



分类号： 学校代码： 10128

UDC： 学 号： 20111100375

内蒙古工业大学

# 硕士学位论文

类 别：全日制硕士研究生

题 目：基于 DSP 的小型无人机捷联惯导姿态解算系统研究

英文题目：The Study on Attitude Computation System of Strapdown

Inertial Navigation for Small Unmanned Aerial Vehicles

Based on DSP

研 究 生：夏 聪 捷

学科名称：控制理论与控制工程

指导教师：董 朝 轶 副教授

二〇一四年五月



# 原创性声明

本人声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除文中已经注明引用的内容外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 内蒙古工业大学 及其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：夏鹏捷

指导教师签名：董朝朝

日期：2014.6.9

日期：2014.6.9

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：内蒙古工业大学有权将学位论文的全部或部分内容保留并向国家有关机构、部门送交学位论文的复印件和磁盘，允许编入有关数据库进行检索，也可以采用影印、缩印或其它复制手段保存、汇编学位论文。为保护学校和导师的知识产权，作者毕业后涉及该学位论文的主要内容或研究成果用于发表学术论文须征得内蒙古工业大学就读期间导师的同意，并且版权单位必须署名为内蒙古工业大学方可投稿或公开发表。

本学位论文属于

保密 ☐，在\_\_\_年解密后适用本授权书。

不保密 ☒。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：夏鹏捷

指导教师签名：董朝朝

日期：2014.6.9

日期：2014.6.9



## 摘 要

小型无人机同其他的大、中型航空器相比，具有成本低、体积小、机动性能好等优点，近些年来，愈来愈广泛地应用于民用、军事和科学研究等领域。小型无人机在执行飞行任务的过程中，为获得较好的飞行品质，需要精确测量飞机的角速度、线速度、加速度、飞行姿态等关键数据。以 MEMS（微机电系统）器件为核心的捷联惯导系统，可以自主测量并解算出控制、导航所需信息，成为小型无人机控制系统设计的首选解决方案。因此，在捷联惯导系统中对飞行器体轴姿态进行实时测量和对地轴姿态进行解算算法研究，具有重要的理论意义和广泛的应用价值。

本论文以某重点实验室的固定翼小型无人机作为研究对象，在分析捷联惯导系统工作原理的基础上，设计了基于 TMS320F28335 微处理器和 ADIS16407 惯性测量单元的姿态度测量和解算系统，采用四元数法对该系统进行姿态更新解算。首先，选用 TI 公司生产的 TMS320F28335 作为核心处理器，在 CCS 软件环境下编写了测量数据发送、接收等程序，通过 SPI 总线方式实现 MCU 与惯性测量单元 ADIS16407 之间的通讯，实时对飞行器的飞行数据进行精确测量和采集。其次，依据捷联惯导系统原理，采用四元数法实时求解姿态矩阵。然后，利用姿态矩阵将三轴陀螺仪和三轴加速度计测量的飞行器相对于机体轴的角速度和加速度数据变换到导航坐标系中，进行导航计算，得到飞行器的姿态角、速度以及位置等信息。其中，四元数的更新计算采用四阶龙格库塔法。结果表明，该姿态度测量和解算系统能有效地实时解算出飞行器的姿态信息，各运动方向的姿态角解算初始误差小于  $1^{\circ}$ ，30 秒内的累积误差小于  $1.4^{\circ}$ 。

本论文设计的姿态度测量系统，结构精简，采样快速，微处理器的时钟频率高达 150MHz，惯性测量单元输出的采样率为 819.2 次/秒，一次姿态解算的时间为 0.35ms，姿态解算的迭代间隔为 8ms。这样，同常规硬件设计方案相比，姿态解算周期大大缩短，可为其他飞行控制与导航任务留有余地，节省了大量的时间，有利于整体控制与导航任务的实现。该小型无人机飞行姿态度解算系统模块精度高、工作稳定、实时性好，采用的四元数算法和龙格库塔算法，算法简单、内存占用低。因此，整套方案具有较强的工程应用前景。

**关键词：**小型无人机；捷联惯导系统；惯性测量单元；姿态矩阵；四元数



## Abstract

Compared with other aircrafts of large and medium-sized, small unmanned aerial vehicles (UAV) have the advantages of low cost, small size, good mobility, etc. In recent years, it has more and more widely been applied in the fields of civilian, military, scientific research and so on. During flight mission of small UAV, it needs to take precise measurement on the critical data of angle velocity, linear velocity, accelerate velocity, flight attitude and so on in order to obtain better flight quality. In the strapdown inertial navigation system (SINS) cored on MEMS (Micro-Electro-Mechanical System) device, the information needed in control and navigation can be measured and calculated autonomously, which makes the system to be the preferred solution. Therefore, further research on the measurement of the body axis attitude in real time and the earth's axis attitude calculation algorithm has an important academic and applied significance in SINS.

The article sets the small fixed-wing UAV in a key laboratory as the study object. Based on the analysis of the working principles of SINS, the article designs attitude measurement and calculation system based on TMS320F28335 microprocessor and ADIS16407 inertial measurement unit (IMU), and adopts quaternion algorithm to update the system solver. Firstly, the article selects the TMS320F28335 produced by TI company as a core processor, writes programs of measurement data including sending, receiving and other procedures in the CCS software environment. These measurements are collected from flight data of aircraft in real time by the SPI bus which is to get the MCU and the ADIS16407 IMU connected. Secondly, according to the inertial navigation system theory, uses quaternion method to solve pose matrix in real time. Then, uses pose matrix to convert angular velocity and acceleration data produced in three-axis gyroscope and three-axis accelerometer's measuring aircraft with respect to the body axis to the navigation coordinate system, then does navigation calculations to obtain attitude angle, velocity and location information. Among them, the update calculation of the quaternion uses the 4<sup>th</sup> Runge-Kutta method. The result indicates that the attitude measurement and caculation system can calculate the attitude information of aircraft effectively in real time, and the attitude angle's original calculate error of each direction is less than 1%, the

accumulative error within 30s is less than  $1.4^{\circ}$  .

The attitude measurement system designed in this article is structure-compact, fast-sampling, the clock frequency of microprocessor is up to 150MHz, the output ratio of IMU is 819.2sps, one attitude calculate time is 0.35ms, the iteration interval is 8ms. Compared with other solutions based on common hardware, the attitude calculation cycle is greatly shortened, leaves room for other flight control and navigational task, saves a lot of time, and favors the overall control and navigational task's implementation. Besides, the flight attitude calculation system component of small UAV is high precision, working-stable, good real-time, the quaternion algorithm and Runge-Kutta algorithm used in this article are relatively simple, low memory usage. Therefore, the whole solution has strong engineering application prospects.

**Key words:** *UAV; SINS; IMU; Pose matrix; Quaternion*



# 目 录

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 第一章 绪论 .....              | 1  |
| 1.1 课题研究背景及意义 .....       | 1  |
| 1.2 发展现状 .....            | 2  |
| 1.2.1 国内外无人机的发展与现状.....   | 2  |
| 1.2.2 国内外捷联惯导的发展与现状.....  | 3  |
| 1.3 论文章节安排.....           | 3  |
| 第二章 捷联惯导系统的基本理论.....      | 5  |
| 2.1 常用坐标系 .....           | 5  |
| 2.1.1 常用坐标系的定义 .....      | 5  |
| 2.1.2 常用坐标系间的转换 .....     | 7  |
| 2.2 无人机的姿态角.....          | 8  |
| 2.3 惯性导航系统.....           | 9  |
| 2.3.1 导航的基本概念.....        | 9  |
| 2.3.2 惯性导航的工作原理 .....     | 9  |
| 2.4 捷联惯导系统.....           | 10 |
| 2.4.1 平台惯导和捷联惯导的工作原理..... | 10 |
| 2.4.2 捷联惯导系统的特点 .....     | 11 |
| 2.5 捷联惯导系统姿态算法 .....      | 11 |
| 2.5.1 欧拉角法 .....          | 12 |
| 2.5.2 方向余弦法.....          | 13 |
| 2.5.3 四元数法 .....          | 14 |
| 2.5.4 姿态角的计算.....         | 18 |
| 2.6 捷联惯导系统速度和位置的计算.....   | 20 |
| 2.6.1 速度的计算.....          | 20 |
| 2.6.2 位置的计算.....          | 22 |
| 2.7 本章小结 .....            | 22 |
| 第三章 姿态测量硬件系统的设计.....      | 23 |
| 3.1 系统方案设计.....           | 23 |

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 3.2 微处理器 .....             | 24 |
| 3.3 惯性测量单元 .....           | 26 |
| 3.4 JTAG 接口模块 .....        | 29 |
| 3.5 电源 .....               | 30 |
| 3.6 本章小结 .....             | 30 |
| 第四章 姿态解算软件系统的设计 .....      | 31 |
| 4.1 DSP 开发环境的介绍 .....      | 31 |
| 4.1.1 CCSv4 的概述 .....      | 31 |
| 4.1.2 CCSv4 的主要功能 .....    | 32 |
| 4.1.3 CCSv4 开发步骤的介绍 .....  | 32 |
| 4.1.4 CCSv4 的软件开发流程 .....  | 33 |
| 4.2 系统初始化 .....            | 33 |
| 4.3 串行外设总线 SPI .....       | 34 |
| 4.3.1 SPI 简介 .....         | 34 |
| 4.3.2 SPI 时钟配置 .....       | 35 |
| 4.3.3 SPI 模块寄存器 .....      | 36 |
| 4.3.4 惯性测量模块的 SPI 时序 ..... | 38 |
| 4.4 数据采集及其转换 .....         | 38 |
| 4.4.1 惯导模块的数据输出寄存器 .....   | 38 |
| 4.4.2 传感器数据的读取 .....       | 39 |
| 4.4.3 数据的转换 .....          | 41 |
| 4.5 捷联惯导姿态解算算法流程 .....     | 42 |
| 4.6 本章小结 .....             | 44 |
| 第五章 系统测试及结果分析 .....        | 45 |
| 5.1 系统测试结果波形图 .....        | 45 |
| 5.2 多齿分度台 .....            | 46 |
| 5.3 实验解算结果 .....           | 47 |
| 5.4 误差分析 .....             | 52 |
| 5.5 本章小结 .....             | 52 |
| 第六章 总结与展望 .....            | 53 |
| 6.1 总结 .....               | 53 |

|                                       |    |
|---------------------------------------|----|
| 6.2 展望 .....                          | 54 |
| 参考文献 .....                            | 55 |
| 致 谢 .....                             | 57 |
| 作者简介 .....                            | 58 |
| 附录一 四元数 $Q$ 和姿态矩阵的更新代码 .....          | 59 |
| 附录二 俯仰角测量结果（以 $10^\circ$ 为测量间隔） ..... | 62 |
| 附录三 滚转角测量结果（以 $10^\circ$ 为测量间隔） ..... | 63 |
| 附录四 偏航角测量结果（以 $10^\circ$ 为测量间隔） ..... | 65 |



# 第一章 绪论

## 1.1 课题研究背景及意义

利用无线电遥控设备和自备的程序控制装置操纵的不载人飞机被称为无人驾驶飞机，简称“无人机”。机上不配备驾驶舱，不需要飞行员进行驾驶，但是安装了自动驾驶仪、程序控制装置等设备，地面、舰艇上或者母机遥控站的人员通过雷达等设备，可以对其进行跟踪、定位、遥控、遥测和数字传输<sup>[1]</sup>。

小型无人机由于具有成本低、体积小、机动性能好等优点，因此在民用、军事和科学研究这三个领域中被广泛使用。在军事上，无人机用于完成侦察监视、骗敌诱饵、实施干扰、对地攻击、通信中继、定位校射、目标模拟、战果评估、电子战等任务；在民事上，可将无人机应用于边境巡逻、大地测量、核辐射探测、航空摄影、气象观测、灾情探视、交通巡逻、城市环境检测和农药喷洒等多个领域<sup>[2]</sup>；在科学研究上，无人机可用于完成气象科学研究、拍摄其他行星的航空图像、试验并验证新技术新设备和新飞行器等。

近年来无人机的飞速发展带动了其相关领域的科学研究，在无人机的飞行控制中，飞行姿态是其重要参数之一<sup>[3]</sup>。随着导航技术的发展，对小型无人机的飞行姿态进行测量的传统方法，由于其结构复杂、体积大且价格昂贵，已被捷联式惯性导航方法所取代。

惯性导航系统是通过测量载体本身的线加速度和角速率来完成导航任务的自主式导航系统，已广泛用于航天、航空、航海等领域，该系统可分为平台式惯性导航系统和捷联式惯性导航系统<sup>[4]</sup>。捷联式惯性导航系统是一种真正意义上的自主式导航方法，拥有精简且低成本的导航系统，系统的可靠性和性能相比于平台式惯性导航系统都有很大的提高，不仅方便了我们对其进行安装和维护，而且还可以从该系统中提取更多的导航和制导信息。因此，无论是在民用领域还是在军事领域中，都被广泛使用，特别是在小型无人机控制和导航领域中，成为首选的导航解决方案。

捷联惯导系统的核心功能之一是姿态测量，导航的前提是获得正确的载体姿态信息，姿态测量系统是由惯性测量单元和计算机处理系统组成，其重点是姿态矩阵的计算，姿态矩阵不但可以给出飞行器的姿态，而且还为导航参数的计算提供所需的数据<sup>[4]</sup>。因此，本论文设计的基于 TMS320F28335 微处理器和 ADIS16407 惯性测量单元

的姿态测量和解算系统，对飞行器的姿态进行实时测量，并采用四元数法对该系统进行姿态更新解算，具有较高的理论研究意义和广泛的实际应用价值。

## 1.2 发展现状

### 1.2.1 国内外无人机的发展与现状

人们总以为无人机是伴随现代战争才出现的，其实无人机参战的时间比大家预计的要早，它已经有百年的历史了。

第一次世界大战进入尾声时，动力飞行还完全是一个新生的事物。1917 年，皮特·库柏和埃尔默·A·斯佩里发明了第一台自动陀螺稳定器，标志着无人飞行器的诞生。在英国皇家空军服役到 1947 年的蜂王号的发明，克服了飞行器飞不回起飞点这一技术难题，使得这项技术具有较高的实际应用价值。德国工程师弗莱舍·福鲁则浩在 1944 年设计的无人机是当代巡航导弹的先驱，它的速度达到每小时 470 英里。瑞安航空公司于 1951 年制造了世界上首台喷气推动式无人机——火蜂原型机 XQ-2，它主要用于美国空军，用来进行情报收集以及无线电交流的监控活动等。1986 年 12 月，先锋系列无人机进行了首飞实验，随后首次投入实战，它为战术指挥官提供了特定目标以及战场的实时画面，执行了美国海军“侦察、监视并获取目标”等各种任务。1994 年，通用原子公司制造了 MQ 捕食者无人机，它的升级版将完全用于侦查任务的飞机改造成了用于携带武器并对目标进行攻击的无人机。于 2001 年开始研发的全球鹰项目成为航空历史的重大标杆，它在 2006 年 7 月获准在美国领空飞行，随后服役美国空军，拥有长时间飞行能力，具有能够开展情报收集、侦察以及监视等功能。

