

## 西安电子科技大学 学位论文创新性声明

秉承学校严谨的学风和优良的科学道德，本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果；也不包含为获得西安电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切的法律责任。

本人签名：王立波

日期 2011年3月8日

## 西安电子科技大学 关于论文使用授权的说明

本人完全了解西安电子科技大学有关保留和使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属西安电子科技大学。本人保证毕业后离校后，发表论文或使用论文工作成果时署名单位仍然为西安电子科技大学。学校有权保留送交论文的复印件，允许查阅和借阅论文；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩印、或其它复制手段保存论文。同时本人保证，毕业后结合学位论文研究课题再撰写的文章一律署名单位为西安电子科技大学。

本人签名：王立波

日期 2011年3月8日

导师签名：林晓清

日期 2011年3月8日



## 摘 要

本文设计了一种基于双 DSP 的、惯性导航与 GPS 组合导航的自动驾驶仪的系统方案,完成了硬件系统的总体设计和主要器件的选型。在该硬件平台下完成了 DSP 底层软件设计,实现了传感器数据的采集和上传。然后在 Matlab 环境下完成了陀螺信号的温度补偿,对补偿后的数据进行时间序列分析,建立了 ARMA 模型,并通过 Kalman 滤波降低了陀螺的随机漂移误差。接着通过求解四元数微分方程,完成了姿态矩阵的更新和姿态角的解算。针对陀螺解算的姿态角存在积累误差的缺点,设计了基于重力场的自适应互补滤波器,将陀螺仪的动态性能和加速度计低频精度融合起来,得到了长期精度高、动态响应快的姿态信息。最后通过姿态矩阵将加速度计测量的比力转换到导航坐标系,完成了水平速度和位置的解算。论文通过动静态试验,验证了算法的可行性和有效性。

**关键词:** 自动驾驶仪 捷联惯导 MEMS 陀螺 随机漂移误差 Kalman 滤波



## Abstract

Autopilot is an important part of the UAV, and is the core of a UAV autonomous control. With the UAV being used widely both in military use and in civilian use, the research to the technology of the autopilot is of great practical application.

The task is design a dedicated autopilot for a small UAV. This paper presents a whole scheme base on dual-DSP and integrated navigation who use GPS integrate with Strap-down Inertial Navigation System. Based on the hardware platform, we designs software to collect data form sensor and then transfer it from DSP to PC. In the Matlab environment, we analyze the gyro's temperature characteristic, then compensate the temperature error. After that, we create drift model by using the time-serial analysis. Then we decrease this drift error by making use of Kalman filter base on the above error model is expounded. After that, we complete the attitude solution under the SINS. Because of the accumulation errors caused by the integral operation to the gyro data, long-term results of the attitude is drifting. So, we designs an adaptive complementary filter algorithm, which fuse the dynamic property of the gyro and the low frequency of the accelerometer. With it, we get attitude of Long-term high precision and quick dynamic response. at last, through the simulation of experimental data, we proves the validity of the method, and that the results can meet the system requirements.

**Keywords:** autopilot SINS MEMS gyro drfit error modeling kalman filter



## 目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	III
第一章 绪论.....	1
1.1 无人机的发展现状.....	1
1.2 无人机导航技术概述.....	2
1.2.1 无线电导航系统.....	2
1.2.2 卫星导航系统.....	2
1.2.3 惯性导航系统.....	3
1.2.4 天文导航系统.....	3
1.2.5 组合导航系统.....	4
1.3 本文的研究工作.....	4
第二章 捷联惯性导航的关键技术.....	7
2.1 惯性导航系统常用坐标系.....	7
2.1.1 常用坐标系定义.....	8
2.1.2 常用坐标系统之间的变换关系.....	8
2.2 捷联惯导姿态矩阵更新算法.....	10
2.2.1 欧拉角法.....	11
2.2.2 方向余弦法.....	12
2.2.3 四元数法.....	12
2.2.4 欧拉角和四元数之间的转换关系.....	14
2.3 惯导系统的导航方程.....	15
2.4 本章小结.....	17
第三章 自动驾驶仪的系统组成及底层软件设计.....	19
3.1 自动驾驶仪的系统组成.....	19
3.2 飞行控制 CPU 的选型.....	20
3.3 MEMS 陀螺仪的原理及选型.....	21
3.3.1 MEMS 陀螺仪原理.....	21
3.3.2 衡量 MEMS 陀螺仪性能的指标.....	22
3.3.3 MEMS 陀螺仪的选择.....	23
3.4 MEMS 加速度计的原理与选型.....	24
3.5 DSP 底层软件设计.....	26
3.5.1 AD 转换模块程序设计.....	26
3.5.2 I <sup>2</sup> C 总线读写程序设计.....	28

3.5.3 双机通信接口 SPI..... 30

3.5.4 串口通信模块 SCI ..... 32

3.6 本章小结..... 33

第四章 MEMS 陀螺仪的误差建模与数据处理..... 35

4.1 陀螺的误差分析..... 35

4.1.1 陀螺误差..... 35

4.1.2 陀螺随机误差分析建模方法..... 36

4.2 陀螺仪随机误差的温度补偿..... 36

4.3 基于时间序列分析的陀螺仪随机漂移建模..... 42

4.3.1 时间序列分析理论..... 42

4.3.2 陀螺信号的预处理..... 43

4.3.3 ARMA 模型参数的确定..... 45

4.3.4 模型的适用性检验..... 47

4.4 陀螺随机漂移的 Kalman 滤波..... 48

4.4.1 离散系统的 Kalman 滤波基本方程..... 48

4.4.2 Kalman 滤波用于陀螺随机信号处理..... 49

4.5 本章小结..... 52

第五章 姿态解算和导航计算..... 53

5.1 姿态矩阵的计算..... 53

5.1.1 姿态矩阵计算的数值方法..... 54

5.1.2 姿态角解算..... 55

5.2 互补滤波..... 58

5.2.1 重力场互补滤波器设计..... 58

5.2.2 自适应互补滤波..... 59

5.2.3 互补滤波的姿态解算..... 60

5.3 导航计算..... 61

5.3.1 速度计算..... 61

5.3.2 位置计算..... 62

5.4 本章小结..... 64

总结和展望..... 65

致 谢..... 67

参考文献..... 69



## 第一章 绪论

无人机(UAV)是一种由遥控设备或机载控制设备控制飞行的无人驾驶飞行器,它具有成本低、可重复使用、通过搭载不同设备能完成不同任务等特点。无人机最早产生于20世纪20年代,但是在相当长的时期内只是作为靶机使用,发展的非常缓慢,直到最近的几次局部战争,无人机作为空中侦察平台和武器平台的优势逐渐被人们发现,各国纷纷投入大量人力、物力去研制先进的无人机,使无人机的应用领域和关键技术都得到了快速的发展<sup>[1]</sup>。

### 1.1 无人机的发展现状

无人机在军事领域的应用非常广泛,它通过携带不同的设备,可以执行监视侦察、目标定位、电子干扰、通信中继、对地攻击等任务,因此世界各国都在加速发展各种军用无人机<sup>[2]</sup>。

美国的无人机研制水平、装备规模以及实战经验都处于世界领先地位。从2000年起,美国国防部每两年制定一次“无人机发展路线图<sup>[3]</sup>”,对无人机发展的总体情况进行分析、研究和总结,提出无人机发展的总体要求,指出应该优先发展的项目和需要攻克的关键技术。目前他们已投入使用的无人机多达70余种,1300架以上,正在研制的达数十种。其中包括大型无人机系统“全球鹰”RQ-4A/B、中型无人机系统“捕食者”MQ-1和“死神”MQ-9,小型无人机系统“黄蜂”III、RQ-11和“扫描鹰”<sup>[4]</sup>。以色列的无人机水平仅次于美国,他们具有研制、生产和实际应用无人机的丰富经验,是无人机技术与成机最大的输出国之一。世界许多国家在发展无人机时都曾借鉴以色列的成功经验,并从以色列引进技术,或进口其无人机。欧洲的无人机水平虽不及美以两国,但是近年来发展迅速。例如由法国领导,瑞典、意大利、西班牙、希腊和瑞士参与的无人战斗机(UCAV)技术演示验证项目“神经元”(NEURON),目前处于概念定义和可行性研究阶段,验证机预定在2011年首飞。

中国的无人机水平还处于世界第二梯队,但是随着国防科技水平的提高,中国的无人机技术也取得了长足的发展。在今年6月举行的第三届中国无人机大会上,展出了52架新品无人机,其中W-50、Z-3型无人直升机备受关注。Z-3型无人直升机可配备彩色CCD摄像平台,红外线成像仪,数码照相机等设备,可完成战场形式监测、战场影像地图绘制、阵地伪装效果评估、打击效果评估等多项军事作战训练任务。在11月举行的珠海航展上,“刀锋”、WJ-600、“翼龙”、“夜鹰”等集体亮相,这些无人机在性能上具有飞行距离远、高度高、续航时间长、通信传输速率快、机载设备及飞行、控制技术先进、隐身性能强等特点。WJ600

还采用了喷气发动机,其机动性优于美国空军的无人机“掠夺者”和“死神”。中国无人机在某些方面处于世界领先地位,尤其是外形设计和气动布局,但是在动力和电子设备等方面,与国际顶尖水平尚有较大差距。目前,中国还缺少类似“全球鹰”的大型无人机和兼顾侦察与攻击的“捕食者”无人机,中国在无人机大型化和通用化方面仍有很长的路要走。

在民用方面,由于无人机具有部署迅速、起降灵活、拍摄图像分辨率高等优点,在航空摄影、环境监测、气象/大气数据采集、勘探测绘、通信中继、磁性/放射性探测、水灾/森林火灾防救、电力线路检查等领域具有非常广泛的市场前景。

## 1.2 无人机导航技术概述

导航是一门古老的技术,最早人们主要利用天上的星星来导航,特别是利用北极星来确定方向。随着科学技术的发展,导航渐渐发展成为一门专门研究导航方法和导航技术装置的学科。导航的定义也从最初的确定方向变成确定运动载体的位置、速度以及姿态航向等各种信息。现在,导航系统是飞机、舰船、导弹等运载体上必不可少的重要设备。

按照获得导航信息的技术手段不同,可以将导航系统分为无线电导航、卫星导航、惯性导航、天文导航、地形辅助导航、多普勒导航和组合导航等<sup>[5][6]</sup>。

### 1.2.1 无线电导航系统

无线电导航是由地面导航台发射一定的无线电波,在飞机上通过接收设备,测定飞机相对于导航台的方位、距离等参数,以确定飞机的导航参数,完成航向航线修正等导航任务。

自从二十世纪二十年代出现第一个无线电导航系统,发展的非常迅速,已经从陆基发展到星基,由单一功能发展到多功能,作用距离由近及远,定位精度由粗到精,已高达厘米量级。随着大规模集成电路和微处理器的发展,无线电导航设备进入小型化,数字化和全自动化。世界上使用过的典型无线电导航系统有:无线电信标(Radio Beacon)、伏尔/测距器(VOR/DME)、塔康(Tacan)、罗兰C(Loran-C)、奥米加(Omega)、仪表着陆系统(ILS)和微波着陆系统(MLS)等,其中有些已经退出使用。

### 1.2.2 卫星导航系统

卫星导航技术是20世纪80年代发展起来的先进导航技术,是用专用的导航卫星取代地面导航台向地面发射导航信息,它充分利用卫星高度高、信号覆盖面广的特点,完成地面导航台无法实现的功能。目前世界上主要的卫星导航系统有美

国的全球定位系统(GPS)、俄罗斯的全球导航卫星网(GLONASS)、欧洲空间局(ESA)计划中的“伽利略”导航卫星系统和中国的“北斗”导航卫星系统。

GPS是美国从1973年开始研制,并与1995年正式进入实用阶段的第二代全球卫星定位系统。它提供两种等级的服务:标准定位业务(SPS)和精密定位业务(PPS),分别供民用和军用。SPS提供的水平精度被限制为100米,相应的垂直精度为156米,定时精度340毫秒,采用差分技术,SPS用户可得到更高的定位精度,目前可达到的相对定位精度一般在5米以内;PPS是专为美国国防部及盟国的军事部门和少许“获准的民用用户”提供服务,水平定位精度17.8米,垂直精度27.7米。GPS除了能提供精确的三维定位、三维测速和精确的时间信息,还能经济的为运动载体测量三维姿态。通过采用差分技术、伪卫星技术以及与INS或罗兰-C等其他系统组合,可以获得更理想的导航系统。

### 1.2.3 惯性导航系统

惯性导航是利用惯性敏感元件(陀螺仪、加速度计)测量载体相对惯性空间的线运动和角运动参数,在给定的初始条件下,输出载体的姿态参数和导航定位参数。

惯性导航系统是建立在牛顿经典力学定律的基础上的<sup>[7]</sup>,它利用陀螺仪来测量载体的转动,从中推算出载体相对于参考坐标系的姿态;利用加速度计测量载体的比力,然后通过陀螺提供的姿态信息将比力测量值分解到参考坐标系,对分解的比力测量值进行积分,获取运载体的速度和位置的估算值。这种通过积分计算速度、位置的方法,导致了惯性导航的误差随时间的积累,这是惯性导航的一个缺点,在使用中需要予以补偿。

惯性导航是一种自主式导航系统,它能够完全依靠机载设备自主完成导航任务,而不和外界发生任何光、电的信号联系。所以它的隐蔽性好,工作不受外界电磁干扰,也不受工作环境的限制,可以工作在空中、地面以及水下;它所提供的导航数据是完全的,不但能提供载体的位置和速度,还能给出航向和姿态;此外,惯性导航还具有数据更新率高、短期精度和稳定性好的优点。这些优点,使其成为航天、航空和航海领域中的一种广泛使用的主要导航方法。

### 1.2.4 天文导航系统

天文导航系统是在飞机上安装自动星体跟踪器,通过观测天体来确定飞机的位置和航向的导航技术。

自动星体跟踪器,包括一个折射式光学系统和一个能将光能转换成电能的探测元件,它能从天空背景中搜索和跟踪天体,将星空影像与已知的星空图比较,

找到有利于跟踪的星体进行跟踪,测出天体的仰角和航向角,通过几何计算得到观测线相对于参考方向的角度。20世纪70年代出现的固态电荷耦合器件(CCD),以其高灵敏度、高分辨率、动态范围宽、高可靠以及几何尺寸稳定性能好等优点,大大提高了星体跟踪器的精度、稳定性和可靠性。而80年代初推出的电荷注入元件(CID),通过读出方式的改进,在暗电流噪声、缺陷容限直接地址连结、操作的灵活性和功耗等方面明显优于CCD,将更加有利于天体跟踪器的发展。

天文导航不需要地面设备,不向外辐射电磁波,而是利用天体辐射,隐蔽性好,不受电磁波干扰,而且测量误差不随时间积累,但它受气象条件限制,通常与惯性导航、多普勒导航等组合使用。

### 1.2.5 组合导航系统

随着航空航天技术的发展,导航技术的应用越来越广泛,人们对飞行器的导航精度要求也越来越高,现有的无线电导航、惯性导航、卫星导航和天文导航等不同的导航技术,都有各自的优点,也有不同的应用环境限制,因此,通过采用两种或两种以上的组合导航方式,可以弥补不同导航技术的不足,发挥各种导航技术的优点,使得组合后的系统提高导航精度,增加导航系统的可靠性。

组合导航系统很多,GPS/INS、GPS/TRN(地形辅助导航)、GPS/Loran-C、INS/TRN等组合方式很多。其中发展的最好、最受重视的组合方式是GPS/INS组合。一方面,高精度的GPS定位信息不断的修正INS定位的结果,有效抑制INS随时间推移而积累的定位误差;另一方面,短时间内的INS定位结果,可以较好的解决GPS“丢星”和周跳等问题,有效帮助GPS获取信号。因此在现代导航领域中INS/GPS组合导航系统有着广泛的应用。

## 1.3 本文的研究工作

本文研究的课题来源于某小型无人机自动驾驶仪的设计。小型无人机的自动驾驶仪技术是近年国内外小型无人机领域研究的热点,技术也日趋成熟,国内外很多公司提供成熟的自动驾驶仪方案<sup>[8]</sup>。但是成熟的方案不适合本无人机,而且提供的二次开发的功能有限,因此本文对适合于本课题的无人机自动驾驶仪的设计进行了研究,主要完成了基于惯性导航的姿态解算和导航的数据分析与处理,具体包括以下工作:第一,完成了基于双DSP的硬件系统的总体方案设计与关键器件的选型;第二,完成了DSP驱动软件的设计,实现了传感器数据的采集,并上传到计算机;第三,在Matlab环境下完成了陀螺信号温度补偿,建立了陀螺随机漂移的ARMA模型,然后利用Kalman滤波有效的降低了漂移误差;第四,通过求解四元数微分方程,完成了姿态矩阵的更新和姿态的解算,针对陀螺仪解算

的姿态角存在积累误差的缺点,设计了基于重力场的自适应互补滤波器,有效的抑制了积累误差。最后求解导航方程,完成了水平速度和位置的解算,并对结果进行了分析。

本论文的内容安排如下:

第一章为绪论,介绍了国内外无人机发展现状和无人机常用的导航系统,然后介绍了本文的课题来源、研究工作以及论文的结构安排。

第二章介绍了惯性导航的关键技术。首先介绍了捷联惯性导航系统的原理和优缺点,然后对本文中用到的坐标系统以及不同坐标系之间的转换关系进行了说明,接着总结了捷联姿态矩阵更新的常用方法,最后推导了捷联惯性导航系统的导航方程。

第三章介绍自动驾驶仪的总体设计方案,简单描述了系统的组成模块,对 DSP 的特点进行了概括,然后阐述了 MEMS 陀螺仪和加速度计的原理、性能指标和选择的器件的特点。最后介绍了 DSP 程序设计的流程,并设计了 DSP 底层程序,完成了传感器数据的采集和上传。

第四章对 MEMS 陀螺的信号进行了分析和处理。首先对温度误差进行了补偿,然后建立了漂移误差的 ARMA 模型,通过 Kalman 滤波对陀螺的漂移误差进行了补偿,并对补偿结果进行了分析。

第五章是姿态角和导航计算。通过四阶龙格-库塔方法和基于 Adams 的预测-改进-校正方法求解四元数微分方程,得到姿态矩阵和姿态角。然后设计了基于重力场的自适应互补滤波器,得到了长期精度高、动态响应快的姿态角。最后通过姿态矩阵将加速度计测量的比力转换到导航坐标系,完成了速度和位置的解算,并对解算结果进行了分析。



## 第二章 捷联惯性导航的关键技术

惯性导航技术的最初应用都是采用稳定平台技术。但是平台式惯导系统需要一个物理平台来模拟导航坐标系，存在机械电气结构复杂，尺寸大，成本高的缺点。随着陀螺技术和计算机技术的发展，捷联式惯导系统逐渐取代了传统的平台式惯导系统。捷联式惯导系统省掉了机电式的导航平台，惯性敏感元件直接固连在载体的壳体上，载体的姿态通过实时解算姿态矩阵来获取，然后通过姿态矩阵把加速度计测量的比力转换到导航坐标系中完成导航计算，获得载体的位置和速度。其工作原理方框图见图 2.1。

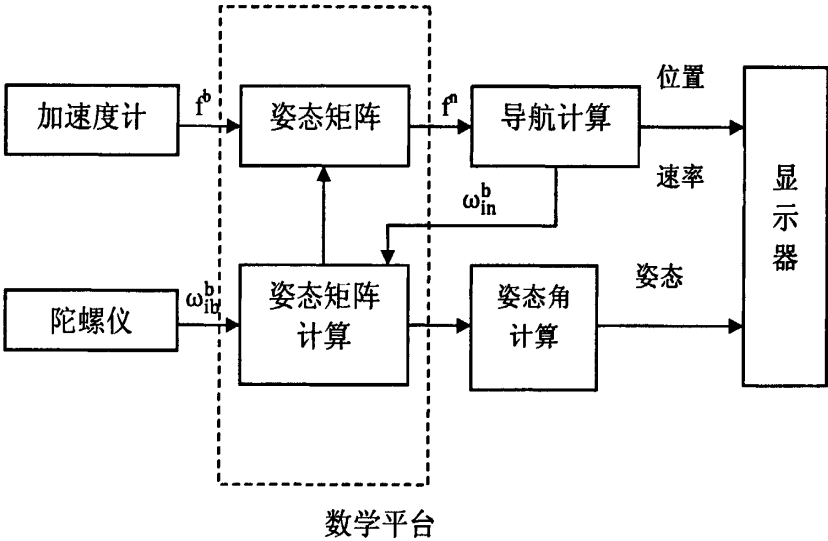


图 2.1 捷联惯导系统工作原理图

与平台式惯导系统相比，捷联式系统在体积、重量和成本都大大降低；而且便于采用冗余配置，提高了系统的可靠性；此外，惯性仪表便于安装和维护，初始对准快。随着计算机技术的发展和惯性仪表误差补偿技术的应用，捷联式惯导系统在导航精度上完全可以达到平台式系统，因此应用越来越广泛。

捷联惯导系统也存在着缺点。首先是惯性器件直接固联在载体上，载体的角运动直接作用在惯性器件上，产生不可忽视的动态误差，系统中必须进行补偿；其次，敏感元件工作在比较恶劣的动态环境中，要求其能够在振动、冲击、温度等环境下稳定工作，因此对性能和稳定性提出更高的要求。

### 2.1 惯性导航系统常用坐标系

对飞行器进行导航的主要目的是要实时地确定其导航参数，如飞行器的姿态、位置、速度等。飞行器的导航参数就是通过各个坐标系之间的关系来确定的，这

些坐标系根据导航需要来选取。

### 2.1.1 常用坐标系定义

在惯性导航中常用的坐标系<sup>[9]</sup>包括惯性坐标系、地球坐标系、地理坐标系、导航坐标系和载体坐标系。在本文中,各坐标系的定义如下:

**惯性坐标系 ( $i$  系):** 由于宇宙间的一切物体都是运动的,没有绝对静止或者做匀速直线运动的惯性空间,通常对于地面附近运动的物体,所选的惯性系是以地心为原点,  $Z_i$  沿地球的自转轴,  $X_i$  和  $Y_i$  在地球赤道平面内指向某颗恒星,和  $Z_i$  组成右手坐标系。 $i$  系不与地球固连,不参与地球自转。

**地球坐标系 ( $e$  系):** 该坐标系与地球固联,坐标原点位于地心,  $Z_e$  轴沿地球自转轴且指向北极,  $X_e$  和  $Y_e$  轴在地球赤道平面内,  $X_e$  指向格林威治子午线,  $Y_e$  指向东经  $90^\circ$  方向。该坐标系相对地心惯性系以地球角速度  $\Omega$  转动。

**地理坐标系 ( $g$  系):** 原点位于载体重心,坐标轴分别指向北、东和地,其中  $X_g$ 、 $Y_g$  在地理水平面内,  $X_g$  轴指向北,  $Y_g$  指向东,  $Z_g$  垂直向下构成右手坐标系(也可以选择按“东、北、天”或者“北、西、天”构成右手系)。当载体在地面附近运动时,它相对地球的位置不断发生变化,引起地理坐标系相对地球坐标系转动。这时地理坐标系相对惯性系的转动角速度分为两个部分:一是地理坐标系相对地球坐标系的转动角速度,另一个是地球坐标系相对惯性系的转动角速度。

**导航坐标系 ( $n$  系):** 导航坐标系是惯导系统在求解导航参数时所采用的坐标系。在平台式惯导系统中,理想的平台坐标系就是导航坐标系;而在捷联式惯导系统中,常采用地理坐标系作为导航坐标系。本文采用地理坐标系作为导航坐标系,下文中称导航坐标系均指地理坐标系。

**载体坐标系 ( $b$  系):** 与载体固联的坐标系,坐标原点位于载体重心,  $X_b$  沿载体纵轴指向前,为载体的滚转轴;  $Y_b$  沿载体的横轴指向右,为载体的俯仰轴;  $Z_b$  轴在运载体的对称平面内指向下,为载体的偏航轴。

### 2.1.2 常用坐标系统之间的变换关系

在捷联惯导系统中,飞行器的地理位置就是地理坐标系相对地球坐标系的方位,而飞行器的姿态和航向则是载体坐标系相对地理坐标系的方位。不同坐标系之间的方位,可以通过它们之间的转换关系<sup>[10]</sup>来确定。

