中的一种估计方法。当先验统计特性一无所知时，一般采用最小二乘滤波。如果知道了量测误差的统计特性，可采用加权最小二乘滤波；而若知道动态噪声和测量误差的统计特性则可采用估计精度较高的最小均方误差估计

方法，即卡尔曼滤波和维纳滤波。

尽管卡尔曼滤波在理论上是比较完善的，但要将它应用于实际系统，还有许多问题需要解决，其中主要是滤波的数学模型、实时能力和数值发散问题。卡尔曼滤波只有在其数学模型确知的条件下才是最佳的。而卡尔曼滤波数学模型的建立包括建立状态方程、测量方程和确定初始状态估计、初始协方差、确定过程噪声和量测噪声的统计特性。但是在绝大多数实际应用问题中，要精确建立滤波模型是相当困难的，甚至是不可能的。在滤波模型与实际过程的数学模型不匹配时，会使滤波精度下降，严重时会导致滤波发散。

2.5 本章小结

本章首先介绍了卡尔曼滤波理论的发展、特点以及工程应用情况。然后对卡尔曼滤波方法进行了研究，给出了卡尔曼滤波算法的五个重要的公式，并且对匀速直线运动的目标进行了 *Matlab* 仿真，仿真结果表明该算法比较有效、可靠；接着给出了卡尔曼滤波中应该注意的一些问题；最后将卡尔曼滤波与其它线性滤波方法进行了比较，可以看出它还是有它的局限性的。

第三章 机动目标卡尔曼滤波

3.1 机动目标跟踪基本要素

机动目标跟踪基本要素包括量测数据形成与处理、机动目标模型、机动检测与机动辨识, 自适应滤波与预测、跟踪坐标系和滤波状态变量的选取等, 下面简要述之。

单机动目标跟踪的基本原理框图:

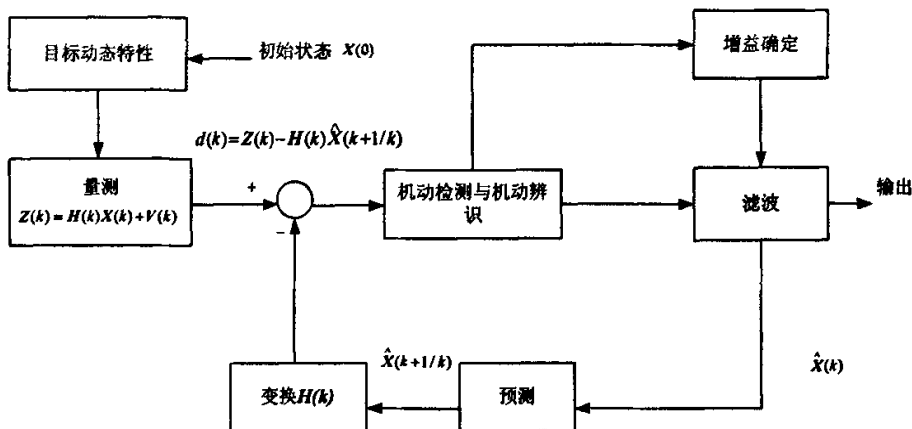


图 3.1 单机动目标跟踪的基本原理框图

3.1.1 量测数据形成与处理

量测数据,通常指来自探测输出报告的所有观测量的集合。这些观测量一般包括目标运动学参数,如位置和速度、目标属性、目标类型、数目以及获取量测量的时间序列等。

量测数据既可以等周期获取,也可以变周期获取。量测数据大多含有噪声和杂波,为了提高目标状态估计精度,通常采用数据预处理技术以提高信噪比。目前常用的方法有数据压缩,包括等权和变权预处理以及量测资料中野值的剔除方法等技术。

3.1.2 机动目标模型

机动目标模型是机动目标跟踪的基本要素之一,也是关键棘手的问题。在建立目标模型时,一般的原则是所建立的模型既要符合机动实际,又要便于数学运算。本节将首先对常用的几种目标运动模型进行分析研究,然后根据实际情况,确定我们所选用的模型。

在目标运动过程中,大气扰动因素可以使匀速直线运动的非机动目标产生具有随机特性的扰动输入。此时,加速度为服从零均值白色高斯分布的过程;而驾驶员人为的动作使得目

标还能进行转弯、闪避或其它特殊的姿态等机动现象,此时加速度变成非零均值时间相关的有色噪声过程。因此,在目标运动模型建造过程中,除了考虑上述加速度非零均值时间相关噪声过程外,还要考虑加速度的分布特性,要求加速度分布函数尽可能地描述目标机动的实际情况。目前常用的目标运动模型有微分多项式模型、CV和CA模型、时间相关模型、半马尔可夫模型、Novak统计模型和机动目标“当前”统计模型等。下面对这些模型作一个简单介绍。

(1) 微分多项式模型:

在直角坐标系中,如果用 $(x(t), y(t))$ 来表示目标在时刻的 t 的位置,则其运动轨迹可以用多项式来逼近^[10]:

$$x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n \quad (3.1)$$

$$y(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \cdots + b_n t^n \quad (3.2)$$

n 为运动模型的阶次,其大小反映目标运动的特点,当 $n = 1$ 时是匀速运动, $n = 2$ 时是等加速运动,通常,将系统的状态变量定义为:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x(t) \\ x_2(t) &= \frac{dx(t)}{dt} \\ &\vdots \\ x_{n+1}(t) &= \frac{d^n x(t)}{dt^n} \end{aligned} \quad (3.3)$$

则状态向量 $\bar{X}(t)$ 为:

$$\bar{X}(t) = (x(t) \ x^{(1)}(t) \ \cdots \ x^{(n)}(t))^T = (x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_{n+1}(t))^T \quad (3.4)$$

状态方程形式为:

$$\dot{\bar{X}} = \Phi(t) \bar{X}(t) \quad (3.5)$$

矩阵 $\Phi(t)$ 为牛顿矩阵:

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (3.6)$$

同样也可以得到 y 方向状态变量的定义。

尽管用多项式逼近目标运动轨迹时,其近似性很好,但对跟踪系统来说并不适合,这是因为跟踪系统所要求的是对目标运动状态的估计,而不是轨迹曲线的拟合和平滑;并且对于阶次过高的多项式,系统承担的计算量较大,跟踪滤波器不易很快调整;再者,多项式模型仅考虑了等速或等加速二种情况,而目标实际运动特性是很复杂的,并有随机扰动的存在,这种非此即彼的做法不仅会给跟踪系统带来模型误差,还会增加不必要的计算量。

(2) CV和CA模型

CV 和 CA 模型^[11-12]是在多项式模型基础上, 考虑了随机干扰而形成的二阶常数和三阶加速度运动模型。

CV 模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\dot{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.7)$$

CA 模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\dot{x}}(t) \\ \dot{\ddot{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.8)$$

式中 $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ 分别为运动目标的位置、速度、加速度, $w(t)$ 是均值为0, 方差为 σ^2 的高斯白噪声。

比较可以发现: 上述模型实际上是考虑了随机干扰的微分多项式模型的特例, 因此同样也存在着非此即彼的缺陷。

(3) 时间相关模型

机动目标时间相关模型^[13]的微分形式一般可表示为:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} = F(t) \quad (3.9)$$

其中 $F(t) = U(t) + C(t)$ 。 $x(t)$ 是目标的位置, $U(t)$ 是引起确定性机动的作用函数, $C(t)$ 是引起随机性机动的作用函数。通常, $F(t)$ 为时间相关随机过程, 其相关函数:

$$R_f(t, t_1) = E\{F(t)F(t_1)\} \quad (3.10)$$

由于在卡尔曼滤波公式中, 要求系统的噪声为白噪声, 因此, 在目标动态系统的输入端需增加一个成形滤波器, 它的输入为白噪声, 输出特性应和 $F(t)$ 一样。一般情况下成形滤波器的微分方程可表示为:

$$\sum_{i=0}^n a_i(t) \frac{d^i}{dt^i} F(t) = \sum_{j=0}^l b_j(t) \frac{d^j}{dt^j} u(t) \quad (3.11)$$

式中 $u(t)$ 为单位白噪声, 其相关函数为 $R_u(t, t_1) = \delta(t - t_1)$ 。 $a_i(t)$ ($i = 0, 1, \dots, m$), $b_j(t)$ ($j = 0, 1, \dots, l$) 为待定系数。当 $a_m(t) \neq 0$ 时, 称 $F(t)$ 为 m 阶时间相关函数。跟随系统通常为二阶系统, 此时, $F(t)$ 表现为目标的机动加速度 $a(t)$ 。当 $n=2, m=1$ 时, 系统称为二阶系统一阶时间相关模型 (简称为一阶时间相关模型); 当 $n=2, m=2$ 时, 系统称为二阶系统二阶时间相关模型 (简称二阶时间相关模型)。下面将着重介绍其中的一阶时间相关模型。

一阶时间相关模型假定加速度 $a(t)$ 为零均值的平稳随机过程, 并设机动加速度的时间相关函数为指数衰减形式^[14]:

$$R_a(\tau) = E\{a(t)a(t+\tau)\} = \sigma_a^2 e^{-\alpha|\tau|} (\alpha \geq 0) \quad (3.12)$$

式中 σ_a^2 和 α 是在 $(t, t+\tau)$ 区间内决定目标机动特性的特定参数。 σ_a^2 为机动加速度方差; α 为

机动加速度时间常数的倒数，即机动频率，通常根据经验取值，并通过实际测量来确定。

假定机动加速度的概率密度函数近似服从均匀分布，则机动加速度的均值为零，方差 σ_a^2 经计算为：

$$\sigma_a^2 = \frac{A_{\max}^2}{3} (1 + 4P_{\max} - P_0) \quad (3.13)$$

其中， A_{\max} 为最大机动加速度， P_{\max} 为其发生概率， P_0 为非机动概率。

对时间相关函数 $R_z(t)$ 应用 *Wiener-Kolmogorov* 白化程序后，机动加速度 $a(t)$ 可用输入为白噪声的一阶时间相关模型来表示：

$$\dot{a}(t) = -\alpha \times a(t) + w(t) \quad (3.14)$$

式中 $w(t)$ 是均值为零、方差为 $2\alpha\sigma_a^2$ 的高斯白噪声。当 $n=2, m=1$ 时机动目标模型变为下述一阶时间相关模型，即 *Singer* 模型：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\ddot{x}} \\ \dot{\ddot{\ddot{x}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.15)$$

对于处于一般机动情况下的运动目标，均可采用二阶系统一阶时间相关模型很好地进行描述。需要指出的是，在卡尔曼滤波过程中，系统的噪声协方差矩阵对滤波性能的影响很大，它主要包括 α 、 σ_a^2 和采样周期 T 三个参数，其中除 T 可以适当选择， α 和 σ_a^2 则取决于目标机动情况，属于未知参数，不同的目标运动状态，对应于不同的取值。

相比于微分多项式模型，一阶时间相关模型具有较大的机动适应性，但只适用于等速和等加速度范围内的目标运动，对于强烈的机动，采用这种模型将引起较大的模型误差。

(4) 半马尔可夫模型

Singer 模型为机动加速度的零均值模型，对于模拟机动目标来说并不是特别的合理。为此，*Moose* 等^[15]提出了具有随机开关均值的相关高斯噪声模型，该模型把机动看作为相应于半马尔可夫过程描述的一系列有限指令，该指令由马尔可夫过程的转移概率来确定，转移时间为随机变量。直角坐标系下的半马尔可夫模型为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\ddot{x}} \\ \dot{\ddot{\ddot{x}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\theta & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.16)$$

其中 θ 为阻力系数， $u(t)$ 为确定性输入指令， α 是机动时间常数的倒数， $w(t)$ 是高斯白噪声过程。比较上面两式可见，二个模型的主要差别在于半马尔可夫模型中引入了非零加速度 $u(t)$ 。

(5) *Noval* 统计模型

Kendrick^[16]等把机动目标法向加速度的大小 a_n 描述为非对称分布的时间相关随机过程，其概率密度函数的非对称性用下列确定性非线性函数来表示：

$$a_s(t) = b + c \cdot e^{d \cdot \varepsilon(t)} \quad (3.17)$$

式中 b, c, d 是对应于目标特定情况和特定类型的常数。其中 $\varepsilon(t)$ 是零均值时间相关高斯随机过程，满足：

$$\dot{\varepsilon}(t) = -\frac{1}{\alpha} \varepsilon(t) + w(t) \quad (3.18)$$

这里 $w(t)$ 是均值为零，方差为 $2/\alpha$ 的高斯白噪声， α 为机动频率。

选择一组特定的目标常数 b, c 和 d ，就可以得到一个确定的法向加速度概率密度函数。不难看出，尽管用这种方法来描述目标法向加速度大小时状态方程是非线性的，但其明显的特点在于白色高斯过程直接传播，且能保持概率密度函数的非对称性质。

(6) 机动目标“当前”统计模型

该模型由于使用非零均值和修正瑞利分布表征机动加速度特性，因而更加切合实际，与其它方法相比，能更好地反映目标机动范围和强度的变化，具有较高的精度。

“当前”统计模型认为：当目标正以某一加速度在机动时，下一时刻加速度的取值是有限的，只能在当前加速度的邻域内。该模型本质上是非零均值时间相关模型，均值是当前加速度的预测，机动加速度的“当前”概率密度用修正的瑞利分布来描述：

$$P(a) = \begin{cases} \frac{(a_{\max} - a)}{\mu^2} \exp\left\{-\frac{(a_{\max} - a)^2}{2\mu^2}\right\} & 0 < a < a_{\max} \\ \frac{(a - a_{\min})}{\mu^2} \exp\left\{-\frac{(a - a_{\min})^2}{2\mu^2}\right\} & a_{\min} < a < 0 \\ \delta(a) & a = 0 \\ 0 & \end{cases} \quad (3.19)$$

式中 $a_{\max} > 0$ ， $a_{\min} < 0$ 为已知目标加速度的上限和下限， a 为目标的随机加速度， $\mu > 0$ 是常数。 a 的均值和方差分别为：

$$E[a] = a_{\pm \max} \mp \sqrt{\frac{\pi}{2}} \mu \quad (3.20)$$

$$\sigma_a^2 = \frac{4 - \pi}{2} \mu^2 \quad (3.21)$$

与 *Singer* 的零均值时间相关模型不同，“当前”统计模型采用的是非零均值的时间相关模型：

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{a} + a(t) \quad (3.22)$$

$$\dot{a}(t) = -\alpha \cdot a(t) + w(t) \quad (3.23)$$

其中 $x(t)$ 为目标的位置， $a(t)$ 为零均值的有色加速度噪声。 \bar{a} 为机动加速度均值，在每个采样周期内为常数， α 为机动时间常数的倒数。 $w(t)$ 是均值为零，方差为 $\sigma_w^2 = 2\alpha\sigma_a^2$ 的白噪声， σ_a^2 为目标加速度方差。

设 $a_1(t) = a(t) + \bar{a}$ ，可得：

$$\ddot{x}(t) = a_1(t) \quad (3.24)$$

$$\dot{a}_1(t) = -\alpha a_1(t) + \alpha \bar{a} + w(t) = -\alpha a_1(t) + w_1(t) \quad (3.25)$$

其中 $a_1(t)$ 称为加速度状态变量, $w_1(t)$ 是均值为 $\alpha \bar{a}$ 的白噪声。由估计理论可知, 加速度状态变量 $a_1(t)$ 的最优估计是整个过去观测 $Y(t)$ 的条件均值:

$$\hat{a}_1(t) = E[a_1(t) / Y(t)] \quad (3.26)$$

如果 $\ddot{x}(t)$ 为系统的状态变量分量, 则 $\hat{a}_1(t)$ 就是从卡尔曼滤波所获得的“当前”加速度。利用 $\hat{a}_1(t)$ 代替 $a_1(t)$ 中的均值 \bar{a} , 就可以计算状态噪声 σ_w^2 的均值和方差。例如, 当“当前”加速度为正时, 可得:

$$\sigma_w^2 = \frac{2\alpha(4-\pi)}{\pi} (a_{\max} - E[a_1(t) / Y(t)])^2 \quad (3.27)$$

将式 $\dot{a}_1(t) = -\alpha a_1(t) + \alpha \bar{a} + w(t) = -\alpha a_1(t) + w_1(t)$ 写成状态方程, 即得到机动目标“当前”统计模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dot{\ddot{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \bar{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.28)$$

“当前”统计模型提出了一种时变的机动加速度概率密度函数—修正瑞利密度函数。使我们在具体的应用时, 只需考虑目标在当时当地条件下的机动可能性, 即机动加速度的“当前”概率密度, 而不必关心机动加速度取值的所有可能性。并且, 一种时变的机动加速度概率密度函数将对应于目标“当前”加速度的变化。

3.1.3 机动检测与机动辨识

机动检测与机动辨识是两种机动决策机制, 如果目标出现机动, 根据此机制即可确定出机动的发生时刻, 估计出实际的机动参数譬如机动强度和持续时间等等。

一般地, 滤波过程以所假定的目标模型为基础。当目标发生机动时, 实际的目标动态特性将与模型所描述的不一致, 从而导致跟踪误差增大, 残差(新息)过程发生急剧变化。通过监测残差过程, 即可对目标的机动作出某些检测, 这就是机动检测决策机制的基本思想。而机动强度则靠机动模型来设定。机动检测常常发生决策滞后现象。

机动辨识是一种比机动检测更为有效的决策机制, 它不仅能够确定出机动的发生时刻及持续时间, 而且能够实时辨识出机动强度。机动辨识的作用方式为或者由残差过程辨识出机动加速度幅度, 或者根据滤波过程实时估计和预测出机动加速度大小。机动辨识的典型范例是机动目标“当前”统计模型及其自适应跟踪算法的应用。图 3.2 为典型的机动时间曲线。由图 3.2 可见在机动发生时刻, 目标加速度出现阶跃不连续点。一般在机动发生前后,

加速度可用连续随机变量来描述，但在加速度发生突变时用连续随机变量则难于处理。图 3.2 中还给出了机动检测和机动辨识两种决策性能的定性比较。

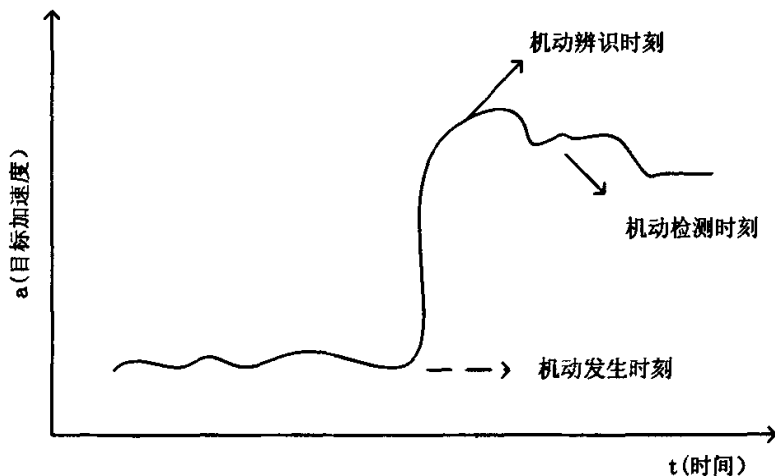


图 3.2 典型的机动时间曲线

3.1.4 自适应滤波与预测

滤波与预测是跟踪系统的最基本要素，也是估计当前和未来时刻目标运动参数如位置、速度和加速度的必要技术手段。

当目标作非机动运动时，采用基本的滤波与预测方法即可很好地跟踪目标。这些方法主要有线性自回归滤波， $\alpha-\beta$ 或 $\alpha-\beta-\gamma$ 滤波以及卡尔曼滤波等。

在实际跟踪过程中，目标往往发生机动，有效的方法是应用基本卡尔曼滤波的各种自适应滤波与预测方法。主要有以下几种：

- (1) 重新启动滤波增益序列；
- (2) 增大输入噪声的方差；
- (3) 增大目标状态估计的协方差矩阵；
- (4) 增加目标状态维数；
- (5) 在不同的跟踪滤波器之间切换。

前三种方法都是使跟踪滤波器的参数特别是滤波增益发生改变，后两种方法则是以某种方式修改跟踪滤波器的结构。

在多目标跟踪过程中，预测量最为重要，因为它不仅定义了跟踪门(关联区域)的中心，而且预测量的不确定性也将直接影响到跟踪门的大小。

3.1.5 跟踪坐标系与滤波状态变量的选取

跟踪滤波器的设计在很大程度上受下述数学模型的影响：

(1) 探测器提供的量测(观测)

(2) 被跟踪目标的运动

这两种模型都依赖于所采用的坐标系体制。因此，应当选择一个合适的坐标系来满足有限的计算时间和保证良好的跟踪性能这两个互相矛盾的要求。

一般地说，有两种坐标系可供选择：一种是直角坐标系，一种是球面坐标系。通常探测器的量测是在球面坐标系中进行的，而目标的状态方程在直角坐标系中则可以线性表示。在现代雷达跟踪系统中，方便的是同时采用地理坐标系(直角坐标系)和雷达测量坐标系(球面坐标系)，即混合坐标系。其好处是地理坐标系的参数变化率最小，除在北极附近外，地球转动的影响可以忽略不计，即地理坐标系实际上是惯性坐标系，而且在该坐标系中目标状态方程是线性的；在雷达测量坐标系中，目标斜距、方位和仰角等均可独立得到，而且量测方程也是线性的，再利用坐标变换关系，滤波与预测过程便可在地理坐标系中方便地完成。