相比国外，我国在无人机领域的研究也取得了不错的成果。自 20 世纪 60 年代开始，对无人机进行研究最初是以靶机和民用无人机为研究对象。1966 年 12 月，“长空一号”首飞成功是中国无人机的起点，具有重要意义；1978 年 5 月，北京航空航天大学无人驾驶飞行器设计研究所研制“长虹-1”完成定型试飞，成为我国第一架高空无人驾驶侦察机；西北工业大学西安爱生技术集团于 1994 年 12 月完成“ASN-206”多用途无人机的研制工作，为我军前线侦察提供了有利工具。

尽管与美国等发达国家相比，我国无人机的装备技术还存在一定的差距，但是近几年来，我国无人机在飞控系统、语音传输、组合导航、图像拍摄、传感器技术等诸多技术领域积累了丰富经验，随着我国无人机海内外市场的不断扩展，航空工业骨干企业的随之介入，制造规模逐渐扩大，我国与发达国家无人机的技术差距必将越来越小。

### 1.2.2 国内外捷联惯导的发展与现状

人们对于捷联惯导系统的研究历史是很长的。捷联惯导系统的专利于 1956 年在美国成功申请，高速度、大容量的微型计算机和惯性仪表随着电子科技技术的飞速发展而出现，使得捷联惯导系统能够真正实现。将航空航天技术中的可靠性作为主要考虑因素，也促使人们开始对捷联惯导系统进行科学研究<sup>[5]</sup>。

二十世纪六十年代初期，美国联合飞机公司研究制造的 LM/ASA 捷联式系统，成功应用于“阿波罗”登月舱；霍尼韦尔公司研制的型号为 H-401 的捷联式制导系统，使得普莱姆飞行器制导成功；自 1966 起到 1973 年期间，登月舱、三级火箭、登陆艇等先后配备了美国联合公司制造的捷联式系统；霍尼韦尔公司于 1969 年开始，为艾吉纳、伯纳等宇宙飞行器等装备了捷联惯导系统；二十世纪七十年代初期，美国哈密尔顿标准中心研发的捷联式系统，开始成功应用于飞机上<sup>[6]</sup>。

相对于国外，我国对惯性导航系统的研制起步稍晚，始于二十世纪七十年代，现已具备自行设计、研制和生成能力。捷联惯导系统体积小、重量轻、成本低，被列为低成本惯导系统。因其提供的是数字信息，所以特别适用于采用数字飞行控制系统的飞行器上，随着科技的发展，捷联惯导系统的应用必将越来越广泛<sup>[7]</sup>。

### 1.3 论文章节安排

为解决小型无人机姿态控制和导航控制过程中所需对飞行状态量进行实时测量的关键问题，本课题以某重点实验室固定翼小型无人机为研究对象，设计了基于 TMS320F28335 微处理器和 ADIS16407 惯性测量单元的姿态测量和解算系统，对飞行器的姿态进行实时测量，并采用四元数法对该系统进行姿态更新解算。

论文的章节及内容安排如下：

第一章绪论。对小型无人机的捷联惯导姿态解算的研究背景及意义做了介绍，并介绍了国内外无人机和捷联惯导系统的发展与现状，最后对论文的章节安排做了简要说明。

第二章捷联惯导系统的基本理论。本章介绍了捷联惯导系统的工作原理和常用坐标系以及各坐标轴系之间的转换矩阵，并对姿态解算算法的欧拉角法、方向余弦法和四元数法做了介绍，通过对比，选用四元数法来实时更新姿态矩阵。最后说明了如何利用姿态矩阵求取飞行器的姿态角、速度和位置等信息。

第三章姿态测量硬件系统的设计。首先介绍了系统整体的设计方案，给出了硬件系统的整体设计框图，最后对各部分模块进行了介绍。

第四章姿态解算软件系统的设计。本章介绍了DSP的开发环境CCSv4，系统的初始化和串行外设总线SPI，随后介绍了姿态测量系统的数据采集及数据转换，最后，给出了姿态解算算法的流程。

第五章系统测试及结果分析。本章进行了系统的测试，得出实验结果，并对解算结果进行了误差分析。

第六章总结与展望。对本课题所做的工作进行回顾与总结，明确下一步的完善工作和研究方向。



## 第二章 捷联惯导系统的基本理论

捷联式惯性导航系统是一种随着计算机技术的发展而出现的新型的惯性导航系统，它省掉了机电式的导航平台，直接把惯性器件安装在飞行器上，导航平台的功能则完全由计算机来完成。高速度、大容量的微型机载计算机的出现，为捷联式惯性导航系统的应用创造了条件，二十世纪六十年代就已经成功的应用在航天飞行器上，七十年代开始应用在飞机上。由于去掉了机电导航平台，相对于平台式惯性导航系统而言，捷联式惯性导航系统的体积、重量和成本都大为降低，可靠性大为提高，而且方便维护。随着计算机的发展和惯性仪表误差补偿技术的应用，捷联式惯性导航系统在导航精度上已达到平台式惯性导航系统的精度<sup>[7]</sup>。

### 2.1 常用坐标系

在研究力学和物理学的工作过程中，通常要用坐标系来抽象表示空间或运动体，以使研究工作便于进行。因此，惯性空间、地球、飞行器等都可以用坐标系来代替表示。我们知道，物体的运动具有相对性，所以，在研究物体运动时必须指定相对运动的坐标系。例如，惯性传感器的输出数据是飞行器相对于惯性空间运动所产生的数据，在课题所进行的导航解算中，必须将其转换为导航坐标系下的数据才能正确的完成解算任务。因此，在研究导航或是对姿态进行控制的工作中，正确选取不同的坐标系是非常重要的，对不同坐标系之间的转换进行介绍同样是必要的。

#### 2.1.1 常用坐标系的定义

我们知道，惯性导航系统是以牛顿力学定律为基础的，而牛顿力学定律成立于惯性空间，并且在捷联惯导算法中所需的飞行器的姿态、速度、位置等参数也是在各个坐标系中描述的。下面介绍几种常用坐标系：

(1) 地心惯性坐标系（i 系）——  $O_i X_i Y_i Z_i$

如图 2-1 所示，地心惯性坐标系作为惯性敏感元件测量的参考基准，将其原点取在地球的中心处， $X_i$  轴和  $Y_i$  轴选取在赤道平面内， $Z_i$  轴则与地球自转方向相同，三轴共同构成右手坐标系。

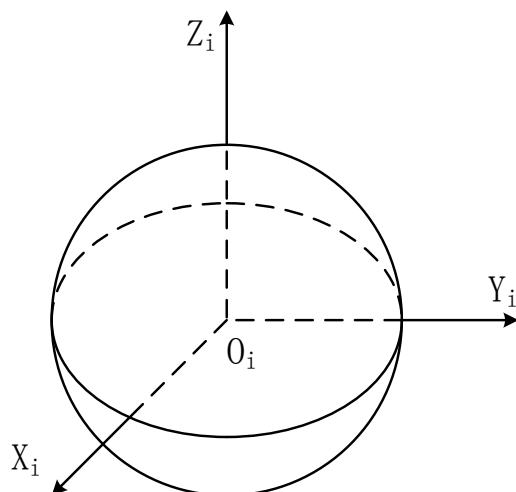


图2-1 地心惯性坐标系示意图

Fig. 2-1 Diagram of the geocentric inertial coordinate system

(2) 地球坐标系 (e 系) ——  $O_e X_e Y_e Z_e$

如图 2-2 所示, 地球坐标系与地球固连, 将原点取在地球的中心处,  $X_e$  轴取在地球赤道平面内, 指向了  $0^\circ$  子午线,  $Y_e$  轴也在地球的赤道平面内, 指向东经  $90^\circ$  方向,  $Z_e$  轴则沿地球自转轴方向并指向北极<sup>[8]</sup>。

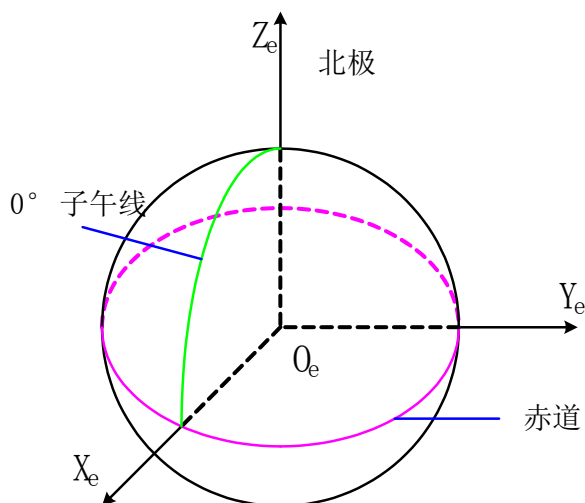


图2-2 地球坐标系示意图

Fig. 2-2 Diagram of the earth coordinate system

(3) 地理坐标系 (t 系) ——  $O_t X_t Y_t Z_t$

如图 2-3 所示, 飞行器相对于地球坐标系的所在位置用地理坐标系来描述, 其原点取在飞行器的重心和地心连线与地球表面的交点处,  $X_t$  轴和  $Y_t$  轴分别指向东向和北向,  $Z_t$  轴沿垂线方向指向天。

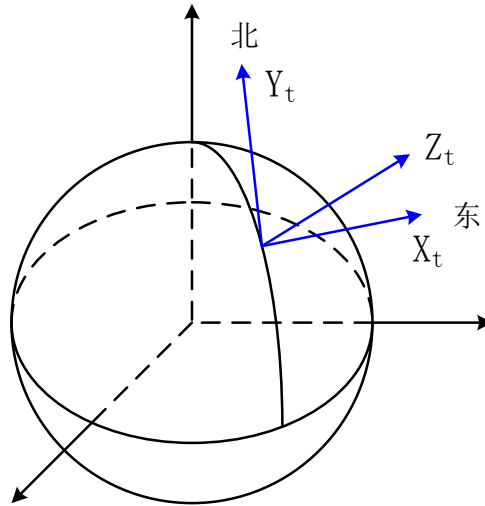


图2-3 地理坐标系示意图

Fig. 2-3 Diagram of the geographic coordinate system

(4) 导航坐标系 (n 系) ——  $O_n X_n Y_n Z_n$ 

导航坐标系是导航的基准坐标系, 是由导航系统工作的需要而确定选取的。在本课题的设计中, 选取与地理坐标系重合的导航坐标系, 即通常所说的指北方位系统。

(5) 机体坐标系 (b 系) ——  $O_b X_b Y_b Z_b$ 

如图 2-4 所示, 机体坐标系与飞行器固连, 其原点取在飞行器的重心处,  $X_b$  轴的选取方向为沿飞行器纵轴指向前方,  $Y_b$  轴的选取方向为沿飞行器横轴指向右方,  $Z_b$  轴的选取方向则沿飞行器竖直轴指向上方<sup>[9]</sup>。

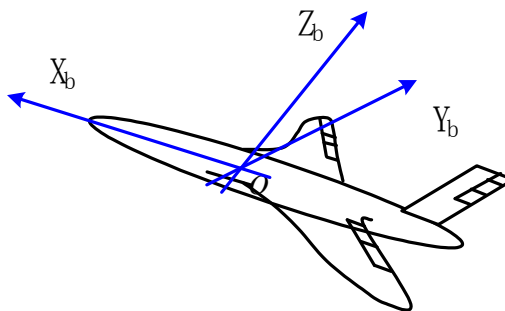


图2-4 机体坐标系示意图

Fig. 2-4 Diagram of the body coordinate system

## 2.1.2 常用坐标系间的转换

在捷联惯导系统中, 各坐标系之间通过转换矩阵相互关联。下面介绍几种在惯性导航系统中常用到的坐标系之间的转换:

## (1) 地心惯性坐标系到地球坐标系的转换矩阵

$$C_i^e = \begin{bmatrix} \cos \omega_{ie} t & \sin \omega_{ie} t & 0 \\ -\sin \omega_{ie} t & \cos \omega_{ie} t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

其中,  $t$  是时间,  $\omega_{ie}$  是地球自转角速率。

(2) 地球坐标系到地理坐标系的转换矩阵

$$C_e^t = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

其中,  $\lambda$  和  $\varphi$  分别表示经度和纬度。

(3) 地理坐标系到机体坐标系的转换矩阵

由于绕各轴旋转的次序不同, 因而所产生的转换矩阵的表达形式也不相同, 在此仅给出依次绕 Z 轴、Y 轴、X 轴旋转所产生的转换矩阵:

$$C_t^b = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \psi \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \theta \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \theta \sin \psi \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

其中,  $\theta$  为绕 Y 轴旋转所产生的俯仰角;  $\phi$  为绕 X 轴旋转所产生的滚转角;  $\psi$  为绕 Z 轴旋转所产生的偏航角。在下节中对其进行详细介绍。

## 2.2 无人机的姿态角

无人机的姿态角也叫欧拉角, 通常由机体坐标系和地理坐标系之间的关系来确定, 由俯仰角  $\theta$ , 滚转角  $\phi$  和偏航角  $\psi$  组成, 如图 2-5 所示:

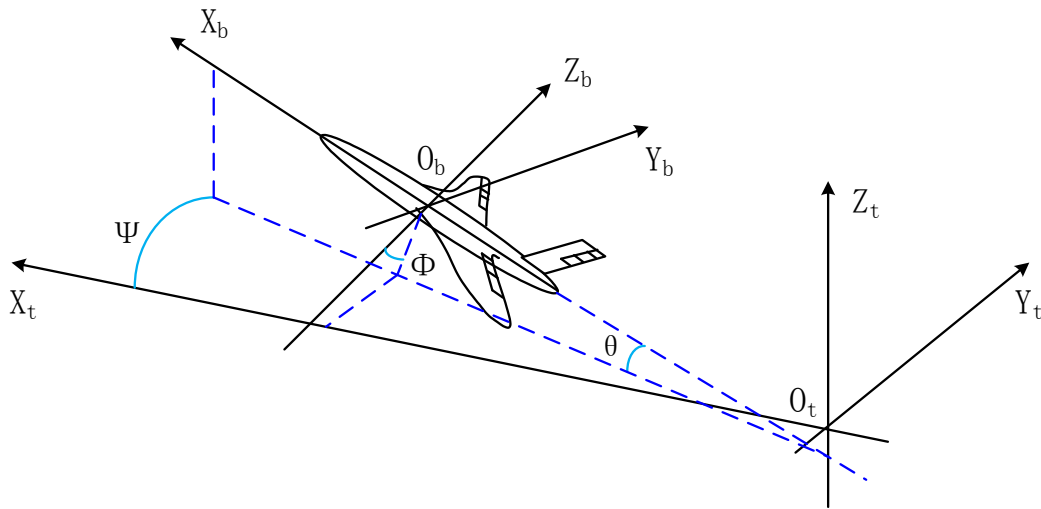


图2-5 无人机姿态角示意图

Fig. 2-5 Diagram of UAV attitude angle

- (1) 俯仰角  $\theta$  (pitch angle): 机体坐标系  $X_b$  轴与水平面之间的夹角, 规定抬头为正;
- (2) 滚转角  $\phi$  (roll angle): 机体坐标系  $X_b$  轴与通过它的铅垂面之间的夹角, 规定飞行器向右滚转时为正;
- (3) 偏航角  $\psi$  (yaw angle): 机体坐标系  $X_b$  轴在水平面上的投影与地理坐标系  $X_l$  轴之间的夹角, 规定飞行器向右偏航时为正<sup>[10]</sup>。