#### (1) 惯性坐标系 ( $i$ 系) 与地球坐标系 ( $e$ 系) 的转换关系

地球坐标系的  $Z_e$  轴与惯性系的  $Z_i$  轴重合,  $X_e$ 、 $Y_e$  绕  $Z_i$  轴以地球自转角速度  $\Omega$  转动。它们之间的坐标变换矩阵可以表示为:



$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega t & -\sin \Omega t & 0 \\ \sin \Omega t & \cos \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

(2) 载体坐标系 (b 系) 与导航坐标系 (n 系) 之间的转换关系

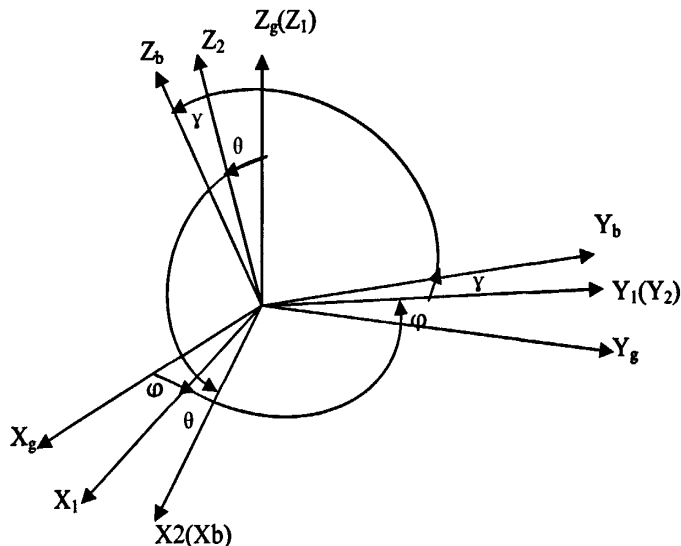


图 2.2 载体坐标系与导航坐标系之间的转换关系

载体坐标系相对于导航坐标系的位置关系反映了载体的姿态。设  $\theta$  为俯仰角， $\gamma$  为滚转角， $\varphi$  为航向角。如图 2.2 所示，地理坐标系  $OX_gY_gZ_g$  绕  $Z_g$  轴转过  $\varphi$  角，得到  $OX_1Y_1Z_1$  系，转换矩阵为

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

绕  $Y_1$  轴转过  $\theta$  角，得到  $OX_2Y_2Z_2$  系，转换矩阵为

$$C_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

再绕  $X_2$  轴转过  $\gamma$  角，则得到载体坐标系  $OX_bY_bZ_b$ ，转换矩阵为

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

从导航坐标系到载体坐标系 (b 系) 的坐标变换关系可以表示为：

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = C_g^b \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

式中，

$$C_g^b = C_3 C_2 C_1 =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & -\sin \theta \\ \sin \gamma \cos \varphi \sin \theta - \cos \gamma \sin \varphi & \sin \gamma \sin \theta \sin \varphi + \cos \gamma \cos \varphi & \sin \gamma \cos \theta \\ \cos \gamma \sin \theta \cos \varphi + \sin \gamma \sin \varphi & \cos \gamma \sin \theta \sin \varphi - \sin \gamma \cos \varphi & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

为坐标转换矩阵。

(3) 导航坐标系 (n 系) 与地球坐标系 (e 系) 之间的转换关系

导航坐标系相对于地球坐标系的位置可表明运载体所处位置, 导航坐标系相对与地球坐标系之间的转换如图 2.3 所示。设 M 为运载体所在位置在地面的投影, 其所处经纬度分别为  $\lambda$  和  $L$ , 地球坐标系绕  $Z_e$  轴转过  $\lambda$  角, 得到  $OX_1Y_gZ_1$ , 绕  $y_g$  轴转过  $(90^\circ + L)$  角, 就可以得到地理坐标系  $OX_gY_gZ_g$ , 它们之间的转换矩阵为:

$$\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin L \cos \lambda & -\sin L \sin \lambda & \cos L \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\cos L \cos \lambda & -\cos L \sin \lambda & -\sin L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_e \\ Y_e \\ Z_e \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

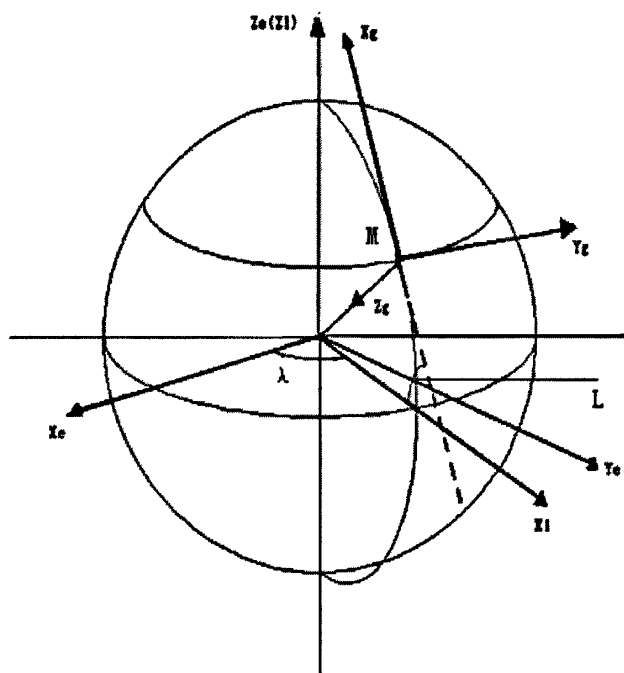


图 2.3 导航坐标系与地球坐标系之间的转换关系

## 2.2 捷联惯导姿态矩阵更新算法

在载体的连续运动中, 载体的位置和姿态不断变化。由图 2.1 可以看出, 姿态的变化可以用姿态矩阵的更新来描述, 而位置和速度也可以通过姿态矩阵来解算。所以说, 姿态矩阵的更新是捷联惯导系统的核心。

载体的姿态、航向和位置信息都可以通过不同坐标系之间的方位关系来描述。在刚体定点转动理论中, 描述动坐标系相对参考系的方位关系的方法有多种, 可

以分为：三参数法、四参数法和九参数法<sup>[11][12]</sup>。三参数法又叫欧拉角法，是欧拉在 1776 年提出的；四参数法有两种，一种是四元数法，是哈密尔顿首先提出的，开始在数学中引入四元数，后来用于刚体定位问题，另一种叫凯里-克莱茵 (Cayley-Klein) 参数法，是在 1897 年提出的；九参数法是基于方向余弦的概念，所以也叫方向余弦法。此外，还可以用动坐标系相对参考系坐标转动的等效转轴和转角来描述刚体的定点转动，这种方法叫做等效旋转矢量法，矢量的方向表示等效转轴的方向，矢量的大小表示转角的大小。

### 2.2.1 欧拉角法

一个动坐标系相对参考系的方位，可以完全由动坐标系依次绕三个不同的轴转动的三个转角来确定，这三个转角称为欧拉角<sup>[11]</sup>，也是载体的姿态角。式 2-2 已经得到用三个转角  $\theta$ 、 $\gamma$ 、 $\varphi$  来描述的载体坐标系相对于导航坐标系的方位关系，习惯上将变换矩阵称之为捷联矩阵  $T$ （也叫姿态矩阵）。

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & -\sin \theta \\ \sin \gamma \cos \varphi \sin \theta - \cos \gamma \sin \varphi & \sin \gamma \sin \theta \sin \varphi + \cos \gamma \cos \varphi & \sin \gamma \cos \theta \\ \cos \gamma \sin \theta \cos \varphi + \sin \gamma \sin \varphi & \cos \gamma \sin \theta \sin \varphi - \sin \gamma \cos \varphi & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

当载体运动时，载体坐标系相对地理坐标系的角速度向量  $\vec{\omega}_{eb}$  可表示为<sup>[13]</sup>：

$$\vec{\omega}_{eb} = \dot{\varphi} + \dot{\theta} + \dot{\gamma} \quad (2-9)$$

根据图 2.2 写成载体坐标系的投影形式：

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = C_3 C_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + C_3 \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

将  $C_2$ 、 $C_3$  的代入式 2-10，整理得：

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \\ \cos \gamma \cos \theta & 0 & \sin \gamma \cos \theta \\ \sin \gamma \sin \theta & \cos \theta & -\cos \gamma \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

式 2-11 就是欧拉角微分方程，其中角速度信息  $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$  可以通过陀螺仪测量并计算得到。

解式 2-11 所示的欧拉角微分方程就可以得到载体的姿态角，只需求解三个微分方程，而且用欧拉角法得到的姿态矩阵永远是正交矩阵，在对比力进行的坐标变换时，变换后的信息中不存在非正交误差，得到的姿态矩阵不需要再进行正交化处理。但是解欧拉角微分方程，在进行数值积分时要进行超越函数（三角函数）的运算，加大了计算机的工作量。当载体的俯仰角为  $90^\circ$  时，将出现奇点，因此该方法不能进行全姿态解算，其使用存在一定的局限。

### 2.2.2 方向余弦法

方向余弦矩阵,在此用 $C_b^n$ 表示,是一个 $3 \times 3$ 阶矩阵,矩阵的列表示载体坐标系中的单位矢量在参考坐标系中的投影。 $C_b^n$ 的分量形式为:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

第 $i$ 行、 $j$ 列的元素表示参考系 $i$ 轴和载体坐标系 $j$ 轴夹角的余弦。因为含有9个参数,所以又叫九参数法。

方向余弦矩阵的微分方程可以表示为<sup>[14]</sup>

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (2-13)$$

式中

$$\Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

在得到角速度 $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$ 后,就可以解出方向余弦矩阵 $C_b^n$ 。其分量形式为:

$$\begin{aligned} \dot{c}_{11} &= c_{12}\omega_z - c_{13}\omega_y & \dot{c}_{12} &= c_{13}\omega_x - c_{11}\omega_z & \dot{c}_{13} &= c_{11}\omega_y - c_{12}\omega_x \\ \dot{c}_{21} &= c_{22}\omega_z - c_{23}\omega_y & \dot{c}_{22} &= c_{23}\omega_x - c_{21}\omega_z & \dot{c}_{23} &= c_{21}\omega_y - c_{22}\omega_x \\ \dot{c}_{31} &= c_{32}\omega_z - c_{33}\omega_y & \dot{c}_{32} &= c_{33}\omega_x - c_{31}\omega_z & \dot{c}_{33} &= c_{31}\omega_y - c_{32}\omega_x \end{aligned} \quad (2-15)$$

方向余弦法求解姿态矩阵不存在欧拉角法所遇到的奇点问题,可以全姿态工作。但方向余弦矩阵需要解九个微分方程,计算工作量也比较大,在工程上并不实用。

### 2.2.3 四元数法

四元数<sup>[15]</sup>是由一个实数单位1和一个虚数单位 $i, j, k$ 组成的含有四个元的数,其形式为

$$Q = q_0 + q_1\vec{i} + q_2\vec{j} + q_3\vec{k} = q_0 + \mathbf{q} \quad (2-16)$$

式中,  $\mathbf{q}$ 是矢量,  $q_0$ 是标量。

在刚体定点转动理论中,根据欧拉定理,动坐标系相对参考坐标系的方位,等效于动坐标系绕某一固定轴转过一个角度 $\theta$ 。如果用 $\vec{\mu}$ 表示固定轴轴向的单位向量,则动坐标系的方位完全可以由 $\vec{\mu}$ 和 $\theta$ 两个参数确定。 $\vec{\mu}$ 和 $\theta$ 可以构造成一个四元数

$$Q = \cos \frac{\theta}{2} + \vec{\mu} \sin \frac{\theta}{2} = \cos \frac{\theta}{2} + \mu_x \sin \frac{\theta}{2} \vec{i} + \mu_y \sin \frac{\theta}{2} \vec{j} + \mu_z \sin \frac{\theta}{2} \vec{k}$$

$$= q_0 + q_1 \vec{i} + q_2 \vec{j} + q_3 \vec{k} \quad (2-17)$$

式中  $q_0 = \cos \frac{\theta}{2}$ ,  $q_1 = \mu_x \sin \frac{\theta}{2}$ ,  $q_2 = \mu_y \sin \frac{\theta}{2}$ ,  $q_3 = \mu_z \sin \frac{\theta}{2}$ ,

显然  $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ , 这样的四元数叫做“规范化”四元数。

四元数法通过增加一个转动角度, 把一个三维空间和一个四维空间联系起来, 用四维空间的性质和运算规则来研究三维空间中刚体定点转动问题。三维空间的一个矢量可以看做  $q_0 = 0$  的四元数。假定矢量  $\vec{r}$  绕通过定点  $O$  某一轴转动了一个角度  $\theta$ , 转动后的四元数用  $r'$  来表示, 则四元数  $r'$  和  $r$  之间的关系按下式确定为

$$r' = Q \circ r \circ Q^* \quad (2-18)$$

式中  $Q^* = \cos \frac{\theta}{2} - \vec{\mu} \sin \frac{\theta}{2}$ , 为  $Q$  的复共轭; “ $\circ$ ” 代表四元数乘法, 四元数的乘法,

按照复数运算法则计算, 即  $i \cdot i = -1$   $i \cdot j = k$   $j \cdot i = -k \cdots$ 。

如果矢量固定不动, 而动坐标系相对参考系转动了一个角度, 则以四元数描述的矢量在两个坐标系上的分量的变换关系为

$$R_n = Q \circ R_b \circ Q^* \quad (2-19)$$

$$R_b = Q^* \circ R_n \circ Q$$

将固定矢量的坐标变换即式 2-18 写成矩阵形式, 并以地理坐标系为参考坐标系, 则有

$$Q(R_b) = M(Q^*) M^*(Q) Q(R_n) \quad (2-20)$$

其中

$$\begin{aligned} Q(R_b) &= (0 \quad x_b \quad y_b \quad z_b)^T \\ Q(R_n) &= (0 \quad x_n \quad y_n \quad z_n)^T \\ M(Q^*) &= \begin{bmatrix} q_0 & q_1 & q_2 & q_3 \\ -q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ -q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} \\ M^*(Q) &= \begin{bmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

展开并去掉第一行、第一列, 得:

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_0^2 - q_3^2 - q_2^2 & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 - q_1^2 & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & q_3^2 - q_2^2 - q_1^2 + q_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

$$\text{式中, } T = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_0^2 - q_3^2 - q_2^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 - q_1^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_3^2 - q_2^2 - q_1^2 + q_0^2 \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

为四元数表示的捷联矩阵。

四元数的实时值可以通过求解四元数的微分方程得到, 四元数的微分方程<sup>[15]</sup>为:

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} Q \circ \omega \quad (2-23)$$

式中  $\omega$  是动坐标系的角速率。

如果把载体坐标系相对于地理坐标系的转动四元数  $Q$  表示为

$$Q = q_0 + q_1i_b + q_2j_b + q_3k_b \quad (2-24)$$

$$\omega = 0 + \omega_x i_b + \omega_y j_b + \omega_z k_b$$

则四元数微分方程可以写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

在捷联导航系统中解算这个方程, 就可以得到定位载体方位的四元数参数。然后就可用四元数参数来计算捷联矩阵。

求解四元数微分方程虽然要比解欧拉微分方程多一个方程, 但其优越性在于计算量小、精度高、可避免奇异性, 该方法是目前研究的重点之一。

## 2.2.4 欧拉角和四元数之间的转换关系

根据四元数的定义, 可以用转动的方法将四元数表示为欧拉角。首先, 绕Z轴转动 $\varphi$ , 用四元数表示为

$$q_\varphi = \cos \frac{\varphi}{2} - \vec{k} \sin \frac{\varphi}{2} \quad (2-26)$$

然后绕Y轴转动 $\theta$ 角, 用四元数表示为

$$q_\theta = \cos \frac{\theta}{2} - \vec{j} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2-27)$$

再绕X轴转动 $\gamma$ 角, 用四元数表示为

$$q_\gamma = \cos \frac{\gamma}{2} - \vec{i} \sin \frac{\gamma}{2} \quad (2-28)$$

最后, 绕三轴的转动合成为 $q = q_\gamma q_\theta q_\varphi$ , 将式2-26、2-27、2-28代入, 得欧拉角转换成四元数的转换矩阵为式2-29。

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

对比式 2-8 和式 2-21, 显然两个变换矩阵应该相等, 于是得到

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{T(2,3)}{T(3,3)}; \quad \theta = \sin^{-1} T(1,3); \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{T(1,2)}{T(1,1)} \quad (2-30)$$

式中,  $T(x,y)$ 表示捷联矩阵中的第 $x$ 行第 $y$ 列的元素。将式2-21的捷联矩阵的四元数表示代入上式, 得到欧拉角的四元数表示方法:

$$\begin{aligned} \gamma &= \tan^{-1} \left( \frac{2(q_2q_3 + q_0q_1)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \right) \\ \theta &= \sin^{-1} (-2(q_1q_3 - q_0q_2)) \\ \varphi &= \tan^{-1} \left( \frac{2(q_1q_2 + q_0q_3)}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \right) \end{aligned} \quad (2-31)$$

## 2.3 惯导系统的导航方程

惯导系统遵循的基本定律是牛顿第二定律, 通过对载体的加速度进行两次积分, 分别得到载体的速度和位置。

设载体上的加速度计质量块的质量为  $m$ , 质量块受到的力包括非引力外力  $\vec{F}$  和地球引力  $m\vec{g}$ ,  $\vec{g}$  为引力加速度, 根据牛顿第二定律,

$$\vec{F} + m\vec{g} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \Big|_i \quad (2-32)$$

则

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \Big|_i = \vec{f} + \vec{g} \quad (2-33)$$

式中,  $\vec{f} = \frac{\vec{F}}{m}$  是单位质量上作用的非引力外力, 称为比力。因为比力  $\vec{f}$  的大小与弹簧形变成正比, 而加速度计的输出正是与弹簧形变成正比, 因此加速度计测量的并非是机体加速度, 而是比力, 这是惯导理论中的最重要的基本概念之一。

式 2-33 给出的是固定坐标系下的导航方程, 在近地面导航中, 常常需要知道载体在旋转参考坐标系下的速度和位置。设一个空间向量  $\vec{a}$ , 其大小和方向都随时间变化, 旋转参考坐标系相对固定坐标系以角速度  $\vec{\omega}$  转动, 根据哥式定理

$$\frac{d\vec{a}}{dt} \Big|_i = \frac{d\vec{a}}{dt} \Big|_r + \vec{\omega} \times \vec{a} \quad (2-34)$$

式中,  $i$  表示固定坐标系,  $r$  表示旋转坐标系。

在推导载体的导航方程时, 选地球坐标系 ( $e$  系) 为参考坐标系, 它相对惯性系的转动角速度为  $\vec{\omega}_{ie}$ , 选地理坐标系为导航坐标系 ( $n$  系), 它相对地球坐标系的转动角速度为  $\vec{\omega}_{en}$ , 则导航坐标系相对惯性系的转动角速度  $\vec{\omega}_{in} = \vec{\omega}_{ie} + \vec{\omega}_{en}$ , 根据式 2-34, 得

$$\frac{d\vec{r}}{dt}|_i = \frac{d\vec{r}}{dt}|_e + \vec{\omega}_{ie} \times \vec{r} \quad (2-35)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt}|_e = \frac{d\vec{r}}{dt}|_n + \vec{\omega}_{en} \times \vec{r} \quad (2-36)$$

式中,  $\frac{d\vec{r}}{dt}|_e = \vec{v}_e$  为载体相对地球的运动速度, 即地速,  $\frac{d\vec{r}}{dt}|_i$  为载体相对惯性系的速度。对式 2-35 求导, 得

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}|_i = \frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i + \frac{d}{dt}(\vec{\omega}_{ie} \times \vec{r}) \quad (2-37)$$

将式 2-35 代入上式的第二项, 并假设地球旋转角速度为常量, 即  $\frac{d\vec{\omega}_{ie}}{dt} = 0$ , 则

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}|_i = \frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i + \vec{\omega}_{ie} \times \vec{v}_e + \vec{\omega}_{ie} \times [\vec{\omega}_{ie} \times \vec{r}] \quad (2-38)$$

将式 2-38 代入式 2-33, 得

$$\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i = \vec{f} - \vec{\omega}_{ie} \times \vec{v}_e - \vec{\omega}_{ie} \times [\vec{\omega}_{ie} \times \vec{r}] + \vec{g} \quad (2-39)$$

式中,  $\vec{f}$  表示导航系统感受到的比力;  $\vec{\omega}_{ie} \times \vec{v}_e$  是由于载体在旋转地球表面的速度引起的加速度, 称为哥式加速度;  $\vec{\omega}_{ie} \times [\vec{\omega}_{ie} \times \vec{r}]$  为由于地球的转动, 系统感受到的向心加速度, 它不能从质量引力导致的引力加速度  $\vec{g}$  中分离出来, 统一用  $\vec{g}_1$  表示, 即

$$\vec{g}_1 = \vec{g} - \vec{\omega}_{ie} \times [\vec{\omega}_{ie} \times \vec{r}] \quad (2-40)$$

将上式代入式 2-39, 得

$$\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i = \vec{f} - \vec{\omega}_{ie} \times \vec{v}_e + \vec{g}_1 \quad (2-41)$$

将各参量表示为惯性系中的形式, 得

$$\dot{\vec{v}}_e^i = \vec{f}^i - \vec{\omega}_{ie}^i \times \vec{v}_e^i + \vec{g}_1^i \quad (2-42)$$

式 2-42 即为惯性坐标系下的导航方程。

根据式 2-34, 速度相对地球坐标系的变化率可用惯性系下速度的变化率表示为:

$$\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_e = \frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i - \vec{\omega}_{ie} \times \vec{v}_e$$

用式 2-41 代替  $\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i$ , 得



$$\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_e = \vec{f} - 2\vec{\omega}_{ie} \times \vec{v}_e + \vec{g}_1$$

将各参量表示为地球坐标系中的形式, 得

$$\dot{\vec{v}}_e^e = \vec{f}^e - 2\vec{\omega}_e^e \times \vec{v}_e^e + \vec{g}_1^e \quad (2-43)$$

式 2-43 即为地球坐标系下的导航方程。

根据式 2-34, 速度相对导航坐标系的变化率可用惯性系下速度的变化率表示为:

$$\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_n = \frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i - [\vec{\omega}_{ie} + \vec{\omega}_{en}] \times \vec{v}_e$$

用式 2-41 代替  $\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_i$ , 得

$$\frac{d\vec{v}_e}{dt}|_e = \vec{f} - [2\vec{\omega}_{ie} + \vec{\omega}_{en}] \times \vec{v}_e + \vec{g}_1$$

将各参量表示为导航坐标系中的形式, 得

$$\dot{\vec{v}}_e^n = \vec{f}^n - [2\vec{\omega}_{ie}^n + \vec{\omega}_{en}^n] \times \vec{v}_e^n + \vec{g}_1^n \quad (2-44)$$

式 2-44 即为导航坐标系下的导航方程<sup>[14]</sup>。

## 2.4 本章小结

本章首先介绍了捷联式惯导系统的原理和特点; 接下来给出了论文中用到的几个坐标系统, 并推导了不同坐标系统之间的转换关系; 然后介绍了姿态矩阵更新常用的几种方法, 包括欧拉角法、方向余弦法和四元数法, 并对比了它们各自的优缺点, 还推导了四元数和欧拉角之间的关系式, 该关系式在用四元数法求解姿态角时会用到; 最后推导了捷联惯导系统的导航方程。



### 第三章 自动驾驶仪的系统组成及底层软件设计

#### 3.1 自动驾驶仪的系统组成

自动驾驶仪是无人机控制系统的重要组成部分，它的性能直接影响整个系统的控制性能，自动驾驶仪的硬件设计，需要综合考虑性能、尺寸、成本等各方面的要求。对于本系统来说，它的应用是民用小型无人机，因此要求体积小、重量轻，成本低，而对导航精度的要求不太高；另一方面，考虑到系统的功能比较多，设计比较复杂以及以后的升级，设计过程尽量模块化，并提供统一的接口，便于系统以后的维护和升级。本文设计的自动驾驶仪如图 3.1 所示，系统包括传感器测量单元、姿态解算 CPU、导航 CPU、执行机构、通信模块、GPS 导航模块以及电源模块。