状态变量的一般选取原则是选择维数最少且能全面反映目标动态特性的一组变量，以防止计算量随状态变量数目的增加而增加。状态变量与跟踪坐标系的选择是直接相关的。*Johson*^[17]已经证明，如果采用一个适当选择的坐标系，状态估计问题的计算代价可以大大减小。

3.2 机动目标当前统计模型自适应卡尔曼滤波

当前统计模型算法是由周宏仁于1983年提出来的。该算法采用修正瑞利分布来描述机动加速度的统计特性，所假设的分布具有这样的优点：分布随均值变化而变化，方差由均值决定。因此，算法在估计目标状态的同时，还可辨识出机动加速度均值，从而实时地修正加速度分布，并通过方差反馈到下一时刻的滤波增益中，实现了闭环自适应跟踪。

基于当前统计模型，一维情况下的状态方程为：

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \bar{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.29)$$

设采用周期为 T ，通过典型的离散化处理，可得到下列离散状态方程。

$$X(k+1) = \Phi(k+1/k)X(k) + U(k)\bar{a} + W(k) \quad (3.30)$$

$$\Phi(k+1/k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}(-1+\alpha T+e^{-\alpha T}) \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha T}) \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$U(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha}(-T + \frac{\alpha T^2}{2} + \frac{1-e^{-\alpha T}}{\alpha}) \\ T - \frac{1-e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1-e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$W(k)$ 是离散时间白噪声序列, 并且 $E[W(k)W^T(k+j)] = 0, (\forall j \neq 0)$

$$Q(k) = E[W(k)W^T(k)] = 2\alpha\sigma_a^2 \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$q_{11} = \frac{1}{2\alpha^5} \left[1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T} \right] \quad (3.34)$$

$$q_{12} = \frac{1}{2\alpha^4} \left[e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2 \right] \quad (3.35)$$

$$q_{13} = \frac{1}{2\alpha^3} \left[1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T} \right] \quad (3.36)$$

$$q_{22} = \frac{1}{2\alpha^3} \left[4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T \right] \quad (3.37)$$

$$q_{23} = \frac{1}{2\alpha^2} \left[e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} \right] \quad (3.38)$$

$$q_{33} = \frac{1}{2\alpha} \left[1 - e^{-\alpha T} \right] \quad (3.39)$$

观测方程为 $Z(k) = H(k)X(k) + V(k)$, $V(k)$ 是均值为零, 方差为 $R(k)$ 的高斯白噪声。

根据基本的状态方程和观测方程, 得到如下自适应卡尔曼滤波方法:

$$\hat{X}(k/k-1) = \Phi(k/k-1)\hat{X}(k-1) + U(k)\bar{a} \quad (3.40)$$

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)) \quad (3.41)$$

$$K(k) = P(k/k-1)H^T(k)(H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k))^{-1} \quad (3.42)$$

$$P(k/k-1) = \Phi(k/k-1)P(k-1)\Phi^T(k/k-1) + Q(k-1) \quad (3.43)$$

$$P(k) = (I - K(k)H(k))P(k/k-1) \quad (3.44)$$

如前所述, 把 $\dot{x}(k)$ 的一步预测 $\hat{x}(k/k-1)$ 看作 kT 时刻瞬时的当前加速度即随机机动加速度的均值, 就可得到加速度的均值自适应算法, 即 $\bar{a}_k = \hat{x}(k/k-1)$ 。当前加速度为正时:

$$\sigma_a^2 = \frac{4-\pi}{\pi} (A_{\max} - \hat{x}(k/k-1))^2 \quad (3.45)$$

当前加速度为负时:

$$\sigma_a^2 = \frac{4-\pi}{\pi} (A_{\max} + \hat{x}(k/k-1))^2 \quad (3.46)$$

本算法采用机动加速度均值方差自适应, 因此无需机动检测便能较好地响应目标的机动情况。试验表明, 该算法在跟踪机动目标时具有良好的跟踪结果。为了保持一定的跟踪精度, A_{\max} 与 A_{\min} 的选值需要事先确定, 且一般不会太大, 而事实上一旦目标机动加速度超过该选值时, 其跟踪性能也会明显恶化, 因此跟踪机动加速度的相对动态范围就较小。

3.3 实验结果

为了评价本章方法的有效性, 我们进行了一系列计算机仿真, 一维情况下, 研究了自适应系统对常速和常加速目标运动的相应特性, 同时与无自适应的情况进行了比较。所谓无自适应, 即在标准卡尔曼滤波方程中, 令

$$\begin{aligned} \bar{a} &= 0 \\ \sigma_a^2 &= \text{常数} \end{aligned} \quad (3.47)$$

事实上, 这正是Singer模型及其算法。

仿真中, 假设观测噪声方差(距离量测误差)与目标距离的平方成正比, 即观测噪声

$$V(k) = (\beta x(k) + \Delta x_0) w(k) \quad (3.48)$$

式中 β 为相对误差系数, Δx_0 为固定量测误差, $w(k)$ 是均值为零, 方差为1的正态伪随机数。因此, 观测噪声方差为

$$R(k) = (\beta x(k) + \Delta x_0)^2 \cdot E[w^2(k)] \quad (3.49)$$

仿真中所选参数: $\Delta x_0 = 30m$, $\beta = 0.01$, $\alpha = 0.1$, $T = 1s$ 。

图 3.3、3.4 分别给出了当 $x_0 = 30km$, $v_0 = 300m/s$ 和 $a_0 = 0m/s^2$ 的速度与加速度估值曲线。图 3.3 中, 横坐标为跟踪时间, 纵坐标为目标速度大小, 实线为有自适应的跟踪轨迹, 虚线为无自适应的跟踪轨迹, 而目标等速运动情况下, $v_0 = 300m/s$, 由图可见无自适应的滤波器比有自适应的存在较大的误差。图 3.4 中, 横坐标为跟踪时间, 纵坐标为加目标速度大小, 实线为有自适应的跟踪轨迹, 虚线为无自适应的跟踪轨迹, 目标等速运动情况下, $a_0 = 0m/s^2$, 由图可见无自适应的滤波器比有自适应的存在较大的误差。

图 3.5、3.6 分别给出了 $x_0 = 30km$, $v_0 = 0$ 和 $a_0 = 20m/s^2$ 的速度与加速度估值曲线。图 3.5 中, 横坐标为跟踪时间, 纵坐标为目标速度大小, 实线为有自适应的跟踪轨迹, 虚线为无自适应的跟踪轨迹, 而目标作常加速运动情况下, $v_0 = 0$, 由图可见无自适应的滤波器比有自适应的存在较大的误差。图 3.6 中, 横坐标为跟踪时间, 纵坐标为加目标速度大小, 实线为有自适应的跟踪轨迹, 虚线为无自适应的跟踪轨迹, 目标作常加速运动情况下,

$a_0 = 20\text{m/s}^2$ ，由图可见无自适应的滤波器比有自适应的存在较大的误差。

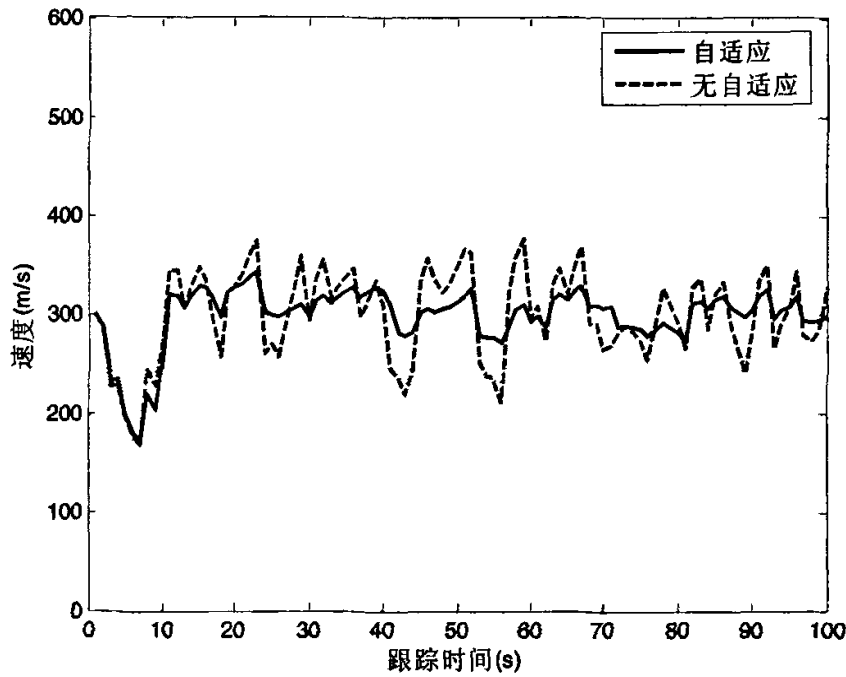


图 3.3 一维常速单机动目标的速度自适应估计

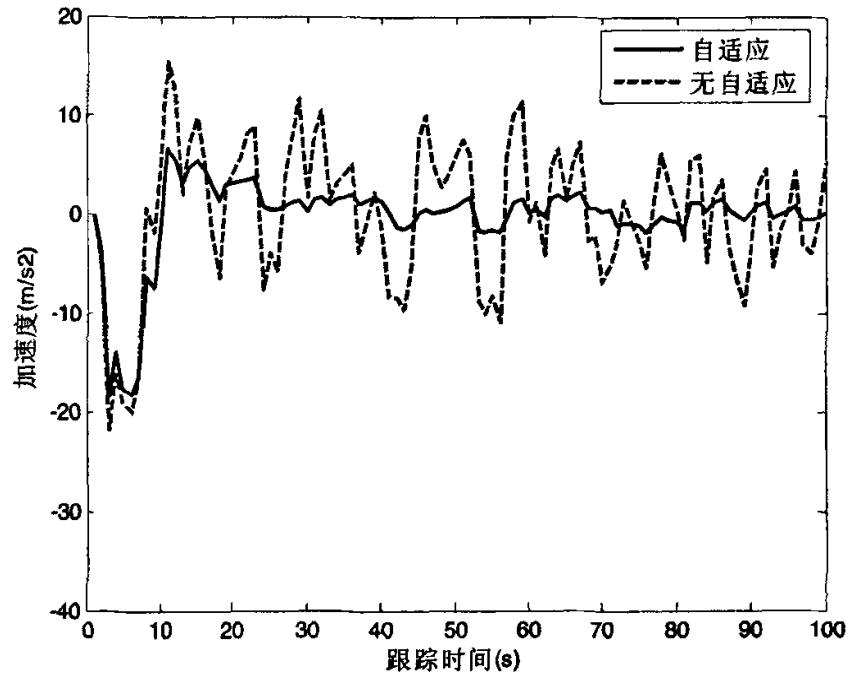


图 3.4 一维常速单机动目标的加速度自适应估计

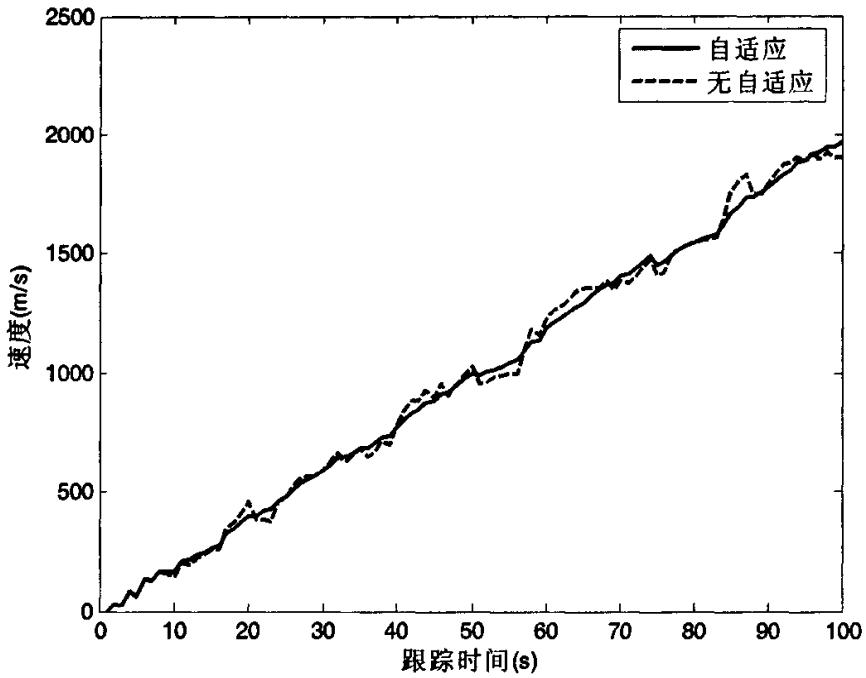


图 3.5 一维常加速单机动目标的速度自适应估计

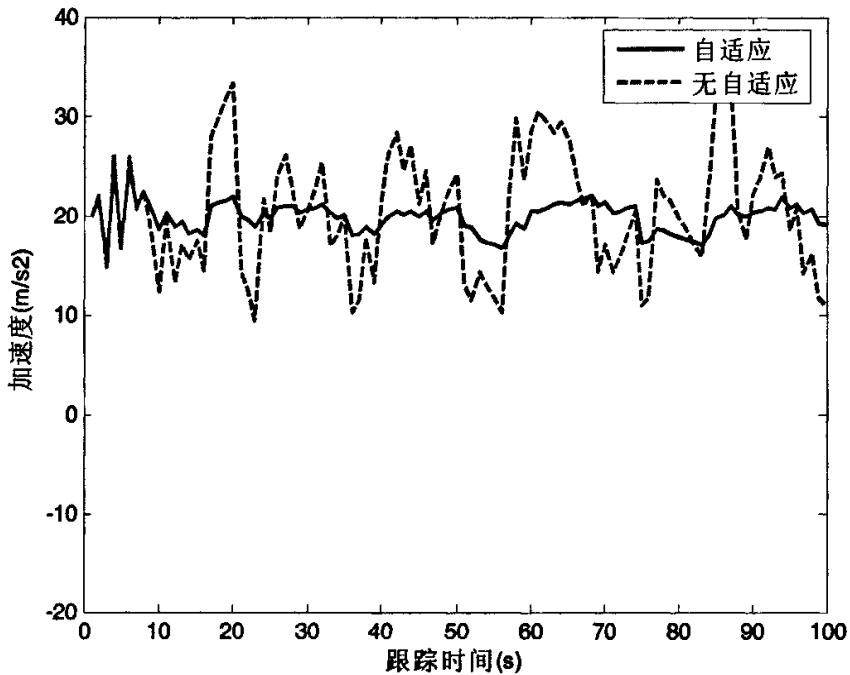


图 3.6 一维常加速单机动目标的加速度自适应估计

下面我们来看一个二维情况下的仿真图形，目标初始位置为 $[10\text{m}, 3000\text{m}]$ ，初始航向角度为 $\pi/4$ ，初始速度为 426m/s ，加速运动时加速度为 20m/s^2 ，目标运动历程 40s ，前 10s 作

匀速运动, 10s-20s 作匀加速运动, 20s-30s 逆时针旋转, 30s-40s 顺时针旋转, 旋转半径均为 3000m。图 3.7、3.8、3.9 分别为目标的位置、 x 方向上的速度估计以及 y 方向上的速度估计。图 3.7 中, 横坐标为目标 x 方向位置, 纵坐标为 y 方向位置, 从图中可以看出机动目标的位置跟踪比较准确。图 3.8 中, 横坐标为跟踪时间, 纵坐标为 x 方向速度大小, 从仿真结果中可以看出估计的速度值相对于目标的真实值有一定的误差和延迟。图 3.9 中, 横坐标为跟踪时间, 纵坐标为 y 方向速度大小, 从仿真结果中可以看出估计的速度值相对于目标的真实值有一定的误差和延迟。从仿真结果可见, 在目标机动时, 空间位置的估计还是比较准确的, 然而速度的估计误差就比较大了, 总的来说, 自适应滤波的效果比较好。

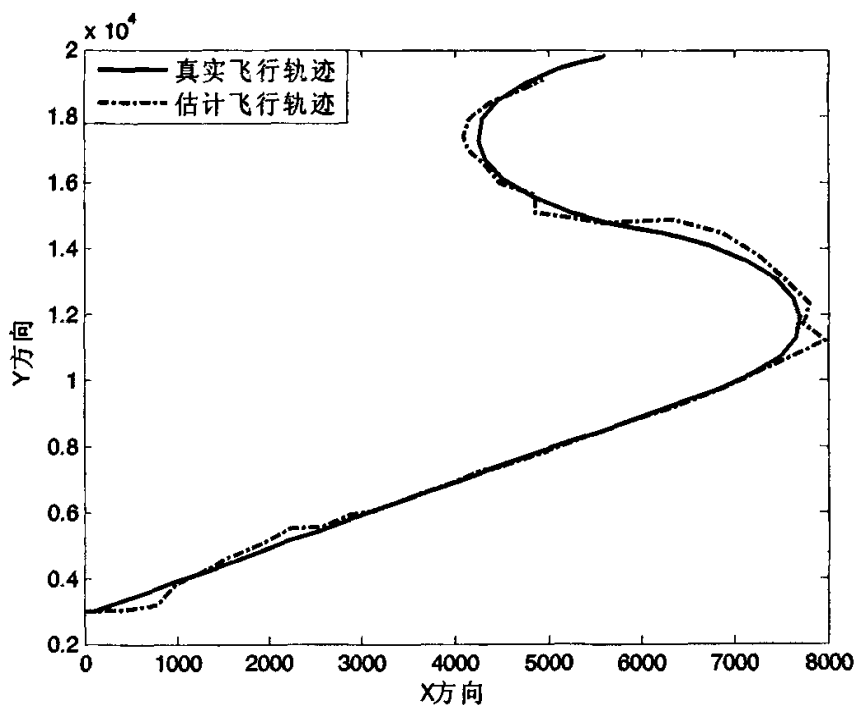


图 3.7 二维单机动目标的自适应估计轨迹

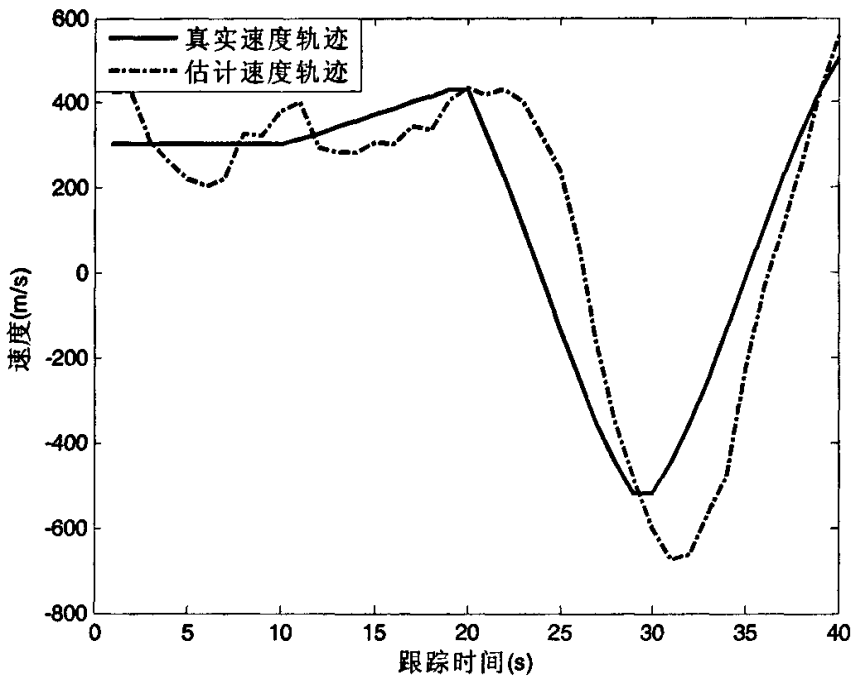


图 3.8 二维单机动目标 X 方向上的速度自适应估计

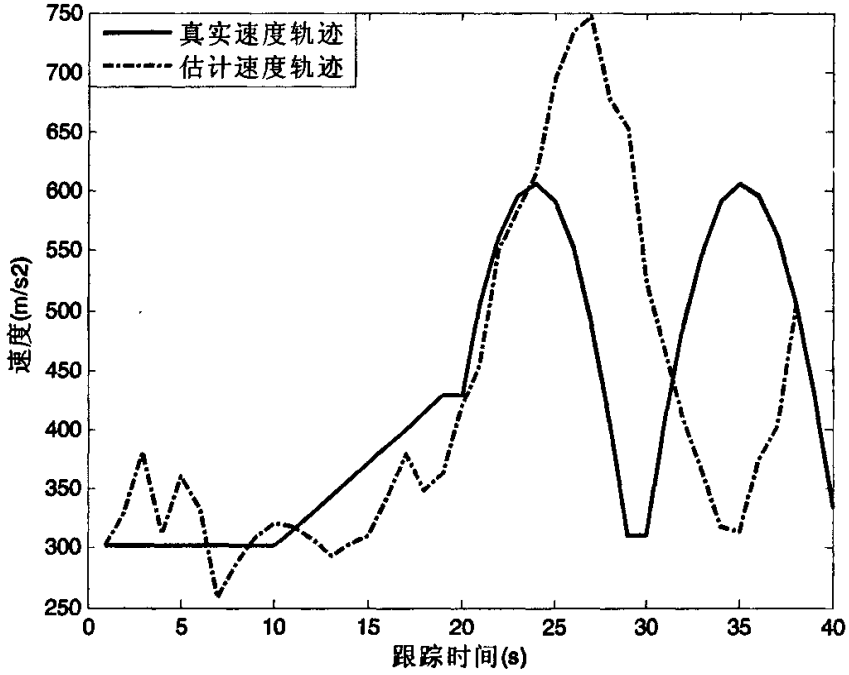


图 3.9 二维单机动目标 Y 方向上的速度自适应估计

3.4 本章小结

本章首先给出了机动目标跟踪的基本要素，主要包括量测数据形成与处理、机动目标模型、机动检测与机动辨识、自适应滤波与预测、跟踪坐标系和滤波状态变量的选取，并且简单介绍了这些要素。然后主要介绍了目标模型的建立方法，包括微分多项式模型、*CV*和*CA*模型、*Singer*模型以及“当前”统计模型，其中“当前”统计模型统计模型为时变模型，它能更为真实地反映目标机动地变化，这种自适应算法不需要机动检测，能够实时地给出目标状态地正确估计，并且不存在任何时间滞后和估计修正稳态。最后应用均值方差自适应卡尔曼滤波算法进行了 *Matlab* 仿真，仿真结果表明把它用于解决机动目标跟踪问题是有效可行的。