## 2.3 惯性导航系统

### 2.3.1 导航的基本概念

“导航”就是正确的引导航行体沿着预定的航线在规定的时间内到达目的地, 在此任务中, 航行体的各个时刻的地理位置、航向、速度、姿态等参数需要实时被记录, 我们把这些参数, 称作导航参数<sup>[9]</sup>。随着速度和航程的不断增大, 对导航的要求也越来越高, 现如今应运而生的各种导航系统, 都可以自动的提供航程所需的各种导航参数。

导航系统作为一个开环系统, 它仅提供导航过程中所需的各种参数, 并不直接参与控制航行体的航行。我们也可以这样认为, 导航系统只是一个信息处理系统, 在此系统对导航仪表所测量的航行信息进行处理, 得到导航所需要的各种参数。要保证飞机、导弹、舰艇、宇宙飞行器等其他各种航行体的航行任务能够顺利完成, 导航系统则成为了必不可少的重要装备, 而导航和控制技术的发展也已经成为现代航空的主要标志。

### 2.3.2 惯性导航的工作原理

在众多的导航系统中, 惯性导航系统是一种真正意义上的自主式导航系统, 它不需要其他的外界设备, 用自身的机载设备即可自主的完成所有的导航任务, 而且还能提供运载体的姿态、速度和位置等信息。惯性导航系统不和外界发生任何光、电联系, 并且具有良好的隐蔽性能<sup>[11]</sup>, 工作时完全不受外界环境的干扰, 时间、地域和气候等条件限制对其毫无影响。上述这些都是惯性导航系统的优点, 这对于应用于军事领域中的各种飞行器来说非常重要。正因如此, 在导弹、飞机、舰船、宇宙航行器上, 惯性导航技术都得到了广泛的应用, 它在导航技术中占有尤为重要的地位。

惯性导航的基本原理是依据牛顿力学定律, 在飞行器中用导航加速度计和陀螺仪测量飞行器运动的加速度和角速度, 然后通过导航计算得到飞行器的姿态、速度和位置信息。

2.4 捷联惯导系统

2.4.1 平台惯导和捷联惯导的工作原理

在平台惯导系统中，通常用导航平台来模拟导航坐标系，沿着导航坐标系轴向将导航加速度计的测量轴稳定的固定在此方向，这样加速度计就能直接测量得到飞行器在导航坐标系轴向的加速度，然后利用几何方法，直接从平台的框架轴上获取飞行器的姿态和航向信息<sup>[12]</sup>。

平台惯导系统的原理图如图 2-6 所示：

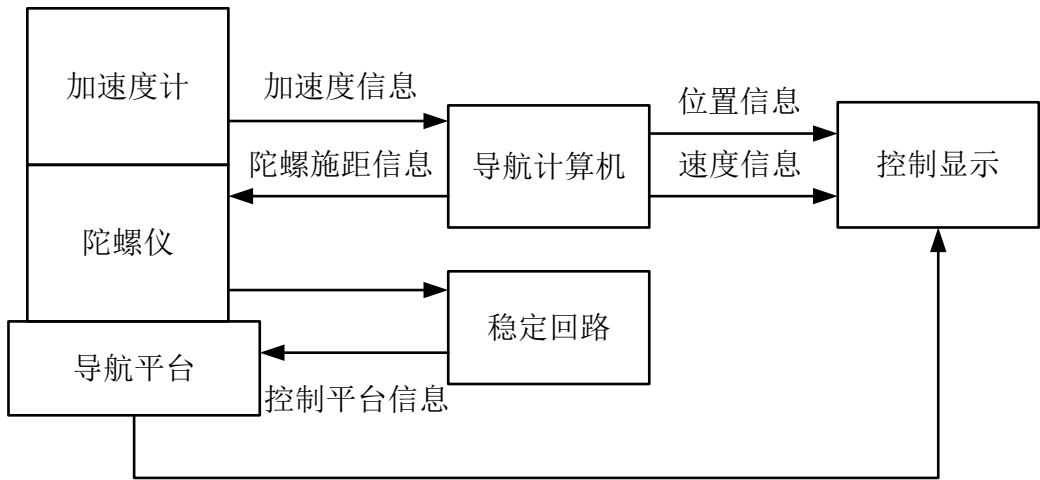


图 2-6 平台惯导系统原理图

Fig. 2-6 Principle diagram of the platform inertial navigation system

从原理图可以看出，在平台惯导系统中，加速度计和陀螺仪都安装在导航平台上，将加速度计的输出信息，发送到导航计算机中，计算飞行器的速度、位置等导航信息，并对陀螺仪的施距信息进行计算，施距信息作用于陀螺仪，通过平台稳定回路控制平台跟踪导航坐标系在惯性空间的角运动，载体的姿态和方位信息，则直接从平台的框架轴上测量得到<sup>[13]</sup>。

捷联惯导系统将加速度计和陀螺仪直接固连在飞行器上，没有机械式的陀螺稳定平台，这是该系统在结构安排上的最大特点。按照飞行器的滚转轴、俯仰轴和偏航轴的三维方向配置加速度计和陀螺仪的输入轴，从而形成惯性组合的三维坐标系，如今，将陀螺仪和加速度计等敏感元件机械地组合在一起，是工程中为了便于实现而常用的方法，称其为惯性组合，惯性组合元件的各输入轴是相互垂直的，这就构成了惯性组合的三维坐标系<sup>[14]</sup>。为了使惯性组合的三维坐标系和载体的三维坐标系平行，通常将惯性组合直接固定在飞行器上。然后，适时地在计算机中计算姿态矩阵，并通过姿态矩阵，将三轴陀螺仪和三轴加速度计测量的飞行器沿机体坐标系轴向的角速度和加速

度信息，变换到导航坐标系中，进行导航计算，从而得到飞行器的姿态角、速度以及位置等信息。在捷联惯导系统中，是由计算机来完成导航平台的功能，因此，也可以说捷联惯导系统采用的是“数学导航平台”<sup>[15]</sup>。

捷联惯导系统的原理图如图 2-7 所示：

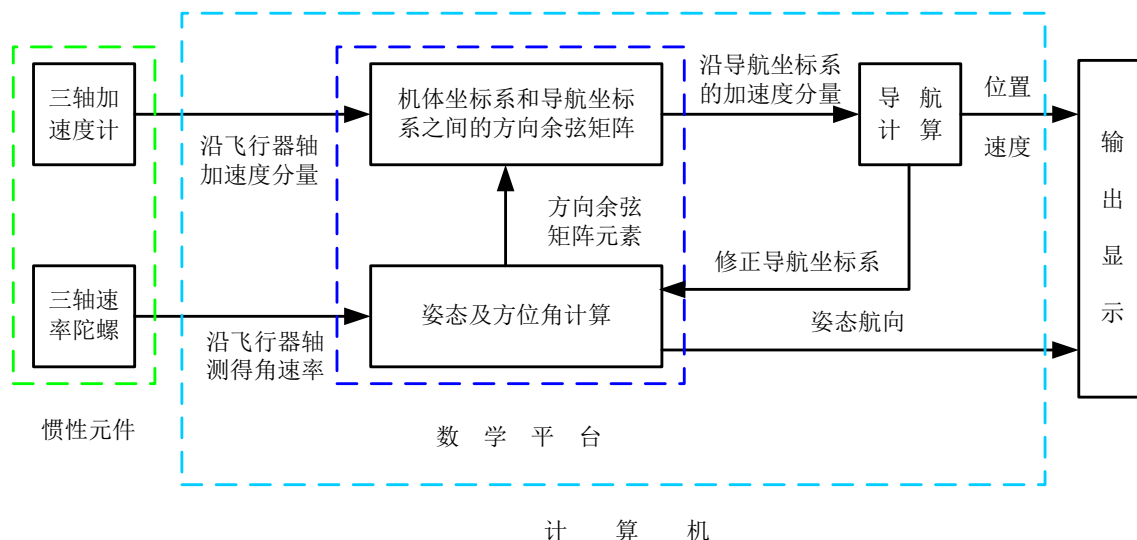


图 2-7 捷联惯导系统原理图

Fig. 2-7 Principle diagram of the strapdown inertial navigation system

### 2.4.2 捷联惯导系统的特点

从上述系统原理图可以看出，捷联式惯性导航系统是一种真正意义上的自主式导航方法，拥有精简且低成本的导航系统，系统的可靠性和性能相比于平台式惯性导航系统都有很大的提高，可以用冗余的惯性器件实现余度技术。捷联惯导系统不仅方便了我们对其进行安装和维护，而且还可以从该系统中提取更多的导航和制导信息。

## 2.5 捷联惯导系统姿态算法

载体的姿态解算算法是实现捷联惯导系统精确导航的核心技术之一。机体坐标系和导航坐标系之间的方位关系，可以通过载体的姿态和航向来体现。借助于矩阵法和力学中的刚体定点运动的位移定理，可以用于确定两个坐标系之间的方位关系。通过矩阵法推导出方向余弦表，而刚体定点运动的位移定理表明，定点运动刚体的任何有限位移都可以绕过定点的某一轴经过一次转动来实现，传统的描述动坐标系相对参考坐标系方位关系的方法欧拉角法、方向余弦法和四元数法<sup>[16]</sup>。

### 2.5.1 欧拉角法

#### (1) 用欧拉角法表示的姿态矩阵

任何一个动坐标系相对参考坐标系的方位,都可以由动坐标系分别以三个坐标轴为转轴的三次旋转来实现,形成一组欧拉角,三个分量为 $\phi, \theta, \psi$ 。机体坐标系 $O_b X_b Y_b Z_b$ 作为动坐标系,导航坐标系 $O_n X_n Y_n Z_n$ 作为参考坐标系,假设初始时刻,机体坐标系和参考坐标系重合,做如下转动:

绕 $Z$ 轴旋转,产生偏航角 $\psi$ ,变换矩阵 $C_1$ 为:

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

绕 $Y$ 轴旋转,产生俯仰角 $\theta$ ,变换矩阵 $C_2$ 为:

$$C_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

绕 $X$ 轴旋转,产生滚转角 $\phi$ ,变换矩阵 $C_3$ 为:

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

从机体坐标系到导航坐标系之间的变换矩阵,即姿态矩阵,记为 $C_b^n$ :

$$\begin{aligned} C_b^n &= C_3 C_2 C_1 \\ &= (C_n^b)^T \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \cos \psi \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \theta \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \theta \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \theta \sin \psi \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-7)$$

#### (2) 欧拉角微分方程

用 $\omega_{nb}^b$ 表示机体坐标系相对导航坐标系的角速度矢量在机体坐标系轴向的分量,有如下关系式:



$$\begin{bmatrix} \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nby}^b \\ \omega_{nbz}^b \end{bmatrix} = C_3 C_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + C_3 \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

整理为:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = (\omega_{nby}^b \sin \phi + \omega_{nbz}^b \cos \phi) \tan \theta + \omega_{nbx}^b \\ \dot{\theta} = \omega_{nby}^b \cos \phi - \omega_{nbz}^b \sin \phi \\ \dot{\psi} = (\omega_{nby}^b \sin \phi + \omega_{nbz}^b \cos \phi) \sec \theta \end{cases} \quad (2-9)$$

公式(2-9)即为欧拉角微分方程, 求解此微分方程可得三个欧拉角, 即滚转角、俯仰角和航向角。然后利用滚转角、俯仰角、航向角和姿态矩阵元素之间的关系得到姿态矩阵  $C_b^n$ 。

### (3) 欧拉角法应用中的问题

通过前面的介绍可知, 欧拉角法是通过求解欧拉微分方程而直接得到飞行器的姿态角, 使用此法得到的姿态矩阵是正交阵, 不需要做正交化处理, 但是, 欧拉角法也存在着不足之处, 欧拉角微分方程中有三角函数的运算, 实时计算存在着一定的困难, 并且, 当  $\theta=90^\circ$  时, 方程式出现奇点, 使计算机溢出, 相当于平台系统中导航平台的锁定, 这就是方程式的退化现象<sup>[17]</sup>。可以得出, 飞行器做全姿态飞行时, 此方法是不可取的。

## 2.5.2 方向余弦法

### (1) 方向余弦矩阵微分方程

方向余弦法是用矢量的方向余弦来表示姿态矩阵的方法。要想得到一个新的坐标系, 可以通过旋转得到, 即将一个坐标系相对另一个坐标系旋转一次或多次。通常称前者为参考坐标系或固定坐标系, 称后者为动坐标系, 可以用方向余弦表这种数学描述来表示二者之间的相互关系。

方向余弦矩阵微分方程式:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (2-10)$$

式中,  $\Omega_{nb}^b$  为机体坐标系相对导航坐标系旋转角速度的反对称矩阵表达式, 如下:

$$\Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b \\ \omega_{nbz}^b & 0 & -\omega_{nbx}^b \\ -\omega_{nby}^b & \omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

陀螺仪直接测得的是飞行器相对于惯性空间的旋转角速度, 记为  $\omega_{ib}^b$ , 经过数据

转换得到  $\omega_{nb}^b$ ，关系式如下：

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b \omega_{in}^n = \omega_{ib}^b - C_n^b (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \quad (2-12)$$

式中， $\omega_{ib}^b$  为陀螺仪的直接输出；

$\omega_{ie}^n$  为地球坐标系相对于惯性坐标系的旋转角速度在导航坐标系中的分量，其表达式为：

$$\omega_{ie}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

其中， $\omega_{ie}$  是地球自转加速度；

$\omega_{en}^n$  为导航坐标系相对于地球坐标系的旋转角速度在导航坐标系中的分量，即导航坐标系相对于地球的旋转角速度，其表达式为：

$$\omega_{en}^n = \begin{bmatrix} -\frac{V_y}{R_N + h}; \frac{V_x}{R_E + h}; \frac{V_x \tan \varphi}{R_E + h} \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

其中， $R_E$  和  $R_N$  分别为卯西圈上各点的曲率半径和子午圈上各点的曲率半径，公式如下：

$$\begin{cases} R_E = \frac{R_e}{1 - e \sin^2 \varphi} \\ R_N = \frac{R_e}{1 + 2e - 3 \sin^2 \varphi} \end{cases} \quad (2-15)$$

上式中， $R_e$  为地球椭球模型的半长轴， $e$  为地球扁率；

$C_n^b$  为导航坐标系到机体坐标系的变换矩阵， $C_n^b = (C_b^n)^T$ 。

求解微分方程(2-10)，就可以得到  $C_b^n$ 。

## (2) 方向余弦法应用中的问题

采用方向余弦法求解姿态矩阵，使欧拉角法中的方程退化的现象得以解决，飞行器可以全姿态飞行。但是，方向余弦法的计算工作量比较大，因为在解算矩阵微分方程时，方向余弦矩阵有九个元素，需解算九个联立的微分方程，而且它的实时性比较差，无法满足工程实践的要求。