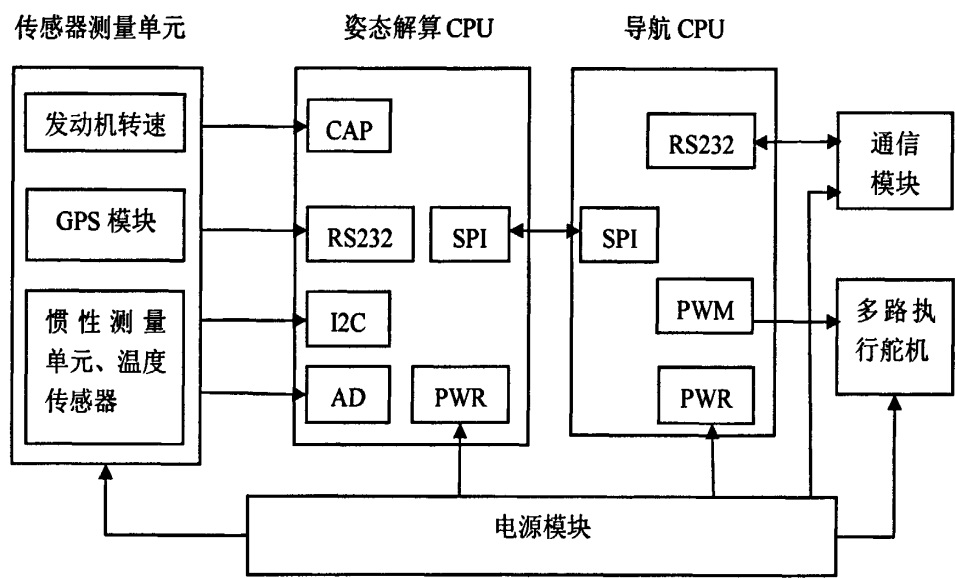


图 3.1 自动驾驶仪整体结构图

传感器测量单元包括：基于 MEMS 加速度计和 MEMS 角速度陀螺的惯性测量单元（IMU），GPS 导航模块（通过串口连接到主控板）、发动机转速测量（由发动机提供标准接口）、温度传感器。本系统设计为惯性导航为主、GPS 作为辅助导航手段，对惯性导航的误差进行调整。由于 MEMS 器件对环境温度比较敏感，需要设计一个温度传感器实时监测环境温度。发动机转速测量传感器由发动机提供，我们采购的 DLE-30D 发动机输出一个脉冲计数信号，通过姿态解算 CPU 上的捕捉单元（CAP），可以很容易的计算出发动机转速，进而计算出发动机油门大小和发动机的拉（推）力。

姿态解算 CPU，用来完成姿态数据和导航数据的解算。它负责采集传感器的输出，经过解算后输出载体的姿态和速度、位置等参数。

导航 CPU 接收姿态解算 CPU 解算的导航数据,通过建立一个无人机的飞行力学模型,控制执行舵机,完成无人机的各种飞行模式,并在预定的航迹下完成自动控制飞行。

通信模块主要负责和地面控制系统的通信,系统共有两组不同的通信链路,一条用于地面操作人员通过手持遥控器发射控制信号,舵机系统根据遥控信号控制飞机的飞行状态。另外一组负责飞机的状态和航迹等信息的下传和初始航迹信息的上传。自动驾驶仪的通信功能由导航 CPU 控制,由通信电台完成数据传输。

电源模块为机载控制系统、舵机等提供电源。对于小型无人机来说,载重量有限,所以电源系统应该尽可能的轻,同时蓄能要多。系统选择锂电池组作为电源。系统所需各种电压通过电压转换模块来实现。因为舵机上电后的起动电流很大,容易造成电压过低,使得处理器和传感器不能正常工作,本系统选用专门一套 4.8V/2000mAh 的镍氢电池组用于舵机供电。

### 3.2 飞行控制 CPU 的选型

自动驾驶仪的飞控 CPU,需要完成各种传感器信号的采集、姿态的解算、执行机构的控制、航迹规划与导航、与地面的通信、故障诊断与处理等所有的任务,因此要求它在低功耗、低成本的前提下,能够有更高的运算处理能力和控制精度。随着片上系统(System of Chip)技术的发展,CPU 正向着小型化和高性能的方向发展。

考虑到姿态解算的复杂性和导航的实时性,本文将飞行控制 CPU 按照功能分成了姿态解算 CPU 和导航 CPU 两个部分,分别由两个 DSP 来完成。其中姿态解算功能需要大量的浮点运算,选择 TI 公司的 32 位浮点数字信号处理器 TMS320F28334 来完成;导航功能需要实时控制,选择 TI 公司的 32 位定点数字信号处理器 TMS320F2812。两者同属于 TI 公司的 C2000 系列 DSP,因此在硬件结构、外设扩展和指令集上都非常相似甚至相同,给软硬件设计带来了方便。

TI 公司推出的 TMS320C2000 系列<sup>[16]</sup>DSP 将高级数字控制功能集成到一颗 IC 上,能够实现复杂的控制算法。它拥有强大的数据处理和控制能力,可以大幅提高应用效率和降低功耗。TMS320C2000 系列 DSP 主要包括 C24x 和 C28x 两种类型。32 位的 C28x DSP 整合了 DSP 和微控制器的最佳特性,能够在一个周期内完成 32\*32 位的乘法累加运算,或两个 16\*16 位乘法累加运算。此外,由于器件集成了快速的中断管理单元,使得中断延迟时间大幅减少,满足了实时控制的需要。在执行效率上,它可以在一个周期内对任何内存地址完成读取、修改、写入操作,使得效率及程序代码达到最佳。另外,还提供了多种自动指令提高了程序的执行效率,简化了程序的开发。

TMS320F2812<sup>[17]</sup>是 TI 公司研制的工业界首批 32 位的控制专用、内含 Flash 以及高达 150MIPS 的定点 DSP, 是专门为工业自动化、光学网络以及自动化控制等应用而设计的。TMS320F2812 最高主频为 150MHz, 保证了处理信号的快速性和实时性, 尤其是在高精度的实时控制中, 高速的信号可以提供实时的位置信息, 保证控制信号响应的快速性。和许多其它种类 DSP 一样, TMS320F2812 采用经典的哈佛总线结构, 利用多总线在存储器、外围模块和 CPU 之间转移数据。程序读总线有 22 根地址线和 32 根数据线, 数据读、写总线都是 32 位, 这种多总线结构使得它可以在一个周期内并行完成取指令、读数据和写数据, 同时它也采用了指令流水线技术, 使得信号的处理速度明显提高。TMS320F2812 芯片片内具有 18K RAM, 最长达 128K×16 位的 Flash 存储器, 12 通道的脉宽调制输出(PWM), 16 通道 12 位模数转换(ADC), 3 个定时器, 还具有 SCI、SPI 等串行通信接口, 资源非常丰富。

TMS320F28334<sup>[18]</sup>是基于 C28x+FPU 的一款浮点数字信号控制器, 其内部集成了 32 位的浮点运算单元。除此之外, 与 F2812 相比, 它提供了更加丰富的外设, 如提供了 6 个 DMA 通道, 支持 ADC、McBSP 和 EMIF; 由多达 18 路的 PWM 输出, 其中有 6 路为 TI 特有的更高精度的 HRPWM 输出; 提供了 8 个外部中断, 每个 GPIO 引脚都可以连接外部中断信号; 还提供了 I<sup>2</sup>C 接口, 以及 3 个 SCI 接口和 2 个 McBSP 接口。与相同时钟频率的 F2812 定点芯片相比, F28334 的执行速度要快 50%。处理数学运算性能提升 2.45 倍, 控制算法性能提升 1.57 倍, DSP 性能提升 1.38 倍。总体性能提升近 2 倍。

### 3.3 MEMS 陀螺仪的原理及选型

#### 3.3.1 MEMS 陀螺仪原理

微机械陀螺仪是80年代后期发展起来的一种新型陀螺, 它的优点是固态陀螺, 无转动部件、寿命长、可靠性高、测量范围宽、启动快, 不需要温控、供电简单, 功耗低、成本低、体积和重量小、适合于批量制作。缺点是易受温度、振动、磁场等环境因素的影响并且精度较低。陀螺仪是惯性测量和导航系统的主要惯性元件之一, 它是利用哥式效应来测量旋转速度或者旋转角的。哥式效应, 是指当动点对某一动参考系做相对运动, 同时这个动参考系又在做牵连转动时, 该动点具有哥式加速度。

微机械陀螺主要有振动式微机械陀螺、转子式微机械陀螺和微机械加速度计陀螺三种。现在以振动式陀螺为例说明微机械陀螺的工作原理<sup>[19]</sup>。如图3.2所示, 振动式陀螺通常用单晶硅或者多晶硅制成振动质量块, 固连在XY平面内, 并沿X轴运动, 称为第一振动模态(又称驱动模态), 当与第一振动模态垂直的方向有旋

转角速度输入时（如图沿Z轴的旋转角速度），质量块因哥式效应产生了一个垂直第一振动模态的第二振动模态（又称敏感模态），在图上表现为质量块沿Y轴产生位移，获得该位移信息，就能获得输入角速度的信息。

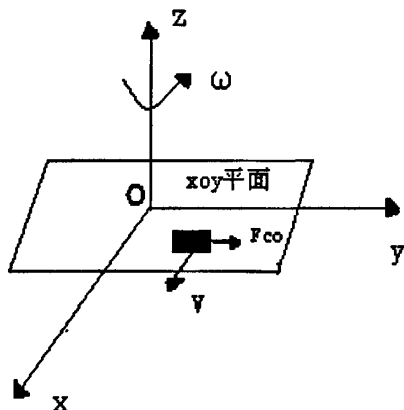


图 3.2 陀螺仪测量原理

### 3.3.2 衡量 MEMS 陀螺仪性能的指标

在衡量MEMS陀螺仪的性能指标<sup>[20]</sup>中，刻度因子/线性度、分辨率/阈值、零偏/零偏稳定性、输出噪声水平以及带宽是最主要的参数。

(1) 刻度因子：陀螺刻度因子是指陀螺输出与输入角速率的比值，是根据整个输入角速率范围内测得的输入/输出数据，通过最小二乘法拟合得到的直线斜率。通过拟合的残差来表征与陀螺实际输入/输出的偏离程度。线性度是指输入/输出数据距离最佳直线的最大偏差，用最大输出的百分数来表示。

(2) 阈值/分辨率：陀螺的阈值是陀螺能敏感的最小输入角速率；分辨率表示在规定的输入角速率下陀螺能敏感的最小输入角速率增量，这两个量均表征陀螺的灵敏度。

(3) 测量范围：陀螺的测量范围是指陀螺正、反方向输入角速率的最大值，该最大值除以阈值即为陀螺的动态范围，动态范围越大，表示陀螺能敏感速率的能力越强。

(4) 零偏/零偏稳定性：零偏是指陀螺在零输入状态下的输出，在零输入状态下的长时间稳态输出是一个平稳的随机过程，习惯上用均方差来表示，这种均方差被定义为零偏稳定性。零偏稳定性标志着输出值围绕零偏的离散程度。陀螺的零偏随时间、环境温度等因素的变化而变化，这种变化也是衡量陀螺性能的重要指标。

(5) 输出噪声：当陀螺处于零输入状态时，陀螺输出信号为白噪声和慢变随机

函数的叠加，其慢变随机函数可用来确定零偏或零偏稳定性指标，白噪声定义为单位检测带宽下等价旋转角速率的标准偏差，单位为 $(^{\circ}/s/\sqrt{Hz}$ 或 $^{\circ}/h/\sqrt{Hz})$ 。这个白噪声也可以用单位为 $^{\circ}/\sqrt{h}$ 角度随机游走系数表示，随机游走系数是指由白噪声产生的随时间累积的陀螺输出误差系数。

(6) 带宽：带宽是指陀螺能够精确测量输入角速率的频率范围，这个范围越大表示陀螺的动态响应能力越强。

3.3.3 MEMS 陀螺仪的选择

IDG300<sup>[21]</sup>是 InvenSense 公司推出的一款集成了 XY 两轴的单片陀螺仪。它的检测原理是在陀螺仪的内部有一个惯性的质量块，在内部自动增益控制电路精确的控制下以一定的谐振频率振动。当传感器有绕 X 轴或者 Y 轴转动时，在哥式力的作用下产生一个振荡，这个振荡会被一个电容性的敏感元件检测到，经过放大、解调和滤波，得到一个和角速度成比例的电压值。

它通过一些内部设计提高了测量的精度，例如，它对机械结构做了晶圆级的密封，能够很好的隔离电磁干扰；它还能够的内部抑制线性加速度引起的干扰；通过在 X 轴和 Y 轴使用不同的谐振频率（X 轴谐振频率为 24kHz，Y 轴谐振频率为 27kHz），来避免两轴信号的耦合。

IDG300 的性能指标见表 3.1。

表 3.1 IDG300 性能指标

参数	条件	典型值	单位
测量范围	Best Fit Straight Line	$\pm 500$	$^{\circ}/s$
灵敏度		2.0	$mV/^{\circ}/s$
非线性度		$<1$	% of FS
轴间灵敏度		$\pm 1$	%
零偏输出	Factory Set	1.5	V
高频截止频率	Internal LPF -90 $^{\circ}$	140	Hz
X 轴谐振频率		$24 \pm 3$	kHz
Y 轴谐振频率		$27 \pm 3$	kHz
XY 轴频率间隔		3	kHz
噪声水平		0.4	mV rms
指定温度范围	Junction Temperature	-5~75	$^{\circ}C$

LY530ALH<sup>[22]</sup>是意法半导体公司的一款单轴（Z 轴）角速度陀螺。它在单一的微机械结构上集成了一个驱动器和一个加速度计。它的敏感元件是一个持续振动的质量块，通过哥式定理来感应角速度。它的性能指标见表 3.2。

表 3.2 LY530ALH 性能指标

参数	条件	典型值	单位
测量范围	4*OUT（放大输出）	±300	%s
	OUT（不放大）	±1200	
灵敏度	4*OUT（放大输出）	3.33	mv/°s
	OUT（不放大）	0.83	
非线性度	Best Fit Straight Line	<1	% FS
温度对灵敏度影响	Delta from 25℃	0.05	%/℃
静态输出		1.23	V
温度对静态输出影响	Delta from 25℃	0.05	°/s/℃
带宽		140	Hz
噪声水平		0.035	°/s/√Hz
温度范围		-40~+80	℃

3.4 MEMS 加速度计的原理与选型

加速度计是惯性测量和导航系统的主要惯性元件之一, 它的输出与运载体的运动加速度成比例, 通过积分可以获得速度和位移信息, 其作用原理是基于牛顿的经典力学定律。其力学模型如图3. 3所示。

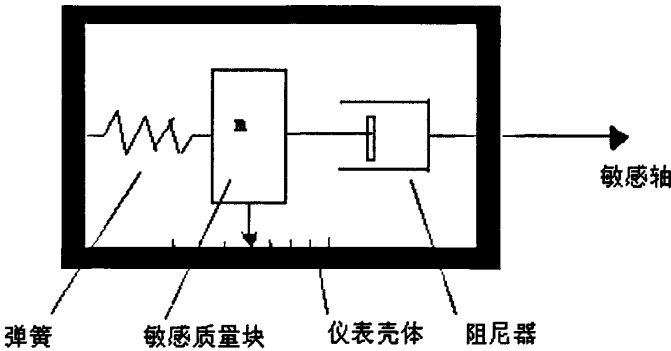


图3.3 加速度计的力学模型

敏感质量 $m$ 借助弹簧被约束在仪表壳体内, 并通过阻尼器与仪表壳体相连, 当加速度计的敏感轴方向没有加速度输入时, 质量块保持静止。当壳体沿敏感轴方向以加速度 $a$ 相对惯性空间运动时, 质量块由于惯性产生反方向的位移, 压缩弹簧。相对位移与加速度 $a$ 成正比。考虑到地面存在引力场, 质量块本身会受到重力加速度的影响, 所以质量块感应到的, 应该是加速度 $a$ 和重力加速度的和加速度。通常称之为比力, 即加速度计测量的是比力。



加速度计性能指标的主要性能指标有刻度因子、测量范围、灵敏度、零偏以及偏置稳定性，它们的定义与陀螺仪的性能指标定义相同。除了这些，加速度计还有输入轴失准角和交叉耦合系数。输入失准角是指加速度计处在零位时输入轴与相应的输入基准轴之间的夹角，加速度计的输出量变化与输入基准轴的垂直方向和平行方向作用的加速度的乘积有关的比例系数，称作加速度计的交叉耦合系数，它随交叉加速度的方向而变化。

ADXL345<sup>[23][24]</sup>是 ADI 公司推出的一款小尺寸、低功耗的三轴数字加速度计。它的最大量程为±16 g，还可以通过软件设置为±2g，±4g，±8g。支持固定 10 位分辨率和固定 4mg/LSB 模式。它的数据输出为 16 位二进制补码格式，可以通过 SPI（三线或四线）或者 I2C 数字接口访问。它内部集成了 32 级 FIFO，用于存储数据，从而将主机处理器负荷降到最低。此外，为了降低功耗，它支持自动睡眠模式，还能够根据数据传输速率自动调节功耗。它的其它性能指标见表 3.3。

表 3.3  ADXL345 性能指标

参数	条件	典型值	单位
测量范围	用户可选	±2,±4,±8, ±16	g
非线性度		±0.5	% FS
轴间对齐误差		±0.1	Degrees
跨轴灵敏度		±1	%
分辨率	固定位数	10	Bits
	±2g 全分辨率	10	Bits
	±4g 全分辨率	11	Bits
	±8g 全分辨率	12	Bits
	±16g 全分辨率	13	Bits
灵敏度	全分辨率	256±26	LSB/g
	±2g, 10 位分辨率	256±26	LSB/g
	±4g, 10 位分辨率	128±13	LSB/g
	±8g, 10 位分辨率	64±7	LSB/g
	±16g,10 位分辨率	32±3	LSB/g
温度引起灵敏度变化		±0.01	%/℃
0g 偏移	X、Y 轴	0±150	mg
	Z 轴	0±250	
0g 偏移的温度变化	X、Y 轴	±0.4	mg/℃
	Z 轴	±0.8	
噪声	X、Y 轴, ±2g	0.75	LSB rms
	Z 轴, ±2g	1.1	
输出数据速率和带宽	用户可选	0.1~3200	Hz
工作温度范围		-40~+85	℃

### 3.5 DSP 底层软件设计

CCS 是 TI 公司开发的一个完整的 DSP 集成开发环境，包括了程序编辑器、代码生成工具（编译、链接器）及调试环境，还提供了一个简易的嵌入式操作系统 DSP/BIOS 开发工具。使用 CCS，可以方便的使用 C 语言和汇编语言进行程序开发。经过 CCS 编译的 C/C++代码执行效率在 90%左右，已经非常接近完全用汇编语言的执行效率。另一方面，TI 公司为每一个系列的 DSP 都提供了例程，并将 DSP 中大量的系统和外设寄存器写成了头文件，从而方便了程序开发者，大大节省了开发周期。

C28x 系列 DSP 的基本流程如图 3.4 所示。

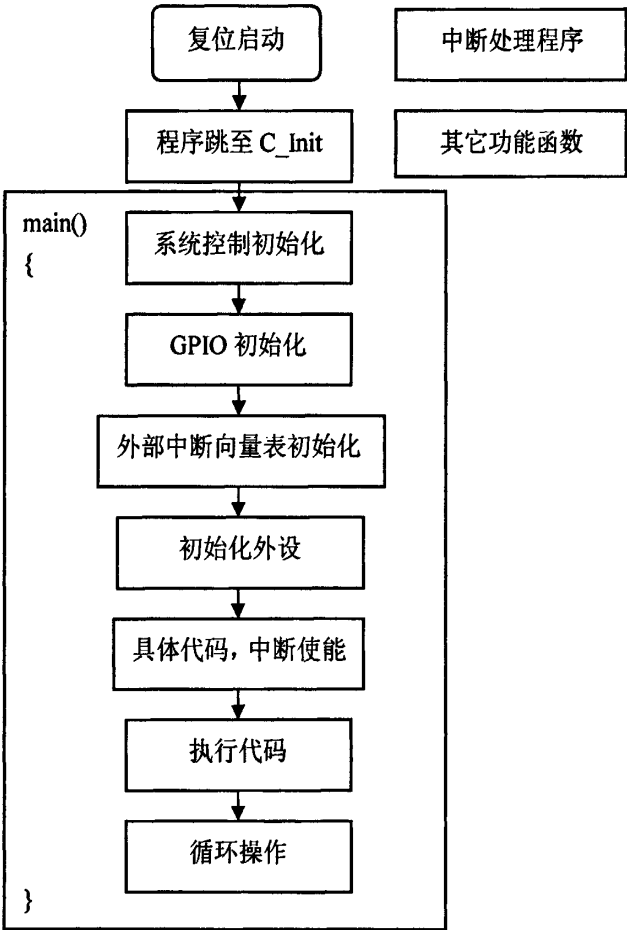


图 3.4 C28x 软件开发流程图

#### 3.5.1 AD 转换模块程序设计

TMS320F28334 内部集成了一个 12 位分辨率的具有流水线结构的模数转换器 ADC<sup>[25]</sup>，它的灵敏度为 0.73mV/LSB。它有 16 个输入通道，启动一次 A/D 转换

最多能完成 16 个自动 A/D 转换, 每个转换可以编程对任何一个输入通道进行转换, 转换结果保存到对应的结果缓冲寄存器。它的输入通道可以配置成 2 个独立的 8 通道模块, 也可以级联成一个 16 通道的模块。与此对应的有两个序列发生器, 当两个通道级联时, 两个序列发生器也级联成一个 16 个状态的序列发生器。按照采样方式, ADC 可以分为顺序采样和同步采样; 按照序列发生器的工作模式, 可以分为级联方式和双序列方式; 组合起来, 则 ADC 模块的工作模式有级联模式顺序采样、双序列模式顺序采样、级联模式同步采样、双序列模式同步采样四种。启动 AD 转换的触发源有很多种, 包括: S/W (软件直接启动)、EVA (事件管理器内有多事件源可以触发转换)、EVB 和外部引脚, 可以软件编程设置触发方式。

在本系统中, 三轴角速度和温度传感器的输出为模拟信号, 通过 28334 内部的 ADC 模块采集。初始化 ADC 的程序如图 3.5 所示。

```
void InitAdc(void)
{
    AdcRegs.ADCTRL3.all = 0x00E0; // 带隙、参考和ADC电路上电
    DELAY_US(ADC_usDELAY); // 上电后要延时一定时间
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.ACQ_PS=3; // 设置采集窗口的大小,
    // 控制采样触发脉冲的宽度。
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.CPS=0; // 核时钟预定标器
    AdcRegs.ADCTRL3.bit.ADCCLKPS=3; // 核时钟分频器与CPS共同
    // 控制ADC时钟为12.5MHz
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.CONT_RUN=0; // 到达EOS时序列发生器停止
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.SEQ_CASC=1; // 级联方式
    AdcRegs.ADCTRL3.bit.SMODE_SEL=0; // 连续采样方式
    AdcRegs.ADCMAXCONV.all = 0x0003; // 设置转换通道数为4个
    AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.all= 0x3210; // 选择ADC的输入通道
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.INT_ENA_SEQ1 = 1; // 转换完触发AD中断
}
```

图 3.5 ADC 初始化程序

AD 转换结束后, 结果自动保存到转换结果缓冲寄存器, 并触发中断。由于转换结果寄存器是 16 位的, 而 AD 转换的结果为 12 位, 所以有效数据保存在寄存器的高 12 位。AD 转换的中断处理程序为:

```
interrupt void adc_isr(void)
{
    Voltage[0] = AdcRegs.ADCRESULT1 >>4; // 绕x轴角速度
    Voltage[1] = AdcRegs.ADCRESULT2 >>4; // 绕y轴角速度
    Voltage[2] = AdcRegs.ADCRESULT3 >>4; // 绕z轴角速度
    Voltage[3] = AdcRegs.ADCRESULT4 >>4; // 环境温度
    AD_counter++; // 转换计数器
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.RST_SEQ1 = 1; // 复位序列发生器
    AdcRegs.ADCST.bit.INT_SEQ1_CLR = 1; // 清中断标志
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP1; // 重新响应同组中断
}
```

图 3.6 ADC 中断处理程序

### 3.5.2 I<sup>2</sup>C 总线读写程序设计

I<sup>2</sup>C (Inter-Integrated Circuit)总线<sup>[26]</sup>是一种由PHILIPS公司开发的两线式串行总线,用于连接微控制器及其外围设备。I<sup>2</sup>C总线允许有多个器件同时连接到总线上,每个器件通过唯一的地址识别。连接到I<sup>2</sup>C总线上的每一个器件都可以作为主机或者从机,主机是初始化总线的数据传输并产生允许传输的时钟信号的器件,从机是被寻址的器件。I<sup>2</sup>C 总线上数据的传输速率可以为标准模式(100kbit/s)、快速模式(400kbit/s)和高速模式(3.4Mbit/s)。