第四章 机动多目标跟踪

机动多目标跟踪(MMTT)主要包括机动目标模型与自适应跟踪算法、跟踪门(关联区域)的形成、数据关联、跟踪维持、跟踪起始与终结、漏报与虚警等。其中数据关联是机动多目标跟踪技术中最重要又最困难的方面。

下图给出了一种简单的 MMTT 系统基本原理框图。这里着重描述各环节之间的相互关系。

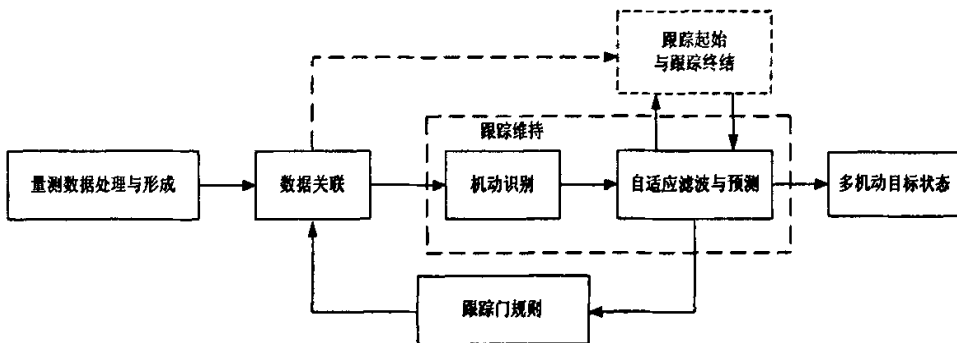


图 4.1 多机动目标跟踪基本原理框图

设整个流程为递推过程，并且在先前扫描期间各目标轨迹已经形成。由探测器接收到的量测数据首先被考虑用于更新已建立的目标轨迹；跟踪门被用来粗略确定量测/轨迹配对是否合理；数据关联则用于最后确定最合理的量测/轨迹配对；然后，跟踪维持包括机动识别和自适应滤波与预测，估计出各目标轨迹的真实状态；在跟踪空间中，那些不与已经建立的目标轨迹相关的量测或回波可能来自潜在的新目标或虚警，由跟踪起始方法可鉴别真伪，并相应地建立新的目标档案；当目标逃离跟踪空间或被摧毁时，由跟踪终结方法可消除多目标档案，以减轻不必要的计算负荷。最后，在新的量测到达之前，由目标预测状态和接收正确回波的概率可以确定下一时刻的跟踪门中心和大小，并重新开始下一时刻的递推循环。在多传感器多目标跟踪系统中，每个传感器接收来自多个目标的量测，为了完成目标状态向量的估计，必须确定在给定时间内，传感器的量测中，哪些量测数据是由同一目标产生的。建立量测与产生量测的目标之间对应关系的过程称为数据关联(Data Association)。在多目标和杂波环境下，由于目标环境和目标个数的不确定性，前端传感器的不完备性(检测概率小于1，虚警概率不等于0)，缺乏跟踪环境的先验知识以及无法判断传感器的量测数据是源于目标还是杂波等诸多不确定因素，使得传感器的量测与其目标源之间的对应关系变得模糊不清。因此，多目标跟踪的最重要和最困难的问题是数据关联。

在进行数据关联前，要根据统计假设和问题的实际背景，选择合适的跟踪门，以减少需要关联的有效量测数。如果能建立性能良好的跟踪门，使跟踪门内含有尽量少的来自非本目

标和干扰的回波，就可有效地降低错误关联的概率，提高多目标多传感器跟踪算法的性能。随着数据关联技术的发展，提出了许多的跟踪门形成方法，如矩形跟踪门、椭圆跟踪门等，其中应用较广的是椭圆跟踪门。

目前关于数据关联算法主要有：“最近邻”法、概率数据关联算法、联合概率数据关联算法（JPDA）、航迹分裂法及多假设跟踪法（MHT）。在上述算法中，联合概率数据关联算法（JPDA）被认为是杂波环境下多目标跟踪的理想方法，但随着目标数、量测数及杂波密度的增加，计算量迅速增加，出现组合爆炸现象，从而使该算法的应用受到限制。现在人们提出更符合实际情况的新的目标与量测相关联的可行性规则，给出广义联合事件的一种分割与组合方法，利用贝叶斯法则推导出了一种全局次优的广义概率数据关联算法（GPDA）。理论分析以及本文设计的各种典型仿真环境计算均表明，在目标与量测无论是否一一对应的情况下 GPDA 算法的性能全面优于 JPDA 算法，且计算量不会随目标数增加而像 JPDA 那样呈指数增长，算法具有优良的实时性能，需要的计算内存也小。

4.1 跟踪门形成方法

跟踪门^[18]是跟踪空间中一块子空间，中心位于被跟踪目标的预测位置，其大小由接收正确量测的概率来确定。在数据关联过程中，如果只有单个量测落入被跟踪目标的跟踪门内，则此量测直接用于航迹更新；如果有多于一个以上的量测落入被跟踪目标的跟踪门内，或同时落入多个目标跟踪门的交集中，则需要使用高级的数据关联技术。

4.1.1 矩形跟踪门

最简单的跟踪门是定义跟踪空间一块矩形区域，即矩形跟踪门^[18]。

假定量测维数为 n_z ，新息向量、量测向量及量测的预测向量的第 i 个分量分别为 $v_i(k)$ ， $Z_i(k)$ 和 $\hat{Z}_i(k/k-1)$ ，并且对所有的 i 有相同的跟踪门常数 K_G ，则当量测向量 $Z(k)$ 满足关系

$$\left| Z_i(k) - \hat{Z}_i(k/k-1) \right| = |v_i(k)| \leq K_G \cdot \sigma_w(i=1,2,\dots,n_z) \quad (4.1)$$

时，称 $Z(k)$ 为备选量测。式中 σ_w 为第 i 个新息的标准差，其大小为

$$\sigma_w = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_{pi}^2} \quad (4.2)$$

式中， σ_a^2 为第 i 个量测噪声方差； σ_{pi}^2 为一步预测协方差矩阵的第 i 个对角线元素。

滤波器的新息向量 $v(k)$ 的范数为

$$g(k) = v^T(k) S^{-1}(k) v(k) \quad (4.3)$$

式中， $S(k)$ 是新息向量的协方差矩阵。

在一定的假设条件下，可以证明， $g(k)$ 是服从自由度为 n_z 的 $\chi^2_{n_z}$ 分布，新息向量的 n_z 维

高斯概率密度为

$$f(v(k)) = ((2\pi)^M |S(k)|)^{-1/2} \exp(-g(k)/2) \quad (4.4)$$

假定高斯误差模型成立, 在 n_y 维量测和新息误差相互独立的条件下, 正确量测落入矩形跟踪门的概率为

$$\begin{aligned} P_G &= \int_{K_G} \cdots \int f(v(k)) dv_1 dv_2 \cdots dv_{n_y} \\ &= \int_{K_G} \frac{e^{-u_1^2/2}}{\sqrt{2\pi}} du_1 \cdots \int_{K_G} \frac{e^{-u_{n_y}^2/2}}{\sqrt{2\pi}} du_{n_y} \\ &= [P(|\tau| \leq K_G)]^{n_y} = [1 - P(|\tau| > K_G)]^{n_y} \end{aligned} \quad (4.5)$$

式中 $\tau = \frac{e^{-u_1^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$

正确量测位于跟踪门外的概率为

$$\overline{P}_G = P(|\tau| > K_G) = 1 - P_G \quad (4.6)$$

式中, V_G 为跟踪门的体积, $u_i = v_i(k)/\sigma_{v_i}$, 随机变量 τ 服从标准正态分布, $P(|\tau| \leq K_G)$ 和 $P(|\tau| > K_G)$ 分别为接收和拒绝正确量测的概率。

当所选概率 \overline{P}_G 较小时, 有下列近似关系

$$\overline{P}_G \approx 1 - n_y P_G \quad (4.7)$$

矩形跟踪门的体积为

$$V_{GR1}(n_y) = \int_{K_G \sigma_{v_1}}^{K_G \sigma_{v_1}} dv_1 \cdots \int_{K_G \sigma_{v_{n_y}}}^{K_G \sigma_{v_{n_y}}} dv_{n_y} = (2K_G)^{n_y} \prod_{i=1}^{n_y} \sigma_{v_i} \quad (4.8)$$

由新息方差归一化后的 n_y 维矩形跟踪门的体积为

$$V_{GR2}(n_y) = (2K_G)^{n_y} \quad (4.9)$$

当每一新息分量 $v_i(k)$ 对应的跟踪门常数 K_{Gi} 互不相同, 跟踪门的体积分别变为

$$V_{GR1}(n_y) = (2)^{n_y} \prod_{i=1}^{n_y} K_{Gi} \sigma_{v_i} \quad (4.10)$$

$$V_{GR2}(n_y) = (2)^{n_y} \prod_{i=1}^{n_y} K_{Gi} \quad (4.11)$$

4.1.2 椭球跟踪门

应用较广的跟踪门是椭球跟踪门。

设 γ 为椭球跟踪门的门限值, 当量测 $Z(k)$ 满足关系

$$g(k) = v^T(k) S^{-1}(k) v(k) \leq \gamma \quad (4.12)$$

时, 称 $Z(k)$ 为备选量测, 此即椭球跟踪门规则。

正确量测落入椭圆跟踪门的概率为

$$P_G(n_y) = P\{\chi_m^2 < \gamma\} = \int \cdots \int f[v(k)] dv_1 dv_2 \cdots dv_{n_y} \quad (4.13)$$

相应地, 跟踪门拒绝正确量测的概率为

$$\overline{P}_G(n_y) = P\{\chi_m^2 > \gamma\} = 1 - P_G(n_y) \quad (4.14)$$

对 $g(k) = v^T(k)S^{-1}(k)v(k) \leq \gamma$ 进行从 v 到 ζ 的变换使新息的协方差矩阵成为对角阵则跟踪门规则变为

$$\frac{\zeta_1^2}{\sigma_{\zeta_1}^2} + \frac{\zeta_2^2}{\sigma_{\zeta_2}^2} + \cdots + \frac{\zeta_{n_y}^2}{\sigma_{\zeta_{n_y}}^2} \leq \gamma \quad (4.15)$$

进一步作变换 $\delta_i = \zeta_i / \sigma_{\zeta_i}$, 则上式变为

$$r^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \cdots + \delta_{n_y}^2 \leq \gamma \quad (4.16)$$

其中 r^2 称为 n_y 维 χ_m^2 变量, 再令 $z = r^2$, 经推导可得

$$f(z)dz = \frac{z^{\frac{n_y}{2}-1} e^{-\frac{z}{2}} dz}{2^{\frac{n_y}{2}} \Gamma(\frac{n_y}{2})} \quad (4.17)$$

这样, 对整个椭圆跟踪门区域积分, 有

$$P_G(n_y) = \int_0^\gamma f(z)dz \quad (4.18)$$

椭圆跟踪门的体积为

$$V_{GE1}(n_y) = C_{n_y} \sqrt{|S(k)|} \gamma^{n_y/2} \quad (4.19)$$

由 $S(k)$ 归一化的椭圆跟踪门体积为

$$V_{GE2}(n_y) = C_{n_y} \gamma^{n_y/2} \quad (4.20)$$

式中, $C_{n_y} = \frac{\pi^{n_y/2}}{\Gamma(\frac{n_y}{2} + 1)}$

在多目标跟踪问题中, 跟踪门几乎无一例外地被各种方法采用, 但讨论跟踪门设计的文章并不多见。这是因为当目标无机动时跟踪门的大小一般为常值, 当目标机动时, 门的大小是否需要调整以保持一定的接收正确回波的概率就成了令人关心的问题。因此, 在多机动目标跟踪问题中, 跟踪门如何自动适应目标机动范围和强度的变化是一项富于挑战性的课题。

4.2 航迹起始算法

航迹起始^[19]是目标跟踪的第一步, 它是建立新的目标档案的决策方法, 主要包括暂时航

迹形成和轨迹确定两个方面。现有的航迹起始算法可分为顺序处理技术和批处理两大类。通常，顺序处理技术适用于相对弱杂波背景中起始目标的航迹，而批数据处理技术用于起始强杂波环境下目标的航迹具有很好的效果。但是使用批处理技术的代价是将增加计算负担。下面简单介绍一下我们常用的几种起始算法：直观法和逻辑法。

4.2.1 直观法

假设 $r_i, i=1, 2, \dots, N$, 为 N 次连续扫描获得的位置观测值, 如果这 N 次扫描中有某 M 个观测值满足以下条件, 那么启发式规则法就认定应起始一条航迹。

- (1) 测得的或估计的速度大于某最小值 V_{\min} 而小于某最大值 V_{\max} ; 这种速度约束形成的相关波门, 特别适合于第一次扫描得到的量测和后续扫描的自由量测。
- (2) 测得的或估计的加速度的绝对值小于最大加速度 a_{\max} 。如果存在不止一个回波, 则用加速度最小的那个回波来形成新的航迹。

从数学角度讲, 以上两个判决可表示为:

$$V_{\min} \leq \left| \frac{r_i - r_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \right| \leq V_{\max} \quad (4.21)$$

$$\left| \frac{r_{i+1} - r_i}{t_{i+1} - t_i} - \frac{r_i - r_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \right| \leq a_{\max} (t_{i+1} - t_i) \quad (4.22)$$

为了减少形成虚假航迹的可能性, 直观法航迹起始还可以追加选用一种角度限制规则。令 φ 为矢量 $r_{i+1} - r_i$ 和 $r_i - r_{i-1}$ 之间的夹角, 即

$$\varphi = \arccos \theta \left[\frac{(r_{i+1} - r_i)(r_i - r_{i-1})}{|r_{i+1} - r_i| |r_i - r_{i-1}|} \right] \quad (4.23)$$

而角度限制规则可简单的表示成 $|\varphi| \leq \varphi_0$, 式中 $0 < \varphi_0 \leq \pi$ 。当 $\varphi_0 = \pi$ 时就是角度 φ 不受限制的情况。量测噪声以及目标的运动特性直接影响着 φ_0 的选取。在实际应用中为了保证以很高的概率起始目标航迹, φ_0 一般选取较大的值。

直观法是一种确定性较粗糙的方法。在没有真假目标先验信息的情况下, 仍是一种可以使用或参与部分使用的方法。

4.2.2 逻辑法

逻辑法对整个航迹处理过程均适用, 当然也适用于航迹起始。逻辑法和直观法涉及雷达连续扫描期间接收到的顺序观测值的处理, 观测值序列代表含有 N 次雷达扫描的时间窗的输入, 当时间窗里的检测数达到指定门限就生成一条成功的航迹, 否则就把时间窗向增加时

间的方向移动一次扫描时间。不同之处在于，直观法用速度和加速度两个简单的规则来减少可能起始的航迹，而逻辑法则以多重假设的方法通过预测和相关波门来识别可能存在的航迹。

具体就是在给定的数据窗内，根据获得的数据对目标的速度进行估计。如果估计的速度在指定的取值范围内，则注册一条暂时航迹，然后对第三次扫描的位置进行预测，并以预测位置为中心，确定一个关联区域，任何落在关联区域的点迹将扩展一条暂时航迹，继续估计速度值并估计加速度值，然后再根据速度和加速度的估计值对下一次扫描的位置进行预测并建立相应的关联区域，任何落在关联区域的点迹将起始一条新的航迹。以上步骤中有一次不满足关联逻辑就注销暂时航迹。

搜索程序按以下方式进行：

(1) 用第一次扫描中得到量测为航迹头建立门限，用速度法建立初始相关波门，对落入初始相关波门的第二次扫描量测均建立可能航迹；

(2) 对每个可能航迹直线（由两次量测组成），将直线外推（一阶多项式），以外推点为中心，后续相关波门的大小由航迹外推误差协方差确定；第三次扫描量测落入后续相关波门离外推点最近者给与互联；

(3) 若后续相关波门没有量测，则撤销此可能航迹，或用加速度限制的扩大相关波门考察第三次扫描量测是否落在其中；

(4) 继续上述的步骤，直到形成稳定航迹，航迹起始方算完成；

(5) 在历次扫描中，均未落入相关波门参与数据互联判别的那些量测（称自由量测）均为新的航迹头，转步骤（1）。

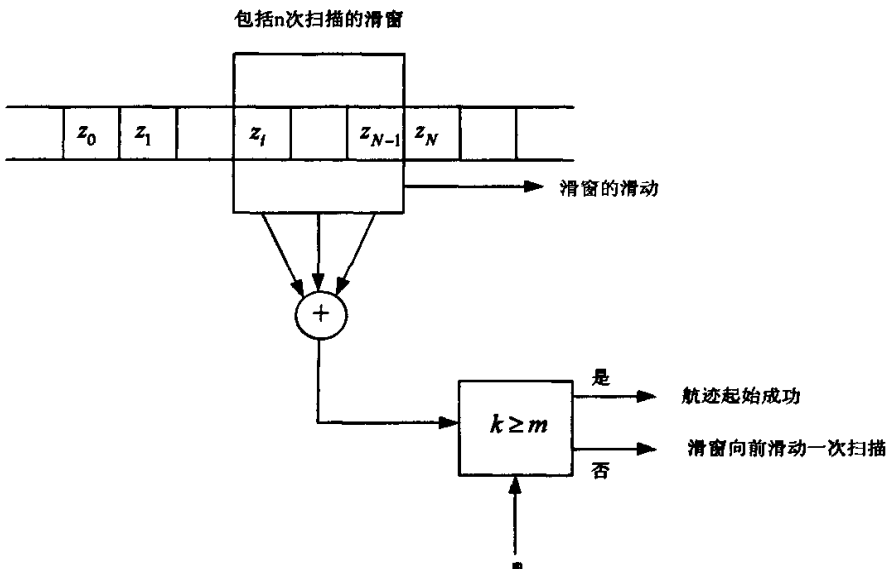


图 4.2 滑窗法的 m/n 逻辑原理图

用逻辑法确定航迹起始,何时才能形成稳定航迹呢?这个问题取决于航迹起始复杂性分析和性能的折中。它取决于真假目标性能、密集的程度及分布、搜索传感器分辨率和量测误差等。一般采用的方法是航迹起始滑窗法的 m/n 逻辑原理,如图 4.2 所示。

序列 $(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n)$ 表示含 n 次雷达扫描的时间窗的输入,如果在第 i 次扫描时相关波门内含有点迹,则元素 z_i 等于 1,反之为 0。当时间窗内的检测数达到某一特定值 m 时,航迹起始便告成功。否则,滑窗右移一次扫描,也就是说增大窗口时间。航迹起始的检测数 m 和滑窗中的相继事件数 n ,两者一起构成了航迹起始逻辑。

4.3 单目标跟踪的数据关联算法

数据关联^[20]是目标跟踪的核心部分。数据关联过程是将候选回波(跟踪门规则的输出)与已知目标航迹相比较,并最后确定正确的观测/航迹配对的过程。由于复杂的外界环境和传感器本身的局限性,量测信息的可能来源包括:

- (1) 被跟踪目标;
- (2) 虚警;
- (3) 其它目标。

正确地判断量测信息的来源是有效维持目标跟踪的关键。

数据关联方面最早的研究是由 *Sittler*^[21] 推动起来的,他所考虑的方法是当目标的预测状态附近观测到一个以上的回波时,将跟踪航迹分裂,然后计算每条航迹的似然函数,并将似然函数值低于阈值的航迹摒弃。这种分裂航迹的算法适用于跟踪起始与终结,也适用航迹更新,但在目标密集的环境中,对存储器和处理器的要求很高。1975 年 *Stein* 和 *Blackman*^[22] 发展了 *Sittler* 的工作,并以最大似然法为基础提出了一种最佳批处理算法,其主要特征是定义了一个分值函数,所推导的最优解在实时跟踪系统一般是不可计算得。