## 2.5.3 四元数法

四元数理论是数学中的一个古老的分支，由哈密顿于 1943 年首先提出，捷联式制导技术的出现，使得四元数理论得到了实际的应用<sup>[18]</sup>。

### (1) 四元数的定义

四元数是由四个元构成的数，其形式为：

$$\mathbf{Q} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \quad (2-16)$$

式中：\$q\_0, q\_1, q\_2, q\_3\$ 表示实数；\$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\$ 表示 3 个虚数单位，也可以看作是三维空间的单位矢量，遵守下列相乘规则：

$$\begin{aligned} \mathbf{i} \circ \mathbf{i} &= \mathbf{j} \circ \mathbf{j} = \mathbf{k} \circ \mathbf{k} = -1 \\ \mathbf{i} \circ \mathbf{j} &= -\mathbf{j} \circ \mathbf{i} = \mathbf{k} \\ \mathbf{j} \circ \mathbf{k} &= -\mathbf{k} \circ \mathbf{j} = \mathbf{i} \\ \mathbf{k} \circ \mathbf{i} &= -\mathbf{i} \circ \mathbf{k} = \mathbf{j} \end{aligned} \quad (2-17)$$

式中，符号“\$\circ\$”表示四元数相乘。

在刚体定点转动理论中，根据欧拉定理，动坐标系相对于参考坐标系的方位，等效于动坐标系绕某一个固定轴转动一个角度 \$\theta\$，若用 \$\mathbf{u}\$ 表示固定轴的单位矢量，则可由 \$\mathbf{u}\$ 和 \$\theta\$ 两个参数来确定动坐标系的方位<sup>[19]</sup>。

用 \$\mathbf{u}\$ 和 \$\theta\$ 两个参数构造一个四元数：

$$\mathbf{Q} = \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{u} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2-18)$$

把 \$\mathbf{u}\$ 写成分量形式，则有：

$$\mathbf{Q} = \cos \frac{\theta}{2} + (u_x\mathbf{i} + u_y\mathbf{j} + u_z\mathbf{k}) \sin \frac{\theta}{2} \quad (2-19)$$

此四元数的范数为：

$$\|\mathbf{Q}\| = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = \cos^2 \frac{\theta}{2} + (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 \quad (2-20)$$

称为规范化四元数。

这样，就把三维空间和四维空间联系起来了，可以用四维空间的四元数的性质和运算规律，来对三维空间中的刚体定点转动问题进行研究<sup>[15]</sup>。

## (2) 四元数和方向余弦的关系

如前所述，依旧选机体坐标系为动坐标系，导航坐标系为参考坐标系，则四元数和方向余弦有如下关系：

$$\begin{aligned} C_b^n &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \cos \psi \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \theta \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \theta \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \theta \sin \psi \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

由公式(2-21)可得，有了四元数的四个元，即可求出姿态矩阵的九个元素。反过来，有了姿态矩阵的九个元素，也可以求出四元数的四个元，求解如下：

$$\begin{cases} q_0 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + T_{11} + T_{22} + T_{33}} \\ q_1 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + T_{11} - T_{22} - T_{33}} \\ q_2 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - T_{11} + T_{22} - T_{33}} \\ q_3 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - T_{11} - T_{22} + T_{33}} \end{cases} \quad (2-22)$$

公式(2-22)的符号用如下公式确定：

$$\begin{aligned} 4q_0q_1 &= T_{32} - T_{23} \\ 4q_0q_2 &= T_{13} - T_{31} \\ 4q_0q_3 &= T_{21} - T_{12} \end{aligned} \quad (2-23)$$

因为四元数的四个参数同时变符号，四元数不变，所以  $q_0$  的符号可任意给定，在此，取  $q_0$  符号为正，则：

$$\begin{aligned} \text{sign}(q_0) &= + \\ \text{sign}(q_1) &= \text{sign}(T_{32} - T_{23}) \\ \text{sign}(q_2) &= \text{sign}(T_{13} - T_{31}) \\ \text{sign}(q_3) &= \text{sign}(T_{21} - T_{12}) \end{aligned} \quad (2-24)$$

### (3) 四元数微分方程及其解

四元数微分方程形式为：

$$\dot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{2} \mathbf{M}'(\omega_{nb}^b) \mathbf{Q} \quad (2-25)$$

式中：

$$\mathbf{M}'(\omega_{nb}^b) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_y & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ \omega_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

#### ① 增量算法

由公式(2-25)，可得：

$$\mathbf{Q}(t_{k+1}) = e^{\frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{M}'(\omega_{nb}^b) dt} \mathbf{Q}(t_k) \quad (2-27)$$

令：

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{M}'(\omega_{nb}^b) dt = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta \theta_x & -\Delta \theta_y & -\Delta \theta_z \\ \Delta \theta_x & 0 & -\Delta \theta_z & \Delta \theta_y \\ \Delta \theta_y & \Delta \theta_z & 0 & -\Delta \theta_x \\ \Delta \theta_z & -\Delta \theta_y & \Delta \theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

式中， $\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$  分别为  $x, y, z$  轴陀螺仪在  $\Delta t$  时间间隔内的角增量。

将公式(2-27)按泰勒级数展开：

$$\mathbf{Q}(t_{k+1}) = e^{\frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{\theta}} \mathbf{Q}(t_k) = \left[ \mathbf{I} + \frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{\theta} + \frac{\left(\frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{\theta}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{\theta}\right)^3}{3!} + \dots \right] \mathbf{Q}(t_k) \quad (2-29)$$

由于：

$$\begin{aligned} (\Delta \boldsymbol{\theta})^2 &= -\Delta \theta^2 \mathbf{I} \\ (\Delta \boldsymbol{\theta})^3 &= -\Delta \theta^2 \Delta \boldsymbol{\theta} \\ (\Delta \boldsymbol{\theta})^4 &= -\Delta \theta^4 \mathbf{I} \\ (\Delta \boldsymbol{\theta})^5 &= -\Delta \theta^4 \Delta \boldsymbol{\theta} \\ (\Delta \boldsymbol{\theta})^6 &= -\Delta \theta^6 \mathbf{I} \\ &\dots \end{aligned} \quad (2-30)$$

式中：

$$\Delta \theta^2 = \Delta \theta_x^2 + \Delta \theta_y^2 + \Delta \theta_z^2 \quad (2-31)$$

可得：

$$\mathbf{Q}(t_{k+1}) = \left[ \mathbf{I} \cos \frac{\Delta \theta}{2} + \frac{\sin \frac{\Delta \theta}{2}}{\Delta \theta} \Delta \boldsymbol{\theta} \right] \mathbf{Q}(t_k) \quad (2-32)$$

在实际解算过程中，需要将  $\cos \frac{\Delta \theta}{2}$  和  $\sin \frac{\Delta \theta}{2}$  按照级数展开成有限项计算，截取

公式(2-32)的有限项，即可得到四元数的各阶近似算法<sup>[20]</sup>。

对于一阶算法，公式为：

$$\mathbf{Q}(t_{k+1}) = \left[ \mathbf{I} + \frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{\theta} \right] \mathbf{Q}(t_k) \quad (2-33)$$

对于二阶算法，公式为：

$$\mathbf{Q}(t_{k+1}) = \left[ \mathbf{I} \left( 1 - \frac{(\Delta\theta)^2}{8} \right) + \frac{1}{2} \Delta\theta \right] \mathbf{Q}(t_k) \quad (2-34)$$

对于三阶算法，公式为：

$$\mathbf{Q}(t_{k+1}) = \left[ \mathbf{I} \left( 1 - \frac{(\Delta\theta)^2}{8} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{(\Delta\theta)^2}{48} \right) \Delta\theta \right] \mathbf{Q}(t_k) \quad (2-35)$$

对于四阶算法，公式为：

$$\mathbf{Q}(t_{k+1}) = \left[ \mathbf{I} \left( 1 - \frac{(\Delta\theta)^2}{8} + \frac{(\Delta\theta)^4}{384} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{(\Delta\theta)^2}{48} \right) \Delta\theta \right] \mathbf{Q}(t_k) \quad (2-36)$$

## ② 数值积分法

在姿态矩阵求解的算法中，用数值积分法求解姿态矩阵和四元数微分方程更为广泛应用。其中，应用最多的为龙格库塔法。

四元数微分方程式的四阶龙格库塔算法表达式如下<sup>[21]</sup>：

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{2} \mathbf{M}' \left( \omega_{nb}^b(t) \right) \mathbf{Q}(t) \\ K_2 &= \frac{1}{2} \mathbf{M}' \left( \omega_{nb}^b \left( t + \frac{T}{2} \right) \right) \left( \mathbf{Q}(t) + \frac{TK_1}{2} \right) \\ K_3 &= \frac{1}{2} \mathbf{M}' \left( \omega_{nb}^b \left( t + \frac{T}{2} \right) \right) \left( \mathbf{Q}(t) + \frac{TK_2}{2} \right) \\ K_4 &= \frac{1}{2} \mathbf{M}' \left( \omega_{nb}^b(t+T) \right) \left( \mathbf{Q}(t) + TK_3 \right) \\ \mathbf{Q}_{k+1} &= \mathbf{Q}_k + \frac{T}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \end{aligned} \quad (2-37)$$

其中， $T$  为计算周期。这样，就可以不断的更新四元数  $\mathbf{Q}$ 。

## (4) 四元数法应用中的问题

由上可以看出，四元数姿态矩阵微分方程式只需要解四个一阶微分方程式组，它克服了欧拉角法方程退化的现象，而且计算量比方向余弦法小很多，在工程实践中被广泛采用<sup>[22]</sup>。

## 2.5.4 姿态角的计算

捷联惯导系统的姿态解算实质上是根据陀螺仪测得的载体角速度，来实时更新姿态矩阵。对于姿态角的计算，可由公式(2-21)得到，具体如下：

$$\begin{aligned}
\phi_{\text{主}} &= \tan^{-1} \left( \frac{T_{32}}{T_{33}} \right) \\
\theta_{\text{主}} &= -\sin^{-1} (T_{31}) \\
\psi_{\text{主}} &= \tan^{-1} \left( \frac{T_{21}}{T_{11}} \right)
\end{aligned} \tag{2-38}$$

在实际应用中, 由于俯仰角  $\theta$  的范围在  $[-90^\circ, +90^\circ]$  的区间里, 和反正弦函数的主值区间一致, 不存在多值问题。而滚转角  $\phi$  的范围在  $[-180^\circ, +180^\circ]$  的区间里, 偏航角  $\psi$  的范围在  $[0^\circ, +360^\circ]$  的区间里, 二者都存在多值问题<sup>[23]</sup>, 因此, 这就需要在主值基础上进行修正, 具体修正如表 2-1 和表 2-2 所示:

表 2-1  $\phi_{\text{真}}$  的判断

Tab. 2-1 The roll angle judgment

| $T_{33}$        | $T_{32}$ | $\phi_{\text{真}}$             | 象 限                      |
|-----------------|----------|-------------------------------|--------------------------|
| $\rightarrow 0$ | +        | $90^\circ$                    |                          |
| $\rightarrow 0$ | -        | $-90^\circ$                   |                          |
| +               | +        | $\phi_{\text{主}}$             | $[0^\circ, 90^\circ]$    |
| +               | -        | $\phi_{\text{主}}$             | $[-90^\circ, 0^\circ]$   |
| -               | +        | $\phi_{\text{主}} + 180^\circ$ | $[90^\circ, 180^\circ]$  |
| -               | -        | $\phi_{\text{主}} - 180^\circ$ | $[180^\circ, 270^\circ]$ |

表 2-2  $\psi_{\text{真}}$  的判断

Tab. 2-2 The yaw angle judgment

| $T_{11}$        | $T_{21}$ | $\psi_{\text{真}}$             | 象 限                      |
|-----------------|----------|-------------------------------|--------------------------|
| $\rightarrow 0$ | +        | $90^\circ$                    |                          |
| $\rightarrow 0$ | -        | $270^\circ$                   |                          |
| +               | +        | $\psi_{\text{主}}$             | $[0^\circ, 90^\circ]$    |
| +               | -        | $\psi_{\text{主}} + 360^\circ$ | $[-90^\circ, 0^\circ]$   |
| -               | +        | $\psi_{\text{主}} + 180^\circ$ | $[90^\circ, 180^\circ]$  |
| -               | -        | $\psi_{\text{主}} + 180^\circ$ | $[180^\circ, 270^\circ]$ |

## 2.6 捷联惯导系统速度和位置的计算

捷联惯导系统的速度和位置计算就是把加速度计的输出信息变换到导航坐标系中，然后在导航坐标系中计算飞行器的速度和位置信息。位置和速度的计算为后续的导航计算奠定了基础。

### 2.6.1 速度的计算

对于姿态矩阵  $C_n^b$ ，机体坐标系相对于导航坐标系转动，转动角速度在导航坐标系的分量为  $\omega_{nb}^n$ ，则有如下关系式：

$$\begin{aligned}\dot{C}_n^b &= -C_n^b \Omega_{nb}^n \\ \dot{C}_n^b &= C_n^b \Omega_{nb}^b\end{aligned}\quad (2-39)$$

式中， $\Omega_{nb}^n$  的形式如下：

$$\Omega_{nb}^n = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbz}^n & \omega_{nby}^n \\ \omega_{nbz}^n & 0 & -\omega_{nbx}^n \\ -\omega_{nby}^n & \omega_{nbx}^n & 0 \end{bmatrix}\quad (2-40)$$

机体坐标系相对于导航坐标系的转动角速度在导航坐标系和在机体坐标系的分量分别为  $\Omega_{nb}^n$  和  $\Omega_{nb}^b$ ，二者之间的关系为：

$$\begin{aligned}\Omega_{nb}^n &= C_b^n \Omega_{nb}^b C_n^b \\ \Omega_{nb}^b &= C_n^b \Omega_{nb}^n C_b^n\end{aligned}\quad (2-41)$$

设有载体位置矢量  $R$ ，在地球坐标系和惯性坐标系的表示形式分别为  $R^e$  和  $R^i$ ，二者变化关系为：

$$R^e = C_i^e R^i\quad (2-42)$$

对公式(2-42)等号两边同时求导，并提取公因式  $C_i^e$ ，可得：

$$\dot{R}^e = C_i^e \dot{R}^i + \dot{C}_i^e R^i = C_i^e (\dot{R}^i + \dot{C}_i^e R^i)\quad (2-43)$$