I<sup>2</sup>C 通过 SDA(串行数据线)和 SCL(串行时钟线)在连接到总线的器件之间传递信息。当总线空闲时,两条线路都是高电平。数据发送的起始条件是 SCL 为高电平时,SDA 线从高电平向低电平切换;停止条件是 SCL 为高电平,SDA 线从低电平向高电平切换。起始和停止条件由主机产生,起始条件后总线被认为处于忙状态,直到停止条件后的某段时间,才再次处于空闲状态。发送到 SDA 线上的每个字节必须是 8 位。每次传输可以发送的字节数不限。但是每个字节后必须跟一个响应位,首先传输的数据是最高位(MSB)。

28334 的 I<sup>2</sup>C 模块<sup>[27]</sup>与 Philips 公司的 I<sup>2</sup>C 协议(v2.1)兼容,支持 8 位格式传输,7 位和 10 位寻址模式,数据传输率为 10kbps 到 400kbps。

ADXL345 支持 SPI 和 I<sup>2</sup>C 两种访问方式,当 $\overline{CS}$ 引脚拉高至  $V_{DD}$ ,工作在 I<sup>2</sup>C 模式。器件的 7 位 I<sup>2</sup>C 地址为 0x1D(随后为 R/ $\overline{W}$ 位,转换为 0x3A 写入,0x3B 读取),另外可选择备用地址 0x53(转换为 0xA6 写入,0xA7 读取)。ADXL345 支持标准(100kHz)和快速(400kHz)数据传输模式,支持单个或多个字节的读取和写入。由于通信速度限制,使用 400kHz I<sup>2</sup>C 时,最大输出数据速率为 800Hz,与 I<sup>2</sup>C 通信速度按比例呈线性变化<sup>[23]</sup>。

28334 通过 I<sup>2</sup>C 总线与 ADXL345 通信,需要以下几个步骤:

第一步:初始化 I<sup>2</sup>C 模块,I<sup>2</sup>C 模块的时钟范围为 7MHz 到 12MHz,计算方法是:

$$\text{模块时钟频率} = \text{I2C 输入时钟频率} / (\text{I2CPSC} + 1);$$

在这里 I<sup>2</sup>C 模块输入时钟频率为 150MHz,将预分频寄存器 I2CPSC 设为 14,则模块时钟频率为 10MHz。通过设置寄存器 I2CCLKL 和 I2CCLKH,可以确定主机时钟频率,计算方法是:

$$F_{\text{mst}} = \frac{(\text{IPSC} + 1)[(\text{ICCL} + d) + (\text{ICCH} + d)]}{\text{I2C input clock frequency}}$$

通过设置 ICCL=10,ICCH=5,28334 作为 I<sup>2</sup>C 主机通信时的时钟频率设为 400kHz。

初始化程序代码如图 3.7。

```

void I2CA_Init(void)
{
    I2caRegs.I2CMDR.bit.IRS=0; //复位I2C模块
    I2caRegs.I2CSAR = 0x0053; //从机地址
    I2caRegs.I2CPSC.all = 14; //模块时钟, 设为10Mhz
    I2caRegs.I2CCLKL = 10; //主机时钟低电平持续时间
    I2caRegs.I2CCLKH = 5; //主机时钟高电平持续时间
    I2caRegs.I2CIER.all = 0x00; //禁止中断, 使用查询方式
    I2caRegs.I2CMDR.all = 0x0020; //使能I2C模块, 设置每字节8位
    I2caRegs.I2CFFTX.bit.I2CFFEN=0; //禁止Fifo功能.
}

```

图 3.7 I<sup>2</sup>C 初始化程序

第二步: 初始化 ADXL345, ADXL345 上电时处于待机状态, 要开始测量, 需要设置 POWER\_CTL 寄存器测量位为 1; 为了降低功耗, ADXL345 支持自动休眠功能, 在测试阶段我们没有使用该功能, 设为普通工作方式; 在全分辨率下, ADXL345 保持 256LSB/g 的灵敏度, 而分辨率位数随着测量范围调整; 另外, 由于每个轴测量数据采用两个字节保存, 而数据位数最大为 13 位 ( $\pm 16g$ , 全分辨率下), 所以要设置数据保存时的对齐方式, 本文设为右对齐, 同时支持符号扩展。初始化代码如图 3.8, 图 3.9 为写 ADXL345 寄存器的代码。

```

void ADXL345_Init(void)
{
    Set345Env(POWER_CTL, 0x28); //设置为测量模式, 普通工作方式
                                //休眠方式下读取频率 8Hz
    Set345Env(DATA_FORMAT, 0x08); //全分辨率模式, 数据右对齐
                                //测量范围  $\pm 2g$ 
    Set345Env(BW_RATE, 0x0D); //设置输出数据速率 800Hz
}

```

图 3.8 ADXL345 初始化程序

```

void Set345Env(unsigned char subaddr, unsigned char value)
{
    if (I2caRegs.I2CSTR.bit.BB != 1)
    {
        I2caRegs.I2CSAR = 0x53; //设置从机地址
        I2caRegs.I2CDXR=subaddr; //设置寄存器地址
        I2caRegs.I2CCNT=2; //设置发送或接收字节个数
        I2caRegs.I2CMDR.all=0x2620; //设置起始条件, 主机发送
        while(I2caRegs.I2CSTR.bit.XRDY==0); //查询等待
        I2caRegs.I2CDXR=value; //发送要设置的值
        I2caRegs.I2CMDR.bit.STP=1; //设置停止条件
        while(I2caRegs.I2CSTR.bit.SCD==0); //查询等待
        DELAY_US(1250);
    }
}

```

图 3.9 ADXL345 配置寄存器程序

第三步: I<sup>2</sup>C 和 ADXL345 初始化完成后, 即可对 I<sup>2</sup>C 的测量数据进行读取操作了, 代码如图 3.10。

```

unsigned char I2C_SRead(unsigned char subaddr)
{
if (I2caRegs.I2CSTR.bit.BB != 1) //检查总线是否忙
{
    I2caRegs.I2CSAR = 0x53;           //设置从机地址
    I2caRegs.I2CDXR=subaddr;          //设置寄存器地址
    I2caRegs.I2CCNT=1;                //设置读写的字节个数
    I2caRegs.I2CMDR.all=0x2620;       //设置起始条件
                                        //主机发送
    while(I2caRegs.I2CSTR.bit.XRDY==0); //查询等待
    I2caRegs.I2CSTR.bit.RRDY=1;       //清除接收标志位
                                        //此时的置位无效
    I2caRegs.I2CMDR.all=0x2C20;       //设置停止条件
                                        //主机接收
    while(I2caRegs.I2CSTR.bit.RRDY==0); //查询等待
    DevID=I2caRegs.I2CDRR;            //读取数据
    return DevID;
}
else
    return BUS_BUSY;
}

```

图 3.10 ADXL345 读取数据程序

### 3.5.3 双机通信接口 SPI

SPI (串行外设接口)<sup>[28]</sup>是一个高速的同步串行输入/输出端口, 它传输的数据长度和传输速率都是可编程的。SPI 一般用于 DSP 控制器与外设之间或者 DSP 控制器之间的通信。它的通信原理比较简单, 它以主从方式工作, 可以有一个主设备和多个从设备。主设备通过 CS 信号控制从设备是否被选中。当从设备被选中后, 就和主机建立了连接。数据传输时, 由 SCK 提供时钟脉冲, SCK 信号线只由主设备控制, 因此一个基于 SPI 的系统中, 必须至少有一个主设备。主从设备在时钟的控制下, 两个移位寄存器 SPIDATA 进行数据交换, 由于是全双工通信, 所以两个 SPI 接口同时发送和接收数据, 其接收的方式如图 3.10 所示。

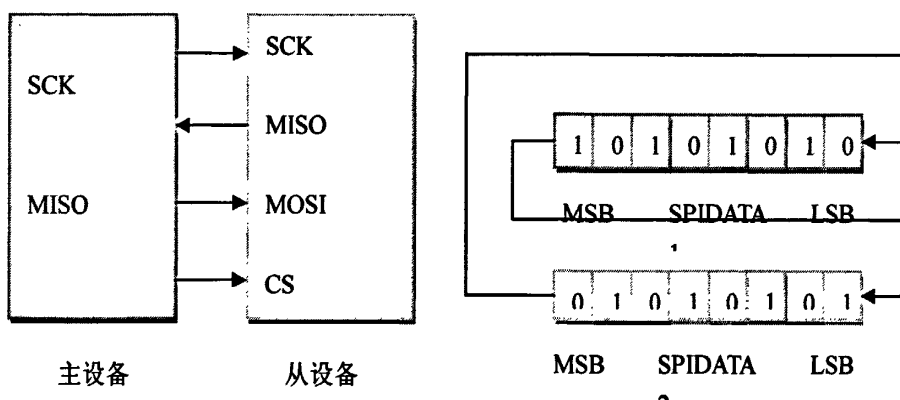


图 3.10 SPI 的数据传输方式

在本系统中，姿态解算 DSP 28334 需将解算出来的姿态、位置、速度等信息发送给给导航 DSP 2812。由于飞行控制对系统的实时性要求比较高，而且姿态角的数据量比较小，也不需要存储，SPI 采用同步串行方式，传输速率比较高，能够满足实时要求，所以选择 SPI 作为两个 DSP 通信的方式。在通信过程中，28334 发送数据作为主机，2812 接收数据作为从机。

主从设备初始化 SPI 的程序代码如图 3.11 和 3-12 所示。初始化过程中要保持主从设备的一致。如：SPI 有四种时钟配置方式，主设备配置为不带延迟的下降沿输出数据，上升沿输入数据；从设备就要配置为不带延迟的下降沿输入数据，上升沿输出数据。另外，主从设备的数据字长度都设置为 16 位。

```
void spi_init()
{
    SpiaRegs.SPICCR.all = 0x004F; //下降沿输出，上升沿输入
                                   //16位字长
    SpiaRegs.SPICCTL.all = 0x0007; // SPICLK信号不延迟，
                                   //主机方式，使能中断
    SpiaRegs.SPIBRR      = 0x000D; // 37.5/15=2.5MHz,
    SpiaRegs.SPIFFTX.bit.SPIFFENA=0; //禁用FIFO功能
    SpiaRegs.SPICCR.all = 0x00CF; //使能SPI模块
}
```

图 3.11 SPI 主机初始化程序

```
void spi_init()
{
    SpiaRegs.SPICCR.all = 0x000F; //下降沿输入，上升沿输出
                                   //16位字长
    SpiaRegs.SPICCTL.all = 0x0000; // SPICLK信号不延迟
                                   //从机方式，禁用中断
    SpiaRegs.SPICCR.all = 0x008F; //使能SPI模块
}
```

图 3.12 SPI 从机初始化程序

在当前的环境下，主设备需要完成数据采集、姿态解算等功能，任务比较重，

而 SPI 的数据准备好后, 通过中断方式控制发送比较方便; 而从设备需要等待主设备的数据, 来决定要采取的控制, 而没有接收到数据时处于空闲状态, 所以采用查询方式接收比较合适。如果以后控制任务比较重, 也可以改为中断方式。主设备发送中断处理程序如图 3.14 所示, 从设备的查询接收程序如图 3.13 所示。

```
while(1)
{
    if(SpiaRegs.SPISTS.bit.INT_FLAG==0) //如果SPI有数据过来
    {
        // 高低字节分开保存, 发送
        SensorData[index++]=SpiaRegs.SPIRXBUF&0x00FF;
        SensorData[index++]=SpiaRegs.SPIRXBUF&0xFF00;
        if(index==14)
        {
            index=0;
            ScibRegs.SCITXBUF=SensorData[0];
        }
    }
}
```

图 3.13 SPI 从机查询接收程序

```
interrupt void spi_tx_isr(void)
{
    if(SpiTxIndex!=7)
    {
        SpiaRegs.SPITXBUF=Voltage[SpiTxIndex++];
    }
    else
    {
        SpiTxIndex=0;
    }
    SpiaRegs.SPIRXBUF=SpiaRegs.SPIRXBUF; //空读, 清中断标志;
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP6;
}
```

图 3.14 SPI 主机中断处理程序

### 3.5.4 串口通信模块 SCI

串口通信模块 SCI<sup>[29]</sup>是一个双线的异步通信接口, 即通常所说的 UART 口。它有发送和接收两根信号线, 可以工作在半双工或者全双工方式。SCI 的发送器和接收器各有一个 16 字的 FIFO, 不用 FIFO 时, 采用双级缓冲传输数据。为保证数据完整, SCI 检查所接收数据的中断、极性、溢出和帧错误。SCI 的通信速率可以通过编程修改, 可以设置 64k 不同的速率。

SCI 主要用来同地面控制系统和 GPS 模块通信, 本文中主要用来将采集的数据返回到 PC 机。SCI 数据发送在从设备接收到主设备发送过来的一组数据后被启动, 然后通过发送中断控制完成所有数据的发送。SCI 的初始化程序见图 3.15,



发送中断程序见图 3.16。。

```
void scib_init()
{
    ScibRegs.SCICCR.all = 0x0067; // 设置数据格式为 8 位, 无极性
                                   // 1 个停止位, 空闲线模式
    ScibRegs.SCICTL1.all = 0x0003; // 使能发送器和接收器
    ScibRegs.SCICTL2.all = 0x0003; // 使能发送和接收中断
    ScibRegs.SCIHBAUD = 0x0001; // 设置波特率为 9600
    ScibRegs.SCILBAUD = 0x00E7;
    ScibRegs.SCICTL1.all = 0x0023; // 使能 SCI 模块
}
```

图 3.15 SCI 初始化程序

```
interrupt void ScibTxINT_ISR(void) // SCI-B
{
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP9; // 重新使能同组中断
    if(sci_index!=8) // 一次发送一组数据
    {
        ScibRegs.SCITXBUF = SensorData[sci_index++];
    }
    else
        sci_index=1; // 发送结束复位索引值
}
```

图 3.16 SCI 发送中断处理程序

通过以上的初始化流程, 系统实现了采集传感器的数据, 通过 SPI 接口发送到导航 DSP, 然后由导航 DSP 通过异步串口上传到 PC 机的功能, 为接下来的数据分析和处理提供了系统上的支持。

### 3.6 本章小结

本章首先介绍了自动驾驶仪的总体方案设计, 接下来重点介绍了 CPU 和传感器的器件选型。在传感器的选型中, 对系统中用到的惯性元件——MEMS 陀螺仪和 MEMS 加速度计, 分别从原理、性能指标以及系统选用的器件的特点进行了介绍。最后对系统用到的底层驱动程序进行了设计开发, 建立了一条从传感器到 PC 机的数据链路, 完成了数据的采集和上传。



## 第四章 MEMS 陀螺仪的误差建模与数据处理

MEMS陀螺是随着微电子技术和微机械加工技术、半导体技术的发展而研制出来的。与传统的陀螺仪相比,具有体积小、重量轻、成本低、功耗低、性能稳定、抗干扰能力强等特点。但是,由于生产和制造水平的限制,MEMS陀螺也普遍存在着精度低、误差大的缺点。对MEMS陀螺仪的误差补偿有两个途径:一个是从陀螺仪的结构设计出发,对器件的物理结构和加工工艺进行改进,开发新型的高精度产品,这种方法成本高、周期长,有一定的局限性;另一个途径是基于软件的补偿,从测量系统的误差机理出发,对误差进行测量和精确分析,建立误差模型,在此基础上进行误差的补偿。

### 4.1 陀螺的误差分析

#### 4.1.1 陀螺误差

MEMS陀螺的结构种类很多,不同种类的陀螺仪误差的主要特点也不一样。但是一般来讲,陀螺仪误差<sup>[30][31]</sup>主要由确定性误差和随机误差构成,前者主要指安装误差和刻度因子误差;后者指由不确定因素引起的随机误差,主要包括随机漂移、常值漂移和温度漂移等部分。

(1) 安装误差:包括传感器组合在姿态测量系统中的安装误差和姿态测量系统在载体上的安装误差,使得传感器敏感轴与载体坐标系之间存在微小的偏差角;同时,各传感器的敏感轴之间也不能完全正交。安装误差相当于一个等效的常值陀螺漂移。

(2) 刻度因子误差:刻度因子是指陀螺输出与输入角速率的比值,刻度因子误差包括精度误差、非线性误差、不对称误差以及刻度因子的温度漂移等。一般用刻度因子稳定性来衡量刻度因子存在的误差特性,它是指陀螺在不同输入角速率情况下能够通过标称刻度因子获得精确输出的能力。

(3) 陀螺漂移产生的原因是作用在陀螺上的干扰力矩。根据干扰力矩的物理性质不同,可分为确定性干扰力矩(引起的误差是有规律的)和随机性干扰力矩(引起随机漂移误差)。由确定性干扰力矩引起的陀螺漂移有三种类型<sup>[32]</sup>:与加速度无关的常值漂移、与加速度成比例的漂移和与加速度平方成比例的漂移。对随机漂移只能通过统计的方法估计其概率统计特性。

除此之外,温度等环境因素对陀螺仪的输出也有较大的影响。本文首先研究了陀螺得到温度特性,对陀螺的温度漂移进行了补偿。

### 4.1.2 陀螺随机误差分析建模方法

近年来国内外对陀螺随机误差补偿做了大量的研究,提出了很多随机误差分析和建模的理论和方法。其中包括:Allan方差分析方法<sup>[33][34]</sup>、时间序列分析<sup>[35-40]</sup>、小波分析<sup>[41-45]</sup>,除此之外,还有状态空间法<sup>[46]</sup>、神经网络分析<sup>[47]</sup>等。

Allan方差方法<sup>[48]</sup>是一种时域分析方法,是对陀螺噪声进行分析的标准方法。最早是用来分析振荡器的频率稳定性。它能用来分析由潜在随机过程引起的数据噪声,可以识别出噪声的噪声源。Allan方差方法假设数据中的不确定性误差是由具有特定特征的噪声源产生的,然后将噪声源的方差强度估计出来。它的最大优点是计算简单,能非常容易地将各种误差源及其对整个噪声统计特性的贡献进行细致的表征和辨识,并且适合非平稳的随机过程。

时间序列分析方法是将平稳、正态、零均值的随机序列看做各时刻相关的序列,并由各时刻出现的白噪声所组成。因此在建立时间序列模型之前,应该保证信号为零均值、平稳、正态序列,而陀螺漂移的原始信号通常不满足要求,需要进行预处理。时间序列分析方法的基本模型是自回归滑动平均模型(简称ARMA模型)。采用时间序列分析建模方法的优点是不需要得到各种因素的具体模型,仅根据未知系统的前 $n$ 次输出,辨识出系统模型并根据模型预测系统的下一步输出,从而避免了建立具体模型。

小波分析在现代信号处理中的应用越来越广泛,因其具有优良的多尺度分析特性而特别适用于分析和处理非平稳信号。小波分解可以将信号分解到不同的频率通道,分解后的信号在频率成分上比原始信号单一,并且小波分解对信号做了平滑,因此分解后的信号平稳性比原始信号好得多。对非平稳的时间序列,进行小波分解后可以利用时间序列理论建模。陀螺仪的随机漂移是弱的非平稳过程,特别适合用小波分析做前期处理。

## 4.2 陀螺仪随机误差的温度补偿

微机械陀螺的精度对温度的变化比较敏感,当温度变化时,陀螺的微机械结构会发生变化,包括尺寸的大小改变和材料的弹性模量改变<sup>[49]</sup>。其中尺寸的改变对陀螺的性能影响很小,主要是弹性模量改变的影响。LY530ALH数据手册中给出的零偏随温度的变化为 $0.05^{\circ}/^{\circ}\text{C}$ ,而IDG300没有给出零偏温度变化关系。本文通过对实验数据进行拟合得出它们之间的关系。

由于没有恒温的测试环境,本文在自然温度(约 $11^{\circ}\text{C}$ — $35^{\circ}\text{C}$ )下对传感器信号进行采样,通过采样多组数据,分别进行拟合,然后对结果进行平均。温度信号为受到随机噪声干扰的缓变信号,为了避免将温度噪声引入陀螺输出数据,先对温度进行了低通滤波。图4.1是其中一组传感器的输出和温度随时间的变化曲线。

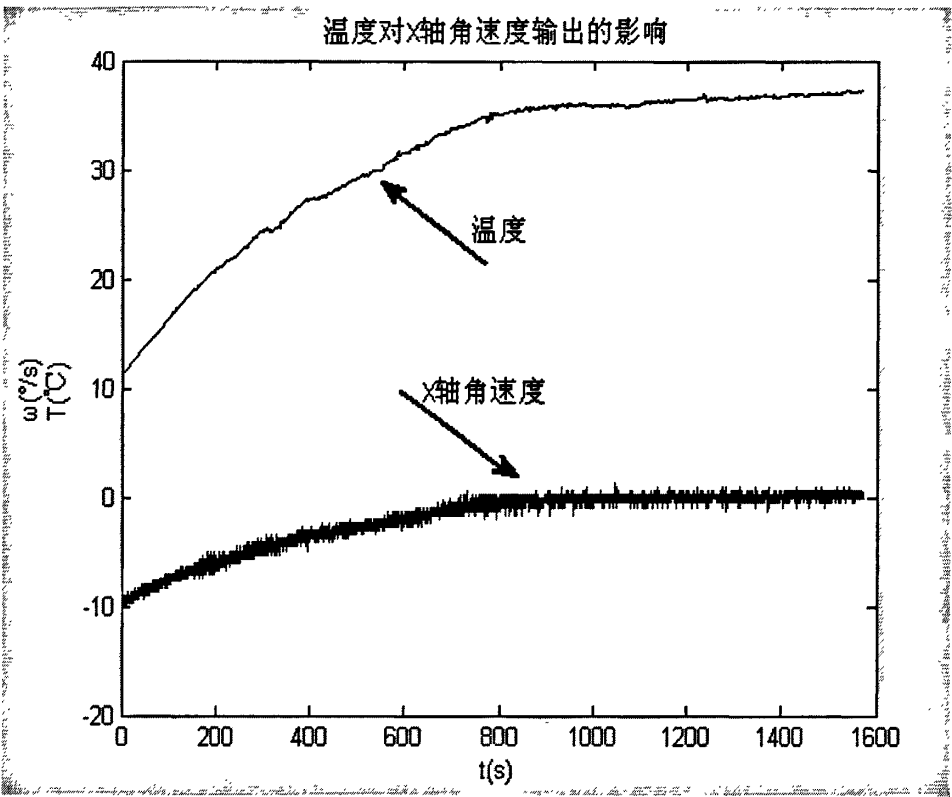


图4.1.a X轴角速度和温度随时间变化曲线

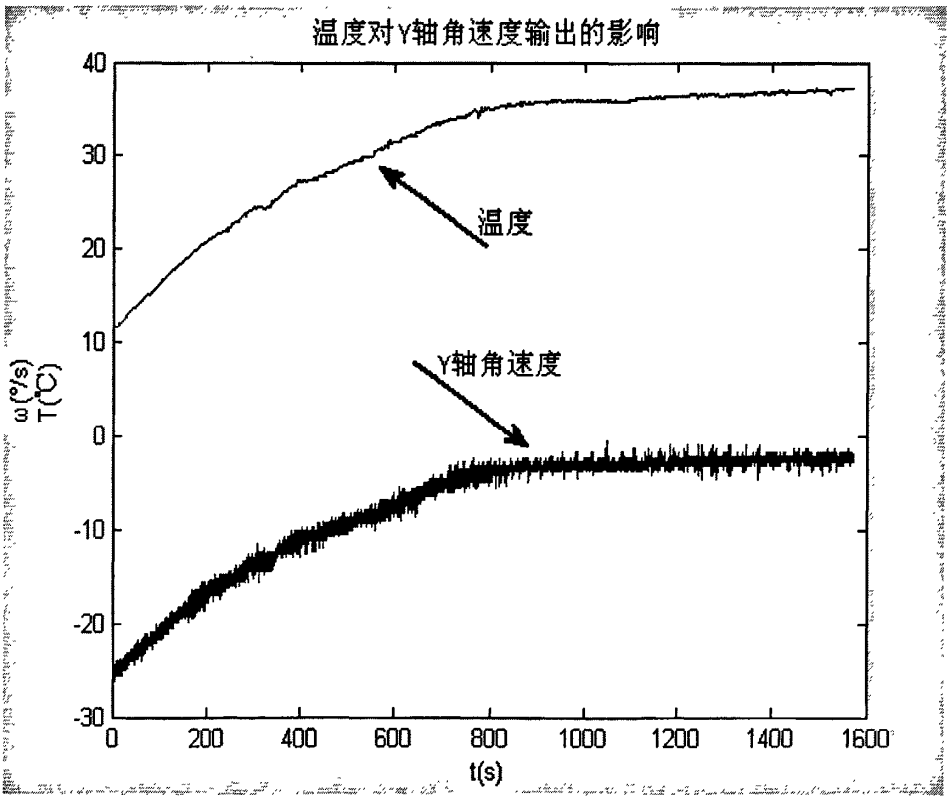


图4.1.b Y轴角速度和温度随时间变化曲线

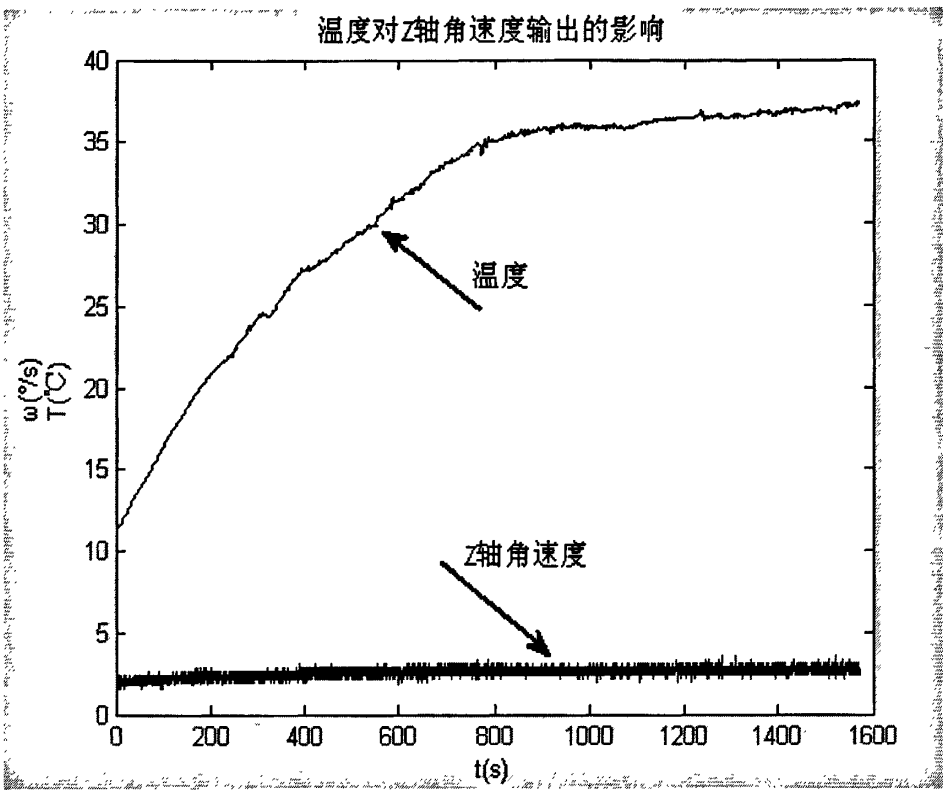


图4. 1. c Z轴角速度和温度随时间变化曲线

从图4.1中可以看出，在测试温度条件下，IDG300测量的X、Y轴角速度信号受温度影响明显，需进行温度补偿，LY530ALH测量的Z轴角速度受温度影响不大。要对温度进行补偿，需建立陀螺输出随温度的变化曲线，如图4.2所示，同时还显示了对曲线的线性拟合结果。