1971 年 *Singer* 等^[23] 提出并发展了“最近邻”滤波方法,这种方法仅利用统计意义上与被跟踪目标预测状态最近的回波作为候选回波,更新航迹信息。事实上,离目标预测状态最近的回波并不一定是目标回波,特别是滤波器工作在密集回波环境中更是如此。

1972 年 *Bar-Shalom*^[24] 提出应该利用位于跟踪门内的所有回波,以获得可能的后验概率信息,用于数据关联,并在此基础上给出了概率数据关联滤波方法(PDA)^[25]。为便于同时处理多个目标,*Bar-Shalom*^[26] 于 1974 年推广概率数据关联滤波方法,导出了联合概率数据关联滤波方法(JPDA)。随后,他在状态关联信息中加入了回波幅度等变量^[27],进一步完善了 JPDA 方法。

1974 年, *Singer*、*Sea* 和 *Housewright*^[28] 提出一种“全邻”最优滤波器,这种滤波器不仅考虑了所有候选回波,而且考虑了跟踪历史,即多扫描相关,其缺点是计算存储量随扫描次数的增加而不断增加。

1978 年, *Reid*^[29] 以“全邻”最优滤波器和 PDA 的“联合”概念为基础,综合 *Singer* 方

法和 *Bar-Shalom* 方法的主要优点, 提出了多假设跟踪方法 (*MHT*), 其过程一般包括: 联合“假设”产生、每一假设的计算以及假设简约, 计算存储量介于“全邻”方法与 *PDA* 方法之间。

以上的数据关联方法主要以概率论和统计判决为基础, 是目前最具代表性的数据关联方法。在此期间还有一些其它的关联方法提出, 如整数规划法^[30]、高斯和法^[31]、模糊关联法^[32]、神经网络关联法^[33]、*D-S* 证据法^[34]等。纵观数据关联方法的整个发展过程, 在关联信息方面, 由利用单一回波信息到利用回波空间累计信息、回波时间累计信息到利用包含回波幅度信息等在内的多种信息进行关联; 在数学方法方面, 由采用经典的概率统计方法到采用线性规划、遗传算法、神经网络、模糊集论、*D-S* 证据推理。到目前, 算法的实用化研究逐渐成为数据关联的主要课题。

4.3.1 最邻近数据关联 (*NDA*)

到目前为止, 已经有许多有效的数据关联算法, 其中最邻近数据关联算法是提出最早也是最简单的数据关联方法, 有时也是最有效的方法之一。它是在 1971 年由 *Singer* 等人提出来的。它把落在关联门之内并且与被跟踪目标的预测位置“最邻近”的观测点迹作为关联点迹, 这里的“最邻近”一般是指观测点迹在统计意义上离被跟踪目标的预测位置最近。

最邻近数据关联主要适用于跟踪空域中存在单目标或目标数较少的情况, 或者说只适用于对稀疏目标环境的目标跟踪。

其主要优点: 运算量小, 易于实现。

其主要缺点: 在目标密度较大时, 容易跟错目标。

统计距离的定义如下:

假设在第 k 次扫描之前, 已建立了 N 条航迹。第 k 次新观测为 $Z_j(k)$ $j=1, 2, \dots, N$, 在第 i 条航迹的关联门内, 观测 j 和航迹 i 的差矢量定义为测量值和预测值之间的差, 即滤波器残差,

$$e_y(k) = Z_j(k) - \hat{H} X_i(k/k-1) \quad (4.24)$$

设 $S(k)$ 是 $e_y(k)$ 的协方差矩阵。则统计距离(平方)为

$$d_y^2 = e_y^T(k) S_y^{-1}(k) e_y(k) \quad (4.25)$$

它是判断哪个点迹为“最邻近”点迹的度量标准。

可以证明, 这种方法是在最大似然意义下最佳的。假定, 残差的似然函数为

$$g_y = \frac{e^{-d_y^2}}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sqrt{|S_y|}} \quad (4.26)$$

为了得到残差的似然函数最大, 对上式先取对数, 然后取导数。我们会很容易地看到, 其似然函数的最大等效于残差最小。因此, 在实际计算时, 只需选择最小的残差 $e_y(k)$ 就满

足离预测位置最近的条件了。但必须指出,按统计距离最近的准则,离预测位置最近的点迹在密集多目标环境中未必是被跟踪目标的最佳配对点迹,这就是这种方法容易跟错目标的原因。

显然,离目标预测状态最近的回波并非必定是目标回波,特别当滤波器工作在密集多回波环境中更是如此。因此,这种方法在实际中常常发生误跟和丢失目标的现象,其相关性能不甚完善。

4.3.2 概率数据互联(PDA)

概率数据关联是由Bar-Shalom和Jaffer于1972年提出的。这种算法将目标跟踪转化为计算每一测量 $Z_j(k)$ 来自被跟踪目标这一事件的概率,非常适用于杂波环境下的目标跟踪,因此得到了广泛的应用和发展。概率数据关联(PDA)算法在杂波环境下有很好的跟踪性能,它的出发点是:假设杂波环境下仅有一个目标存在,并且这个目标的航迹已经形成,如果回波有多个,则认为所有有效回波都可能源于目标,只是每个回波源于目标的概率有所不同。它的复杂性是介于空间“全邻”和“最近邻”算法之间的。

在此算法中,设 $\theta_j(k)$ 表示 k 时刻第 j 个回波 $Z_j(k)$ 是来自目标的正确量测的事件, $\theta_0(k)$ 表示传感器所确认的量测没有一个是正确的事件:

$$\text{令 } \hat{X}_j(k) = E[X(k) / \theta_j(k), Z^k] \quad (4.27)$$

表示事件 $\theta_j(k)$ 出现的条件下目标的更新状态估计,则应用全概率公式,有目标的更新状态估计。

$$\hat{X}(k) = E[X(k) / Z^k] = \sum_{j=0}^{m(k)} E[X(k) / \theta_j(k), Z^k] P(\theta_j(k) / Z^k) = \sum_{j=0}^{m(k)} \hat{X}_j(k/k) \beta_j(k) \quad (4.28)$$

目标状态更新估计相应的协方差为:

$$\begin{aligned} P(k) &= P(k/k-1) - (1 - \beta_0(k)) K(k) H(k) P(k/k-1) \\ &+ K(k) \left[\sum_{j=1}^{m(k)} \beta_j(k) v_j(k) v_j(k)^T - v(k) v(k)^T \right] K(k)^T \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\text{其中增益矩阵 } K(k) = P(k/k-1) H^T(k) S^{-1}(k) \quad (4.30)$$

$$\text{等效残差 } v(k) = \sum_{j=1}^{m(k)} \beta_j(k) v_j(k) \quad (4.31)$$

而 $\beta_j(k) = P(\theta_j(k) / Z^k)$ 表示第 j 个量测是来自目标这一事件的概率。我们可以看出概率数据关联算法的思想是目标更新状态为每个可能目标状态更新的加权和,既通过概率加权计算出等效的更新状态

为了计算概率数据关联滤波器的 $\beta_j(k)$, Bar-Shalom 提出三条基本假设:

(1) 虚假量测在跟踪门中服从均匀分布,即

$$P(Z_j(k) / \theta_j(k), Z^{k-1}) = V_G^{-1}(k) \quad (4.32)$$

其中 $V_G(k)$ 为 M 维椭球跟踪波门的体积。

(2) 正确量测服从正态分布，即

$$P(Z_j(k)/\theta_j(k), Z^{k-1}) = P_G^{-1}(M)N[v_j(k), 0, S(k)] \quad (4.33)$$

$$\text{其中 } N[v_j(k), 0, S(k)] = |2\pi S(k)|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}v_j^T(k)S^{-1}(k)v_j(k)\right\} \quad (4.34)$$

$P_G(M)$ 表示正确量测落入跟踪门内的概率。

(3) 在每一个采样周期最多有一个真实量测，这个事件的发生概率为 P_D 。

由以上三个假设可以推出 $\beta_j(k)$ 的计算公式为：

$$\beta_j(k) = \frac{e_j(k)}{b(k) + \sum_{i=1}^{m(k)} e_i(k)} \quad (j = 1, \dots, m(k)) \quad (4.35)$$

$$\beta_0(k) = \frac{b(k)}{b(k) + \sum_{i=1}^{m(k)} e_i(k)} \quad (4.36)$$

式中：

$$e_i(k) = \exp\left(-\frac{1}{2}v_i^T(k)S^{-1}(k)v_i(k)\right) \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} b(k) &= \lambda |2\pi S(k)|^{1/2} (1 - P_D P_g) / P_D \\ &= |2\pi|^{1/2} (\gamma)^{-\frac{M}{2}} \frac{\lambda V_G(k)}{c_M} (1 - P_D P_g) / P_D \end{aligned} \quad (4.38)$$

其中 λ 为回波密度， c_M 为单位椭球体积。

4.4 多目标跟踪的数据关联算法

杂波环境下的多目标数据互联技术是多目标跟踪中最重要又最难处理的问题^[35]，如果被跟踪的多个目标的相关波门不相交，或者没有回波落入波门的相交区域内，此时的多目标数据互联问题可简化为多个单目标数据互联问题，利用前面介绍的概率数据互联算法即可解决杂波环境下的多目标跟踪技术。如果有回波落入波门的相交区域，则此时的数据互联问题就要复杂的多，我们主要介绍下面两种多目标跟踪的数据关联算法：

(1) 联合概率数据互联算法 (JPDA)

(2) 广义概率数据互联算法 (GPDA)

4.4.1 联合概率数据互联算法 (JPDA)

联合联合概率数据互联算法 (JPDA) 是 Bar-Shalom 和他的学生们在仅适用单目标跟踪的概率数据互联的基础上提出来的，该方法是杂波环境下对多目标进行数据互联的一种良好

的算法。

一、JPDA 算法的基本模型

当有回波落入不同目标相关波门的重叠区域内时,此时必须综合考虑各个量测的目标来源情况,为了表示有效回波和各目标跟踪门的复杂关系,Bar-Shalom 引入确认矩阵的概念。确认矩阵被定义为:

$$\Omega = [\omega_{jt}] = \begin{pmatrix} \omega_{10} & \cdots & \omega_{1T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{m_k 0} & \cdots & \omega_{m_k T} \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

其中: ω_{jt} 是二进制变量, $\omega_{jt} = 1$ 表示量测 $j(j=1,2,\dots,m_k)$ 落入目标 $t(t=1,2,\dots,T)$ 的确认门内,而 $\omega_{jt} = 0$ 表示量测 $j(j=1,2,\dots,m_k)$ 没有落入目标 $t(t=1,2,\dots,T)$ 的确认门内。 $t=0$ 表示没有目标,此时 Ω 对应的列元素 ω_{j0} 全都是1,只是因为每一个量测都可能源于杂波或者虚警。

对于一个给定的多目标跟踪问题,一旦给出反映有效回波与目标或杂波互联态势的确认矩阵(或互联聚矩阵) Ω 后,可通过对确认矩阵的拆分得到所有表示互联事件的互联矩阵,在对确认矩阵进行拆分时必须依据以下两个基本假设^[36]:

(1) 每一个量测有唯一的源,即任一量测不源于某一目标,则必源于杂波,即该量测为虚警。换言之,这里不考虑有不可分辨的探测情况。

(2) 对于一个给定的目标,最多有一个量测以其为源。如果一个目标有可能与多个量测相匹配,将取一个为真,其他为假。

也即是说,对确认矩阵的拆分必须遵守以下两个原则:

(1) 在确认矩阵的每一行,选出一个且仅选出一个 1,作为互联矩阵在该行唯一非零的元素。这实际上是为使可行矩阵表示的可能联合事件满足第一个假设,即每个量测有唯一的源。

(2) 在可行矩阵中,除第一列外,每列最多只能有一个非零元素。这是使互联矩阵表示的可行事件满足第二个假设,即每个目标最多有一个量测以其为源。

联合概率数据互联的目的就是计算每一个量测与其可能的各种源目标相互互联的概率。在有回波落入不同相关波门的重叠区域内的时候,则必须综合考虑各个量测的目标来源情况。设 θ_{jt} 表示量测 j 源于目标 $t(0 \leq t \leq T)$ 的事件,而事件 θ_{j0} 表示量测 j 源于杂波或虚警。按照单目标概率数据互联滤波器中条件概率的定义有:

$$\beta_{jt}(k) = P\{\theta_{jt}(k) / Z^k\} \quad (j=0,1,\dots,m_k, t=0,1,\dots,T) \quad (4.40)$$

表示第 j 个量测与目标 t 互联的概率,且

$$\sum_{j=0}^{m_k} \beta_{jt}(k) = 1 \quad (4.41)$$

则 k 时刻目标 t 的状态估计为:

$$\hat{X}'(k/k) = E[X'(k)/Z^k] = \sum_{j=0}^{m_k} E[X'(k)/\theta_j(k), Z^k] P\{\theta_j(k)/Z^k\} = \sum_{j=0}^{m_k} \beta_j(k) \hat{X}'_j(k/k) \quad (4.42)$$

其中:

$$\hat{X}'_j(k/k) = E[X'(k)/\theta_j(k), Z^k] (j=0, 1, \dots, m_k) \quad (4.43)$$

表示 k 时刻用第 j 个量测对目标 t 进行卡尔曼滤波所得到的状态估计。而 $\hat{X}'_0(k/k)$ 表示 k 时刻没有量测源于目标的情况, 这是需要用预测值 $\hat{X}'(k/k-1)$ 来代替。

第 j 个量测与目标互联的概率可利用下式求取:

$$\beta_j(k) = P\{\theta_j(k)/Z^k\} = P\left\{\bigcup_{i=1}^{n_k} \theta'_j(k)/Z^k\right\} = \sum_{i=1}^{n_k} \omega'_j(\theta_i(k)) P\{\theta_i(k)/Z^k\} \quad (4.44)$$

其中: $\theta'_j(k)$ 表示量测 j 在第 i 个联合事件中源于目标 t ($0 \leq t \leq T$) 的事件, $\theta_i(k)$ 表示 i 个联合事件, n_k 表示联合事件的个数, 而

$$\omega'_j(\theta_i(k)) = \begin{cases} 1 & \theta'_j(k) \subset \theta_i(k) \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (4.45)$$

表示在第 i 个联合事件中, 量测 j 是否源于目标 t , 在量测 j 源于目标 t 时为 1, 否则为 0。

定义一般情况下的第 i 个联合事件为:

$$\theta_i(k) = \bigcap_{j=1}^{m_k} \theta'_j(k) \quad (4.46)$$

它表示 m_k 个量测与不同目标匹配的一种可能。而与联合事件对应的互联矩阵定义为:

$$\hat{\Omega}(\theta_i(k)) = \left[\omega'_j(\theta_i(k)) \right] = \begin{pmatrix} \omega'_{10} & \dots & \omega'_{1T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega'_{m_k 0} & \dots & \omega'_{m_k T} \end{pmatrix} (j=1, 2, \dots, m_k; i=1, 2, \dots, n_k; t=1, 2, \dots, T) \quad (4.47)$$

根据上述两个基本假设容易推出互联矩阵满足:

$$\sum_{j=0}^T \omega'_j(\theta_i(k)) = 1 (j=1, 2, \dots, m_k) \quad (4.48)$$

$$\sum_{j=0}^{m_k} \omega'_j(\theta_i(k)) \leq 1 (t=1, 2, \dots, T) \quad (4.49)$$

二、联合事件概率的计算

为了以后讨论问题的方便, 这里引入两个二元变量:

量测互联指示:

$$\tau_j(\theta_i(k)) = \sum_{t=1}^T \omega'_j(\theta_i(k)) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad (4.50)$$

表示量测 j 在联合事件 $\theta_i(k)$ 中是否跟一个真实目标互联。

目标检测指示:

$$\delta_i(\theta_i(k)) = \sum_{j=1}^{m_k} \omega_{ji}^i(\theta_i(k)) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad (4.51)$$

表示任一量测在联合事件 $\theta_i(k)$ 中是否与目标 i 互联, 亦即目标 i 是否被检测。

设 $\phi(\theta_i(k))$ 表示在联合事件 $\theta_i(k)$ 中假量测的数量, 则

$$\phi(\theta_i(k)) = \sum_{j=1}^{m_k} [1 - \tau_j(\theta_i(k))] \quad (4.52)$$

应用 *Bayesian* 法则, 在 k 时刻联合事件 $\theta_i(k)$ 的条件概率是:

$$\begin{aligned} P\{\theta_i(k) / Z^k\} &= P\{\theta_i(k) / Z^k, Z^{k-1}\} = \frac{1}{c} P\{Z^k / \theta_i(k), Z^{k-1}\} P\{\theta_i(k) / Z^{k-1}\} \\ &= \frac{1}{c} P\{Z^k / \theta_i(k), Z^{k-1}\} P\{\theta_i(k)\} \end{aligned} \quad (4.53)$$

其中: c 为归一化常数, 有:

$$c = \sum_{j=0}^{m_k} P\{Z^k / \theta_j(k), Z^{k-1}\} P\{\theta_j(k)\} \quad (4.54)$$

假定不与任何目标互联的虚假量测在体积为 V 的确认区域中均匀分布, 而与目标互联的量测服从高斯分布, 即 $N_i[z_j(k)] = N_i[z_j(k); \hat{z}_i(k/k-1), S_i(k)]$ 。所不同于单目标情况的只是要假设所有的跟踪门对应整个监视区域, 即门概率 $P_G = 1$, 仿照单目标概率数据互联算法的处理结果, 有:

$$P[z_j(k) / \theta'_i(k), Z^{k-1}] = \begin{cases} N_i[z_j(k)] & \tau_j[\theta_i(k)] = 1 \\ V^{-1} & \tau_j[\theta_i(k)] = 0 \end{cases} \quad (4.55)$$

于是有:

$$P[z_j(k) / \theta_i(k), Z^{k-1}] = \prod_{j=1}^{m_k} P[z_j(k) / \theta'_i(k), Z^{k-1}] = V^{-\phi(\theta_i(k))} \prod_{j=1}^{m_k} N_i[z_j(k)]^{\tau_j[\theta_i(k)]} \quad (4.56)$$

我们知道, 一旦 $\theta_i(k)$ 被给定, 则目标探测指示 $\delta_i(\theta_i(k))$ 和虚假测量数 $\phi(\theta_i(k))$ 就完全确定了。因此

$$P\{\theta_i(k)\} = P\{\theta_i(k), \delta_i(\theta_i(k)), \phi(\theta_i(k))\} \quad (4.57)$$

应用乘法定理, 上式可表示为:

$$P\{\theta_i(k)\} = P\{\theta_i(k) / \delta_i(\theta_i(k)), \phi(\theta_i(k))\} P\{\delta_i(\theta_i(k)), \phi(\theta_i(k))\} \quad (4.58)$$

实际上, 一旦虚假测量数被给定以后, 联合事件 $\theta_i(k)$ 便由其目标探测指示函数 $\delta_i(\theta_i(k))$ 唯一确定, 而包含 $\phi(\theta_i(k))$ 个虚假测量的事件共有 $C_{m_k}^{\phi(\theta_i(k))}$ 个, 对于其余 $m_k - \phi(\theta_i(k))$ 个真实量测, 在包含 $\phi(\theta_i(k))$ 个虚假测量的事件中与目标共有 $(m_k - \phi(\theta_i(k)))!$ 种可能的互联, 故

$$P\{\theta_i(k) / \delta_i(\theta_i(k)), \phi(\theta_i(k))\} = \frac{1}{(m_k - \phi(\theta_i(k)))! C_{m_k}^{\phi(\theta_i(k))}} = \frac{\phi(\theta_i(k))!}{m_k!} \quad (4.59)$$

$$\text{而 } P\{\delta_i(\theta_i(k)), \phi(\theta_i(k))\} = \prod_{i=1}^I (P_D^i)^{\delta_i(\theta_i(k))} (1 - P_D^i)^{1 - \delta_i(\theta_i(k))} \mu_F(\phi(\theta_i(k))) \quad (4.60)$$

其中: P_D^i 是目标 i 的检测概率, $\mu_F(\phi(\theta_i(k)))$ 是虚假测量数的先验概率质量函数, 我们把式

(4.59)、(4.60)代入式(4.58)得到联合事件 $\theta_i(k)$ 的先验概率为:

$$P\{\theta_i(k)\} = \frac{\phi(\theta_i(k))!}{m_k!} \mu_F(\phi_i(k)) \prod_{i=1}^T (P_D')^{\delta_i(\theta_i(k))} (1-P_D')^{1-\delta_i(\theta_i(k))} \quad (4.61)$$

类似地,把式(4.56)、(4.61)合并到式(4.53)可得出联合事件 $\theta_i(k)$ 的后验概率为:

$$P\{\theta_i(k)/Z^k\} = \frac{1}{c} \frac{\phi(\theta_i(k))!}{m_k!} \mu_F(\phi_i(k)) V^{-\phi(\theta_i(k))} \prod_{j=1}^{m_k} N_{i_j}[z_j(k)]^{\tau_j[\theta_i(k)]} \prod_{i=1}^T (P_D')^{\delta_i(\theta_i(k))} (1-P_D')^{1-\delta_i(\theta_i(k))} \quad (4.62)$$

根据虚假量测数的概率质量函数 $\mu_F(\phi(\theta_i(k)))$ 所使用的模型,JPDA滤波器有两种形式。

参数JPDA滤波器使用泊松分布,即:

$$\mu_F(\phi(\theta_i(k))) = e^{-\lambda V} \frac{(\lambda V)^{\phi(\theta_i(k))}}{\phi(\theta_i(k))!} \quad (4.63)$$