由公式(2-39)可知， $\dot{C}_i^e = -C_i^e \Omega_{ie}^i$ ，代入公式(2-43)，得：

$$\dot{R}^e = C_i^e (\dot{R}^i - \Omega_{ie}^i R^i)\quad (2-44)$$

在公式(2-44)中， $\dot{R}^e$  是对  $R^e$  求导所得的载体相对于地球坐标系的运动速度的列矢量，它在导航坐标系中的投影定义为：

$$V^n = C_e^n \dot{R}^e\quad (2-45)$$

将公式(2-44)代入到公式(2-45)，可得：



$$V^n = C_e^n C_i^e (\dot{R}^i - \Omega_{ie}^i R^i) = C_i^n (\dot{R}^i - \Omega_{ie}^i R^i) \quad (2-46)$$

对公式(2-46)等号两边同时求导，得：

$$\dot{V}^n = C_i^n (\ddot{R}^i - \dot{\Omega}_{ie}^i R^i) + \dot{C}_i^n (\dot{R}^i - \Omega_{ie}^i R^i) \quad (2-47)$$

由公式(2-46)可得：

$$C_i^n V^n = \dot{R}^i - \Omega_{ie}^i R^i \quad (2-48)$$

$$\dot{R}^i = C_i^n V^n + \Omega_{ie}^i R^i \quad (2-49)$$

由公式(2-39)可知：

$$\dot{C}_i^n = -C_i^n \Omega_{in}^i \quad (2-50)$$

将公式(2-48)、(2-49)和(2-50)代入公式(2-47)，得：

$$\dot{V}^n = C_i^n (\ddot{R}^i - \Omega_{ie}^i C_i^n V^n - \Omega_{in}^i C_i^n V^n - \Omega_{ie}^i \Omega_{ie}^i R^i) \quad (2-51)$$

根据公式(2-41)，推到公式(2-51)，可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}^n &= C_i^n \ddot{R}^i - (\Omega_{ie}^n + \Omega_{in}^n) V^n - C_i^n \Omega_{ie}^i \Omega_{ie}^i R^i \\ &= C_i^n \ddot{R}^i - (2\Omega_{ie}^n + \Omega_{in}^n) V^n - \Omega_{ie}^n \times \phi_e \end{aligned} \quad (2-52)$$

在导航坐标系中，比力公式表示为：

$$f^n = C_i^n \ddot{R}^i - G^n \quad (2-53)$$

地球重力加速度为：

$$g^i = G^i - \omega_{ie}^i \times (\omega_{ie}^i \times R^i) \quad (2-54)$$

则有：

$$g^n = G^n - C_i^n \omega_{ie}^i \times (\omega_{ie}^i \times R^i) \quad (2-55)$$

将公式(2-52)和公式(2-55)代入公式(2-53)，可得沿导航坐标系轴向的比力，如下：

$$f^n = \dot{V}^n + (\Omega_{en}^n + 2\Omega_{ie}^n) V^n - g^n \quad (2-56)$$

在捷联惯导系统中，加速度计测得的是沿机体坐标系的比力  $f^b$ ，需要经过姿态矩阵变换得到导航坐标系下的比力  $f^n$ ：

$$f^n = C_b^n f^b \quad (2-57)$$

可得：

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b - (\Omega_{en}^n + 2\Omega_{ie}^n) V^n + g^n \quad (2-58)$$

将公式(2-58)沿导航坐标系的各坐标轴展开, 可得:

$$\begin{cases} \dot{V}_x = f_x - 2\omega_{ie}(V_z \cos \varphi - V_y \sin \varphi) + \frac{V_x}{R_E + h}(V_y \tan \varphi - V_z) \\ \dot{V}_y = f_y - 2\omega_{ie} V_x \sin \varphi - \frac{V_x^2 \tan \varphi}{R_E + h} - \frac{V_y V_z}{R_N + h} \\ \dot{V}_z = f_z + 2\omega_{ie} V_x \cos \varphi + \frac{V_x^2}{R_E + h} + \frac{V_y^2}{R_N + h} - g \end{cases} \quad (2-59)$$

求解上述微分方程组公式(2-59), 即可求得导航坐标系下三个方向的速度,  $V_x, V_y, V_z$ 。

## 2.6.2 位置的计算

利用载体相对地球的运动速度公式, 可计算求得载体的位置信息  $\lambda, \varphi, h$ , 公式如下:

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = \frac{V_x}{(R_E + h) \cos \varphi} \\ \dot{\varphi} = \frac{V_y}{(R_N + h)} \\ \dot{h} = V_z \end{cases} \quad (2-60)$$

## 2.7 本章小结

本章首先介绍了小型无人机常用的坐标系和各坐标系之间的转换矩阵; 其次介绍了捷联惯导系统的基本概念和基本工作原理, 给出姿态解算算法: 欧拉角法、方向余弦法和四元数法, 着重介绍了本课题所采用的四阶龙格库塔法来更新四元数, 从而更新解算姿态矩阵; 最后介绍了导航系统速度和位置的计算, 为后续导航的研究提供了基础。

### 第三章 姿态测量硬件系统的设计

#### 3.1 系统方案设计

小型无人机飞行控制系统主要完成飞机的状态检测、姿态稳定、自动驾驶等任务。飞行控制系统硬件主要由微处理器、传感器模块、舵机控制模块以及电源模块组成。传感器模块包括加速度计、陀螺仪、压力传感器和温度传感器等；微处理器主要用来采集传感器输出数据，然后根据所采集的姿态和航向等数据进行导航计算，发出正确调整各舵面角度值的控制信号；舵机控制模块，则是根据微处理器给出的舵面控制信号，产生驱动各舵机的PWM控制信号。姿态控制是整个飞行控制系统的核心部分之一，控制系统功能有：传感器对姿态、位置信息的检测，传感器数据的传输和微控制器对数据的处理等<sup>[24]</sup>。

本论文以某重点实验室的固定翼小型无人机作为研究对象，在分析捷联式惯性导航系统工作原理的基础上，设计了基于TMS320F28335微处理器和ADIS16407惯性测量单元的姿态测量和解算系统，将惯性测量单元直接固连在机体上，来获取陀螺仪和加速度计所采集到的数据，经DSP处理并解算后，得到飞行器的姿态、速度和位置等信息<sup>[25]</sup>，进而可以在后续设计工作中，根据导航任务对各舵机进行控制。系统的整体框图如图3-1所示：

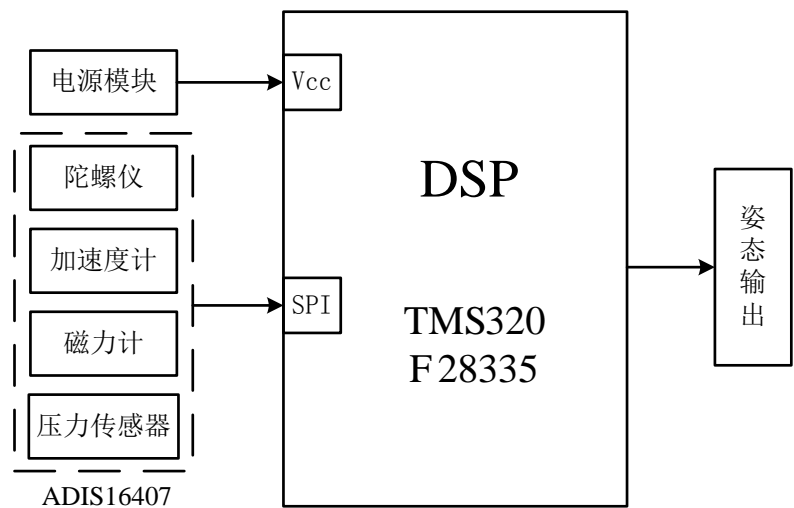


图 3-1 系统的整体框图

Fig. 3-1 Overall block diagram of the system

## 3.2 微处理器

在飞行控制系统中，微处理器是核心部件。目前针对微处理器的选择，有的用微计算机实现，有的用单片机实现，有的用FPGA等可编程阵列产品开发ASIC芯片来实现，有的用专门用于信号处理的DSP芯片实现等。这些实现方法各有差异，通用微计算机的运算能力一般，而且由于存在启动慢的问题，不是很适合用于实时系统；单片机的接口性能良好，容易实现人机接口，但是它的运算能力相对较差；相比而言，DSP的运算能力强，启动也较快，最适合做实时系统。而且，微处理器必须具有足够的数据处理能力和系统控制能力，在导航解算中需要大量的浮点运算，因此，要求微处理器具有一定的浮点处理能力。由于编程的代码量相对较多，所以需要足够的程序和数据空间。外设接口要丰富。综合考虑上述因素，本课题采用DSP做微处理器。

### (1) DSP 芯片的特点

DSP 芯片是一种专门具有特殊结构的微处理器，主要由片内程序和数据存储器、算数逻辑单元、累加器、乘法器、定时器、定标移位器和串行口等部分组成。一般情况下，DSP 芯片采用特殊的软硬件结构，这样就拥有了快速的数字信号处理能力。下面以 TI 公司生产的 TMS320 系列为例，对 DSP 芯片的特点进行介绍：

① DSP 采用改进的哈佛结构，将程序和数据分别存储在不同的存储器中，每个存储器单独编址，独立访问，系统中有独立的数据总线和程序总线，CPU 可以同时访问指令和数据，大大提高了数据处理能力，也使系统的运算速度得到很大的提高<sup>[26]</sup>；

② 由于片内具有快速 RAM，数据空间和程序空间可以通过独立的数据总线同时被访问；

③ 具有快速的中断处理和硬件 I/O 支持；

④ 支持流水线操作，使得取址、译码和执行等操作可以重叠执行<sup>[27]</sup>；

⑤ 在一个指令周期内可以完成一次乘法运算和一次加法运算，大大缩短了运算时间；

⑥ 具有低开销或无开销循环及跳转的硬件支持；

⑦ 可以并行执行多个操作。

### (2) DSP 芯片的选择及简介

DSP 主芯片的性能决定了系统的综合性能。通过对运算速度、运算精度、硬件资源、开发支持工具以及价格方面综合考虑之后，本课题选用 TI 公司的 TMS320F28335 作为微处理器。

TMS320F28335 采用高性能的 CMOS 技术, 拥有浮点运算功能, 与定点处理器相比, 具有精度高、速度快、成本低、功耗小、性能高、外设集成度高, 数据以及程序存储量大, A/D 转换更精确快速等优点。该微处理器具有 150MHz 的高速处理能力, 具有 32 位浮点处理单元, 在其内部拥有 6 路 DMA 模块, 支持 ADC、McBSP 和 EMIF, 当 CPU 不参与运算时, 存储器和外设也可以进行数据传输, 这就是直接存储器存取方式, 它释放了带宽, 方便了其他系统函数的执行<sup>[28]</sup>。具有 12 位 16 路通道的模数转换器 ADC 和多达 18 路的 PWM 输出, 其中有 6 路 HRPWM, 是 TI 特有的更高精度的 PWM 输出。片上包含 256K×16 的 Flash 存储器和 34K×16 的 RAM 存储器。串行通信外设丰富, 具有 3 个 SCI 模块, 1 个 SPI 模块, 1 个 I<sup>2</sup>C 模块和 2 个 CAN 通信模块等<sup>[29]</sup>。

得益于 TMS320F28335 的浮点运算单元, 用户无需在处理小数操作上耗费过多的精力和时间, 可以快速编写控制算法。与前代 DSC 相比, 平均性能提高了百分之五十, 而且与定点 C28x 控制器软件兼容, 从而使得软件开发简化, 缩短了开发周期, 降低了开发成本。

TMS320F28335 的功能框图如图 3-2:

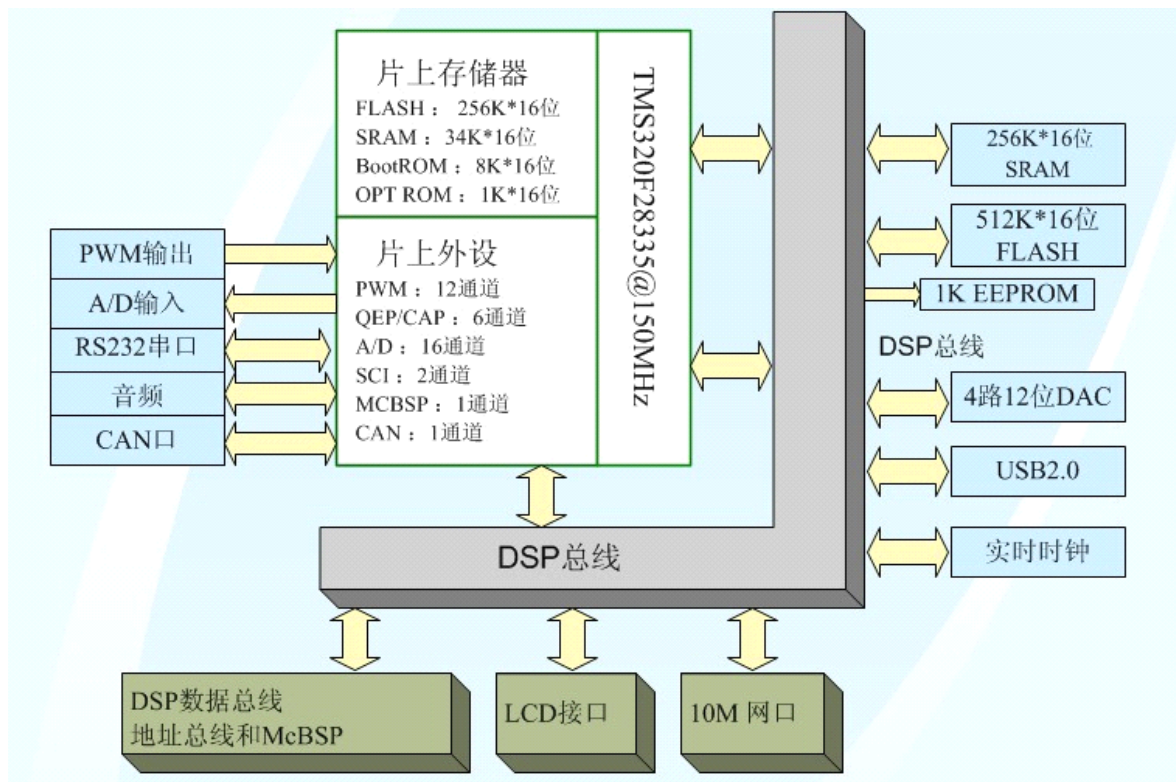


图 3-2 TMS320F28335 的功能框图

Fig. 3-2 Functional block diagram of TMS320F28335

3.3 惯性测量单元

在小型无人机的捷联惯导姿态解算中，要确定飞行器机体坐标系下三轴的姿态角，可通过高精度的惯性测量传感器对飞行器的三轴姿态进行测量，即通过惯性器件获取角速度和加速度等信息，然后经过解算得到飞行器的姿态等信息。

本课题采用微机械惯性传感器作为姿态控制的惯性测量单元。所谓微机械惯性传感器，即基于 MEMS 技术的传感器，它融合了精密加工技术和微电子技术，具有体积小、能耗低、精度高、重量轻、性能稳定、可靠性高、灵敏度和工作效率高等优点。随着科技的进步，MEMS 器件已由单轴的器件向多轴的器件发展。例如，美国 AD 生产的 ADIS16300 四自由度惯性传感器，其内部包含一个单轴陀螺仪和一个三轴加速度传感器；随后生产的 ADIS16354 六自由度传感器，由一个三轴陀螺仪和一个三轴加速度传感器组成。本课题选用 ADIS16407 是一个十自由度的惯性传感器，其实物图和原理框图分别如图 3-3 和图 3-4 所示：