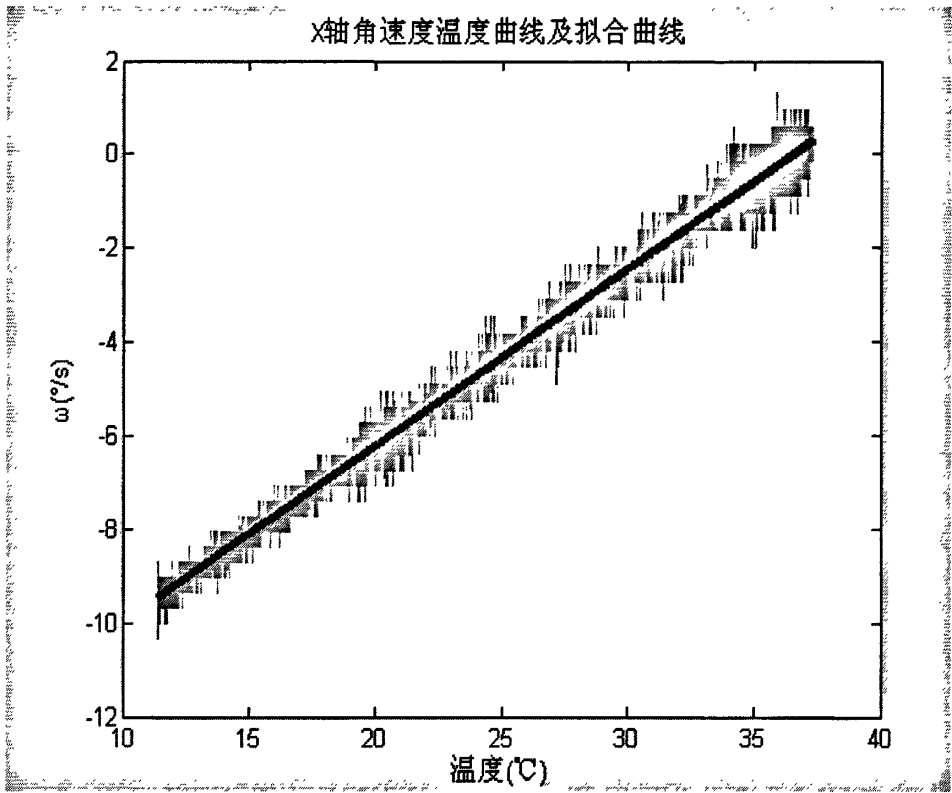


图4. 2. a X轴温度-输出及线性拟合曲线

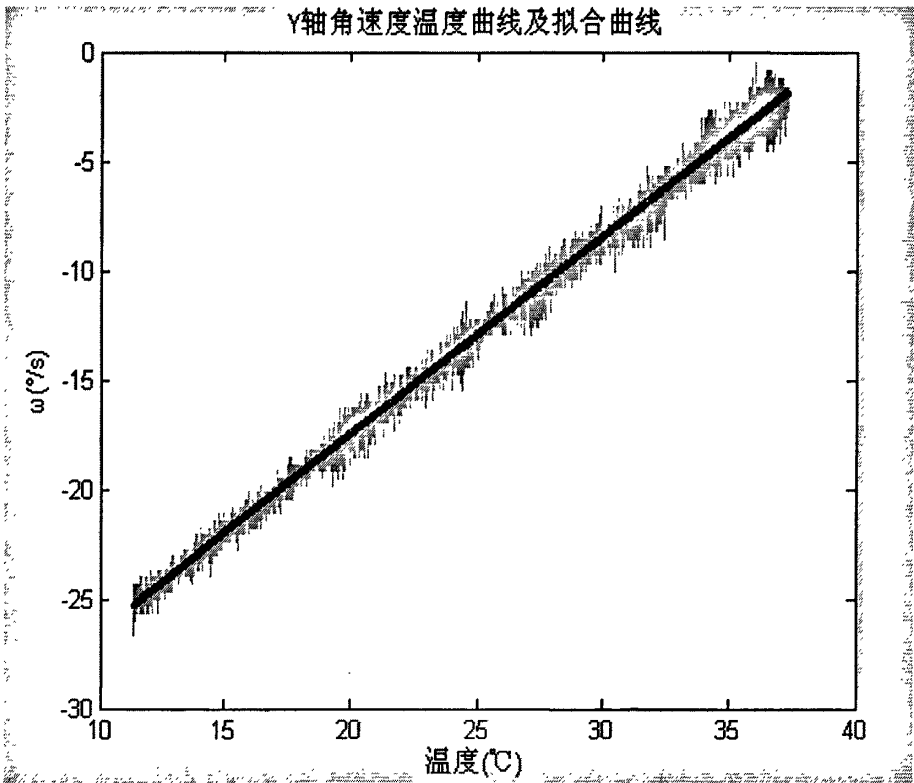


图4. 2. b Y轴温度-输出及线性拟合曲线

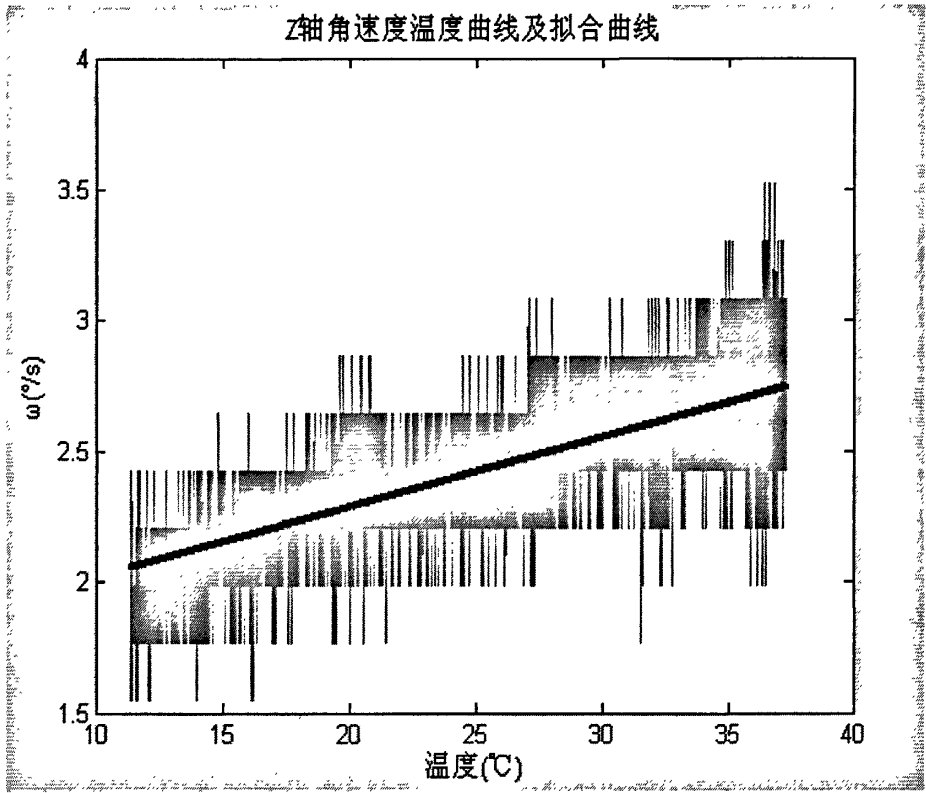


图4.2. c Z轴温度-输出及线性拟合曲线

通过对多组数据进行测试和拟合，使拟合的结果尽量接近真实情况，得到角速度输出的温度补偿方程4-1。从式4-1的Z轴补偿方程也可以看出，Z轴零偏随温度的变化为0.0267°/℃，与数据手册上的说明接近。

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= 0.3760t - 13.8727 \\ \bar{y} &= 0.9049t - 35.6243 \\ \bar{z} &= 0.0267t + 1.7520 \end{aligned} \right\} \tag{4-1}$$

用式4-1对陀螺输出进行补偿，结果如图4.3所示。



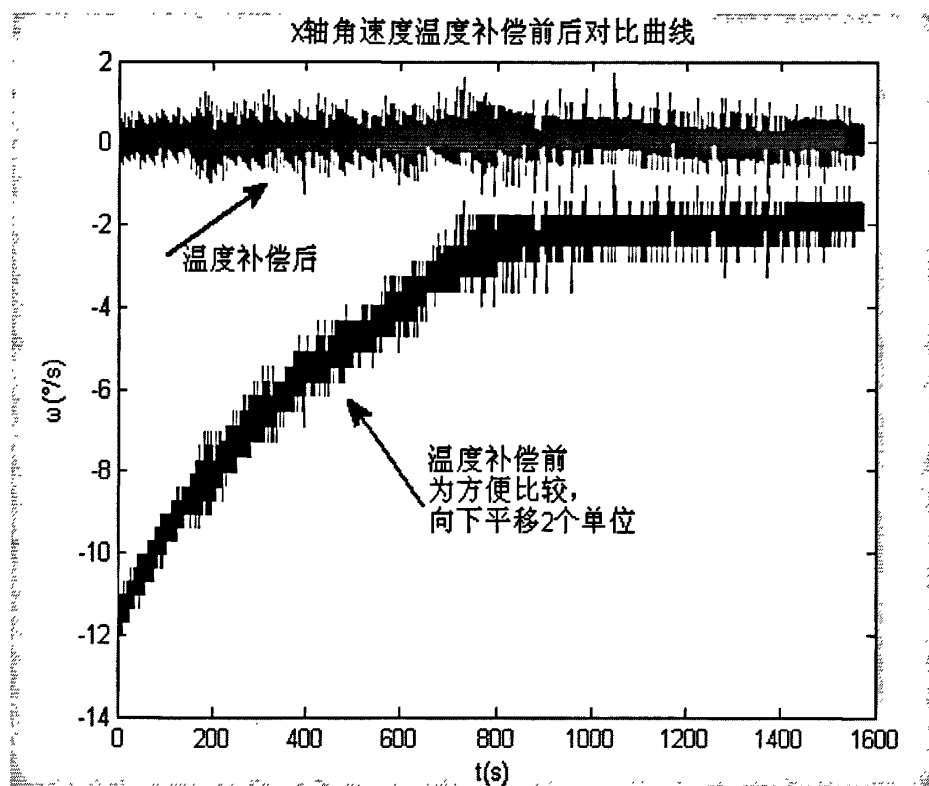


图4.3.a X轴输出温度补偿曲线

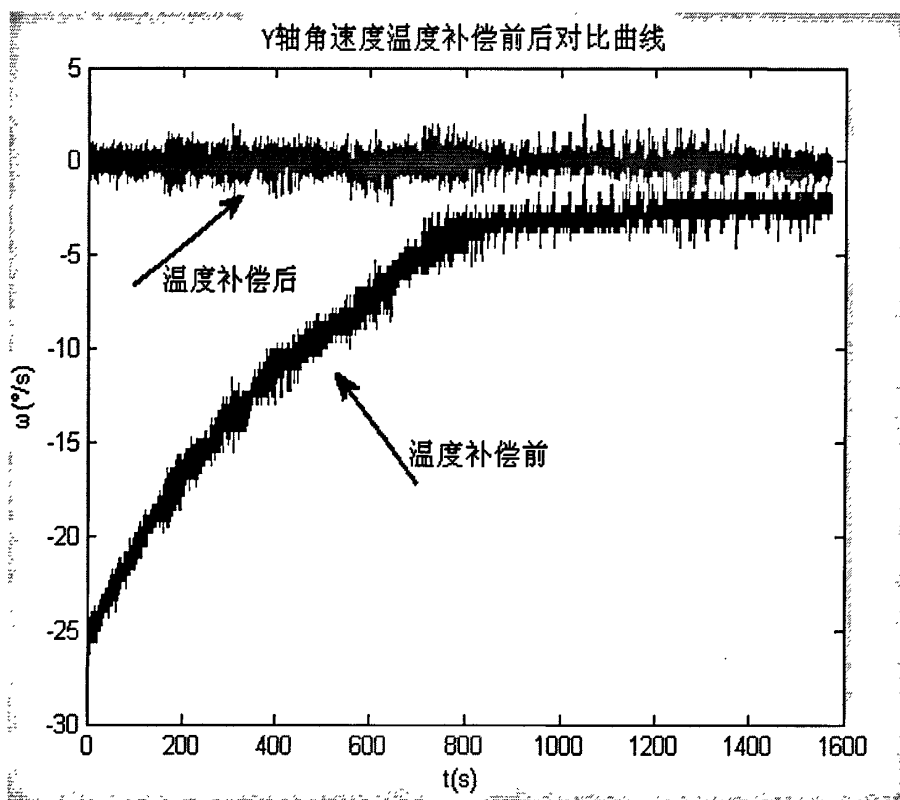


图4.3.b Y轴输出温度补偿曲线

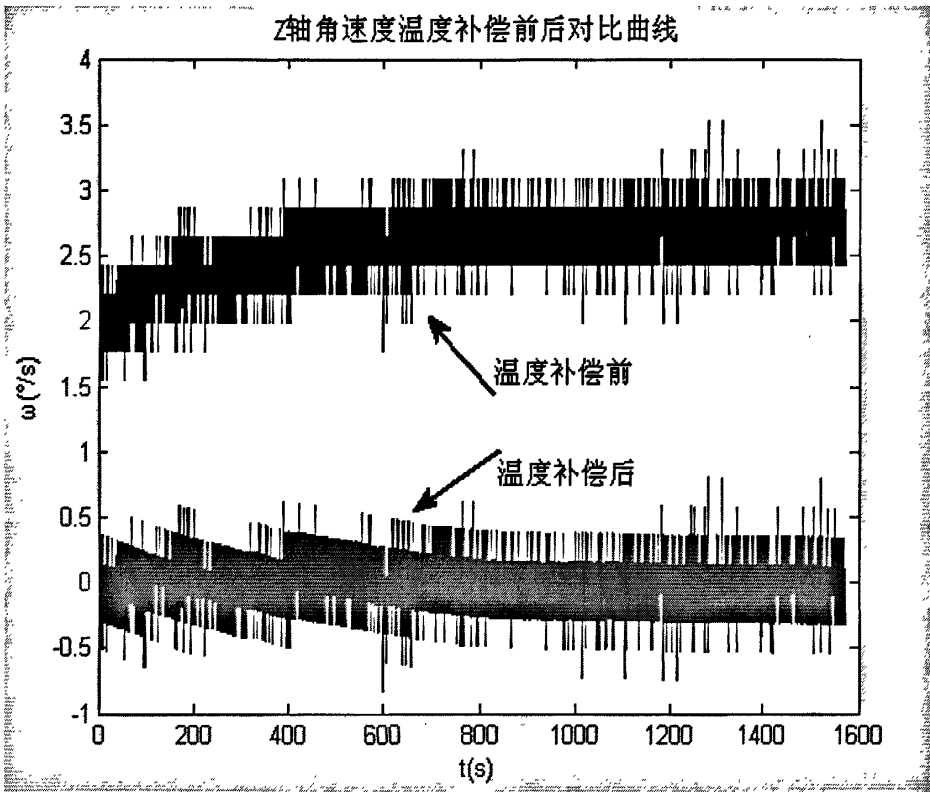


图4.3. c Z轴输出温度补偿曲线

4.3 基于时间序列分析的陀螺仪随机漂移建模

4.3.1 时间序列分析理论

时间序列分析是数理统计学科的重要分支，在60年代后期在谱分析和谱估计方面取得了突破性进展后，得到迅速发展。而时间序列分析同控制理论的结合，使之成为现代数据处理的有效方法之一，也是系统辨识和系统分析的方法之一。

时间序列是一种时域分析方法，它不仅研究过程的确定性变化，更注重过程的随机性变化。它直接用随机时间序列建立差分方程，将一个高度相关的平稳时间序列表示为一种数字递推的形式，即认为是由各时刻相关的随机时间序列和各时刻出现的白噪声组成。一个平稳、正态、零均值的时间序列  $\{x_k\}$  ( $k=1, 2, \dots, N$ )，可以表示成式4-2的形式。

$$x_t - \varphi_1 x_{t-1} - \varphi_2 x_{t-2} - \dots - \varphi_n x_{t-n} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_m a_{t-m} \quad (4-2)$$

式中  $x_t$  是时间序列  $\{x_k\}$  在  $t$  时刻的元素， $\varphi_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 称为自回归系数； $\theta_j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) 称为滑动平均系数。 $a_t$  为残差， $\{a_t\}$  应为白噪声。式4-2左边  $n$  阶差分多项式称为  $n$  阶自回归部分，右边  $m$  阶差分多项式称为  $m$  阶滑动平均部分。式4-2称为  $n$  阶自回归  $m$  阶滑动平均模型，简记为  $ARMA(n,m)$ 。若  $\theta_j = 0$ , ( $j=1,2,\dots,m$ )，则式4-2变为

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \cdots + \varphi_n x_{t-n} + a_t \tag{4-3}$$

上式称为n阶自回归模型AR(n)。

若 $\varphi_i = 0, (i = 1, 2, \cdots, n)$ ，则有

$$x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_m a_{t-m} \tag{4-4}$$

式4-4称为m阶滑动平均模型MA(m)。

时间序列的建模就是对时间序列拟合出适用的ARMA模型。建模的步骤包括数据采集、数据统计检验与预处理、模型形式的选取、模型参数的估计、模型适用性的检验(确定模型的阶次)。

4.3.2 陀螺信号的预处理

ARMA模型要求时间序列满足平稳、正态、零均值三个条件，在获得时间序列后，需要对这三个条件进行检验。下面对某次采样的陀螺仪X轴输出信号进行处理。信号的采样频率为10Hz，采样9525个点。图4.4为温度补偿后的曲线。

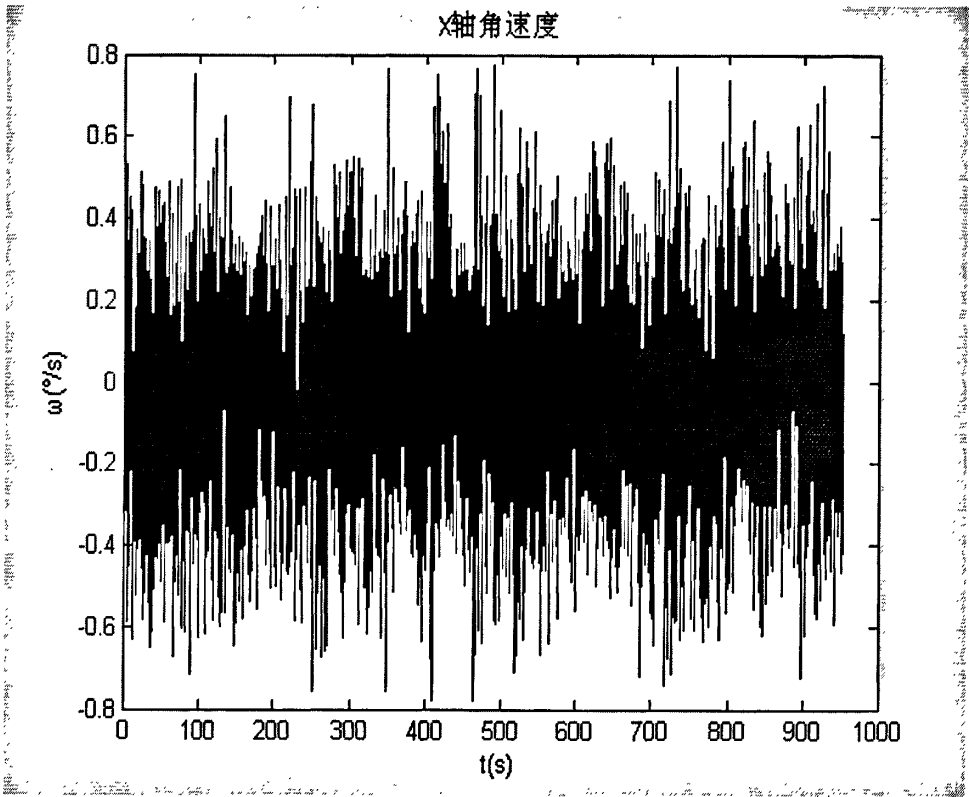


图4.4 X轴角速度输出

1) 零均值检验

零均值检验是检验序列 $\{x_t\}$ 的均值 $\mu_x = E[x_t]$ 是否为0。在工程实践中，是否具有零均值，完全可以根据所描述的系统物理概念来判断。对于MEMS的陀螺仪来