其中: λ 是虚假量测的空间密度, λV 则是门内虚假量测期望数,将式(4.63)代入式(4.62)有:

$$P\{\theta_i(k)/Z^k\} = \frac{\lambda^{\phi(\theta_i(k))}}{c} \prod_{j=1}^{m_k} N_{i_j}[z_j(k)]^{\tau_j[\theta_i(k)]} \prod_{i=1}^T (P_D')^{\delta_i(\theta_i(k))} (1-P_D')^{1-\delta_i(\theta_i(k))} \quad (4.64)$$

这里 c' 是新的归一化常数。

非参数JPDA使用均匀分布的 $\mu_F(\phi(\theta_i(k)))$,即 $\mu_F(\phi(\theta_i(k))) = \varepsilon$,同样代入式(4.62)并消去每个表达式中出现的常数 ε 和 $m_k!$ 后,可得到

$$P\{\theta_i(k)/Z^k\} = \frac{1}{c'} \frac{\phi(\theta_i(k))!}{V^{\phi(\theta_i(k))}} \prod_{j=1}^{m_k} N_{i_j}[z_j(k)]^{\tau_j[\theta_i(k)]} \prod_{i=1}^T (P_D')^{\delta_i(\theta_i(k))} (1-P_D')^{1-\delta_i(\theta_i(k))} \quad (4.65)$$

其中: c' 亦为归一化常数。

三、状态估计协方差的计算

基于第 j 个量测对目标 i 的状态估计 $\hat{X}_j'(k/k)$ 的协方差为:

$$P_j'(k/k) = E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}_j'(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}_j'(k/k) \right]^T / \theta_{j_i}(k), Z^k \right\} \quad (4.66)$$

且由卡尔曼滤波公式有:

$$P_j'(k/k) = P'(k/k-1) - K'(k) S'(k) K'^T(k) \quad (4.67)$$

其中: $K'(k)$ 表示 k 时刻目标的增益矩阵, $S'(k)$ 是对应的新息协方差。

我们知道,当没有任何目标源于 t 时,即不利用任何有效回波对目标状态进行更新时,目标状态估计和目标的预测值相同,于是:

$$\begin{aligned} P_0'(k/k) &= E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}_0'(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}_0'(k/k) \right]^T / \theta_{0i}(k), Z^k \right\} \\ &= E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}'(k/k-1) \right] \left[X'(k) - \hat{X}'(k/k-1) \right]^T / \theta_{0i}(k), Z^k \right\} = P'(k/k-1) \end{aligned} \quad (4.68)$$

$\hat{X}'(k/k)$ 的协方差矩阵估计为:

$$\begin{aligned}
 P'(k/k) &= E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}'(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}'(k/k) \right]^T / Z^k \right\} \\
 &= \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} \\
 &= \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[(X'(k) - \hat{X}'_j(k/k)) + (\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k)) \right] \right. \\
 &\quad \left. \left[(X'(k) - \hat{X}'_j(k/k)) + (\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k)) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} \\
 &= \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right] \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right] \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\}
 \end{aligned} \tag{4.69}$$

综合式(4.66)、(4.67)、(4.68)可得:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} \\
 &= \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) P'_j(k/k) \\
 &= \beta_{0r}(k) P'_0(k/k) + \sum_{j=1}^{m_k} \beta_{\mu}(k) [P'(k/k-1) - K'(k) S'(k) K'(k)] \\
 &= P'(k/k-1) - (1 - \beta_{0r}(k)) K'(k) S'(k) K'(k)
 \end{aligned} \tag{4.70}$$

由式(4.69)可得:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right] \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} \\
 &= \sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) [E \{ [X'(k)] / \theta_{\mu}(k), Z^k \} - \hat{X}'_j(k/k) [\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k)]] = 0
 \end{aligned} \tag{4.71}$$

同理可得:

$$\sum_{j=0}^{m_k} \beta_{\mu}(k) E \left\{ \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right] \left[X'(k) - \hat{X}'_j(k/k) \right]^T / \theta_{\mu}(k), Z^k \right\} = 0$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=0}^{m_j} \beta_{j_r}(k) E \left\{ \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right] \left[\hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \right]^T / \theta_{j_r}(k), Z^k \right\} \\
 &= \sum_{j=0}^{m_j} \beta_{j_r}(k) \left[\hat{X}'_j(k/k) \hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'_j(k/k) \hat{X}'(k/k) + \hat{X}'(k/k) \hat{X}'(k/k) \right] \\
 &= \sum_{j=0}^{m_j} \beta_{j_r}(k) \hat{X}'_j(k/k) \hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \hat{X}'(k/k)
 \end{aligned} \tag{4.72}$$

于是我们最后可得 $\hat{X}'(k/k)$ 的协方差为：

$$\begin{aligned}
 P'(k/k) &= P'(k/k-1) - (1 - \beta_{o_r}(k)) K'(k) S'(k) K'^T(k) \\
 &\quad + \sum_{j=0}^{m_j} \beta_{j_r}(k) \hat{X}'_j(k/k) \hat{X}'_j(k/k) - \hat{X}'(k/k) \hat{X}'(k/k)
 \end{aligned} \tag{4.73}$$

联合概率数据互联算法单次仿真循环的流程如图4.3所示。

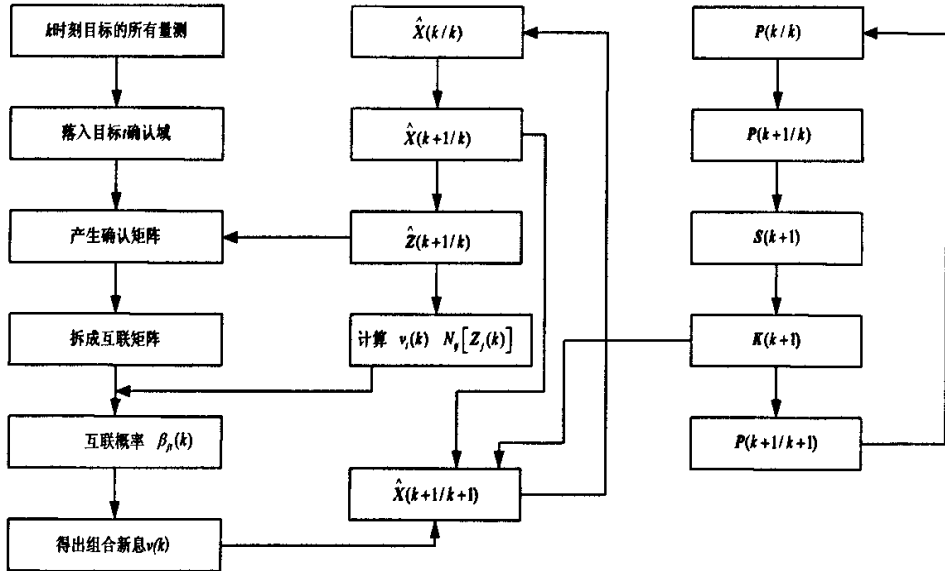


图 4.3 联合概率数据互联算法单次仿真循环流程图

4.4.2 广义概率数据互联算法 (GPDA)

随着跟踪环境、跟踪对象和跟踪系统的不断变化、发展、目标与量测已很难仅仅以一一对应的关联关系来描述，这使得多目标跟踪中数据关联这一核心问题更具挑战。Jesus Garcia、T.Kirubarajan 和 Bar-Shalom 等学者从智能方法或重复使用一对一分配 JPDA 等方面进行了研究，取得一定成效，但计算量和性能均未达到理想效果。目前有很多研究人员提出更符合实际情况的新的目标与量测相关联的可行性规则，给出广义联合事件的一种分割与组合方法，利用贝叶斯法则推导出了一种全局次优的广义概率数据关联算法^[37-39]

(Generalized Probability Data Association, GPDA)，而且在他们的各种典型环境的仿真计算

表明 *GPDA* 算法的性能在目标与量测无论是否在一一对应的情况下全面优于 *JPDA* 算法，且由于新算法的设计技巧，使计算量和存储量也大大小于 *JPDA* 算法，为发展同时具有良好实时和关联性能的多目标跟踪算法给出了新的尝试。

一、GPDA 算法的思想

首先，定义新算法所用的联合互联事件为广义联合事件，并认为在已知目标数为 T ，量测数为 m_k 的条件下，广义联合事件由满足以下可行性规则的广义事件构成，新的可行性规则如下：

- (1) 每个目标都拥有量测（一个或多个，包括 0 量测）；
- (2) 每个量测都有目标来源（一个或多个，包括 0 目标）；
- (3) 任一目标（量测）与量测（目标）一一对应关联事件的概率不应小于满足前两条规则的关联事件概率。

这里的 0 目标指无目标，也就是所关心目标以外的新目标，或干扰、杂波等产生的假目标；0 量测指无量测，即目标未被检测到。前两条规则的物理意义很明确；第三条规则确定了关联事件的不同权重。

定义目标 t 与量测 i 之间的统计距离为构成互联事件的基本信息，下图为量测与目标之间的聚概率统计距离构成的矩阵。

	<i>i</i> 量测		
	0	1	2
0	f_{00}	f_{01}	f_{02}
1	f_{10}	f_{11}	f_{12}
2	f_{20}	f_{21}	f_{22}

假设 f_{ik} 为量测 i 与目标 t 之间的统计距离， i 为量测， t 为目标； θ_{ik} 表示量测 i 与目标 t 之间关联的事件，其中，满足上述规则 (1) 的广义事件有：

$$\theta_{00}\theta_{11}\theta_{22}, \theta_{20}\theta_{21}\theta_{22}, \theta_{20}\theta_{11}\theta_{02}, \dots$$

满足规则 (2) 的广义事件有：

$$\theta_{11}\theta_{22}\theta_{00}, \theta_{11}\theta_{21}\theta_{01}, \theta_{12}\theta_{22}\theta_{02}, \theta_{11}\theta_{20}\theta_{02}, \dots$$

令 $\theta_t = \{\theta_{00}\theta_{11}\theta_{22}, \theta_{20}\theta_{21}\theta_{22}, \theta_{20}\theta_{11}\theta_{02}, \dots\}$ ，也就是仅考虑目标拥有所有量测时的广义事件集合。

$\theta_i = \{\theta_{11}\theta_{22}\theta_{00}, \theta_{11}\theta_{21}\theta_{01}, \theta_{12}\theta_{22}\theta_{02}, \dots\}$ ，即仅考虑量测具有所有目标来源时的广义事件集合。

其中 θ_t 和 θ_i 构成所有广义联合事件集合 θ 的一种分割，并有 $\theta = \{\theta_t, \theta_i\}$ 。

根据定义，广义联合事件首先由新的可行性规则 (1)、(2) 分割为广义事件，其物理意义为：满足规则 (1) 的广义事件是以目标为基准的，以目标为基准处理的是量测复用问题，解决“一个量测与多个目标”相关联的问题；满足规则 (2) 的广义事件是以量测为基准的，以量测为基准处理的是目标复用问题，解决“一个目标与多个量测”相关联的问题。当要计算量测 i 与目标 t 之间的互属概率（对应 *JPDA* 中的边缘概率 β_k ）时，将上述两种广义事件作为广义联合事件集合的子集，可以实现“一个量测对应多个目标”与“一个目标对应多个量测”的一种组合，从而满足量测与目标之间的多多对应关系，再利用第三条规则进行必要

的加权处理, 就可以得到新的基于多多对应关系的数据关联算法。事实上, 广义联合事件集合的分割与组合可以有多种形式。

上面所描述的 GPDA 算法的思路可用下图来进一步说明:

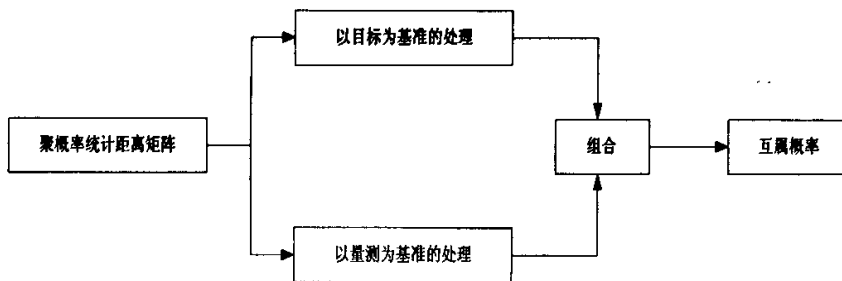


图 4.4 广义概率数据互联算法框图

二、GPDA 的基本定义

GPDA 算法与 JPDA 一样, 是针对多目标跟踪提出的, 其量测集合的定义与 JPDA 的量测集合的定义相同, 即对每个目标不设置单独的确认门, 而认为确认门对应整个监视区域, 假设对 T 个目标进行跟踪, m_k 是 k 时刻确认区域内的量测数, 下面给出两个定义。

定义1 $F \triangleq [f_u], i = 0, 1, \dots, m_k; t = 0, 1, \dots, T$

其中 F 为量测与目标的聚概率统计距离构成的目标 t 与量测 i 互联事件的基本信息矩阵, f_u 是量测 i 与目标 t 之间的统计距离 (也称概率密度函数)。

定义2 θ 为满足新的可行性规则在矩阵 F 条件下的广义联合事件集合, θ_i 为满足可行性规则 (1) 的广义事件子集, θ_t 为满足可行性规则 (2) 的广义事件子集, 因此

$$\theta = \{\theta_i, \theta_t\}$$

三、互属概率的计算

首先构造矩阵 F 。一般地, 设目标 t 的状态变量服从均值为 $\hat{X}_t(k/k-1)$, 方差为 $P_t(k/k-1)$ 的正态分布, 即:

$$p[X_t(k)/Z_t^{k-1}] = N[X_t(k); \hat{X}_t(k/k-1), P_t(k/k-1)] \quad (4.74)$$

则量测: $i(i \neq 0)$ 对应目标 $t(t \neq 0)$ 的概率密度函数为:

$$\begin{aligned} f_u &= p[z_u / m_k, Z_t^k] = P_G^{-1} N[z_u(k); \hat{Z}_t(k/k-1), S_t(k)] \\ &= P_G^{-1} [2\pi S_t(k)]^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} v_u'(k) S_t^{-1}(k) v_u(k)\right] \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\text{其中: } v_u(k) = z_u(k) - \hat{Z}_t(k/k-1) \quad (4.76)$$

0量测与目标 $t(t=0)$ 之间的概率密度函数 f_{0t} 的意思是该目标未得到任何正确量测, 即未被检测到的事件的概率密度函数, 用 p_L 表示, 为:

$$f_{0t} = p_L = (nV)^{-1} (1 - P_D P_G) \quad (4.77)$$

其中, P_d 为检测概率, P_G 为门概率, V 为波门的体积, n 为系数, 一般取正整数。

第 $i(i \neq 0)$ 个量测与 0 目标之间的概率密度函数的意义是该量测不属于任何一个系统所关心的目标, 即该量测属于假目标事件的概率密度函数, 用 p_f 表示, 为:

$$f_{i0} = p_f = \lambda \quad (4.78)$$

其中, 设虚警服从均匀分布, 杂波数服从泊松分布, λ 为杂波密度, 即单位体积内杂波的期望数。

0 量测与 0 目标相关联无任何意义, 所以它们之间的概率密度函数为:

$$f_{00} = 0 \quad (4.79)$$

根据上述各式可得量测与目标之间的聚概率统计距离矩阵

$F \triangleq [f_{it}], i = 0, 1, \dots, m_k; t = 0, 1, \dots, T$ 。如下图所示。

	量测					
	0	1	2	...	T	
0	f_{00}	f_{01}	f_{02}	...	f_{0T}	
1	f_{10}	f_{11}	f_{12}	...	f_{1T}	
2	f_{20}	f_{21}	f_{22}	...	f_{2T}	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
m_k	$f_{m_k 0}$	$f_{m_k 1}$	$f_{m_k 2}$	\vdots	$f_{m_k T}$	

量测与目标所构成的聚概率统计距离矩阵

首先, 由上图所示的基本信息矩阵和规则 (1) 可得:

$$P\{\theta_u / i = i, t = 0, 1, \dots, T, Z(k)\} = \varepsilon_u = \frac{f_{iu}}{c_i} \quad (4.80)$$

其中 $c_i = \sum_{t=0}^T f_{it}$ 。

同理, 由上图所示的基本信息矩阵和规则 (2) 可得:

$$P\{\theta_u / t = t, i = 0, 1, \dots, m_k, Z(k)\} = \varepsilon'_u = \frac{f_{tu}}{c'_t} \quad (4.81)$$

其中 $c'_t = \sum_{i=0}^{m_k} f_{it}$ 。

由定义 2 可知:

$$\begin{aligned} \sum_{\omega \in \Omega_u} P\{\theta_u / \theta, Z^k\} &= \frac{1}{c} \sum_{\omega \in \Omega_u} P\{\theta / \theta_u, Z^k\} \cdot P\{\theta_u / Z^k\} \\ &= \frac{1}{c} \sum_{\omega \in \Omega_u} P\{\theta_u / Z^k\} \cdot (P\{\theta_i / \theta_u, Z^k\} + P\{\theta_i / \theta_u, Z^k\} - P\{\theta_i \cap \theta_i / \theta_u, Z^k\}) \end{aligned} \quad (4.82)$$

其中, θ 、 θ_i 、 θ_i 的意义见定义 2。 Ω_u 为所有含 θ_u 的广义联合事件 ω 的集合。在 θ_i 为全集的情况下, $A = \theta_i \cap \theta_i$, $B = A^c$ 为 θ_i 的子集; 在 θ_i 为全集的情况下, $A = \theta_i \cap \theta_i$, $C = A^c$ 为 θ_i 的子集, 由于 $\theta_i \neq \theta_i$, 所以 $B \neq C$ 。

因此上式可改写为:

$$\begin{aligned}
 \sum_{\omega \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_{ii} / \theta, Z^k\} &= \frac{1}{c} \sum_{\omega \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta / \theta_{ii}, Z^k\} \cdot (P\{\theta, \cap \theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} \\
 &\quad + P\{B / \theta_{ii}, Z^k\} + P\{\theta, \cap \theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} \\
 &\quad + P\{C / \theta_{ii}, Z^k\} - P\{\theta, \cap \theta_i / \theta_{ii}, Z^k\}) \\
 &= \frac{1}{c} \sum_{\omega \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta / \theta_{ii}, Z^k\} \cdot (P\{B / \theta_{ii}, Z^k\} \\
 &\quad + P\{C / \theta_{ii}, Z^k\} + 2P\{\theta, \cap \theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} \\
 &\quad - P\{\theta, \cap \theta_i / \theta_{ii}, Z^k\})
 \end{aligned} \tag{4.83}$$

由可行性规则 (3) 可知, 一一对应关联事件在所有的关联事件中所占的权值最大, 所以减去最后一项, 这实际上相当于一一对应关联事件的权值取为非一一对应关联事件权值的两倍, 上式可写为:

$$\begin{aligned}
 \sum_{\omega \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_{ii} / \theta, Z^k\} &= \frac{1}{c} \sum_{\omega \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta / \theta_{ii}, Z^k\} \cdot (P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} + P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z^k\}) \\
 &= \frac{1}{c} \left(\sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_{ii} / i = i, t = 0, 1, \dots, T, Z^k\} \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} + \sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_{ii} / t = t, \right. \\
 &\quad \left. i = 0, 1, \dots, m_k, Z^k\} \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} \right)
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

而

$$\begin{aligned}
 &\sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_{ii} / i = i, t = 0, \dots, T, Z^k\} \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} \\
 &= \sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_{ii} / i = i, t = 0, \dots, T, Z(k), Z^{k-1}\} \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z(k), Z^k\} \\
 &= \sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}} (P\{\theta_{ii} / i = i, t = 0, \dots, T, Z(k), \hat{X}_i(k/k-1), P_i(k/k-1)\} \\
 &\quad \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z^k, \hat{X}_i(k/k-1), P_i(k/k-1)\}) \\
 &= \sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_{ii} / i = i, t = 0, \dots, T, Z(k)\} \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z(k)\} \\
 &= P\{\theta_{ii} / i = i, t = 0, \dots, T, Z(k)\} \cdot \sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}} P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z(k)\}
 \end{aligned} \tag{4.85}$$

其中 Ω_{θ_i}' 为所有含 θ_{ii} 的满足可行性规则 (1) 的广义事件 ω_i 的集合。 Ω_{θ_i}'' 为所有含 θ_{ii} 的满足可行性规则 (2) 的广义事件 ω_i 的集合。于是得到:

$$\sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}'} P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z(k)\} = \sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}'} \left(\prod_{r=0, r \neq i}^{m_i, T} \varepsilon_{rr} \right) = \prod_{r=0}^T \sum_{r \neq i}^{m_i} \varepsilon_{rr} \tag{4.86}$$

进一步可以得到:

$$\sum_{\omega_i \in \Omega_{\theta_i}'} P\{\theta_{ii} / Z^k\} \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, Z^k\} = \varepsilon_{ii} \cdot \prod_{r=0}^T \sum_{r \neq i}^{m_i} \varepsilon_{rr} \tag{4.87}$$