图 3-3 ADIS16407 实物图

Fig. 3-3 Physical map of ADIS16407

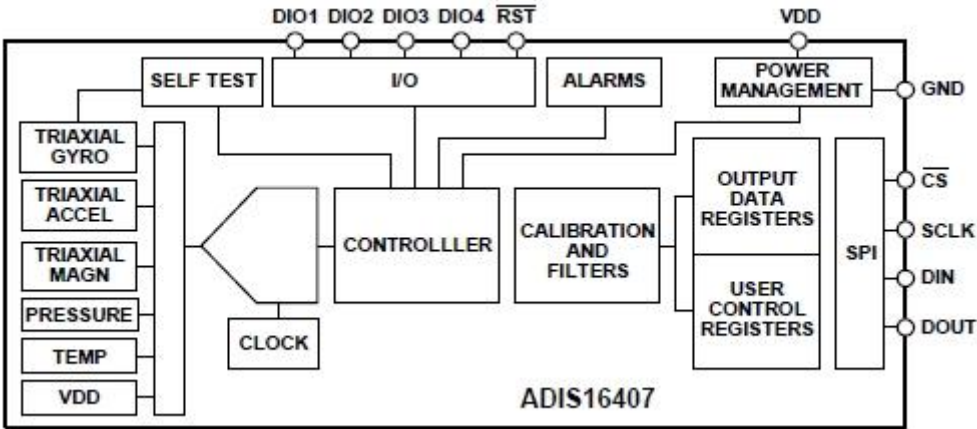


图 3-4 ADIS16407 原理框图

Fig. 3-4 Principle block diagram of ADIS16407

ADIS16407 是一款完整的惯性系统，内置一个三轴陀螺仪、一个三轴加速度计、一个三轴磁力计和一个压力传感器，用以完成对飞行器进行姿态信息测量，每个传感器都可提供优化的动态性能以及精确的测量，与昂贵且复杂的分立设计方案相比，ADIS16407 严格的正交对准简化了导航系统中的惯性坐标系对准，其集成简单而高效，且集成时间大大缩短，SPI 和寄存器结构为数据的收集和配置控制提供了简单的接口<sup>[30]</sup>。其主要技术指标如下：

- (1) 三轴数字陀螺仪：带有数字范围调整设置，分别为 $\pm 75^\circ/\text{s}$ 、 $\pm 150^\circ/\text{s}$ 和 $\pm 300^\circ/\text{s}$ ，对应最低灵敏度分别为 $0.05^\circ/\text{s}$ 、 $0.025^\circ/\text{s}$ 和 $0.0125^\circ/\text{s}$ ；三轴之间的正交对准精度小于 $0.05^\circ$ ；灵敏度温度系数为百万分之 $\pm 40/^\circ\text{C}$ ；
- (2) 三轴数字加速度计：动态测量范围为 $\pm 18\text{ g}$ ；初始灵敏度为 $3.33\text{mg}$ ；三轴正交对准精度小于 $0.2^\circ$ ；灵敏度温度系数为百万分之 $\pm 50/^\circ\text{C}$ ；
- (3) 三轴数字磁力计：动态测量范围为 $\pm 2.5\text{gauss}$ ；初始灵敏度为 $0.5\text{mgauss}$ ；三轴正交对准精度小于 $0.25^\circ$ ；灵敏度温度系数为百万分之 $\pm 600/^\circ\text{C}$ ；
- (4) 单电源供电： $4.75\text{V}$ 至 $5.25\text{V}$ ；
- (5) 工作温度范围： $-40^\circ\text{C}$ 至 $+105^\circ\text{C}$ ；
- (6) 抗冲击能力： $2000\text{g}$ ；
- (7) ADIS16407 采用 $23\text{mm}\times 23\text{mm}\times 23\text{mm}$ 的封装，有灵活连接器接口，安装方向多样化。惯性传感器的方向参考如图 3-5 所示：

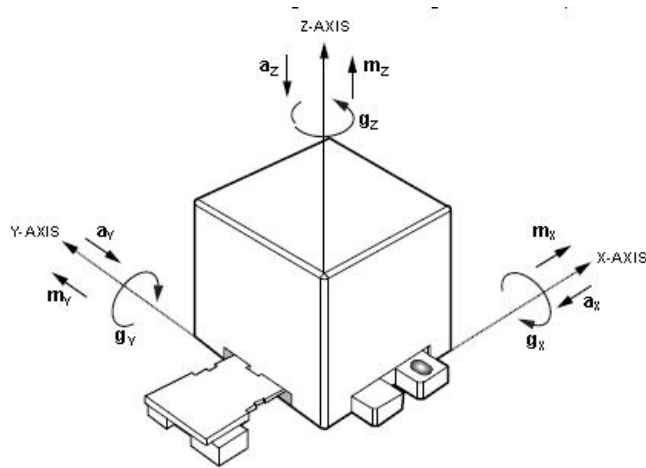


图 3-5 惯性传感器方向参考

Fig. 3-5 Inertial sensor direction reference

ADIS16407的引脚配置如图3-6所示：

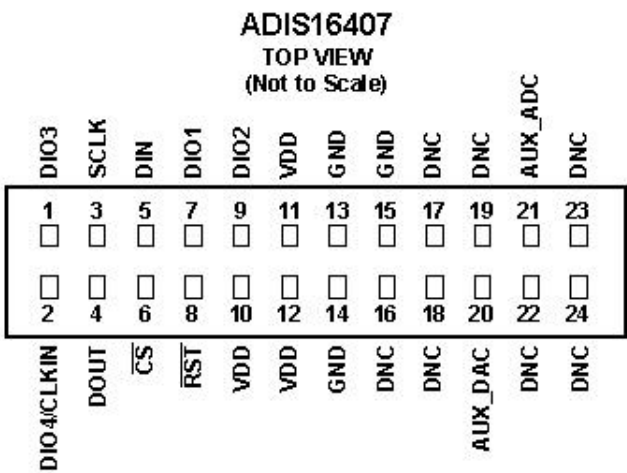


图 3-6 引脚配置

Fig. 3-6 Pin configuration

各引脚的功能描述如表3-1所示：

表 3-1 引脚功能描述

Tab. 3-1 Pin function descriptions

| 引脚编号                 | 引脚名称       | 类型  | 描述                     |
|----------------------|------------|-----|------------------------|
| 1                    | DIO3       | I/O | 可配置的数字输入/输出            |
| 2                    | DIO4/CLKIN | I/O | 可配置的数字输入/输出或同步时钟输入     |
| 3                    | SCLK       | I   | SPI 串行时钟               |
| 4                    | DOUT       | O   | SPI 数据输出 时钟 SCLK 下降沿输出 |
| 5                    | DIN        | I   | SPI 数据输入 时钟 SCLK 上升沿输入 |
| 6                    | /CS        | I   | SPI 片选                 |
| 7,9                  | DIO1,DIO2  | I/O | 可配置的数字输入/输出            |
| 8                    | /RST       | I   | 复位                     |
| 10,11,12             | VDD        | S   | 电源                     |
| 13,14,15             | GND        | S   | 电源地                    |
| 16,17,18,19,22,23,24 | DNC        | N/A | 不连接                    |
| 20                   | AUX_DAC    | O   | 辅助，12 位 DAC 输出         |
| 21                   | AUX_ADC    | I   | 辅助，12 位 ADC 输出         |

ADIS16407是自治的传感器系统，不需要用户初始化。当它获得有效地电源电压后，自动初始化并开始采样、处理，并以819.2次/秒的采样率将传感器数据下载到输出寄存器。主处理器通过SPI接口访问输出数据寄存器，其连接图如图3-7所示：



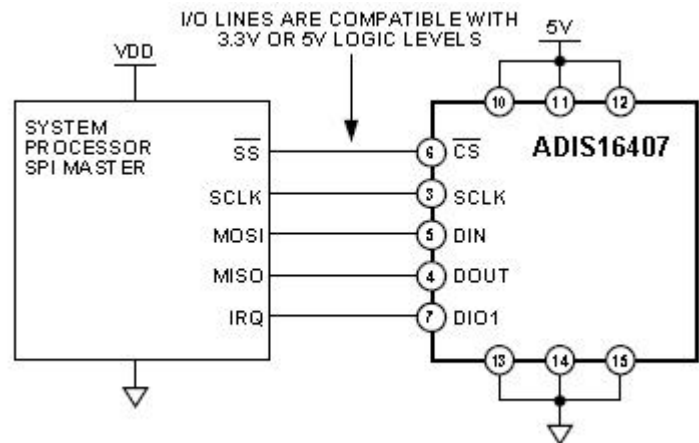


图 3-7 电气连接图

Fig. 3-7 Electrical connection diagram

### 3.4JTAG 接口模块

用于程序仿真调试与下载的 JTAG 接口 5 个信号线分别为：TMS、TCK、TDI、TDO 和 TRST。TMS 是测试模式选择，用来设置 JTAG 接口处于某种特定的测试模式；TCK 是测试时钟输入；TDI 是测试数据输入，数据通过 TDI 引脚输入 JTAG 接口；TDO 是测试数据输出，数据通过 TDO 引脚从 JTAG 接口输出；TRST 是测试复位，输入引脚低电平有效，EMU0 和 EMU1 引脚共同指示 DSP 芯片的操作模式，当两引脚都拉高时，芯片处于仿真调试模式<sup>[31]</sup>。JTAG 的电路图如图 3-8 所示：

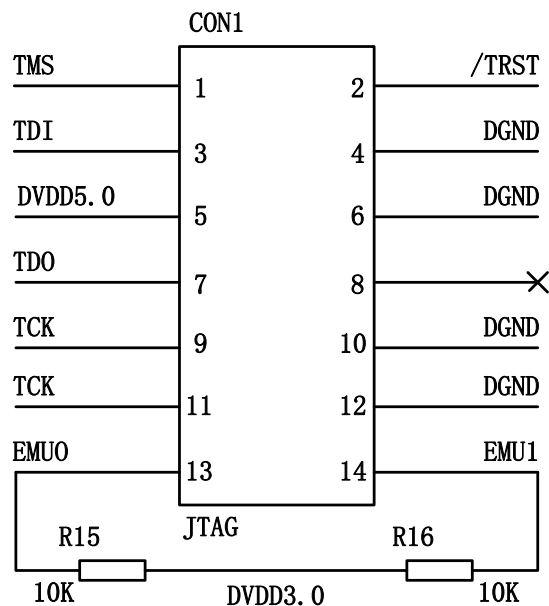


图 3-8 JTAG 电路图

Fig. 3-8 JTAG circuit diagram

### 3.5 电源

鉴于 TMS320F28335 是浮点型 DSP、功耗大的特点，本课题所用的研旭公司生产的 TMS320F28335 开发板选用的是 PS767D301 非线性电源芯片，其优点是功率大，驱动负载能力强。根据 TMS320F28335 开发板官方用户手册，采用第一种供电方式，即直接在开发板电源口处外接 5V 电源，ADIS16407 惯性测量模块也需要 5V 的供电，因此，只需将惯性测量模块的 5V 引脚接口与底板的供电电源引脚接口相连即可。

### 3.6 本章小结

本章主要介绍了系统的整体方案设计。根据小型无人机的特点以及飞行控制系统数据信息的需求，选择了满足实验要求的 TMS320F28335 微处理器和 ADIS16407 惯性测量单元，并对 JTAG 接口模块和电源模块做了简单介绍。

## 第四章 姿态解算软件系统的设计

### 4.1 DSP 开发环境的介绍

TMS320F28335 芯片的开发工具选用 TI 公式配套的 CCS 软件，本课题选用的软件是 CCSv4。下面对此开发环境进行介绍。

#### 4.1.1 CCSv4 的概述

CCS (Code Composer Studio) 是一种专门针对 TI 公司生产的 DSP、应用处理器和微控制器的集成开发环境，支持 DSP 软件的编写、编译、调试和下载<sup>[32]</sup>。CCS 的工作模式有两种，分别为软件仿真器模式和硬件在线编程模式。DSP 的指令集和工作机制可以通过在 PC 机上进行模拟来实现，而不需要链接 DSP 芯片，此为软件仿真器模式，主要用于实现前期的算法并进行调试；硬件在线编程模式则需要与硬件开发板链接，在 DSP 芯片上实时运行，实现了在线编程和应用程序的调试。在本课题中，选用第二种工作模式，即硬件在线编程模式。CCSv4 运行时的主窗口如图 4-1 所示：

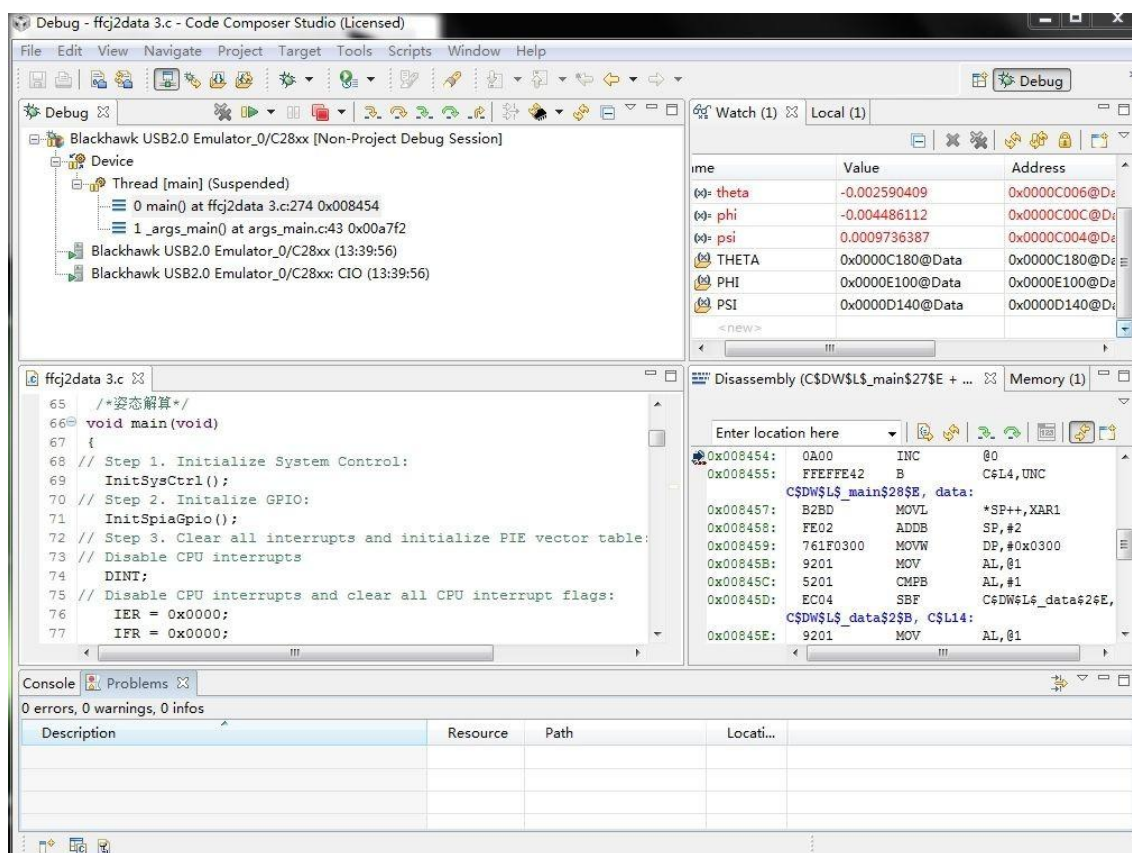


图 4-1 CCSv4 运行主窗口

Fig. 4-1 Run main window of CCSv4

### 4.1.2CCSv4 的主要功能

在 CCS 软件环境中，可以对代码进行编辑、编译、调试和下载等，并且可以实现 C 语言和汇编语言等的混合编程。简要列出以下几点 CCS 的主要功能：

(1) 程序员可以在可视化的代码编辑界面直接完成对 C、汇编、.cmd 文件等的编写；

(2) 在这个软件环境中，集成了代码的编辑、编译、调试和链接等多种功能，还具有汇编器、链接器等多种集成代码生成工具；

(3) 为了使程序员容易阅读代码，并发现语法错误，在编辑器中实现了加亮显示汇编文件的动态语法；

(4) 要对编写的程序进行项目管理可以通过工程项目管理工具来实现，对不同的程序建立相关的跟踪信息，然后根据这些信息来分类管理不同的程序，以完成目标程序和程序库的生成；