说,其输出包括常值分量和随机分量,肯定不满足零均值特性。可以通过求均值提取常值分量,从陀螺输出信号中去掉常值分量后,得到零均值的时间序列,如图4.5。

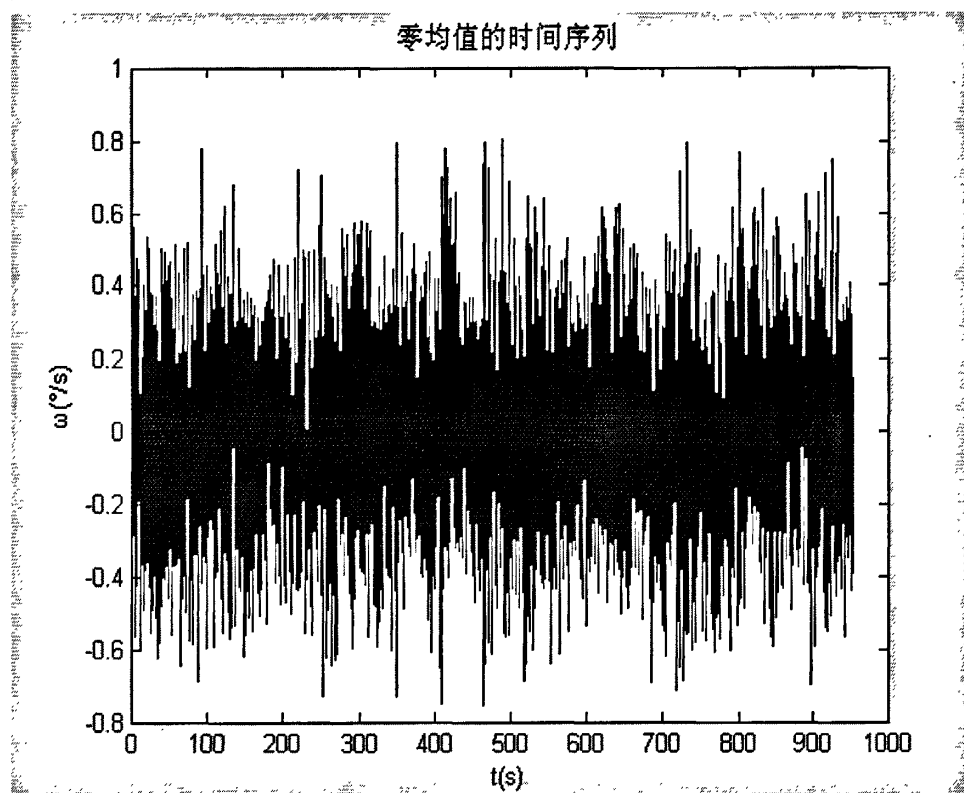


图4.5 零均值的时间序列

## 2) 平稳性检验

一个平稳时间序列 $\{x_t\}$ 的特点是均值和方差为常数,自协方差函数只与时间间隔有关,而与当前时间无关。因此对 $\{x_t\}$ 的平稳性检验,最根本的就是检验时间序列是否具有这两个性质。陀螺漂移是一个缓慢时变过程,所以对陀螺仪的平稳性检验主要是检验其输出信号的均值平稳性。

平稳性检验的方法有参数检验法和非参数检验法。本文使用逆序检验法<sup>[50]</sup>,是一种非参数检验法。它的检验原理是:首先将采样的时间序列分成 $N$ 个等时间子序列,然后对每个子序列求均值,构成了一个均值序列 $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$ 。对于 $i > j (j = 1, 2, \dots, N-1)$ ,如果 $\mu_i > \mu_j$ ,定义为 $\mu_j$ 的一个逆序,则 $\mu_j$ 的逆序数 $A_j$ 为序列中 $\mu_i > \mu_j$ 出现的次数。如果序列是平稳的,每个子序列的均值 $\mu_i$ 应该是随机的,则 $\mu_i$ 后面的各均值大于和小于 $\mu_i$ 的概率相等,那么序列的逆序总数就接近理论平均值。可以证明,逆序总数的理论平均值为:

$$E[A] = \sum_{j=1}^{N-1} E[A_j] = \frac{N(N-1)}{4} \quad (4-5)$$

理论方差为:

$$\sigma_A^2 = \frac{N(2N^2+3N-5)}{72} \quad (4-6)$$

可以构造统计量:

$$u = \frac{(A+1/2-E[A])}{\sigma_A} \quad (4-7)$$

$u$ 满足标准正态分布:  $u \sim N(0,1)$ 。假设序列平稳并设定显著性水平 $\alpha$ , 根据测得的实际逆序总数 $A$ 计算得到 $u$ , 如果 $|u| \leq u_{\alpha/2}$ 则接收假设, 认为 $\{x_t\}$ 是平稳的, 反之则拒绝假设。

本次样本数据共有9525个数据, 分成100个子序列, 每个子序列95个数据。计算得逆序总数 $A=2766$ , 同时得 $E[A] = 2475$ ,  $\sigma_A = 168$ , 代入式4-7, 得 $u = 1.735$ , 假设时间序列是平稳的, 显著性水平 $\alpha = 0.05$ , 则 $u_{\alpha/2} = 1.96$ , 所以接收假设, 认为时间序列是平稳的。

### 3) 正态性检验:

时间序列的正态性, 最常用的检测方法是卡埃平方拟合优度检验<sup>[51]</sup>。考虑到大多数工程问题都具有正态分布的特性, 可以直接检验序列的三阶矩(偏态系数 $\xi$ )和四阶矩(峰态系数 $v$ )是否满足正态随机变量的特性, 偏态系数 $\xi$ 和峰态系数 $v$ 的定义为:

$$\xi = E\left[\frac{x_t - \mu_x}{\sigma_x}\right]^3; \quad v = E\left[\frac{x_t - \mu_x}{\sigma_x}\right]^4 \quad (4-8)$$

理论上可以证明, 若 $\{x_t\}$ 是正态随机变量, 则有:  $\xi=0$ ,  $v=3$ 。因此可以对 $\{x_t\}$ 计算 $\xi$ 和 $v$ 的估值:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\xi} &= \frac{1}{N\hat{\sigma}_x^3} \sum_{t=1}^N (x_t - \hat{\mu}_x)^3 \\ \hat{v} &= \frac{1}{N\hat{\sigma}_x^4} \sum_{t=1}^N (x_t - \hat{\mu}_x)^4 \end{aligned} \right\} \quad (4-9)$$

式中,  $\hat{\mu}_x$ 、 $\hat{\sigma}_x^2$ 分别为 $\{x_t\}$ 的均值和方差的估计值。当算得 $\hat{\xi} \approx 0$ ,  $\hat{v} \approx 3$ 时, 则认为满足正态性。计算本次样本数据, 得 $\hat{\xi} = 0.0421$ ,  $\hat{v} = 3.0565$ 。可以认为满足正态性。

### 4.3.3 ARMA 模型参数的确定

经过上一节的处理, 陀螺信号已经变成了平稳、正态、零均值的时间序列。经验表明, MEMS陀螺仪的误差模型阶次比较低, 一般不会超过2到3阶。另外, ARMA模型、AR模型和MA模型的自相关函数和偏相关函数存在差别。AR模型具有自相关函数“拖尾”和偏自相关函数“截尾”的性质; MA模型具有自相关函数“截尾”和偏自相关函数“拖尾”的性质; 而ARMA模型的自相关函数和偏自相关函数均“拖尾”。因此通过对样本时间序列的自相关函数和偏自相关函数进行分析, 可以判断它适用的模型。

自相关函数定义为

$$R_k = \frac{1}{N-k} \sum_{t=k+1}^N x_t x_{t-k} \quad (k = 0,1,2,\cdots,N-1)$$
 (4-10)

偏自相关函数的定义<sup>[50]</sup>为：已知{ $x_t$ }为一个平稳时间序列，若能选择适当的k个系数 $\varphi_{k1}$ ， $\varphi_{k2}$ ， $\cdots$ ， $\varphi_{kk}$ 将 $x_t$ 表示为 $x_{t-i}$ 的线性组合，

$$x_t = \sum_{i=1}^k \varphi_{ki} x_{t-i}$$
 (4-11)

当这种表示的误差方差，

$$J = E \left[ \left( x_t - \sum_{i=1}^k \varphi_{ki} x_{t-i} \right)^2 \right]$$
 (4-12)

为极小时，则定义最后一个系数 $\varphi_{kk}$ 为偏自相关函数。偏自相关函数可以通过解Yule-Walker方程(4-13)得到。

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \cdots & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{k1} \\ \varphi_{k2} \\ \vdots \\ \varphi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$
 (4-13)

计算本次采样序列的偏自相关函数，前10个值为：

表4.1 偏自相关函数值

k	1	2	3	4	5
$\varphi_{kk}$	0.6512	-0.1330	0.0040	0.0001	-0.0066
k	6	7	8	9	10
$\varphi_{kk}$	-0.0025	0.0086	-0.0099	0.0098	0.0021

可以看到，从k=3开始，偏自相关函数 $\varphi_{kk} \approx 0$ 。所以可以建立AR(2)模型。

AR(n)模型的形式如式4-3所示，模型的参数估计，就是根据时间序列，按照某一方法估计出 $\varphi_1$ ， $\varphi_2$ ， $\cdots$ ， $\varphi_n$ 和 $\sigma_a^2$  ( $a_t$ 的方差)。其中

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{N-n} \sum_{t=n+1}^N (x_t - \sum_{i=1}^n \varphi_i x_{t-i})^2$$
 (4-14)

所以估计出 $\varphi_1$ ， $\varphi_2$ ， $\cdots$ ， $\varphi_n$ ，即可根据式4-14估计出 $\sigma_a^2$ 。

AR模型的参数估计方法有直接估计法和递推估计法，直接估计法又包括最小二乘估计法、基于自相关函数的最小二乘估计法、解Yule-Walker方程估计法和Ulrych-Clayton法（U-C估计法）。Yule-Walker方程如式4-13所示，即计算偏自相关函数得到的 $\varphi_{k1}$ ， $\varphi_{k2}$ ， $\cdots$ ， $\varphi_{kk}$ ，即为AR(k)模型的参数。所以本文采用解Yule-Walker方程估计法对参数进行估计。作为比较，得到AR(k)(k=1,2,3,4)模型的参数,如表4.2所示。

表4-2 AR(n)模型参数

	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)
$\varphi_1$	0.6512	0.7378	0.7383	0.7383
$\varphi_2$		-0.1330	-0.1360	-0.1359
$\varphi_3$			0.0040	0.0040
$\varphi_4$				0.0001
$\sigma_a^2$	0.0304	0.0299	0.0298	0.0298

4.3.4 模型的适用性检验

模型的适用性准则<sup>[50]</sup>，根据检验形式的不同，分为四类：第一，检验残差 $\{a_t\}$ 是否为白噪声，称为白噪声检验准则；第二，检验残差平方和S或残差方差 $\sigma_a^2$ 是否显著减小，称为残差平方和（残差方差）检验准则；第三，考虑到残差方差 $\sigma_a^2$ 的下降和模型阶次n，m的上升带来的利弊，日本赤池弘治提出了一系列的准则，称为Akaike信息准则；第四，对于不同的应用目的、不同的参数估计方法，有一些满足特殊要求的准则，称为特殊用途准则。本文的检验选择Akaike信息准则中的BIC准则。

Akaike信息准则的思想是：随着模型的阶次升高，模型逼近真实系统的准确性提高，表现为残差平方和s或残差方差的减小，但模型阶次升高，模型的待估参数也增多，从而导致计算误差的增大。综合考虑这两方面的影响，可以建立一个准则函数，使准则函数达到极小的阶次模型即为最佳模型。它包括FPE准则、AIC准则、BIC准则等一系列准则。其中FPE准则只适用于AR模型的适用性检验，AIC准则适用于ARMA模型，但是AIC确定的适用性模型阶次并不是其真值的一致性估计，而且实际中发现，AIC准则确定的适用性模型的阶次往往偏高，为解决后一问题，发展了BIC准则。BIC准则函数为式4-15所示。

$$BIC(p) = N \ln \sigma_a^2 + p \ln N \tag{4-15}$$

$$AIC(p) = N \ln \sigma_a^2 + 2p \tag{4-16}$$

其中，对ARMA(n,m)模型， $p=n+m$ ；对AR(n)模型， $p=n$ ；

与AIC准则函数4-16相比，BIC将模型阶次p的系数由2换成了 $\ln N$ ，一般来说， $\ln N \gg 2$ ，因此在BIC准则中，模型阶次p的升高对BIC(p)的影响较大，从而使BIC准则确定的模型阶次低于AIC确定的阶次。另外可以证明，BIC准则确定的适用模型阶次是其真值的渐进一致估计。所以本文选择BIC准则作为适用性检测的准则。使用BIC准则对表4.2的估计值进行检测，结果如表4.3所示。从表中可以看出，AR(3)模型的BIC值最小，但是AR(2)、AR(3)、AR(4)的BIC值接近，考虑到实用性，本文选择AR(2)作为误差模型，由此确定陀螺随机误差的时间序列模型为：

$$x_k = 0.7378x_{k-1} - 0.1330x_{k-2} + a_k \tag{4-17}$$

式中 $a_t$ 为白噪声，它的方差为0.0299。

表4.3 AR模型的适用性检验

	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)
$\varphi_1$	0.6512	0.7378	0.7383	0.7383
$\varphi_2$		-0.1330	-0.1360	-0.1359
$\varphi_3$			0.0040	0.0040
$\varphi_4$				0.0001
$\sigma_a^2$	0.0304	0.0299	0.0298	0.0298
BIC(p)	-33264.6	-33423.55	-33436.19	-33427.03

4.4 陀螺随机漂移的 Kalman 滤波

Kalman滤波是卡尔曼（R.E.Kalman）于1960年提出的<sup>[52]</sup>，是一种递推线性最小方差估计。它从与被提取信号有关的观测量中通过算法估计出所需信号。它能够将仅与部分状态有关的测量值进行处理，得出从某种统计意义上讲估计误差最小的更多状态的值。他把状态空间的概念引入到随机估计理论中，把信号过程视为白噪声作用下的一个线性系统的输出，用状态方程来描述这种输入-输出关系，估计过程中利用系统状态方程、观测方程和白噪声激励（系统噪声和观测噪声）的统计特性形成滤波算法，由于所用的信息都是时域内的量，所以不但可以对平稳的一维随机过程进行估计，也可以对非平稳的、多维随机过程进行估计，从而避免了Wiener滤波在频域内设计时遇到的限制，使用范围比较广泛。

Kalman滤波是一套由计算机实现的实时递推算法，它所处理的对象是随机信号，利用系统噪声和观测噪声的统计特性，以系统的观测量作为滤波器的输入，以所要估计值（系统的状态或参数）作为滤波器的输出，滤波器的输入和输出之间是由时间更新和观测更新算法联系在一起的，根据系统方程和观测方程估计出所有需要处理的信号。

4.4.1 离散系统的 Kalman 滤波基本方程

随机线性离散系统可以用状态方程（不考虑控制作用）式4-18a和量测方程式4-18b来表示。

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1}W_{k-1} \tag{4-18 a}$$

$$Z_k = H_kX_k + V_k \tag{4-18b}$$

式中， $X_k$ 是系统的n维状态向量， $\Phi_{k,k-1}$ 是系统的 $n \times n$ 状态转移矩阵， $w_k$ 是p维系统过程噪声向量， $\Gamma_{k,k-1}$ 是 $n \times p$ 维噪声输入矩阵， $Z_k$ 是系统的m维观测向量， $H_k$ 是 $m \times n$ 维观测矩阵， $V_k$ 是m维观测噪声向量。

系统的过程噪声和观测噪声都是零均值或者非零均值的白噪声或高斯白噪声随机过程向量，即它们的统计特性满足式4-19。



$$\begin{cases} E[W_k] = 0 \text{ 或 } E[W_k] = \mu v, & E[W_k W_j^T] = Q_k \delta_{kj}; \\ E[V_k] = 0 \text{ 或 } E[V_k] = \mu v, & E[V_k V_j^T] = R_k \delta_{kj}; \\ E[W_k V_j^T] = 0 \end{cases} \quad (4-19)$$

其中 $Q_k$ 是系统过程噪声 $W_k$ 的 $p \times p$ 维非负定方差矩阵, $R_k$ 是系统量测噪声 $V_k$ 的 $m \times m$ 维正定方差矩阵, $\delta_{kj}$ 是Kronecker- $\delta$ 函数。

在式4-18给出的状态方程和量测方程的基础上,满足式4-19的约束条件,就可以建立Kalman滤波的基本方程,由下述五个方程组成<sup>[53]</sup>。

1) 状态一步预测

$$\hat{X}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (4-20a)$$

2) 状态估计

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k,k-1} + K_k [Z_k - H_k \hat{X}_{k,k-1}] \quad (4-20b)$$

3) 滤波增益矩阵

$$K_k = P_{k,k-1} H_k^T [H_k P_{k,k-1} H_k^T + R_k]^{-1} \quad (4-20c)$$

或者写成

$$K_k = P_k H_k^T R_k^{-1}$$

4) 一步预测误差方差阵

$$P_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k,k-1}^T \quad (4-20d)$$

5) 估计误差方差阵

$$P_k = [I - K_k H_k] P_{k,k-1} [I - K_k H_k]^T + K_k R_k K_k^T \quad (4-20e)$$

也可进一步写成

$$P_k = [I - K_k H_k]$$

或者

$$P_k^{-1} = P_{k,k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k$$

式4-20就称为离散Kalman滤波的基本方程。给定了初值 $\hat{X}_0$ 和 $P_0$ ,就可以根据 $k$ 时刻的量测值 $Z_k$ ,递推得到 $k$ 时刻的状态最优估计 $\hat{X}_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ )。

#### 4.4.2 Kalman 滤波用于陀螺随机信号处理

在4.2节建立起了陀螺漂移信号的AR(2)模型,重写如下:

$$x_k = 0.7378x_{k-1} - 0.1330x_{k-2} + a_k \quad (4-21)$$

式中,  $x_k$  为时间序列模型的输出,  $a_k$  是零均值、方差为  $\sigma_a^2$  的白噪声。

从系统的观点出发, 可以认为陀螺零点漂移时以白噪声为输入时的系统输出。

设系统的状态为  $X_k = \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \end{bmatrix}$ , 系统的噪声为  $W_k = \begin{bmatrix} a_k \\ 0 \end{bmatrix}$

则系统的状态方程为

$$X_k = \Phi X_k + \Gamma W_k \quad (4-22)$$

其中  $\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。

设量测噪声为  $V_k$ , 系统的输出为  $Z_k = x_k$ , 则系统的量测方程为

$$Z_k = H \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + V_k \quad (4-23)$$

由于是对陀螺测量信号的估计, 所以  $H = [1 \ 0]$ 。

根据式4-21到式4-23, 建立系统的Kalman滤波递推方程为

$$\begin{cases} \hat{X}_{k,k-1} = \Phi \hat{X}_{k-1} \\ P_{k,k-1} = \Phi P_{k-1} \Phi^T + \Gamma Q_{k-1} \Gamma^T \\ K_k = P_{k,k-1} H^T [H P_{k,k-1} H^T + R_k]^{-1} \\ P_k = [I - K_k H] P_{k,k-1} \\ \hat{X}_k = \hat{X}_{k,k-1} + K_k (Z_k - H \hat{X}_{k,k-1}) \\ Z_k = H \hat{X}_k \end{cases} \quad (4-24)$$

式中,  $\Phi = \begin{bmatrix} 0.7378 & -0.1330 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $P_k$  的初值设为  $P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $R_k$  为系统量测噪声矩阵,

其值为模型估计误差的方差,  $Q$  为系统过程噪声矩阵, 取值为  $\begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。

利用上面所建立的Kalman滤波器方程对陀螺漂移数据进行滤波, 滤波前后的陀螺漂移曲线如图4.6所示。滤波前, 漂移数据的方差是0.0526, 滤波后, 漂移数据的方差是0.0078, 方差明显下降。为测试动态数据的滤波效果, 人为的将系统绕X轴转动, 采样了一组滚转角速度输出数据, 从图4.7所示的滤波结果看出, Kalman滤波能够很好的跟踪角速度的变化。

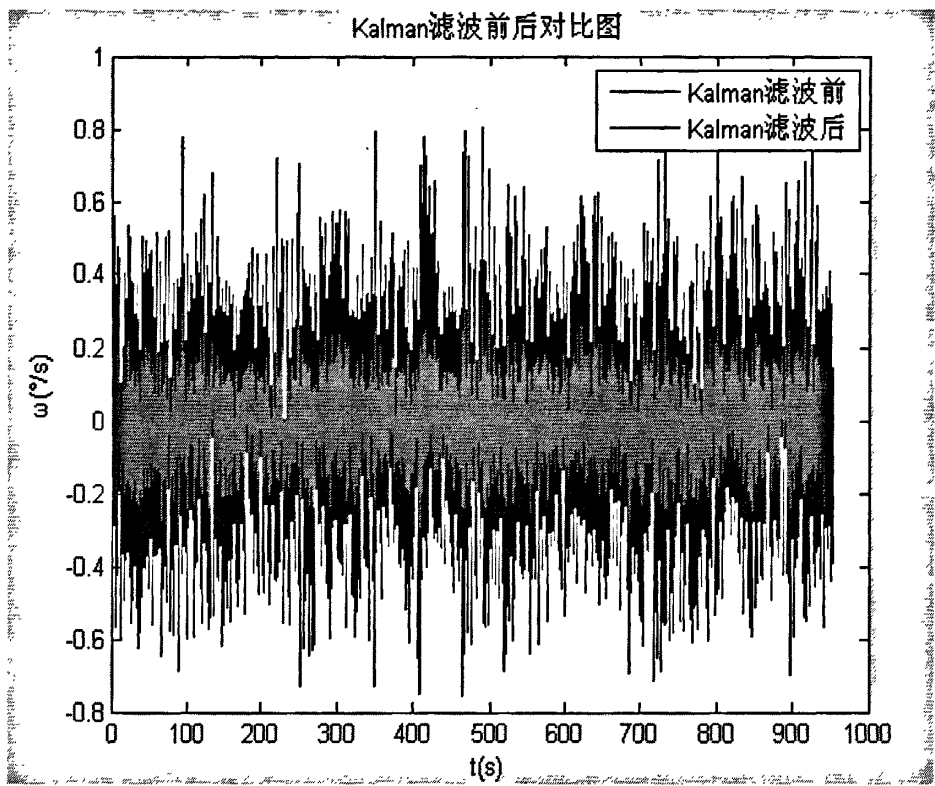


图4.6 卡尔曼滤波前后陀螺漂移信号对比图

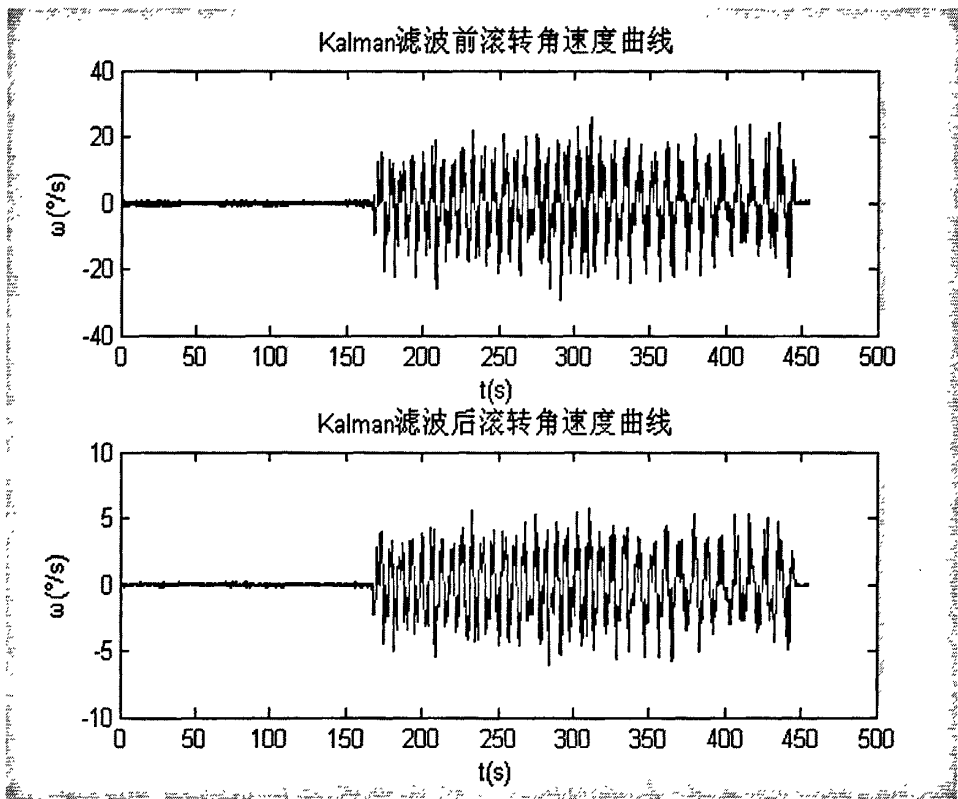


图4.7 绕滚转轴来回转动数据的卡尔曼滤波结果

## 4.5 本章小结

本章重点对MEMS陀螺仪的误差进行了分析和补偿。首先介绍了MEMS陀螺的常见误差类型，然后介绍了常用的陀螺仪误差建模方法；接着根据实测数据建立了温度补偿模型，对温度的影响进行了补偿；然后，对陀螺的随机漂移误差进行了时间序列分析，建立了ARMA模型，最后通过Kalman滤波对陀螺的随机漂移误差进行了补偿。