其中, $t = 0, 1, \dots, T, i = 0, 1, \dots, m_k$ 。

同理可得到:

$$\sum_{\theta_i \in \Theta_i} P\{\theta_i / Z^t\} \cdot P\{\theta_i / \theta_{ii}, B^t\} = \varepsilon_{ii}' \cdot \prod_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^{m_i} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^T \varepsilon_{ir}' \quad (4.88)$$

其中, $t=0,1,\dots,T, i=0,1,\dots,m_k$ 。

将式(4.87)、(4.88)代入式(4.84)可得GPDA的最终计算式为:

$$\beta_{ii} = \sum_{\theta \in \Theta_{ii}} P\{\theta_{ii} / \theta, Z^t\} = \frac{1}{c} (\varepsilon_{ii}' \cdot \prod_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^{m_i} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^T \varepsilon_{ir}' + \varepsilon_{ii}' \cdot \prod_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^{m_i} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^T \varepsilon_{ir}') \quad (4.89)$$

4.4.3 GPDA 与 JPDA 计算量比较

这里给出两种方法计算量的理论分析比较。由GPDA互属概率的计算公式:

$$\beta_{ii} = \sum_{\theta \in \Theta_{ii}} P\{\theta_{ii} / \theta, Z^t\} = \frac{1}{c} (\varepsilon_{ii}' \cdot \prod_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^{m_i} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^T \varepsilon_{ir}' + \varepsilon_{ii}' \cdot \prod_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^{m_i} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq i}}^T \varepsilon_{ir}') \quad \text{分析可知: 在3个目标3个量测的情况下,}$$

计算每一个 β_{ii} 需要 $[2T(m_k - 1) + 1] = 13$ 次加法和 $2T + 1 = 7$ 次乘法, 每增加一个量测或一个目标, 计算量增加2次加法和2次乘法。即计算量随目标数和量测数的增加呈线性关系。

由JPDA算法参数形式边缘概率的计算公式

$$\beta_{ii} \triangleq P\{\theta_{ii} / Z^t\} = \sum_{\theta} P\{\theta / Z^t\} \hat{\omega}_{ii}(\theta), j=1, \dots, m_k, t=0, 1, \dots, T \quad (4.90)$$

$$P\{\theta(k) / Z^k\} = \frac{\lambda^{\phi}}{c} \prod_{j=1}^{m_i} N_i[z_j(k)]^{\gamma_j} \prod_{i=1}^T (P_D^i)^{\delta_i} (1 - P_D^i)^{1-\delta_i} \quad (4.91)$$

分析可知, 首先必须用穷举搜索法找出所有的可行事件, 然后再计算这些可行事件的概率。要找出可行事件, 就必须列举所有的可能事件, 在3个目标3个量测的条件下, 所有的可能事件的总数为 $(m_k + 1)^{T+1} = 256$, 然后再从中找出可行事件。可以看出, 需搜索的事件数的总和随目标数的增加呈指数增加, 随量测数的增加相对较缓慢, 但也比线性关系快。计算每一个事件 θ 的概率需要 $2T = 6$ 次加法和 $(T + m_k + 3) = 9$ 次乘法, 以及 $(\phi + m_k \cdot \tau_i + T \cdot \delta_i)$ 次幂, 而计算每一个 β_{ii} 的计算量是所有含 θ_{ii} 的可行联合事件 θ 的计算量的总和。

由以上的分析可知 JPDA 的计算量主要集中在搜索其可行事件方面, 而 GPDA 采用了一种新的思路, 不需进行可行事件的搜索, 所以其计算量要比 JPDA 小得多。在精度方面, 由于 GPDA 利用了比 JPDA 更多的信息, 所以其精度有所提高。

4.5 实验结果

4.5.1 单目标跟踪

首先考虑一个目标从原点出发, 沿x轴正方向匀速运动, 速度为 $20m/s$, 观测时间为 $20s$, 采样间隔 $T = 1s$ 。仿真中目标检测概率为1, 门概率为0.9, 单位面积的虚假测量量为0.005,

假设有3个传感器，3个传感器的量测噪声不同，仿真图形见图4.5。图中横坐标为跟踪时间，纵坐标为目标的位置，实线为目标的实际轨迹，而虚线为滤波输出轨迹，因为各个传感器都存在噪声干扰，所以各个量测值相对于真实值都有偏差，而应用PDA算法的滤波输出很接近真实值，可以说明在单目标跟踪时，此方法实际、可行。

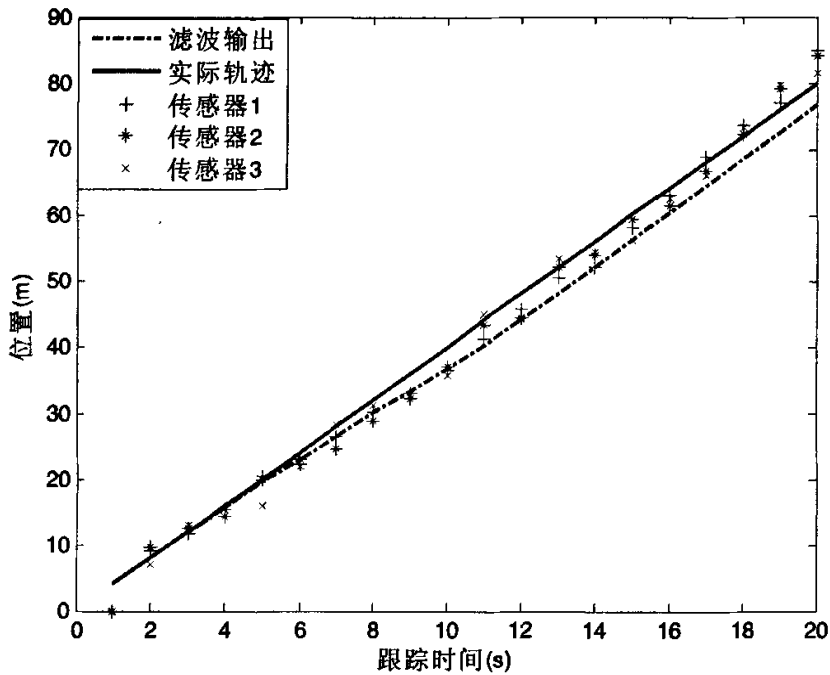


图4.5 一维单机动目标PDA算法滤波轨迹

我们再考虑二维情况下的情况，目标初始状态 $[200 \ 0 \ 985 \ -15]^T$ ，观测时间为30s，采样间隔 $T=1s$ 。仿真中目标检测概率为1，门概率为0.9，单位面积的虚假测量量为0.005，假设有3个传感器，3个传感器的量测噪声不同，PDA算法滤波输出如图4.6。图中，横坐标为目标的位置，纵坐标为目标的位置，从图中可以看出，目标的PDA算法滤波输出同真实轨迹比较接近。

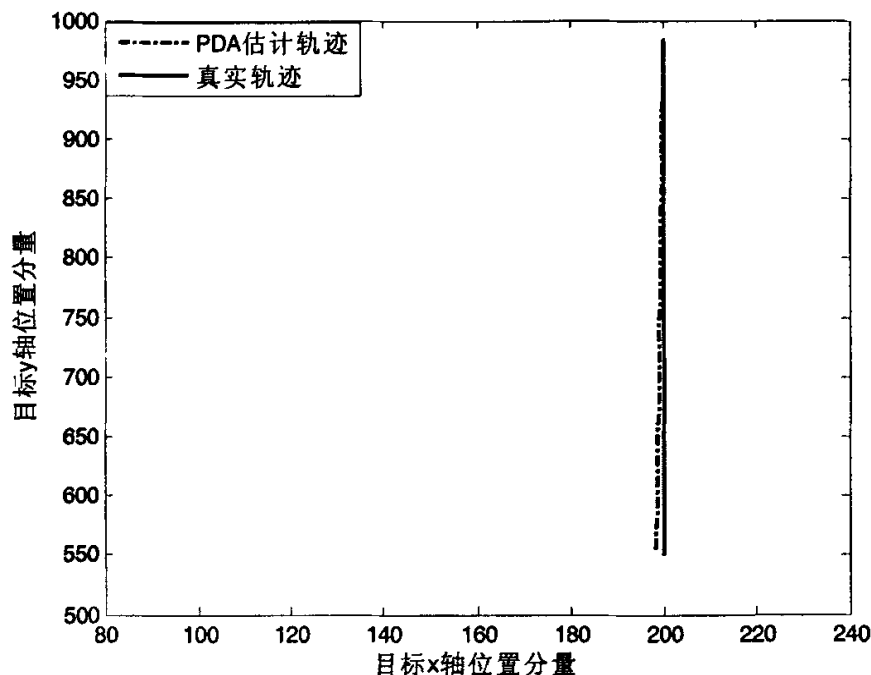


图 4.6 二维单机动目标 PDA 算法滤波轨迹

4.5.2 多目标跟踪

如果被跟踪的多个目标的相关波门不相交, 或者没有回波落入波门的相交区域内, 此时的多目标数据互联问题可简化为多个单目标数据互联问题, 这里我们考虑2个目标平行运动, 一个目标从原点出发, 沿x轴正方向匀速运动, 初始状态为 $[0 \ 5]^T$, 另一个目标初始状态为 $[200 \ 5]^T$, 观测时间为50s, 采样间隔 $T=1s$, 假设有3个传感器, 3个传感器的量测噪声不同。仿真中目标门概率为1, 检测概率为0.9, 单位面积的虚假测量量为0.05, 仿真图形如图4.7。图4.7中, 横坐标为跟踪时间, 纵坐标为目标的位置, 因为跟踪的2个目标的相关波门不相交, 或者没有回波落入波门的相交区域内, 此时就相当于2个单目标数据互联问题, 从图中可以看出, 目标的PDA算法滤波输出同真实轨迹比较接近。

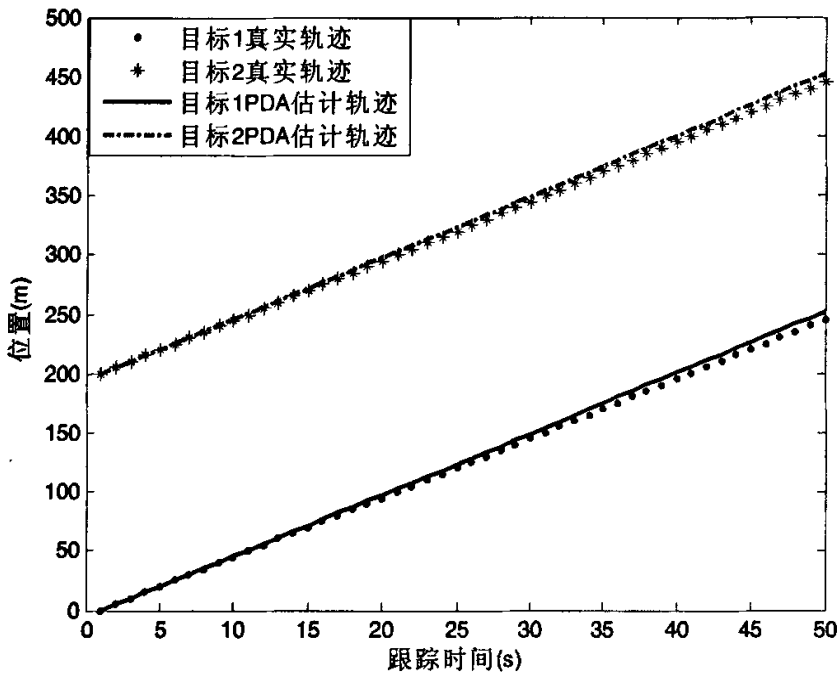


图 4.7 二个平行机动目标 PDA 估计轨迹

如果被跟踪的多个目标的相关波门相交,此时再使用PDA算法的话就会出现误跟或者丢失目标的情况,这里我们可应用联合概率数据互联算法(JPDA)或者广义概率数据互联算法(GPDA)来实现目标的准确分辨与跟踪。

我们首先来看JPDA算法,考虑2个交叉目标,一个目标从原点出发,沿 X 轴正方向匀速运动,初始状态为 $[0 \ 20]^T$,另一个目标初始状态为 $[200 \ 5]^T$,观测时间为 $50s$,采样间隔 $T=1s$,假设有3个传感器,3个传感器的量测噪声不同。仿真中门概率为1,检测概率为0.9,单位面积的虚假测量量为0.05,仿真图形如图4.8所示。图4.8中,横坐标为跟踪时间,纵坐标为目标位置,这里考虑的是两个交叉的机动目标,因为量测值中有噪声的干扰,所以估计轨迹相对于真实轨迹有偏移。在图中,在两个目标交叉的位置我们能够清楚地看出没有发生误跟的现象,此方法能够很好的区分不同目标。

我们再考虑有虚警的情况,一个目标从原点出发,沿 X 轴正方向匀速运动,初始状态为 $[3 \ 3]^T$,另一个目标初始状态为 $[100 \ -4]^T$,观测时间为 $50s$,采样间隔 $T=1s$,假设有3个传感器,3个传感器的量测噪声不同。仿真中门概率为1,检测概率为0.9,单位面积的虚假测量量为0.1,仿真图形如图4.9所示。图4.9中,横坐标为跟踪时间,纵坐标为目标位置,这里考虑的是有一个干扰机动目标的两个交叉的机动目标,因为量测值中有噪声的干扰,所以估计轨迹相对于真实轨迹有偏移。在图中,在两交叉的位置我们能够清楚地看出没有发生误跟甚至丢失目标的现象,此方法能够很好进行多目标的跟踪,减少误跟甚至丢失目标的现象。

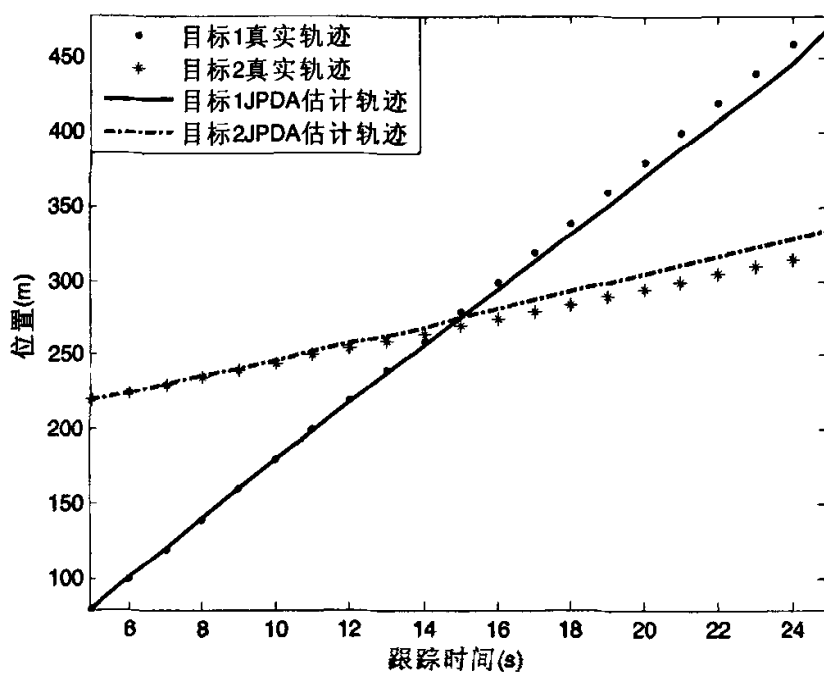


图 4.8 二个相交机动目标 JPDA 估计轨迹

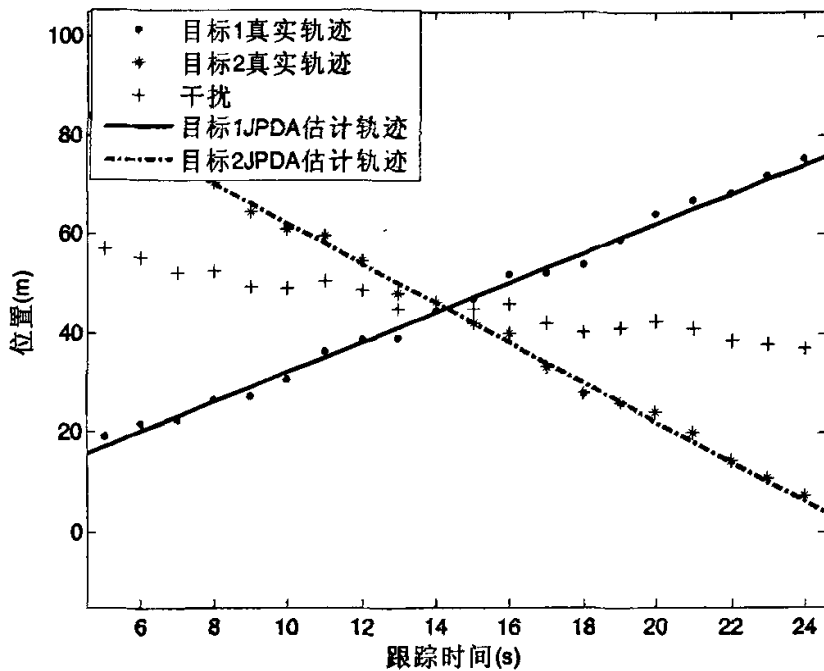


图 4.9 有干扰的相交机动目标 JPDA 估计轨迹

$JPDA$ 的计算量主要集中在搜索其可行事件方面，而 $GPDA$ 采用了一种新的思路，不需进行可行事件的搜索，所以其计算量要比 $JPDA$ 小得多。在精度方面，由于 $GPDA$ 利用了比 $JPDA$ 更多的信息，所以其精度有所提高。

对于2个机动目标跟踪时，一个目标初始状态初始状态为 $[3 \ 3 \ 4 \ 4]^T$ ，另一个目标初始状态为 $[3 \ 3 \ 96 \ -4]^T$ ，观测时间为 $50s$ ，采样间隔 $T=1s$ ，门概率为1，检测概率为0.9， n 为6。仿真结果如图4.10。图4.10中，横坐标为目标 x 方向位置，纵坐标为目标 y 方向位置，这里考虑的是两个交叉的机动目标，因为量测值中有噪声的干扰，所以估计轨迹相对于真实轨迹有偏移。在图中，在两个目标交叉的位置我们能够清楚地看出没有发生误跟的现象，此方法能够很好的区分不同目标。

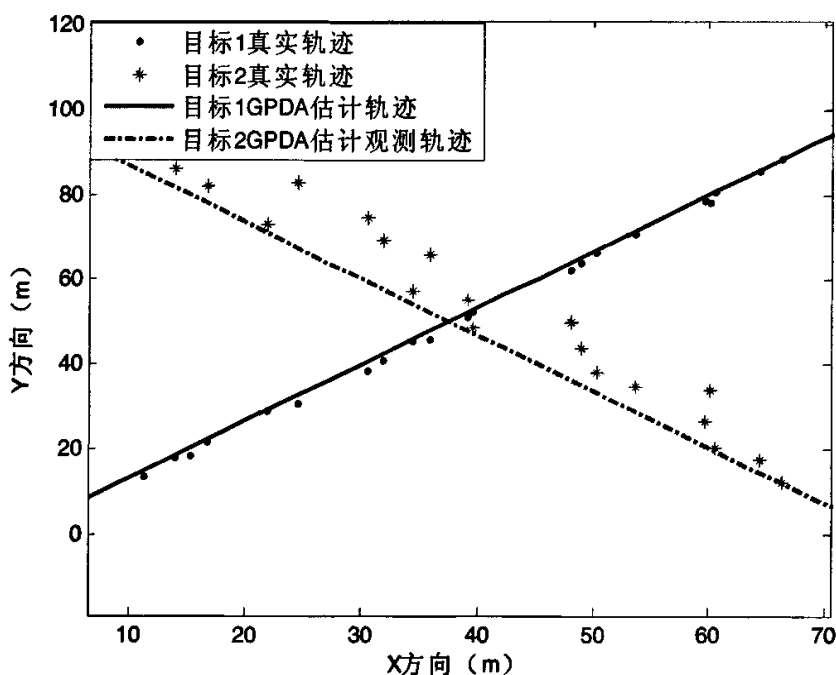


图 4.10 二个相交机动目标 GPDA 估计轨迹

而当被跟踪目标数目为3个时，一个目标初始状态初始状态为 $[3 \ 3 \ 4 \ 4]^T$ ，另一个目标初始状态为 $[3 \ 3 \ 96 \ -4]^T$ ，第三个目标初始状态为 $[3 \ 3 \ 19 \ -1]^T$ ，观测时间为 $50s$ ，采样间隔 $T=1s$ ，门概率为1，检测概率为0.9， n 为6。仿真结果如图4.11。图4.11中，横坐标为目标 x 方向位置，纵坐标为目标 y 方向位置，这里考虑的是三个交叉的机动目标，因为量测值中有噪声的干扰，所以估计轨迹相对于真实轨迹有偏移。在图中，在三个目标交叉的位置我们能够清楚地看出没有发生误跟的现象，此方法能够很好进行多目标的跟踪，减少误跟甚至丢失目标的现象。