(5) 基本调试工具支持 C 源代码的调试，而且可以对寄存器、存储器、和变量窗口等进行查看；

(6) 添加和移除硬件、软件和条件断点，可以在程序的调试过程中通过对断点工具进行设置来完成；

(7) 包含模拟器和仿真器等分析工具，可以对硬件功能进行监视和模拟，还可以查看分析某段代码的执行时间；

(8) 拥有数据图形显示工具，能够自动刷新显示时域波形、频域波形和图像等；

(9) 具有 GEL 工具，方便程序员对变量和参数进行修改和配置等。

### 4.1.3CCSv4 开发步骤的介绍

#### (1) 定义工作区目录

首先需要定义一个工作区，用于保存开发过程中用到的所有元素的目录。

#### (2) 创建新的工程项目

按菜单下的“File->New->CCS Project”来创建工程。一个完整的 DSP 工程通常包括头文件 (.h)、库文件 (.lib)、源文件 (.c) 和 CMD 文件。F28335 的头文件主要定义了芯片内部的寄存器结构和中断服务程序等内容，为其开发提供了很大的便利；库文件包含了寄存器的地址和对应标示符的定义，以及标准的 C/C++ 运行支持库函数；源文件是整个工程的核心部分，开发工程时所编写的代码通常都写在各个源文件中，它包含了所有需要实现的功能的代码；CMD 文件是用来分配 RAM 空间和 Flash

空间的，首先需将程序下载到 RAM 内来进行调试，此时使用分配 RAM 空间的 CMD 文件，在完成程序调试之后，使用分配 Flash 空间的 CMD 文件，将其烧写到 Flash 内部并进行固化。

### (3) 生成项目

转到菜单“Project->Build Active Project”即可生成项目。

### (4) 项目调试

首先创建目标配置文件，然后通过“Target->Debug Active Project”启动调试器。

## 4.1.4 CCSv4 的软件开发流程

基于 CCS 的简明软件开发流程如图 4-2 所示：

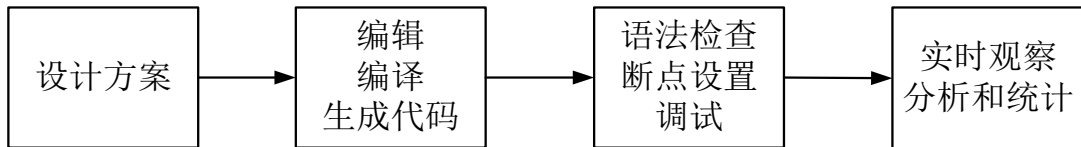


图 4-2 CCS 软件开发流程图

Fig. 4-2 Flow chart of the CCS software development

## 4.2 系统初始化

在 DSP 系统上电之后，控制主程序必须进行合理的系统初始化。所谓“初始化”，就是给所有相关的寄存器配置一个合适的初始值。下面给出系统初始化的程序：

```

InitSysCtrl ();           // 初始化系统函数
DINT;                     // 关中断
IER = 0x0000;             // 禁止 CPU 中断
IFR = 0x0000;             // 清除 CPU 中断标志
InitPieCtrl ();           // 初始化 PIE 控制寄存器
InitPieVectTable ();      // 初始化 PIE 中断向量表
InitSpiaGpio ();          // 初始化 GPIO 口
  
```

其中，InitSysCtrl() 是初始化 DSP 的内核系统控制的函数，包括锁相环 (PLL)、看门狗 (Watch Dog) 和片内外围模块的时钟的初始化；InitPieCtrl() 这个函数是用来将 PIE 控制寄存器初始化为默认状态，所谓的默认状态是指禁用所有的 PIE，并将所有的 PIE 中断标志位清零；InitPieVectTable() 这是初始化 PIE 矢量表的函数，它通过函数指针将中断服务例程 (ISR) 的与中断的发生联系起来；InitSpiaGpio() 这个是初始化 GPIO 口的函数，使其实现 SPI 的四线引脚功能，具体程序设置在下文介绍。

### 4.3 串行外设总线 SPI

#### 4.3.1 SPI 简介

SPI (Serial Peripheral Interface)是一种高速同步串行通信接口，与 SCI 低速异步串行通信接口不同，同步通信时，通信双方的设备必须具有相同的时钟脉冲，以相同的步调进行数据传输。SPI 的总线系统可以控制芯片以串行方式和多标准外围设备直接进行通信，SPI 接口一般使用四条线，即串行时钟线（SCK）、主模式输入/从模式输出线（MISO）、主模式输出/从模式输入线（MOSI）和片选信号（/CS）<sup>[33]</sup>。SPI 以主从方式进行工作，可以通过寄存器来进行设置，这种模式的通信系统中通常有一个主设备和多个从设备。其中，/CS 信号的作用是用来控制从机的芯片是否被选中。SCK 信号只能由主设备控制，从设备不能控制时钟信号线。TMS320F28335 的 SPI 接口引脚如表 4-1 所示：

表 4-1 SPI 接口的引脚图  
Tab. 4-1 Pin interface of SPI

| 引 脚     | 功 能 说 明             |
|---------|---------------------|
| SPISOMI | SPI 从模式输出 / 主模式输入引脚 |
| SPISIMO | SPI 从模式输入 / 主模式输出引脚 |
| SPICLK  | SPI 串行时钟引脚          |
| /SPISTE | SPI 从模式发送使能引脚       |

通信中，将 SPISOMI、SPISIMO 和 SPICLK 设置为基本功能 SPI 口，/SPISTE 设置为一般的 I / O 口。/SPISTE 作为惯性测量单元的片选信号，当主/从控制器进行数据交换时，将/SPISTE 配置成低电平，当数据传输结束后，再将其配置成高电平<sup>[34]</sup>。设置 SPI 口线功能如下：

```
GpioCtrlRegs.GPBMUX2.bit.GPIO54 = 1;
//将 GPIO54 引脚设置为 SPISIMO 引脚

GpioCtrlRegs.GPBMUX2.bit.GPIO55 = 1;
//将 GPIO55 引脚设置为 SPISOMI 引脚

GpioCtrlRegs.GPBMUX2.bit.GPIO56 = 1;
//将 GPIO56 引脚设置为 SPICLK 引脚

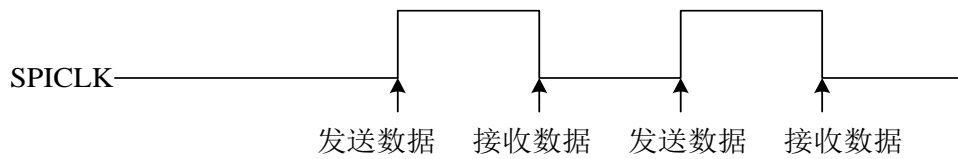
GpioCtrlRegs.GPBMUX2.bit.GPIO57 = 0;
//将 GPIO57 引脚设置为/SPISTE 引脚
```

## 4.3.2 SPI 时钟配置

SPI 的时钟配置是指 SPI 在时钟脉冲的什么时刻去发送或者接收数据。时钟特性通常由 SPI 配置控制寄存器 SPICCR 的第六位 CLOCK POLARITY 和 SPI 工作控制寄存器 SPICTL 的第三位 CLOCK PHASE 决定。其中, CLOCK POLARITY 决定了时钟的极性, CLOCK PHASE 决定了时钟的相位。SPI 时钟配置有四种方案, 如图 4-3 所示:

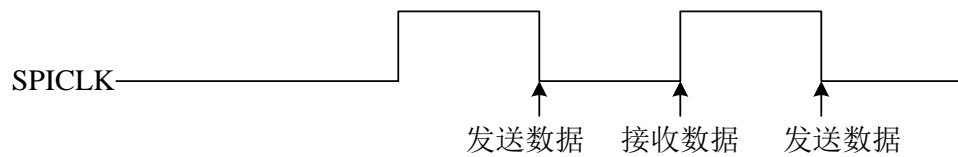
SpiaRegs.SPICCR. bit. CLK\_POLARITY = 0

SpiaRegs.SPICTL. bit. CLK\_PHASE = 0



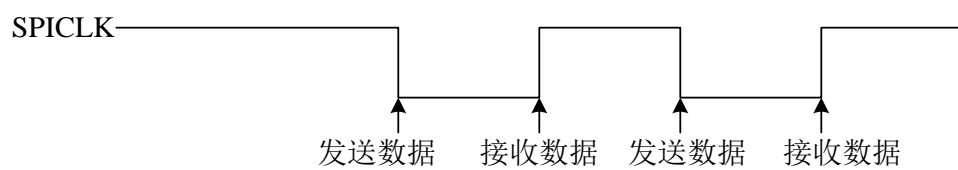
SpiaRegs.SPICCR. bit. CLK\_POLARITY = 0

SpiaRegs.SPICTL. bit. CLK\_PHASE = 1



SpiaRegs.SPICCR. bit. CLK\_POLARITY = 1

SpiaRegs.SPICTL. bit. CLK\_PHASE = 0



SpiaRegs.SPICCR. bit. CLK\_POLARITY = 1

SpiaRegs.SPICTL. bit. CLK\_PHASE = 1

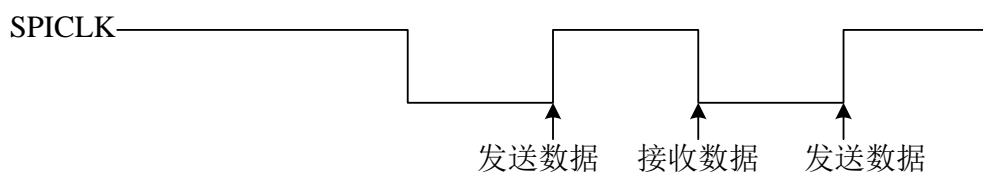


图 4-3 SPI 时钟配置方案

Fig. 4-3 SPI clock configuration scheme

对上图进行说明：

(1) 将 CLK\_POLARITY 设为 0, SPICLK 没有数据发送时, SPICLK 处于低电平, 此时:

若 CLK\_PHASE = 0, 在 SPICLK 信号处于上升沿时, SPI 发送数据, 在 SPICLK 信号处于下降沿时, SPI 接收数据;

若 CLK\_PHASE = 1, 在 SPICLK 信号处于上升沿时, SPI 延时了半个周期后发送数据, 在随后的 SPICLK 信号的上升沿接收数据。

(2) 将 CLK\_POLARITY 设为 1, SPICLK 没有数据发送时, SPICLK 处于高电平, 此时:

若 CLK\_PHASE = 0, 在 SPICLK 信号处于下降沿时, SPI 发送数据, 在 SPICLK 信号处于上升沿时, SPI 接收数据;

若 CLK\_PHASE = 1, 在 SPICLK 信号处于下降沿时, SPI 延时了半个周期后发送数据, 在随后的 SPICLK 信号的下降沿接收数据<sup>[35]</sup>。

本课题采用第三种 SPI 时钟配置方案, 即 SPI 在 SPICLK 信号的下降沿发送数据, 在 SPICLK 信号的上升沿接收数据。

### 4.3.3 SPI 模块寄存器

SPI 模块具有六个控制寄存器、三个数据寄存器和三个 FIFO 寄存器, 如表 4-2 所示:



表 4-2 SPI 寄存器

Tab. 4-2 SPI registers

| 寄存器名称    | 说 明            |
|----------|----------------|
| SPICCR   | SPI 配置控制寄存器    |
| SPICTL   | SPI 工作控制寄存器    |
| SPIST    | SPI 状态寄存器      |
| SPIBRR   | SPI 波特率寄存器     |
| SPIEMU   | SPI 仿真缓冲寄存器    |
| SPIRXBUF | SPI 接收数据缓冲寄存器  |
| SPITXBUF | SPI 发送数据缓冲寄存器  |
| SPIDAT   | SPI 数据移位寄存器    |
| SPIFFTX  | SPI FIFO 发送寄存器 |
| SPIFFRX  | SPI FIFO 接收寄存器 |
| SPIFFCT  | SPI FIFO 控制寄存器 |
| SPIPRI   | SPI 优先权控制寄存器   |

在本课题中，将 TMS320F28335 的低速外设时钟频率 LSPCLK 设置成 37.5MHz，而 ADIS16407 惯性测量单元在课题所选取的读取传感器数据的方式下，最大时钟频率为 1MHz，因此，SPI 的波特率应该小于 1MHz，即  $37.5\text{MHz} / (\text{SPIBRR} + 1) \leq 1\text{MHz}$ ，解得 SPIBRR 的取值范围为： $\text{SPIBRR} \geq 37$ 。课题中，将 SPIBRR 取值为 49，则波特率  $= 37.5\text{MHz} / (49+1) = 0.75\text{MHz}$ 。

设置 SPI 寄存器的程序如下：

```

SpiaRegs.SPICCR. all = 0x004F;    // 初始化SPI操作标志到复位状态,禁止SPI
                                   回送模式

SpiaRegs.SPICTL. all = 0x0007;    // 普通SPI时钟方案,相位为0,主机模式,
                                   使能发送

SpiaRegs.SPIBRR = 0x0031;         // 波特率为0.75MHz

SpiaRegs.SPICCR. all = 0x00CF;    // 极性设置为1

SpiaRegs.SPIPRI. all = 0x0020;    // 标准的SPI模式

```

### 4.3.4 惯性测量模块的 SPI 时序

由惯性测量单元的手册可知，ADIS16407 惯性测量单元和 TMS320F28335 微处理器是通过串行外围设备接口 SPI 连接进行通讯的。惯性测量模块的 SPI 时序如图 4-4 所示：