## 第五章 姿态解算和导航计算

在捷联惯导系统中, 由于省略了机械式导航平台, 由计算机上建立的数学平台完成导航, 所以姿态矩阵(捷联矩阵)的实时计算非常重要。一方面, 姿态矩阵用来将加速度计测得的比力从载体坐标系转换到导航坐标系; 另一方面, 根据姿态矩阵的欧拉角形式, 可以实时计算出载体的姿态角。图 5.1 显示了姿态矩阵在捷联惯导系统中的作用。

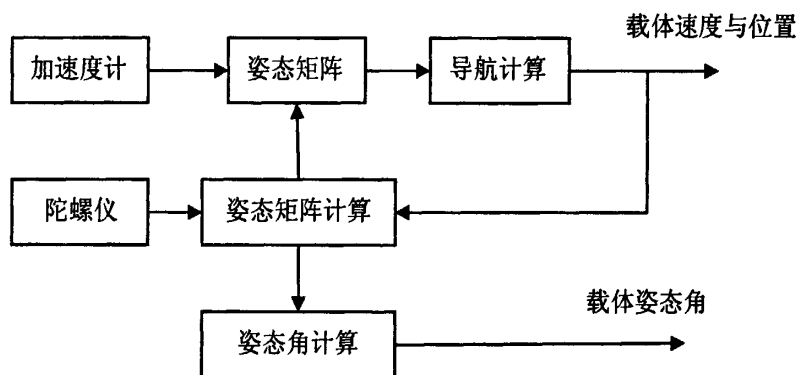


图 5.1 姿态矩阵在捷联惯导中的作用

### 5.1 姿态矩阵的计算

姿态矩阵的解算方法, 常用的有欧拉角法、方向余弦法、四元数法和等效旋转矢量法等, 在第二章中做了详细介绍。相比之下, 四元数法求解姿态矩阵计算量较小, 而且适用于全姿态, 还可以写成适合于计算机的递推形式, 因此使用的最为广泛, 也是本文选择的方法。通过解四元数微分方程式 5-2, 得到四元数的实时更新值, 代入式 5-1 即得到姿态矩阵。

$$T = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_0^2 - q_3^2 - q_2^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 - q_1^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_3^2 - q_2^2 - q_1^2 + q_0^2 \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

在式 5-2 中,  $\omega = \omega_x i_b + \omega_y j_b + \omega_z k_b$  为载体坐标系相对于导航坐标系的转动角速度在载体坐标系中的投影, 而载体上的陀螺测量的角速度是载体坐标系相对惯性系的角速度在载体坐标系中的投影, 因此必须经过变换才能用于姿态矩阵的

解算。变换公式<sup>[54]</sup>为:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} - C_n^b \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

其中,  $\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$  为陀螺输出,  $\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \omega_{ie}^n + \omega_{en}^n$ ,

$\omega_{ie}^n$  是地球自转角速度在导航坐标系中的投影, 用地球自转角速度  $\Omega$  和纬度  $L$  表示为:

$$\omega_{ie}^n = [\Omega \cos L \quad 0 \quad -\Omega \sin L]^T \quad (5-4)$$

$\omega_{en}^n$  表示导航坐标系相对地球坐标系的转动角速率在导航坐标系中的投影, 该值与飞行高度、地速和纬度有关:

$$\omega_{en}^n = \left[ \frac{v_E}{R_0+h} \quad -\frac{v_N}{R_0+h} \quad -\frac{v_E \tan L}{R_0+h} \right]^T \quad (5-5)$$

式中,  $R_0$  表示地球半径 (假设地球为理想球体),  $h$  为载体距离地球表面的高度,  $v_E$ 、 $v_N$  分别为载体的东向速度和北向速度。如果近似认为  $R_0 = 6400\text{km}$ ,  $\Omega = 0.004^\circ/\text{s}$ , 则式 5-3 中的第二项比较小, 可以忽略不计, 直接用陀螺测量值来更新四元数。

### 5.1.1 姿态矩阵计算的数值方法

求解四元数微分方程的算法有增量算法、数值积分法、多子样等效旋转矢量估计法。常用的一种数值积分方法是龙格-库塔 (Runge-Kutta) 方法, 它是一种单步方法。根据对计算精度的要求, 可以分为一阶、二阶、四阶龙格-库塔方法。使用龙格-库塔方法的缺点是不能解决计算发散的问题, 即四元数的“单位性”得不到保证。而基于 Adams 的预测-校正-改进算法<sup>[55]</sup>, 其稳定性明显增强, 完全能够保证四元数的“单位”性。但是 Adams 算法是线性多步法, 无法自启动, 需要用其它方法 (如四阶龙格-库塔方法) 计算出开始几步的初值, 然后才能开始迭代计算。本文使用四阶龙格-库塔方法计算初值, 然后使用基于 Adams 的预测-校正-改进算法进行迭代。

常用的四阶龙格-库塔方法的一种形式<sup>[56]</sup>为:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4), \\ K_1 = f(x_n, y_n), \\ K_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}K_1\right), \\ K_3 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}K_2\right), \\ K_4 = f(x_n + h, y_n + hK_3). \end{array} \right. \quad (5-6)$$

在解四元数微分方程时，需要确定四元数的初值。已知姿态角的初值，根据式 2-29 可以确定四元数的初值。

Adams 的预测-校正算法是将 Adams 显式公式和隐式公式结合起来，用 Adams 显式公式 5-7 来预测，而用隐式公式 5-10 来校正。考虑到算法的截断误差，如果用截断误差对预测值和校正值进行补偿，就得到了预测-校正-改进算法。式 5-7 到 5-12 所示为四步预测-校正-改进算法的迭代公式。

预测

$$P(n+1) = Q(n) + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}) \quad (5-7)$$

改进

$$\bar{Q}(n+1) = P(n+1) + \frac{251}{720}[C(n) - P(n)] \quad (5-8)$$

$$\bar{f}(n+1) = f[t_{n+1}, \bar{Q}(n+1)] \quad (5-9)$$

校正

$$C(n+1) = Q(n) + \frac{h}{24}(9\bar{f}_{n+1} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2}) \quad (5-10)$$

改进

$$Q(n+1) = C(n+1) + \frac{19}{270}[C(n+1) - P(n+1)] \quad (5-11)$$

$$f(n+1) = f[t_{n+1}, Q(n+1)] \quad (5-12)$$

使用基于 Adams 的预测-校正-改进算法时，需要先用龙格-库塔方法计算出  $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_3$  作为初值，然后才能使用该算法进行迭代，其中， $C_3 - P_3$  可以设为零。

### 5.1.2 姿态角解算

在求解出四元数后，根据四元数和欧拉角的关系式 2-31，即可计算载体的姿态角<sup>[57]</sup>。因为航向角  $\varphi$ 、俯仰角  $\theta$ 、滚转角  $\gamma$  的定义域分别为  $\varphi[0, 2\pi]$ ， $\theta[-\pi/2, \pi/2]$ ， $\gamma[-\pi, \pi]$ ，计算出的姿态角可能与主值范围不一致，所以要考

考虑多值问题。俯仰角的定义域为 $[-\pi/2, \pi/2]$ ，与反正弦的主值范围一致；航向角和滚转角的定义域和反正切的主值范围不一致，所以存在多值问题<sup>[58]</sup>，需要根据情况确定，可以参照表 5-1 和表 5-2。

表 5.1 滚转角象限判断

$C_{23}$	$C_{33}$	滚转角 $\gamma$
+	+	$\gamma_{\text{主}}$
+	-	$\gamma_{\text{主}} + \pi$
-	+	$\gamma_{\text{主}}$
-	-	$\gamma_{\text{主}} - \pi$
+	0	$\pi/2$
-	0	$-\pi/2$
0	+	0
0	-	$+/-\pi$

表 5.2 航向角象限判断

$C_{12}$	$C_{11}$	航向角 $\varphi$
+	+	$\varphi_{\text{主}}$
+	-	$\varphi_{\text{主}} + \pi$
-	+	$\varphi_{\text{主}} + 2\pi$
-	-	$\varphi_{\text{主}} + \pi$
+	0	$\pi/2$
-	0	$3\pi/2$
0	+	$0/2\pi$
0	-	$\pi$



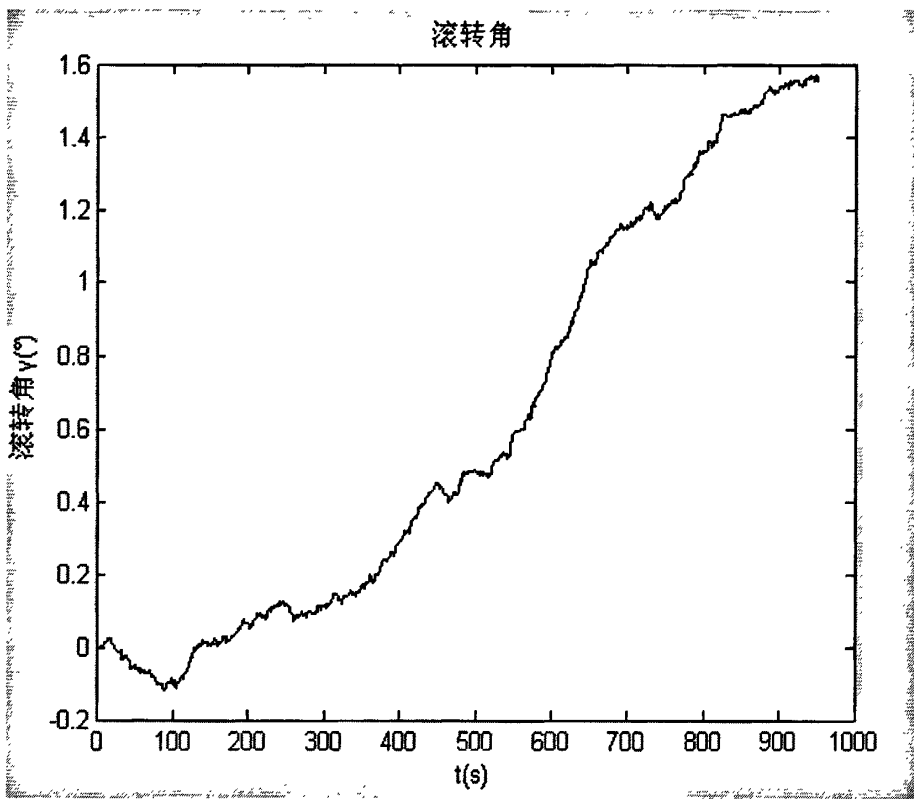


图 5.2.a 根据陀螺信号解算的滚转角

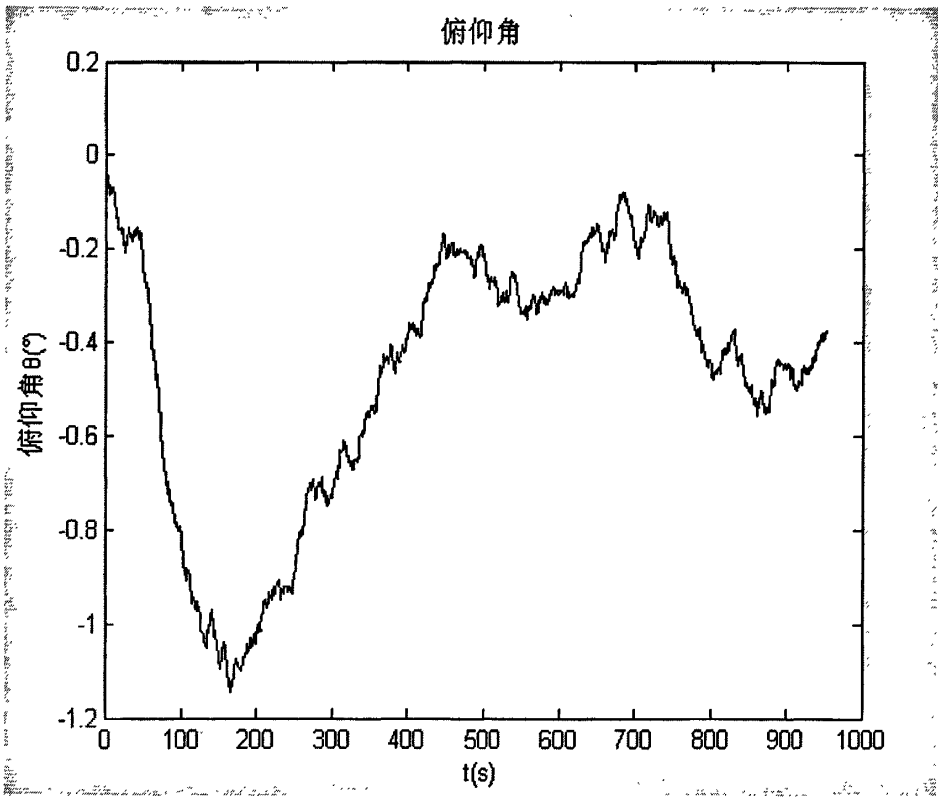


图 5.2.b 根据陀螺信号解算的俯仰角

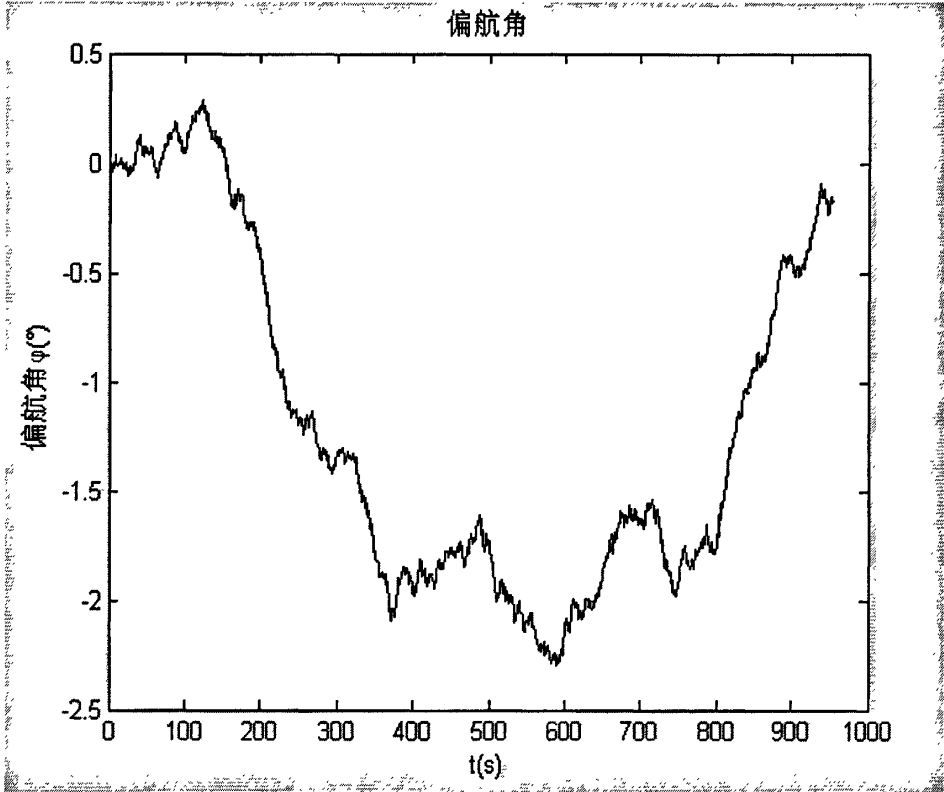


图 5.2.c 根据陀螺信号解算的偏航角

5.2 互补滤波

陀螺仪测量姿态角是通过积分得到的，会产生积累误差，长期精度较差，但是短期的测量精度高；而加速度计能够敏感机体的运动加速度和重力加速度，当机体不存在运动加速度时，就可以通过加速度计测量的重力加速度分量解算载体的滚转角和俯仰角，它的测量误差不随时间积累，但是动态响应较慢。利用两者频率上的互补特性，通过互补滤波器将两者的测量数据进行融合<sup>[59]</sup>，可以得到长期精度高、动态响应快的姿态信息。

5.2.1 重力场互补滤波器设计

频域内的互补滤波方程可以表示为

$$b_t(s) = \frac{K}{s+K} b_t(s) + \frac{s}{s+K} b_t(s) \tag{5-13}$$

式中，K 为滤波器增益， $K/(s+K)$  具有低通特性， $s/(s+K)$  具有高通特性，两者和为 1。低通滤波的截止频率由 K 决定。

根据方向余弦矩阵的微分方程 2-13，对导航坐标系到载体坐标系的转换矩阵  $C_n^b$  求导得： $\dot{C}_n^b = -\omega \times C_n^b$ ，可以求得载体坐标系下的重力加速度运动状态方程为<sup>[60]</sup>：

$$\dot{\mathbf{g}}^b = \dot{\mathbf{C}}_n^b \mathbf{g}^n = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{g}^b \quad (5-14)$$

重力加速度分量的观测方程可以表示为：

$$\mathbf{f} = \mathbf{a} - \mathbf{g}^b + \mathbf{n} \quad (5-15)$$

式中， $\mathbf{f}$  为加速度计测量的比力， $\mathbf{a}$  为载体运动加速度向量， $\mathbf{g}^b$  为载体坐标系下的重力加速度， $\mathbf{n}$  表示测量噪声。如果忽略陀螺仪和加速度计的测量噪声，根据式 5-13 到 5-15，可以得到基于重力场的互补滤波器的时域形式：

$$\dot{\mathbf{g}}^b = -[\boldsymbol{\omega} \times] \mathbf{g}^b - K(\mathbf{f} + \mathbf{g}^b) \quad (5-16)$$

重力场互补滤波器将陀螺仪的动态性能和加速度计低频精度融合起来，可以获得具有良好测量精度和动态性能的重力加速度信息，其原理如图 5.3 所示。

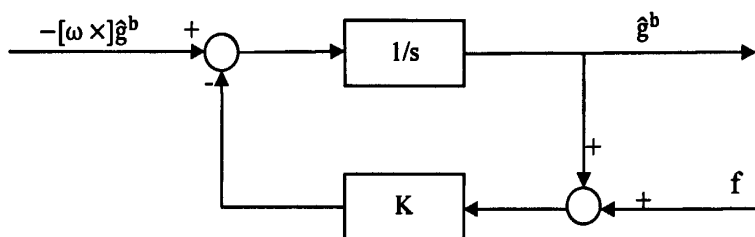


图 5.3 重力场互补滤波器

### 5.2.2 自适应互补滤波

在重力场互补滤波器的设计中，滤波器的增益系数  $K$  的选择很重要。 $K$  选的较小，截止频率较低，滤波器的输出易受陀螺仪的时间漂移的影响； $K$  选的较大时，截止频率较高，又不容易滤除低频的、幅值较大的运动加速度。如果能根据重力加速度观测量的大小，自适应的调节  $K$  的大小，将会提高互补滤波器的滤波效果。

文献[61]基于模糊逻辑实时推导滤波器的增益系数  $K$ ，文献[62] 设计了一种系数的线性调节算法，根据重力加速度观测量的大小实时调整系数  $K$ ，获得了比固定参数互补滤波更好的姿态估计效果。本文直接利用文献[62]提出的算法：

$$K_{i+1} = \begin{cases} -m|f_{i+1} - g_i| + \lambda, & |f_{i+1} - g_i| < \lambda/m \\ 0, & |f_{i+1} - g_i| \geq \lambda/m \end{cases} \quad (5-17)$$

式中， $\lambda$  和  $m$  是可调节的参数， $\lambda$  保证在运动加速度不大时互补滤波的静态精度， $m$  根据阈值  $\lambda/m$  确定，取决于系统的噪声水平。

重力场互补滤波器是以加速度计的输出作为观测值，在运动加速度较小时，滤波器可以较好的估计重力场分量，这时  $K$  的取值与  $|f_{i+1} - g_i|$  成反比；反之，将加速度计输出作为重力观测将产生较大误差，这时令  $K$  为 0，互补滤波器变为对

陀螺仪的开环积分，可以在一定程度上消除运动加速度的影响。

5.2.3 互补滤波的姿态解算

获得载体坐标系下重力估计值 $g^b$ 后，由

$$g^b = \begin{bmatrix} g_x^b \\ g_y^b \\ g_z^b \end{bmatrix} = C_n^b g^n = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \cos \theta \sin \gamma \\ g \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix} \tag{5-18}$$

可以计算出载体的俯仰角  $\theta$  和滚转角  $\gamma$ ，式中， $g$  为本地重力加速度。解式 5-18 可得：

$$\theta = -\sin^{-1}\left(\frac{g_x^b}{g}\right) \tag{5-19}$$

$$\gamma = \begin{cases} \pi + \tan^{-1}(g_y^b/g_z^b), & g_y^b > 0 \text{ 且 } g_z^b < 0 \\ \pi/2, & g_y^b > 0 \text{ 且 } g_z^b = 0 \\ \tan^{-1}(g_y^b/g_z^b), & g_z^b > 0 \\ \pi/2 & g_y^b < 0 \text{ 且 } g_z^b = 0 \\ -\pi + \tan^{-1}(g_y^b/g_z^b), & g_y^b < 0 \text{ 且 } g_z^b < 0 \end{cases} \tag{5-20}$$

为了验证互补滤波的有效性，采样了一组绕 X 轴（滚转轴）转动的数据，从图 5.4 可以看到，基于陀螺仪输出解算的姿态角存在积累误差，造成结果的漂移；基于加速度计解算的姿态角动态响应比较慢，不能敏感到快速的姿态角变化；而采用互补滤波，将两者的优点结合到一起，得到了精度和动态特性都比较好的姿态角。

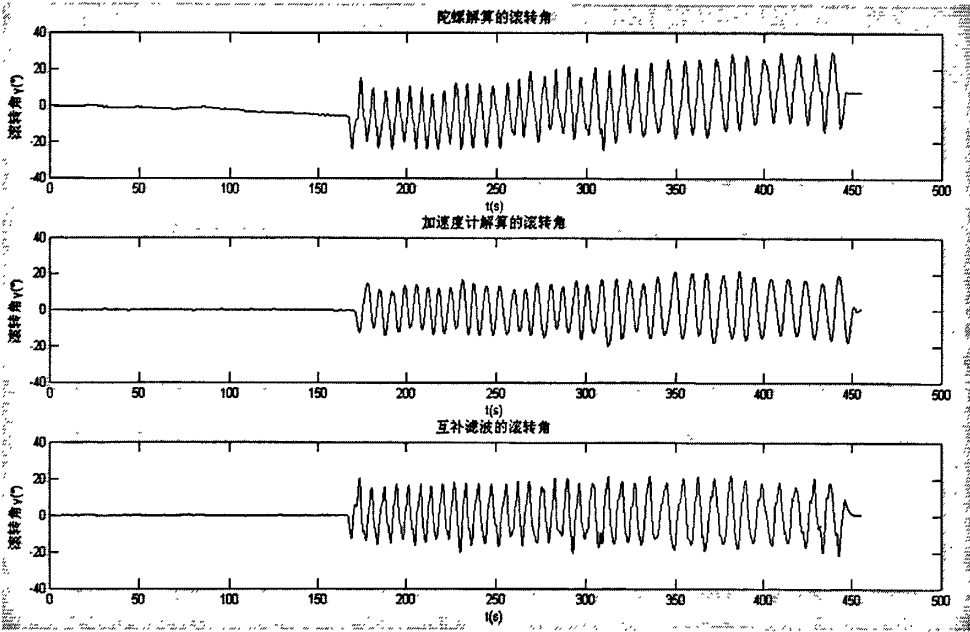


图 5.4 基于陀螺、加速度计和互补滤波解算的滚转角

### 5.3 导航计算

导航计算就是确定载体的速度和位置,在捷联系统中,将加速度计测量的比力变换到导航坐标系,进行一次积分得到载体速度,对速度积分得到载体的位移,如果已知了载体速度位置的初值,就可以通过递推计算实时更新载体的速度位置信息,完成导航。

#### 5.3.1 速度计算

速度的计算可以通过导航方程计算得到。导航方程已经在第二章进行了推导,现直接写出来为:

$$\dot{\mathbf{v}}_e^n = \mathbf{f}^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{v}_e^n + \mathbf{g}_1^n \quad (5-21)$$