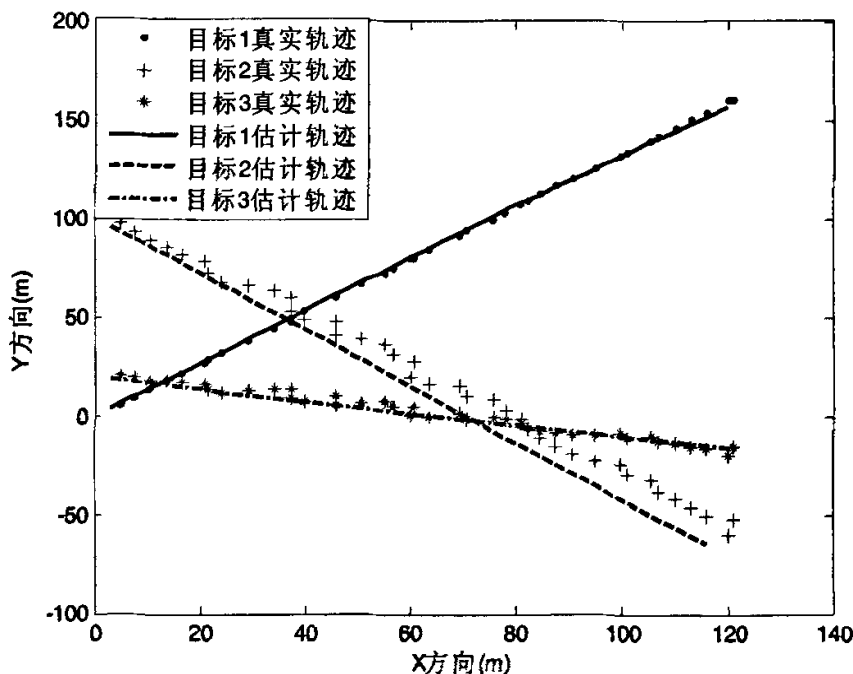


图 4.11 三个相交机动目标 GPDA 估计轨迹

4.6 本章小结

本章首先介绍了多目标跟踪的基本原理,介绍了直观法和逻辑法两种常用的航迹起始算法,简单介绍了跟踪门的形成,这里主要包括矩形跟踪门和椭圆跟踪门。随后重点研究了常用多目标数据关联算法。这些算法包括:“最近邻”算法、概率数据关联算法(PDA)、联合概率数据关联算法(JPDA)以及广义概率数据关联算法(GPDA),分别对概率数据关联算法(PDA)、联合概率数据关联算法(JPDA)以及广义概率数据关联算法(GPDA)进行了 Matlab 仿真。实验结果表明概率数据关联算法(PDA)适合于单目标跟踪以及被跟踪的多个目标的相关波门不相交,或者没有回波落入波门的相交区域内的多目标跟踪问题。而联合概率数据关联算法(JPDA)是公认的目前比较好的多目标跟踪的有效的算法,然而 JPDA 的计算量主要集中在搜索其可行事件方面,搜索的事件数的总和随目标数的增加呈指数增加,随量测数的增加相对较缓慢,但也比线性关系快。而 GPDA 采用了一种新的思路,不需进行可行事件的搜索,所以其计算量要比 JPDA 小得多。在精度方面,由于 GPDA 利用了比 JPDA 更多的信息,所以其精度有所提高。

第五章 快速卡尔曼滤波算法及其在目标跟踪中的应用

将卡尔曼滤波用于目标跟踪已经十分普遍,跟踪的速度和精度在其中占据重要地位,尤其是对于军事上来说这一点就更重要。战场上瞬息万变,及时地跟踪目标有着十分重要的意义。尽管卡尔曼滤波具有递推形式,为实时处理提供了有利条件,但它的运算量还是比较大的。为了实现实时跟踪,滤波运算需要采用高性能计算机,这往往会使用卡尔曼滤波失去实用价值。从另一方面来讲,提高卡尔曼滤波的实时能力,可减轻计算机的负担,提高计算效率,降低对计算机的要求。下面介绍一种快速卡尔曼滤波算法,对于一般的 *RLS* 算法来说有着更快的计算速度,同 *LMS* 算法比计算量差不多,但是它对于高速和低速变化信号同样适用,而 *LMS* 算法不能很好的跟踪快速变化信号。

5.1 *LMS* 和 *RLS* 自适应算法

5.1.1 *LMS* 自适应算法

LMS 自适应算法^[40]也叫做最小均方自适应算法,它的每一次迭代过程如下:

$$y(n) = \mathbf{w}_N^T(n) \mathbf{x}_N(n) \quad (5.1)$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (5.2)$$

$$\mathbf{w}_N(n+1) = \mathbf{w}_N(n) + \mu \mathbf{x}_N(n) e^*(n) \quad (5.3)$$

式中 N 为滤波器系数的个数, $\mathbf{x}_N(n)$ 为输入数据矢量, $\mathbf{w}_N(n)$ 为抽头系数矢量, $e(n)$ 为估计误差, $y(n)$ 为滤波输出, μ 为步长。可以看出一次迭代中需做 $2N$ 次乘法,但是收敛速度慢,不能很好的跟踪快变化信号。

5.1.2 *RLS* 自适应算法

RLS 自适应算法^[41]也叫递归最小二乘自适应算法,它的每一次迭代过程如下:

$$\boldsymbol{\pi}(n) = \mathbf{P}(n-1) \mathbf{u}_N(n) \quad (5.4)$$

$$\mathbf{k}(n) = \boldsymbol{\pi}(n) / (\lambda + \mathbf{u}_N^T(n) \boldsymbol{\pi}(n)) \quad (5.5)$$

$$\boldsymbol{\xi}(n) = d(n) - \mathbf{w}_N^T(n-1) \mathbf{u}_N(n) \quad (5.6)$$

$$\mathbf{w}_N(n) = \mathbf{w}_N(n-1) + \mathbf{k}(n) \boldsymbol{\xi}^*(n) \quad (5.7)$$

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1} \mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1} \mathbf{k}(n) \mathbf{u}_N^T(n) \mathbf{P}(n-1) \quad (5.8)$$

式中 N 为滤波器系数的个数, λ 为指数加权因子, $\mathbf{w}_N(n)$ 为滤波器的更新系数, $\mathbf{u}_N(n)$ 为输入数据矢量, $\mathbf{k}(n)$ 为增益向量, $\boldsymbol{\xi}(n)$ 是误差向量。一次迭代过程中它需做的乘法或除法的

计算量正比于 N^2 ，虽然它的收敛速度相对来说比较快，但是对于实时跟踪计算量较大。

5.2 快速卡尔曼滤波算法

Morf 和 Ljung 在文献[42-43]中提出了一种用矢量相乘来代替矩阵相乘而得到卡尔曼增益的“快速”算法，具体的数学推导过程见文献[44-45]。在传统的卡尔曼滤波算法中，每次迭代过程需要 $5N^2+4N$ 次的乘（除）法， N 为滤波器系数的个数，Morf 和 Ljung 在文献[42-43]中提出的“快速”算法每次迭代过程需要 $10N$ 次的乘（除）法，本文给出的滤波算法每次迭代过程只需要 $2N+4$ 的乘（除）法，所以可称为快速卡尔曼滤波算法。

根据文献[44-45]我们可以得到

$$\mathbf{R}_{NN}(n)\mathbf{K}_N(n) = \mathbf{X}_N(n) \quad (5.9)$$

$$\mathbf{R}_{NN}(n+1)\mathbf{K}_N(n+1) = \mathbf{X}_N(n+1) \quad (5.10)$$

$$\mathbf{X}_N(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ x(n-N+1) \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_N(n+1) = \begin{bmatrix} x(n+1) \\ x(n) \\ \vdots \\ x(n-N+2) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{NN}(n) &= \sum_{k=1}^n \mathbf{X}_N(k)\mathbf{X}_N^T(k) \\ &= \begin{pmatrix} r_{11}(n) & \cdots & r_{1N}(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{N1}(n) & \cdots & r_{NN}(n) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{R}_{NN}(n+1) = \begin{pmatrix} \phi_0(n+1) & \Phi_{N-1}^T(n+1) \\ \Phi_{N-1}(n+1) & \mathbf{R}_{N-1,N-1}(n) \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

其中 $\mathbf{K}_N(n)$ 为卡尔曼增益矢量， $\mathbf{X}_N(n)$ 为输出矢量

$$r_{ij}(n) = \sum_{k=1}^n x(k-i+1)x(k-j+1), i, j = 1, \dots, N \quad (5.14)$$

$$\phi_0(n+1) = \sum_{k=0}^n x(n+1-k)x(n+1-k) \quad (5.15)$$

$$\phi_i(n+1) = \sum_{k=0}^n x(n+1-k)x(n-i+1-k), i = 1, \dots, N-1. \quad (5.16)$$

$$\Phi_{N-1}^T(n+1) = [\phi_1(n+1) \ \phi_2(n+1) \ \cdots \ \phi_{N-1}(n+1)] \quad (5.17)$$

$\mathbf{R}_{NN}(n)$ 去掉最后一行和最后一列就得到 $\mathbf{R}_{N-1,N-1}(n)$ ，从式 (5.9) 我们可以得到：

$$r_{11}(n)k^{(1)}(n) + r_{12}(n)k^{(2)}(n) + \cdots + r_{1N}(n)k^{(N)}(n) = x(n) \quad (5.18)$$

$$r_{21}(n)k^{(1)}(n) + r_{22}(n)k^{(2)}(n) + \cdots + r_{2N}(n)k^{(N)}(n) = x(n-1) \quad (5.19)$$

式中 $k^{(i)}(n)$ 是指 $\mathbf{K}_N(n)$ 的第 i 个元数，同样的，我们也可以从公式 (5.10) 中得到：

$$\phi_0(n+1)k^{(1)}(n+1) + \phi_1(n+1)k^{(2)}(n+1) + \cdots + \phi_{N-1}(n+1)k^{(N)}(n+1) = x(n+1) \quad (5.20)$$

$$\phi_1(n+1)k^{(1)}(n+1) + r_{11}(n)k^{(2)}(n+1) + r_{12}(n)k^{(3)}(n+1) + \cdots + r_{1N-1}(n)k^{(N)}(n+1) = x(n) \quad (5.21)$$

$$\phi_2(n+1)k^{(1)}(n+1) + r_{21}(n)k^{(2)}(n+1) + r_{22}(n)k^{(3)}(n+1) + \cdots + r_{2N-1}(n)k^{(N)}(n+1) = x(n-1) \quad (5.22)$$

联合式 (5.13) ~ (5.17) 得到

$$\begin{aligned} & \phi_1(n+1)k^{(1)}(n+1) + r_{11}(n)k^{(2)}(n+1) + r_{12}(n)k^{(3)}(n+1) + \cdots + r_{1N}(n)k^{(N)}(n+1) \\ & = r_{11}(n)k^{(1)}(n) + r_{12}(n)k^{(2)}(n) + \cdots + r_{1N}(n)k^{(N)}(n) \end{aligned} \quad (5.23)$$

计算 $K_N(n+1)$ 的时候对于 $K_N(n)$ 每次只有一个更新, 其余的 $N-1$ 个用原来的值, 则有:

$$\begin{aligned} k^{(2)}(n+1) &= k^{(1)}(n) \\ k^{(3)}(n+1) &= k^{(2)}(n) \\ &\vdots \\ k^{(N)}(n+1) &= k^{(N-1)}(n) \end{aligned} \quad (5.24)$$

把 (5.24) 代入到 (5.23) 中得到:

$$k^{(1)}(n+1) = r_{1N}k^{(N)}(n) / [x(n+1)x(n) + \phi_1(n)] \quad (5.25)$$

$$\text{这样我们就可以得到新的 } K_N(n+1) = \begin{bmatrix} r_{1N}k^{(N)}(n) / [x(n+1)x(n) + \phi_1(n)] \\ k^{(1)}(n) \\ \vdots \\ k^{(N-1)}(n) \end{bmatrix}, \text{ 它只要通过}$$

式 (5.25) 计算得到一个值, 在原来的 $K_N(n)$ 上做一个相当于一步右移的变化就可以得到更新的 $K_N(n+1)$, 这样就减少了计算量。

一次递归更新计算中的计算量为 $2N+4$ 次乘法或除法, 具体如下:

- 估计输出 $x^*(n) = W_N^T(n)X_N(n)$ 需要做 N 次乘法 ($W_N(n)$ 为滤波器系数);

- 计算 $r_{1N}(n) = \sum_{k=1}^n x(k)x(k-N+1) = r_{1N}(n-1) + x(n)x(n-N+1)$ 需要 1 次乘法;

- 更新 $K_N(n+1) = \begin{bmatrix} r_{1N}(n)k^{(N)}(n) / [x(n+1)x(n) + \phi_1(n)] \\ k^{(1)}(n) \\ \vdots \\ k^{(N-1)}(n) \end{bmatrix}$ 需做 2 次乘法和一次除法;

- 最后更新滤波器系数 $W_N(n+1) = W_N(n) + K_N(n+1)e(n)$ 需做 N 次乘法 ($e(n)$ 为误差项, $e(n) = x(n) - x^*(n)$).

修正的算法每次迭代只需要 $2N+4$ 次的计算量, 与以往的 RLS 算法以及传统的卡尔曼滤波算法相比减小了一个数量级。虽然 LMS 算法每次迭代只需 $2N$ 次的计算量, 但因为它的收敛速度很慢, 所以对于快速变化的信号不适合。而本文提出的快速算法对高速和低速变化信号同样适用。另外从文中的分析、推导中我们可以看出, 本算法依赖于先前的卡尔曼增益, 换句话说, 初始值起很大的作用, 所以在初始值的选取上要尽量做到合理。

5.3 时间序列模型拟合方法在目标跟踪中的应用

5.3.1 时间序列模型拟合定义

对于给定的一组数据: $\{(x_i, y_i), i = 0, 1, 2, \dots, N-1\}$, 若希望采用时间序列模型^[46]对数据组进描述, 可以表示为:

$$y(n) = a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) + \dots + a_{N-1} x(n-N+1) + a_N x(n-N) + \varepsilon(n) \quad (5.26)$$

的 N 阶时间序列模型。如果 $y(n)$ 表示的是位置信息的话, 对它求一次导得到的就是速度的值:

$$y(n+1) = a_1 x(n) + a_2 x(n-1) + \dots + a_{N-1} x(n-N+2) + a_N x(n-N+1) + \varepsilon(n+1) \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} v(n) &= \frac{y(n+1) - y(n)}{T} \\ &= \frac{1}{T} [a_1 \ a_2 - a_1 \ \dots \ a_N - a_{N-1} \ a_N] [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-N+1) \ x(n-N)]^T + \frac{\varepsilon(n+1) - \varepsilon(n)}{T} \\ &= \frac{1}{T} [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{N-1} \ a_N] [X_N(n) - X_N(n-1)] + \frac{\varepsilon(n+1) - \varepsilon(n)}{T} \end{aligned} \quad (5.28)$$

式中, $X_N(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-N+1)]^T$, $X_N(n-1) = [x(n-1) \ \dots \ x(n-N+1) \ x(n-N)]^T$, T 为抽样间隔, 随机序列 $\varepsilon(n)$ 是白噪声且和前时刻序列 $x(k) (k < n)$ 不相关。

5.3.2 时间序列模型拟合在快速卡尔曼自适应算法中的应用

快速卡尔曼滤波算法用统计模型(时间序列)来代替状态方程, 在估计速度的时候引入时间序列模型拟合方法来估计速度大小。具体步骤如下:

- 估计位置输出 $x^*(n) = W_N^T(n) X_N(n)$ ($W_N(n)$ 为滤波器系数);
- 估计速度输出 $v(n) = W_N^T(n) [X_N(n) - X_N(n-1)] / T$ ($W_N(n)$ 为滤波器系数, T 为抽样间隔);
- 计算 $r_{1N}(n) = \sum_{k=1}^n x(k)x(k-N+1) - r_{1N}(n-1) + x(n)x(n-N+1)$;
- 更新 $K_N(n+1) = \begin{bmatrix} r_{1N}(n)k^{(n)}(n) / [x(n+1)x(n) + \phi_1(n)] \\ k^{(1)}(n) \\ \vdots \\ k^{(N-1)}(n) \end{bmatrix}$;
- 最后更新滤波器系数 $W_N(n+1) = W_N(n) + K_N(n+1)e(n)$ ($e(n)$ 为误差项, $e(n) = x(n) - x^*(n)$)。

单目标机动跟踪时,采用 *Matlab* 仿真软件对提出的方法进行仿真,量测噪声取均值为零、标准偏差 $10m$ 的高斯白噪声序列,观测方差 $R = 100m^2$, 机动时间常数的倒数 $\alpha = 0.02$, 扫描周期 $T = 1s$, 目标初始位置为 $(10, 3000)$, 初始运动方向角度为 $\pi/4$, x 方向速度为 $426m/s$, y 方向为 0 , 加速运动时加速度为 $20m/s^2$ 。目标总共运动 $40s$, 前 $10s$ 进行匀速运动, 中间 $10s$ 进行匀加速运动, 后 $10s$ 机动目标以半径 $R=3000m$ 逆时针旋转, 最后 $10s$ 顺时针旋转, 仿真结果如图 5.1、5.2、5.3 所示。

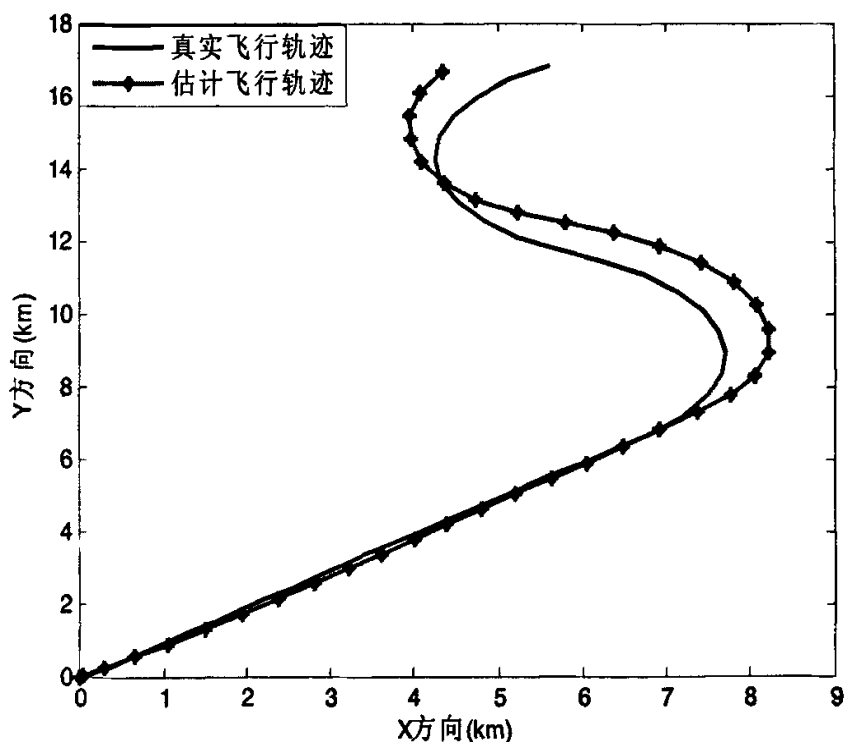


图 5.1 单机动目标的快速卡尔曼估计轨迹

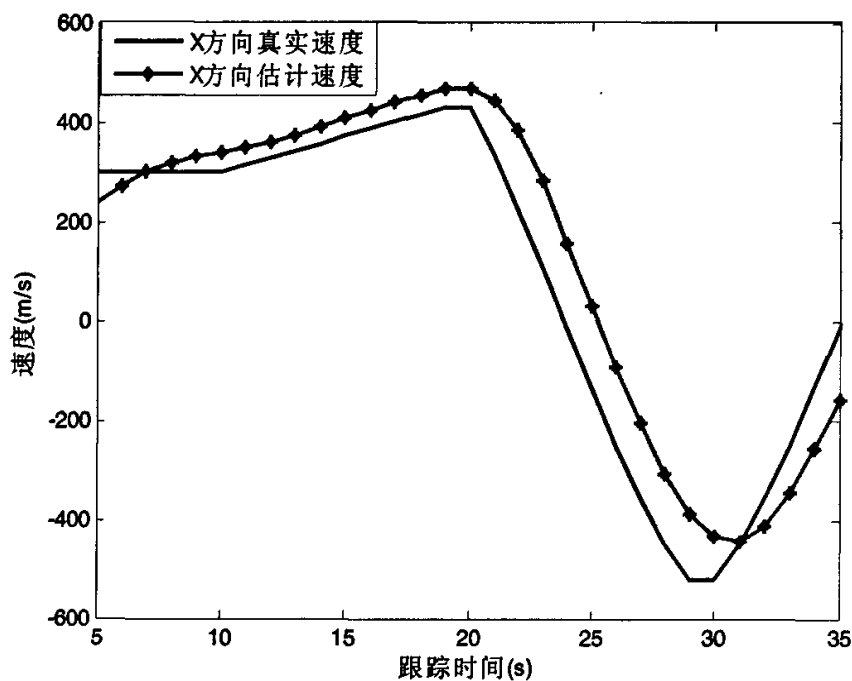


图 5.2 单机动目标 x 方向速度的快速卡尔曼估计

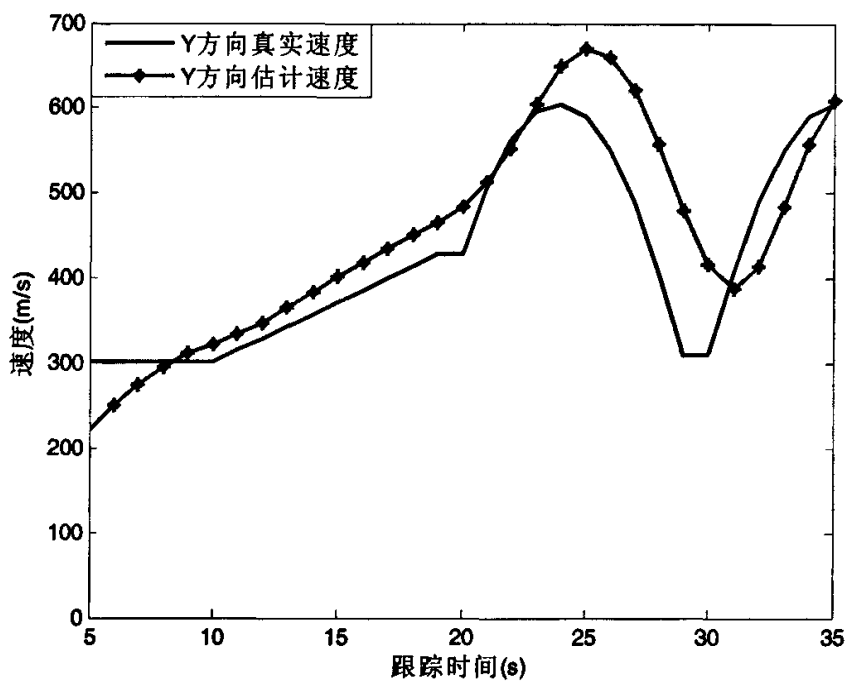


图 5.3 单机动目标 y 方向速度的快速卡尔曼估计

实验结果分析：图 5.1 中，横坐标为单机动目标的 x 方向位置，纵坐标为 y 方向位置，实线为目标真实飞行轨迹，虚线为估计飞行估计。从仿真结果我们可以清楚地看出估计轨

迹相对于真实轨迹有一定的延迟，主要是因为算法中时间序列 $X_N(n)$ 的选取的特定性而造成，总的来说目标的位置跟踪还是比较准确的。

图 5.2、图 5.3 分别为单机动目标 x 方向上和 y 方向上速度估计，图中横坐标为跟踪时间，纵坐标为 x 方向上 (y 方向上) 的速度大小，从仿真结果可以看出估计的速度大小和真实值很接近。将图 5.1、5.2、5.3 同图 3.7、3.8、3.9 比较可以看出，本文给出的快速卡尔曼滤波算法有着比第三章所给出自适应卡尔曼滤波算法有着更好的跟踪性能。从这几张图的对比、分析，可见此算法在强机动的单目标跟踪中有很好的实时性以及准确性，该算法有效、可行。

5.4 快速卡尔曼自适应算法在多目标跟踪中的应用

快速卡尔曼滤波算法应用到多目标跟踪中，因为在估计速度的时候引入时间序列模型拟合方法进行速度估计，这样，在多目标跟踪的时候我们就能够得到准确的位置信息以及速度信息，在传统的基于位置区分不同目标的基础上再加上速度的区别以及运动方向的跟踪，我们可以更好的跟踪不同的目标。

首先考虑两个平行运动的目标，扫描周期 $T=1s$ ，量测噪声取均值为零、标准偏差 $100m$

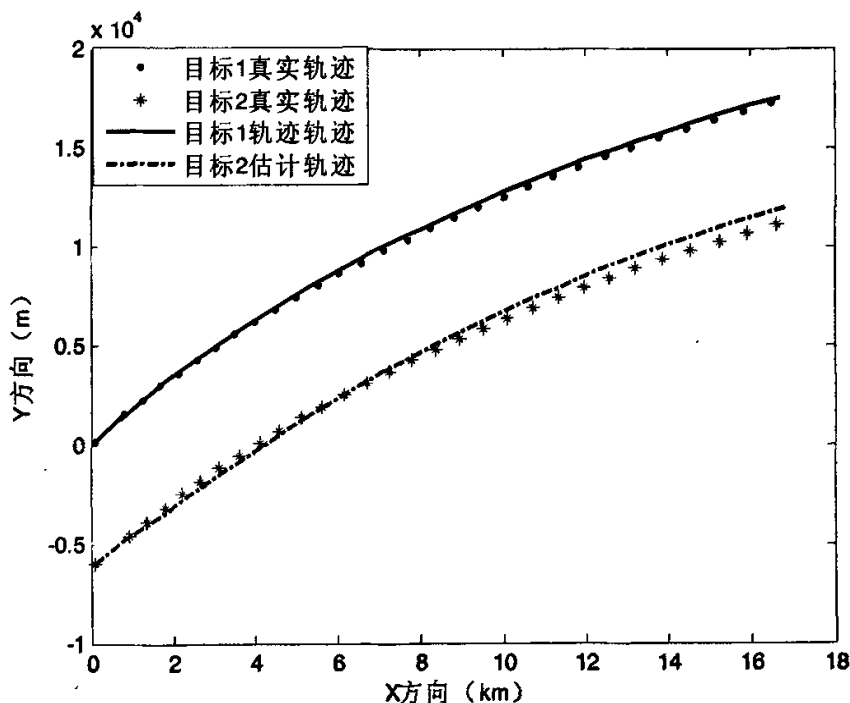


图 5.4 二个平行的机动目标的快速卡尔曼跟踪轨迹

的高斯白噪声序列，目标 1 的初始状态为 $\begin{bmatrix} 100m & 100m \\ 400m/s & 720m/s \\ 10m/s^2 & -10m/s^2 \end{bmatrix}$ ，目标 2 的初始状态为

$\begin{bmatrix} 100m & -6000m \\ 400m/s & 720m/s \\ 10m/s^2 & -10m/s^2 \end{bmatrix}$ ，跟踪时间为 23 秒，仿真结果如图 5.4 所示。图中横坐标为机动目标

的 x 方向位置，纵坐标为 y 方向位置，因为有干扰以及计算误差的原因，目标的估计轨迹相对于真实轨迹有一定的偏差，由于两个机动目标平行运动，跟踪效果比较好。

再考虑两个交叉运动的目标，扫描周期 $T=1s$ ，量测噪声取均值为零、标准偏差 $100m$ 的高斯

白噪声序列，目标 1 的初始状态为 $\begin{bmatrix} 100m & 100m \\ 400m/s & 720m/s \\ 10m/s^2 & -10m/s^2 \end{bmatrix}$ ，目标 2 的初始状态为

$\begin{bmatrix} 100m & -6000m \\ 400m/s & 720m/s \\ 8m/s^2 & 15m/s^2 \end{bmatrix}$ ，跟踪时间为 23 秒，仿真结果如图 5.5 所示。图中横坐标为机动目标的

x 方向位置，纵坐标为 y 方向位置，因为有干扰以及计算误差的原因，目标的估计轨迹相对于真实轨迹有一定的偏差，从图中可以看出在两个目标交叉的时候没有发生误跟的现象。

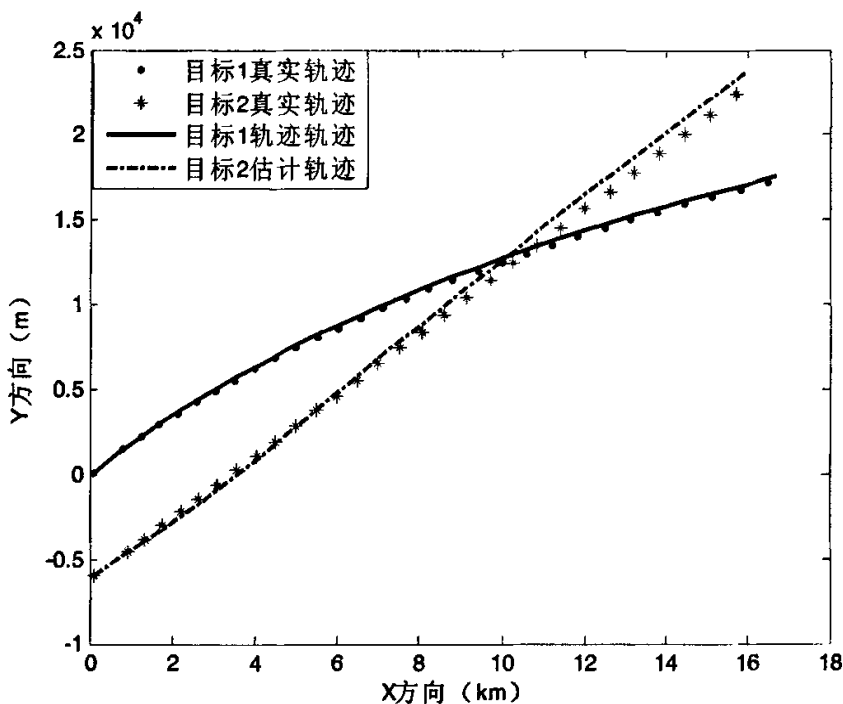


图 5.5 二个相交机动目标的快速卡尔曼跟踪轨迹

同样，对于三个目标跟踪的时候，量测噪声取均值为零、标准偏差 $100m$ 的高斯白噪声

序列，目标 1 的初始状态为 $\begin{bmatrix} 100m & 100m \\ 400m/s & 720m/s \\ 10m/s^2 & -10m/s^2 \end{bmatrix}$ ，目标 2 的初始状态为 $\begin{bmatrix} 100m & -6000m \\ 400m/s & 720m/s \\ 8m/s^2 & 15m/s^2 \end{bmatrix}$ ，

目标 3 的初始状态为 $\begin{bmatrix} 100m & 5000m \\ 400m/s & 400m/s \\ 10m/s^2 & 10m/s^2 \end{bmatrix}$, 扫描周期 $T=1s$, 跟踪时间为 23 秒, 仿真结果如图

5.6 所示。

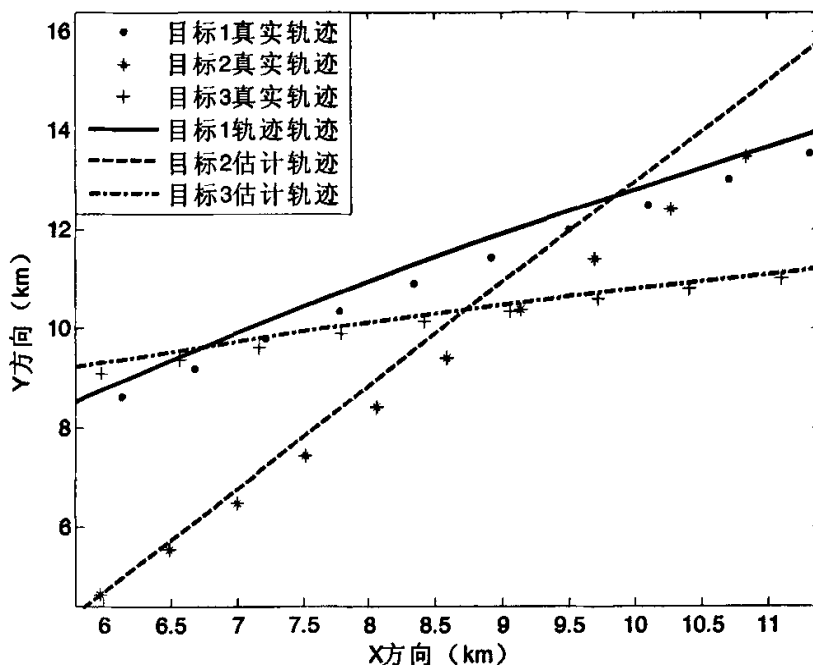


图 5.6 三个相交机动目标的快速卡尔曼跟踪轨迹

图中横坐标为机动目标的 x 方向位置, 纵坐标为 y 方向位置, 因为有干扰以及计算误差的原因, 目标的估计轨迹相对于真实轨迹有一定的偏差, 在三个目标交叉的时候没有发生误跟的现象, 在传统的位置区分不同目标的基础上再加上速度的区别以及运动方向的跟踪, 我们可以更好的跟踪不同的目标。

5.5 本章小结

本章给出了快速卡尔曼滤波的理论基础, 讨论了快速卡尔曼滤波在目标跟踪中的应用, 快速卡尔曼滤波算法用统计模型 (时间序列) 来代替状态方程, 大大减少了算法的复杂度, 在能够得到准确位置信息的基础上, 应用时间序列模型拟合方法估计出速度值, 在多目标跟踪的时候, 在基于距离区分不同目标的基础上, 再加上速度以及运动方向的区分, 并在最后运用 *Matlab* 仿真工具进行仿真, 试验结果表明此方法比较实用、可靠。

第六章 结束语

论文中重点讨论了多目标跟踪的算法,给出了一种修正的自适应滤波算法—快速卡尔曼滤波算法,它实际上是用统计模型(时间序列)来代替状态方程,大大减少了算法的复杂度,然后讨论了快速卡尔曼滤波在目标跟踪中的应用,并在运用 *Matlab* 仿真工具进行仿真计算,实验结果表明无论对于单目标还是多个目标,它都能很好的进行跟踪。论文中主要的工作有以下几点:

(1) 着重研究了快速卡尔曼滤波算法,它实际上是用统计模型(时间序列)来代替状态方程,大大减少了算法的复杂度;

(2) 在能够得到准确位置信息的基础上,应用时间序列模型拟合方法估计出机动目标的速度值;

(3) 在跟踪多机动目标的时候,在传统的基于距离区分不同目标的基础上,再加上速度大小以及运动方向的区分,能够更好的跟踪不同目标,减少误跟以及丢失目标的现象;

(4) 在理论研究的基础上,运用 *Matlab* 仿真工具进行仿真计算,分别对于单目标以及多目标进行了仿真试验,试验结果表明此方法有效、可行。

在对本文总结之后,针对论文的不足及本课题的进一步研究提出了以下一些建议:

(1) 理论本身还有诸多不完善的地方,例如计算过于复杂、对证据独立性的要求等等,这些缺点将会制约着其在实际中的应用,需要进一步的改进。

(2) 寻求减少关联事个数、降低 *JPDA* 算法计算量更有效的方法。

(3) 目前的多目标跟踪算法都比较复杂而且繁琐,跟踪的结果也不尽理想,要运用到工程实际还有一段距离,需要进一步研究出更好的算法。

(4) 快速卡尔曼滤波算法在目标跟踪中的研究还有待进一步提高,对于不同场合,具体的情况具体对待。

(5) 目前有一种新的滤波方法叫粒子滤波,它是一种基于贝叶斯推理和蒙特卡罗方法的实时在线推理算法。现在已经被应用到目标跟踪中,这也是以后的一个重点发展方向。

致 谢

在论文即将完成之际，本人要向曾经给予支持和帮助的老师 and 同学表示深深的谢意。

感谢黄清教授。黄老师渊博的知识、丰富的实践经验、平易近人的态度让我获益颇多，同时，黄老师为本人提供了良好的学习环境，使本人可以顺利的完成相关的工作及论文的撰写。

感谢何仕鹏、郝俊华、陈勇等同学，和他们在一起的学习生活充实而愉快。

感谢父母和家人，他们在精神上给予我莫大的支持和鼓励，使我可以安心学习。

最后还有那些没有一一列出的师长同学和朋友，衷心感谢你们对我的关心、支持和帮助。

参 考 文 献

- [1] 周宏仁等 《机动目标跟踪》国防工业出版社 1991.
- [2] K. C. SHET and B. V. RAO Modified Fast Kalman Algorithm. IEEE Trans on Acoustics Speech and Signal Processing, 1987:1072-1076.
- [3] 皇甫堪等. 现代数字信号处理. 电子工业出版社, 2003.
- [4] 金连文 韦岗. 现代数字信号处理简明教程. 清华大学出版社, 2004.
- [5] (美) Roberto Cristi. 现代数字信号处理(英文版). 机械工业出版社, 2005.
- [6] 叶西宁, 多目标跟踪中数据关联与多维分配技术研究[D]. 西安, 西北工业大学, 2003.
- [7] 刘福声、罗鹏飞 统计信号处理[M]. 长沙, 国防科技大学出版社, 1999.
- [8] R. E. KALMAN A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering, 82 (Series D): 35-45.
- [9] Simon Haykin 《Adaptive Filter Theory》(Fourth Edition) 2003.
- [10] Clerk B L, Development of an adaptive Kalman target tracking filter and predictor for fire control applications. AD-A039907, 1977.
- [11] Friendland B, Optimum steady-state position and velocity estimation using noisy sampled position data. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(5).
- [12] Hampton R I T, Cook J R, Unsupervised tracking of maneuvering vehicles, IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(2), 197-207.
- [13] Wiener N, Extrapolation, interpolation, and stationary time series, New York, 1919.
- [14] Singer R A, Estimation optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets, IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1970, 6(4), 473-483.
- [15] Moose R L, An adaptive state estimation solution to the maneuvering target problem, IEEE Transactions of Automatic Control, 1975 20(6), 359-362.
- [16] Kendrick J D, Maybeck P S, Reid J G. Estimation of aircraft target motion using orientation measurements. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1981, 17(2), 254-259.
- [17] Johson G W. Choice of coordinates and computational difficulty, IEEE Transactions of Automatic Control, 1974, 19(2), 77-80.
- [18] 孙龙祥等译, 雷达数据处理. 第二卷, 北京: 国防工业出版社, 1992.

- [19] 朱洪艳, 韩崇昭等. 航迹起始算法研究 [J]. 航空学报, 2004, 25(3): 284-288.
- [20] 王国宏, 多传感器信息融合关键技术研究: [博士学位论文]. 北京航空航天大学, 2002. 12.
- [21] Sitler R. W., An optimal data association problem in surveillance theory, IEEE Military Electronics, 1964, 8(2):125-139.
- [22] Blackman Samuel S, Multiple-target tracking with radar applications, Artech House, Norwood, M A, 1986, pp83-107.
- [23] Singer R. A. and Sea R. G., A new filter for optimal tracking in dense multitarget environments, Proceedings of the ninth Allerton Conference Circuit and System Theory, Urbana; 1971, 201-211.
- [24] Bar-Shalom Y and Jaffer A G, Adaptive nonlinear filtering for tacking with measurements of uncertain origin, Proceedings of the 11th IEEE Conference on Decision and Control, 1972, 243-247.
- [25] Bar-Shalom Y and Tse E., Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association, Automatic, 1975, 11(5):451-460.
- [26] Bar-Shalom Y, Tracking methods in a multitarget environment, IEEE Trans on Automatic Control, 1978, AC-23:618-626.
- [27] Yaakov Bar-Shalom, Multitarget-multisensor tracking principles and techniques, Artech House, Inc., 1995, pp190-199.
- [28] Singer R A, Sea R G, and Housewright K B, Derivation and evaluation of improved tracking filters for use in dense multitarget environments, IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20(7):423-432.
- [29] Reid D B, An algorithm for tracking multiple targets, Proceedings of the 17th IEEE Conference on Decision and Control, 1978, pp1202-1211.
- [30] Morefield C L, Efficient computational forms for Bayesian multitarget tracking, Proceedings of the 6th Symp. Nonlinear Estimation Theory and its Applications, 1975, 208-216.
- [31] Alspach D. L., A Gaussian sum approach to the multitarget identification tracking problem, Automatica, 1971, 7:465-479.
- [32] Michael J Horton and Richard A Jones, Fuzzy logic extended rule set for multitarget tracking, SPIE, 1995. 2468:106-117.
- [33] Sengupta D and Iltis R A, Neural solution to the multitarget tracking data association problem, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1989, 25(1):96-108.

- [34] Henry L, Yifeng L, Eloi B, Martin Blanchete and Keith C.C.Chan , Improved Multiple target tracking using Dempster-Shafer identification, SPIE,1997, Vol. 3068:218-227.
- [35] T E Formann, Y Bar-Shalom, M Schegge, Sonar Tracking of Multiple Targets Using Joint Probabilistic Data Association. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1983, 8(3), 173-183.
- [36] 何友, 王国宏等. 多传感器信息融合及应用. 北京电子工业出版社, 2000.
- [37] 叶西宁, 顾辛生, 常青, 潘泉等, 一种自适应多目标跟踪算法. 系统工程与电子技术, 2005. (11). 1858 — 1861.
- [38] 潘泉, 叶西宁, 张洪才, 广义概率数据关联算法. 电子学报, 2005 (3), 467-472.
- [39] 潘泉, 自适应目标跟踪算法研究, 西安, 西北工业大学, 1997.
- [40] 姚天任, 孙洪. 现代数字信号处理[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1999.
- [41] 余英林, 谢胜利, 蔡汉添等. 信号处理方法导论[M]. 北京清华大学出版社, 2004.
- [42] M. Morf, L. Ljung, and T. Kailath, Fast algorithms for recursive identification, in Proc. IEEE Conf. Decision Contr., Clearwater Beach, FL, Dec. 1976.
- [43] M. Morf, L. Ljung, and T. Kailath, Fast algorithms for recursive identification, presented at the IEEE Int. Symp. Inform. Theory, Ronneby, Sweden, June 1976.
- [44] D D Falconer and L Ljung, Application of fast Kalman estimation to adaptive equalization, IEEE Trans. Commun., vol.Com-26, pp.1439-1446, Oct. 1978.
- [45] L Ljung et al., Fast calculation of gain matrices for recursive estimation schemes, Int. J. Contr., vol. 27, pp. 1-19, Jan. 1978.
- [46] 汤俊. 统计信号处理算法. 北京清华大学出版社, 2006.