式中,  $\dot{\mathbf{v}}_e^n$  表示载体相对地球的速度在地理坐标系中的值,它在三个坐标方向上的分量形式为:

$$\dot{\mathbf{v}}_e^n = [v_N \quad v_E \quad v_D]^T \quad (5-22)$$

$\mathbf{f}^n$  表示载体上的加速度计测量的比力在地理坐标系中的值,其分量形式为:

$$\mathbf{f}_n = [f_N \quad f_E \quad f_D]^T \quad (5-23)$$

$\mathbf{g}_1^n$  是当地重力加速度,它是由地球引力和地球转动产生的向心加速度组成,由于地球转动产生的向心加速度较小,在不要求精确导航的情况下可以忽略。 $\omega_{ie}^n$  和  $\omega_{en}^n$  的表达式如式 5-4 和式 5-5 所示。

将式 5-21 表示成分量形式:

$$\begin{cases} \dot{v}_N = f_N - \left( \frac{v_E \tan L}{R_0} + 2\Omega \sin L \right) v_E + \frac{v_N}{R_0} v_D \\ \dot{v}_E = f_E + \left( 2\Omega \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_0} \right) v_N + \left( 2\Omega \cos L + \frac{v_E}{R_0} \right) v_D \\ \dot{v}_D = f_D - 2\Omega v_E \cos L - \frac{v_E^2 + v_N^2}{R_0} + g \end{cases} \quad (5-24)$$

由于垂直速度远小于水平速度,所以在计算式 5-24 时,可以略去  $v_D$  的影响,则式 5-24 可以简化为:

$$\dot{v}_N = f_N - \left( \frac{v_E \tan L}{R_0} + 2\Omega \sin L \right) v_E \quad (5-25)$$

$$\dot{v}_E = f_E + \left( 2\Omega \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_0} \right) v_N$$

水平速度为  $V = \sqrt{v_E^2 + v_N^2}$

使用四阶龙格-库塔方法求解微分方程 5-25, 得到载体的水平速度。

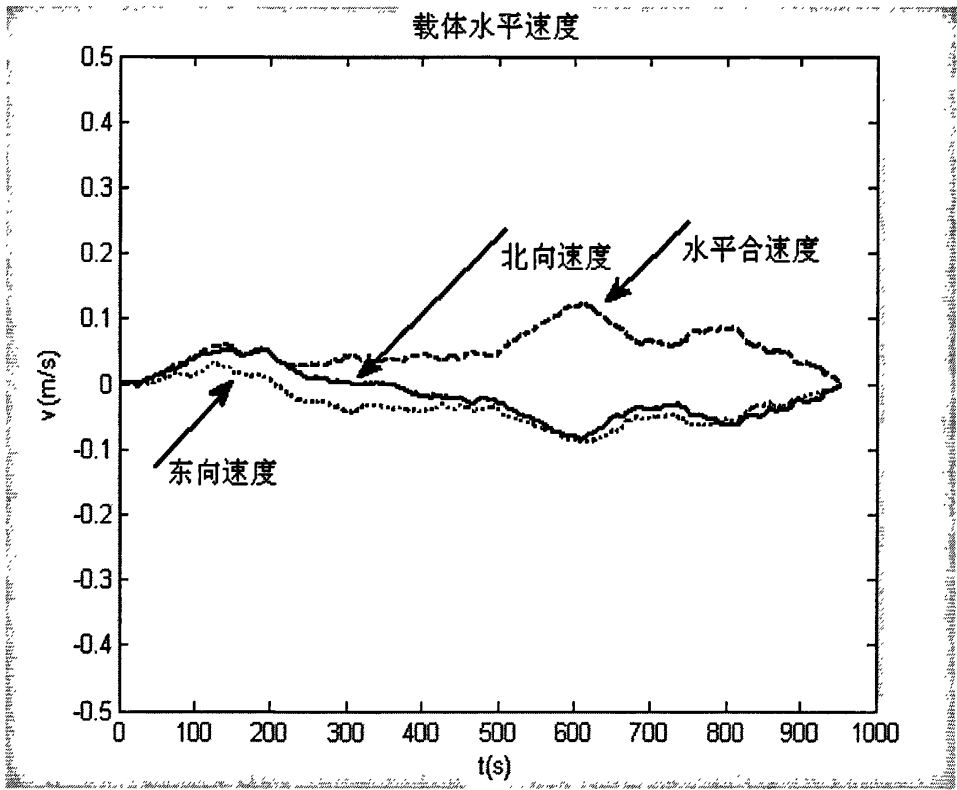


图 5.5 载体的水平速度曲线

5.3.2 位置计算

位置计算包括计算载体的高度  $h$ ，地理经度  $\lambda$  和地理纬度  $L$ 。由于北向速度引起载体的纬度变化，东向速度引起经度变化。地向速度引起高度的变化。把加速度计测量的比力变换到导航坐标系，通过速度解算得到机体的速度，再利用经纬度、高度与速度的关系式

$$\dot{L} = \frac{v_N}{R_0} \tag{5-26.a}$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v_E}{R_0 \cos L} \tag{5-26.b}$$

$$\dot{h} = -v_D \tag{5-26.c}$$

通过积分得到载体的经纬度和高度。由于惯导系统中的高度通道是发散的，在导航计算时需要引入外部数据来加以修正。

使用四阶龙格-库塔方法求解微分方程 5-26.a 和 5-26.b，得到载体的位置。

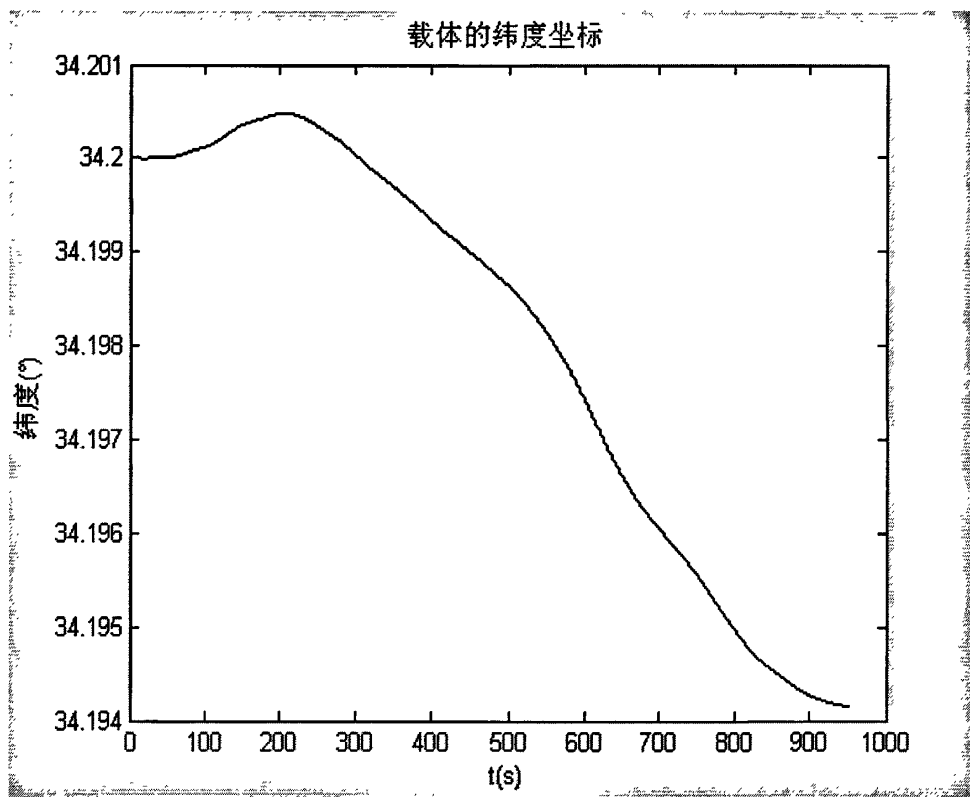


图 5.6 载体的纬度坐标

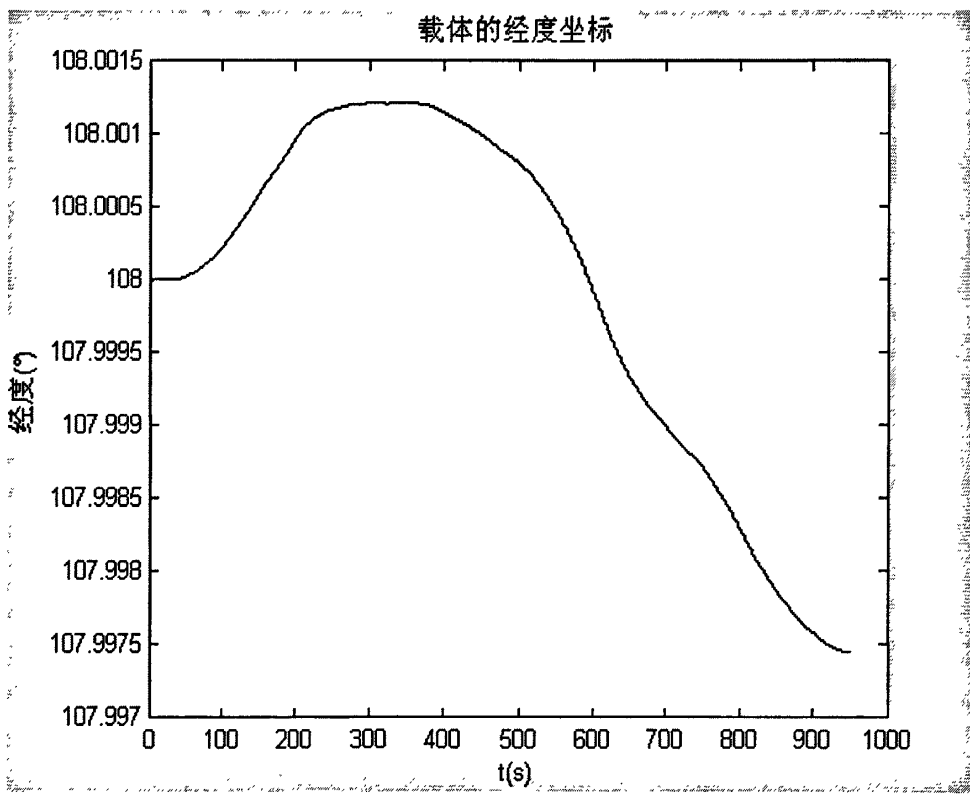


图 5.7 载体的经度坐标

通过图 5.6 和图 5.7 可以看到，通过积分得到的速度和位移，随着时间的推移误差逐渐积累，最终造成导航失去意义。所以需要辅助导航手段加以纠正。

本系统中选择 GPS 完成辅助导航。

## 5.4 本章小结

本章完成了基于惯性导航的姿态解算和导航计算。首先确定了四元数法解姿态矩阵的微分方程,以及本文中解微分方程所用到的数值方法及具体的计算过程;然后编写 Matlab 程序完成了基于实测数据的态度角的解算;针对陀螺仪解算的姿态角存在积累误差的缺点,设计了基于重力场的自适应互补滤波器,通过加速度和陀螺仪的融合,得到了长期精度高、动态性能好的姿态角信息;最后将加速度计测量值转换到导航坐标系,完成了速度和经纬度的计算。



## 总结和展望

无人机的自动驾驶仪是无人机的核心组成部分,决定着无人机的各种飞行性能。它是一个包括了软硬件设计、自动控制、数据处理、通信技术、传感器技术等多个学科的复杂系统。因此整个系统的设计也分成了几个部分,本文主要完成了惯性导航的算法设计和数据处理,包括以下工作:

(1) 完成了自动驾驶仪的总体方案的设计以及硬件的选型,并协助完成硬件电路系统的设计。

(2) 完成了 DSP 驱动软件的设计与调试,包括传感器数据的 AD 采集与预处理软件设计、串口通信模块软件设计、SPI 双机通信软件设计、I<sup>2</sup>C 通信模块软件设计,以及整体功能的调试,最后实现了数据的采集和上传。

(3) 通过大量的数据实验,对 MEMS 陀螺仪的数据进行了分析,建立了陀螺数据的温度误差模型,对温度的影响进行了补偿。然后对温度补偿后的数据进行了时间序列分析,建立了随机漂移的 ARMA 模型,然后通过 Kalman 滤波降低了陀螺的随机漂移误差。

(4) 探讨了捷联式惯性导航系统中常用的姿态矩阵更新算法,并选择了四元数法进行姿态矩阵和姿态角的解算。针对陀螺解算出的姿态角存在漂移的问题,设计了基于重力场的自适应互补滤波器,充分利用加速度计良好的低频特性和陀螺仪较高的动态响应能力,得到了长期精度高、动态响应快的姿态信息。最后通过求解导航方程,完成了惯性导航系统中水平速度和位置的计算。

自动驾驶仪的设计是整个无人机项目中的一部分,而整个项目目前还处于初期,本文也只是做了一些基础性的研究,针对姿态解算部分,还需要进一步开展的工作包括:

(1) 进一步完善测量单元的功能,目前系统中只用到了加速度计和陀螺仪,完成了最基本的姿态测量和导航功能,但是无法精确测量高度和空速等参数;此外,对陀螺仪解算的航向角没有进行补偿。本系统设计的是 GPS 辅助惯性导航的组合导航方式, GPS 导航的功能有项目组其他成员在做,但是还没有实现数据的融合。

(2) 姿态解算 DSP 程序设计。由于时间关系,本文仅完成了传感器数据的 Matlab 环境下的数据处理,需要将 Matlab 程序转换成 DSP 环境下运行的程序。

(3) 由于实验环境的限制,本文并没有进行复杂的测试实验,但是在进行实际的飞行测试之前,必须进行仿真环境的试验,充分验证系统的可靠性,以降低实际飞行中可能造成的损失。

(4) 初始对准。惯导系统初始对准的误差对系统的影响不仅表现在姿态指示上,而且表现在速度和位置信息的获取上,从而直接影响导航的精度,是惯导系

统的主要误差源之一。因此，惯性导航系统在正常导航之前，必须进行精确的初始对准，估计出系统的误差角，进而采用一定的方法进行补偿。

从整个自动驾驶仪的设计角度来说，还有很多任务要做。包括无人机的力学建模，导航算法的设计、航迹规划以及通信协议的设计等。

## 致 谢

本文是在我的导师林晓春副教授的悉心指导和关怀下完成的。在论文的选题、研究、试验和撰写过程中，林老师都提出了许多宝贵意见，极大的启发了我的思维并给我很大的鼓励。在两年多的硕士研究生期间，林老师在学业上对我耐心指导、严格要求，让我不仅学到了专业知识，更树立了良好的科学态度和工作作风；在生活上对我无私的帮助和关怀，使我学到了很多为人处世的道理，这些都将使我受益终身。林老师渊博的学识、严谨的治学态度 and 一丝不苟的工作精神，是我永远学习的榜样。在此，首先向林老师致以诚挚的感谢。

此外，还要感谢课题组的蔡奇正、张琪、马云岗、张之伟，他们在我的论文研究过程中提供了很多意见和帮助。感谢同实验室的王洪新、吴捷、童娟、叶竟成和于良壮，他们在生活上给我很多关心和支持。

最后要感谢我的父母和女朋友，他们的支持是我顺利完成学业的坚强后盾。



## 参考文献

- [1] Paul G.Fahlstrom, Thomas J. Gleason 著, 吴汉平等译. 无人机系统导论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.9.
- [2] 叶蕾, 何煦虹. 全球无人机历史现状剖析及发展前瞻[EB/OL].  
<http://www.china-spacenews.com/n435777/n435778/n435790/67608.html>, 2010.4.8.
- [3] United States Air Force Unmanned Aircraft Systems Flight Plan 2009-2047.
- [4] 吕刚. 美国空军无人机发展策略及启示[J]. 现代军事, 2007(4).
- [5] 谢世富. 导航技术与系统发展述评[J]. 电子展望, 1995(1).
- [6] 陈坚. 一种使用简单、廉价、广泛适用于低速、自然稳定小型无人机的自动驾驶仪方案[D]. 重庆大学硕士学位论文, 2006.5.
- [7] 张树侠, 孙静. 捷联式惯性导航系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.10.
- [8] 房建成, 张霄. 小型无人机自动驾驶仪技术[J]. 中国惯性技术学报, 2007(6).
- [9] 李振. 惯性导航定位系统数据处理技术的研究[D]. 沈阳: 沈阳工业大学硕士学位论文, 2007.3.
- [10] 邵玉梅. 捷联惯导系统误差分析与算法设计[D]. 西安: 西北工业大学硕士学位论文, 2007.3.
- [11] 袁信, 郑镔. 捷联惯性导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2000年.
- [12] 王德春, 芮健, 张杰. 捷联惯性导航系统姿态算法综述[J]. 战术导弹控制技术, 2009(2).
- [13] 陈银溢. 微惯性航向、姿态系统研究[D]. 太原: 中北大学硕士学位论文, 2005.3.
- [14] David H. Titterton, John L. Weston 著, 张光天等译. 捷联惯性导航技术(英)[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007年第二版.
- [15] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2005年第一版.
- [16] 苏奎峰, 吕强等. TMS320F2812 原理与开发[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005年.
- [17] Texas Instruments. TMS320F2812 Digital Signal Processors Data Manual[EB/OL]. <http://focus.ti.com.cn/cn/lit/ds/symlink/tms320f2812.pdf>, April, 2001-Revised July, 2007.
- [18] Texas Instruments. TMS320F28335, TMS320F28334, TMS320F28332 Digital Signal Controllers (DSCs) Data Manual[EB/OL].  
<http://focus.ti.com.cn/cn/lit/ds/symlink/tms320f28335.pdf>, June 2007.
- [19] 李丹东, 严小军, 张承亮. MEMS 惯性技术的研究与应用综述[J]. 导航与控制. 2009(2).

- [20] 刘俊,石云波.微惯性技术[M]. 北京: 电子工业出版社 2005.
- [21] InvenSense Inc. IDG-300B Dual-Axis Gyro Product Specification[EB/OL].  
<http://invensense.com/mems/gyro/documents/PS-IDG-0300B-00-03.pdf> 2009.4.
- [22] STMicroelectronics Inc. LY530ALH MEMS motion sensor high performance yaw  $\pm 300^\circ/\text{s}$  analog gyroscope[EB/OL]  
[http://www.st.com/internet/com/TECHNICAL\\_RESOURCES/TECHNICAL\\_LITERATURE/DATASHEET/CD00237186.pdf](http://www.st.com/internet/com/TECHNICAL_RESOURCES/TECHNICAL_LITERATURE/DATASHEET/CD00237186.pdf), June, 2009.
- [23] Analog Device Inc. Three-Axis,  $\pm 2/4/8/16\text{g}$  Digital Accelerometer ADXL345[EB/OL]  
[http://www.analog.com/static/imported-files/data\\_sheets/ADXL345.pdf](http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/ADXL345.pdf), 2009.6.
- [24] 袁西, 陈栋. 三轴数字加速度计ADXL345及其在捷联惯导中的应用[J]. 电子设计工程, 2010(3).
- [25] Texas Instruments. TMS320x2833x Analog-to-Digital Converter (ADC) Module Reference Guide[EB/OL]. [www.ti.com](http://www.ti.com), August, 2008.
- [26] Philips Semiconductors. The I2C-bus specification[EB/OL].  
<http://www.semiconductors.philips.com/i2c>, January, 2000.
- [27] Texas Instruments. TMS320x2833x Inter-Integrated Circuit (I2C) Module Reference Guide[EB/OL]. [www.ti.com](http://www.ti.com), August, 2008.
- [28] Texas Instruments. TMS320x2833x DSC Serial Peripheral Interface (SPI) Module Reference Guide[EB/OL]. [www.ti.com](http://www.ti.com), August, 2008.
- [29] Texas Instruments. TMS320x281x Serial Communication Interface(SCI) Reference Guide[EB/OL]. [www.ti.com](http://www.ti.com) August, 2008-Revised March, 2009.
- [30] 陆芳. MIMU中陀螺随机漂移建模及Kalman滤波技术研究[D]. 太原: 中北大学硕士学位论文, 2007. 4.
- [31] 高新闻. 捷联惯性测量系统的误差补偿研究[D]. 贵州: 贵州大学硕士学位论文, 2002.5.
- [32] 尹文. MIMU微惯性测量单元误差建模与补偿技术[D]. 长沙: 国防科技大学硕士学位论文, 2007.11.
- [33] 傅建国,王孝通. MEMS陀螺随机误差模型研究[J]. 传感器技术, 2005(3).
- [34] 任亚飞,柯熙政. 基于阿伦方差的微机电陀螺误差建模及其粒子滤波[J]. 中国计量学院学报, 2009.2.
- [35] 臧荣春, 崔平远. 陀螺随机漂移时间序列建模方法研究[J]. 系统仿真学报, 2005(8).
- [36] 吉训生, 王寿荣. MEMS陀螺仪随机漂移误差研究[J]. 宇航学报, 2006(7).
- [37] 李杰, 张文栋, 刘俊. 基于时间序列分析的 Kalman 滤波方法在 MEMS 陀螺

- 仪随机漂移误差补偿中的应用研究[J]. 传感技术学报, 2006(10)。
- [38] 陈熙源, 万德钧, 程向红. 捷联陀螺漂移误差模型辨识及其应用[J]. 东南大学学报, 1997 (6)。
- [39] 潘鸿飞, 杨柏军, 王立强. 陀螺仪随机漂移的测量及其数学模型的建立[J]. 上海航天, 2003(3)。
- [40] 蒙涛, 王昊, 李辉等. MEMS 陀螺误差建模与滤波方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009(8)。
- [41] 刘付强. 基于MEMS器件的捷联姿态测量系统技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学硕士学位论文, 2007.1。
- [42] 王勇. 基于DSP的MEMS陀螺信号处理平台设计[D]. 西安: 西北工业大学硕士学位论文, 2007. 3。
- [43] 万彦辉, 秦永元. 小波分析在陀螺信号滤波中的研究[J]. 压电与光, 2005(4)。
- [44] 李士心, 刘鲁源, 杨晔等. 基于平稳小波变换的陀螺仪信号去噪方法[J]. 天津大学学报, 2003(3)。
- [45] 徐丽娜, 邓正隆. 陀螺仪漂移特性的小波分析[J]. 中国惯性技术报, 2001(3)。
- [46] 杨友堂, 姜宏, 杨位钦. 陀螺漂移的状态空间建模方法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997(8)。
- [47] 田蔚风, 金志华, 陆恺. 神经网络在陀螺漂移误差模型辨识中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 1998(3)。
- [48] Hyunseok Kim, Jang Gyu Lee, Chan Gook Park. Performance Improvement of GPS/INS Integrated System Using Allan Variance Analysis [J]. The 2004 International Symposium on GNSS/GPS, December 2004.
- [49] 陈怀, 张嵘. 微机械陀螺仪温度特性及补偿算法研究[J]. 传感器技术, 2004(10)。
- [50] 杨叔子, 吴雅. 时间序列分析的工程应用(上下册). 武汉: 华中理工大学出版社, 1991。
- [51] J.S.贝达特, A.G.皮尔索著, 凌福根译. 随机数据分析方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1976。
- [52] R. E. KALMAN. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems[J]. Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering, 1960(82)
- [53] 付梦印, 邓志红. Kalman滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003。
- [54] 孔维刚. 微型无人直升机飞行控制系统研究与设计[D]. 南京: 南京理工大学硕士学位论文, 2006.6。
- [55] 王德春, 隋君. 基于预测-校正-改进算法解算SINS姿态的四元数微分方程[J]. 战术导弹控制技术, 2006(1)。

- [56] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析 (第三版) [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1986.12.
- [57] 邓正隆. 惯性技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006年第一版。
- [58] 杜海龙, 张荣辉. 捷联惯导系统姿态解算模块的实现[J]. 光学精密工程, 2006 16(10)。
- [59] Albert-Jan Baerveldt and Robert Klang. A Low-cost and Low-weight Attitude Estimation System for an Autonomous Helicopter. 1997 IEEE International Conference on Intelligent Engineering System, 1997, p391-395.
- [60] 徐玉. 微小型无人直升机飞控平台与姿态融合算法研究[D]. 杭州: 浙江大学博士学位论文, 2008. 9。
- [61] Sung Kyung Hong. Fuzzy Logic Based Closed-Loop Strapdown Attitude System for Unmanned Aerial Vehicle(UAV)[J]. Sensors And Actuators A. 2003, 107(2): 109-118.
- [62] 史智宁, 韩波, 徐玉等. 基于重力场自适应互补滤波的无人直升机水平姿态估计方法[J]. 传感技术学报, 2009, 22(7)。