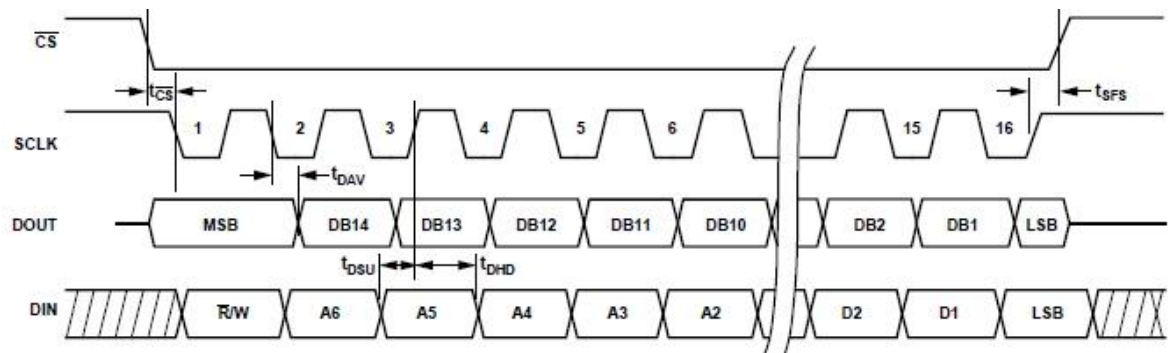


图 4-4 SPI 时序图

Fig. 4-4 SPI timing and sequence diagram

图中，参数  $t_{CS}$  是片选至 SCLK 边沿， $t_{DAV}$  是 SCLK 边沿之后的 DOUT 有效时间， $t_{DSU}$  是 SCLK 上升沿之前的 DIN 建立时间， $t_{DHD}$  是 SCLK 上升沿之后的 DIN 保持时间， $t_{SFS}$  是 SCLK 边沿之后的 /CS 高电平时间。

## 4.4 数据采集及其转换

### 4.4.1 惯导模块的数据输出寄存器

ADIS16407 惯性测量单元有 14 个数据输出寄存器，其格式如表 4-3 所示：

表 4-3 输出数据寄存器格式

Tab. 4-3 Output data register formats

| 寄 存 器       | 地 址  | 数据位数 | 最小单位              | 说 明          |
|-------------|------|------|-------------------|--------------|
| SUPPLY_ OUT | 0x02 | 12   | 2.418 mV          | 电源输出寄存器      |
| XGYRO_ OUT  | 0x04 | 14   | 0.05° /sec        | X 轴陀螺仪输出寄存器  |
| YGYRO_ OUT  | 0x06 | 14   | 0.05° /sec        | Y 轴陀螺仪输出寄存器  |
| ZGYRO_ OUT  | 0x08 | 14   | 0.05° /sec        | Z 轴陀螺仪输出寄存器  |
| XACCL_ OUT  | 0x0A | 14   | 3.333 mg          | X 轴加速度计输出寄存器 |
| YACCL_ OUT  | 0x0C | 14   | 3.333 mg          | Y 轴加速度计输出寄存器 |
| ZACCL_ OUT  | 0x0E | 14   | 3.333 mg          | Z 轴加速度计输出寄存器 |
| XMAGN_ OUT  | 0x10 | 14   | 0.5 mgauss        | X 轴磁强计输出寄存器  |
| YMAGN_ OUT  | 0x12 | 14   | 0.5 mgauss        | Y 轴磁强计输出寄存器  |
| ZMAGN_ OUT  | 0x14 | 14   | 0.5 mgauss        | Z 轴磁强计输出寄存器  |
| BARO_ OUT   | 0x16 | 14   | 0.08 mbar         | 气压计输出寄存器     |
| BARO_ OUTL  | 0x18 | 8    | 0.3125 $\mu$ mbar | 气压计低位输出寄存器   |
| TEMP_ OUT   | 0x1A | 12   | 0.136° C          | 内部温度输出寄存器    |
| AUX_ ADC    | 0x1C | 12   | 0.8059 mV         | 辅助 ADC 输出寄存器 |

#### 4.4.2 传感器数据的读取

ADIS16407 提供了两种不同的方式来获取传感器的数据,数据单发模式和数据迸发模式。

数据单发模式采集需要两个 16 位的 SCLK 周期。第一个 SCLK 周期在 DIN 线上发送读命令位和目标寄存器地址,第二个 SCLK 周期在 DOUT 线上读取寄存器输出数据,同时 DIN 线发送下一个读命令位和目标寄存器地址<sup>[36]</sup>。图 4-5 给出了三个单个寄存器连续读取数据的例子:

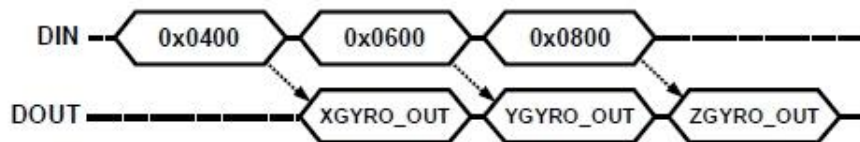


图 4-5 SPI 读序列

Fig. 4-5 SPI read sequence

数据迸发模式是从 ADIS16407 采集数据的高效方法。在数据迸发模式中,所有输出数据寄存器都在 DOUT 上输出,一次 16 位,数据周期为 15,各数据周期之间通过一个 SCLK 周期分隔。数据迸发模式序列图如图 4-6 所示:



图 4-6 迸发读取序列

Fig. 4-6 Burst read sequence

本课题数据迸发模式，即在第一个  $SCLK$  周期发送  $0x4200$ ，在接下来的 14 个  $SCLK$  周期依次读取  $SUPPLY\_OUT$ （电源输出寄存器）、 $XGYRO\_OUT$ （X 轴陀螺仪输出寄存器）、 $YGYRO\_OUT$ （Y 轴陀螺仪输出寄存器）、 $ZGYRO\_OUT$ （Z 轴陀螺仪输出寄存器）、 $XACCL\_OUT$ （X 轴加速度计输出寄存器）等寄存器的输出数据。收发数据的部分程序如下：

```
GpioDataRegs.GPBDAT.bit.GPIO57 = 0;    // 将片选信号拉低
sdata= 0x4200;
if ( Spi_TxReady () == 1 )
{ SpiaRegs.SPITXBUF = sdata; }           // 发送指令
while ( Spi_TxReady () != 1 ) { }         // 判断发送是否完成
if ( Spi_RxReady () == 1 )
{ rdata = SpiaRegs.SPIRXBUF; }           // 接收数据
while ( Spi_RxReady () != 1 ) { }         // 判断接收是否完成
GpioDataRegs.GPBDAT.bit.GPIO57 = 1;    // 将片选信号拉高
其中，判断发送和接收是否准备就绪的子程序如下：
```

```
unsigned int Spi_TxReady ( void )
{
    unsigned int n;
    if ( SpiaRegs.SPISTS.bit.BUFFULL_FLAG == 1)
        { n = 0 ;}
    else
        { n = 1 ;}
    return ( n ) ;
}
```

// 根据SPI的状态寄存器缓冲标志位是否已满，来确定发送准备是否就绪

```
unsigned int Spi_ RxReady ( void )
{
    unsigned int m;
    if ( SpiaRegs.SPISTS. bit. INT_ FLAG == 1)
        {m = 1 ;}
    else
        {m = 0 ;}
    return ( m ) ;
}
```

// 根据SPI的状态寄存器中断标志位，来确定接收准备是否就绪

4.4.3 数据的转换

由表 4-3 可知各输出数据寄存器的位数，将所接收的数据按照各寄存器所需位数保留有效位，然后存入新的数组中。

由惯性测量单元数据手册可知，SUPPLY\_ OUT、BARO\_ OUT、BARO\_ OUTL 和 AUX\_ ADC 是二进制格式，其他传感器输出的数据格式均为二进制补码。需要将输出的数据转换成浮点形式的姿态数据，以方便在软件环境下对捷联惯导系统进行姿态解算。下面，仅对陀螺仪和加速度计的转换做介绍，其他传感器的转换程序类似。

表 4-4 旋转速率 二进制补码格式

Tab. 4-4 Rotation rate Binary complement format

| 旋转速率          | 十进制    | 十六进制   | 二进制                 |
|---------------|--------|--------|---------------------|
| + 300° / sec  | + 6000 | 0x1770 | xx01 0111 0111 0000 |
| + 0.1° / sec  | + 2    | 0x0002 | xx00 0000 0000 0010 |
| + 0.05° / sec | + 1    | 0x0001 | xx00 0000 0000 0001 |
| 0° / sec      | 0      | 0x0000 | xx00 0000 0000 0000 |
| - 0.05° / sec | - 1    | 0x3FFF | xx11 1111 1111 1111 |
| - 0.1° / sec  | - 2    | 0x3FFE | xx11 1111 1111 1110 |
| - 300° / sec  | - 6000 | 0x2890 | xx10 1000 1001 0000 |

陀螺仪的输出数据转换成浮点形式的程序如下：

```
if ( ( rdata1[i] >= 0x0000 ) && ( rdata1[i] <= 0x1770 ) )
    { a[i] = rdata1[i] * 0.05; }
else if ( ( rdata1[i] >= 0x2890 ) && ( rdata1[i] <= 0x3FFF ) )
    { rdata1[i] ^= 0x3FFF;
      rdata1[i] = rdata1[i] + 0x0001;
      a[i] = 0 - ( rdata1[i] * 0.05 ); }
```

表 4-5 加速度计 二进制补码格式

Tab. 4-5 Acceleration Binary complement format

| 加速度计       | 十进制    | 十六进制   | 二进制                 |
|------------|--------|--------|---------------------|
| + 18 g     | + 5401 | 0x1519 | xx01 0101 0001 1001 |
| + 6.667 mg | + 2    | 0x0002 | xx00 0000 0000 0010 |
| + 3.333 mg | + 1    | 0x0001 | xx00 0000 0000 0001 |
| 0 g        | 0      | 0x0000 | xx00 0000 0000 0000 |
| - 3.333 mg | - 1    | 0x3FFF | xx11 1111 1111 1111 |
| - 6.667 mg | - 2    | 0x3FFE | xx11 1111 1111 1110 |
| - 18 mg    | - 5401 | 0x2AE7 | xx10 1010 1110 0111 |

加速度计的输出数据转换成浮点形式的程序如下：

```
if ( ( rdata1[i] >= 0x0000 ) && ( rdata1[i] <= 0x1519 ) )
    { a[i] = rdata1[i] * 3.333e - 003; }
else if ( ( rdata1[i] >= 0x2AE7 ) && ( rdata1[i] <= 0x3FFF ) )
    { rdata1[i] ^= 0x3FFF;
      rdata1[i] = rdata1[i] + 0x0001;
      a[i] = 0 - ( rdata1[i] * 3.333e - 003 ); }
```

## 4.5 捷联惯导姿态解算算法流程

根据第三章所介绍的捷联式惯性导航系统的基本理论可知，捷联惯导姿态解算的步骤如下：

首先，设飞行器初始速度矢量 $V$ 为零，由导航坐标系相对于地球坐标系的旋转角速度 $\omega_{en}^n$ 和速度矢量 $V$ 的关系，以及地球坐标系相对于惯性坐标系的旋转角速度在导航坐标系中的分量 $\omega_{ie}^n$ ，结合陀螺仪测量的飞行器沿机体坐标系轴向的角速度，来更新计算四元数以及由机体坐标系变换到导航坐标系的姿态矩阵，再更新计算飞行器在

导航坐标系下的各姿态角；

其次，用加速度计测量得到的飞行器沿机体坐标系轴向的加速度值，利用姿态矩阵将加速度值分解到导航坐标系；

最后，对导航坐标系下的加速度值进行积分，解算得到飞行器速度和位置信息，这样就可以进行更新迭代计算四元数和姿态矩阵。

其中，在姿态矩阵求解的算法中，用数值积分法求解姿态矩阵和四元数微分方程，本课题采用四阶龙格库塔法对其进行求解，能提高解算精度，有效减小解算误差。相关解算程序见附录一。

捷联惯导解算算法主要流程如图 4-7 所示：

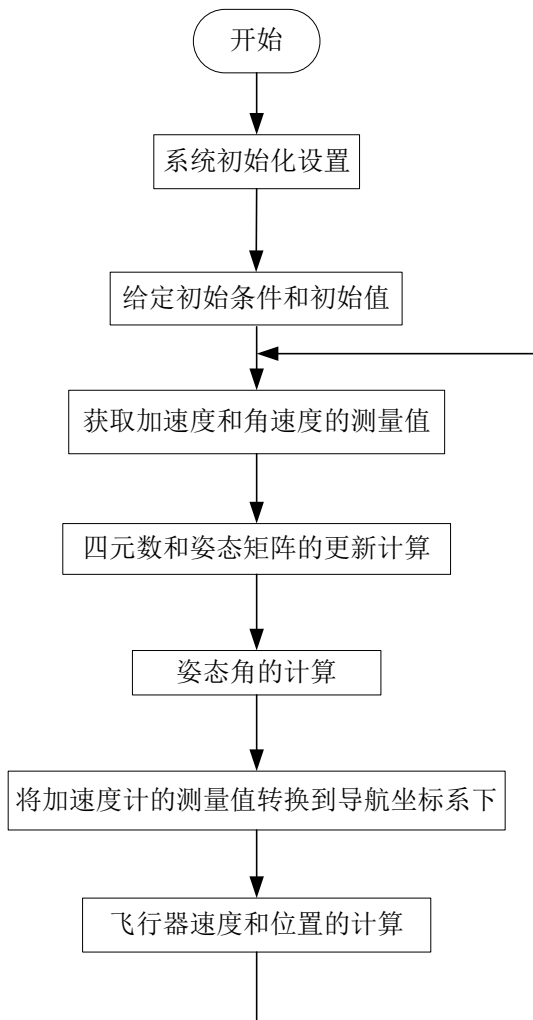


图 4-7 捷联算法流程图

Fig. 4-7 Flow chart of the strapdown algorithm

## 4.6 本章小结

本章是软件系统的设计，首先对 DSP 的开发环境 CCS 做了介绍，其次介绍了系统的初始化，给出了部分系统初始化的程序。本课题的微处理器和惯性测量单元通过 SPI 进行通信，接着介绍了串行外设总线 SPI 以及 SPI 通用四线和时钟配置方案，对如何设置 SPI 各寄存器做了介绍，并给出了相关程序。紧接着列出了采集各传感器的输出数据以及将所采集的数据转换成浮点格式的相关程序。最后对捷联惯导姿态解算算法步骤进行了简要说明。



## 第五章 系统测试及结果分析

### 5.1 系统测试结果波形图

硬件调试开始前，将DSP和仿真器连接，再用USB口将仿真器和电脑相连，随后给DSP上电，在CCS界面中启动调试器，运行程序，在示波器中选用双通道信号源，观察片选信号、时钟信号、从输入/主输出信号和主输入/从输出信号。

如图 5-1 所示，通道 1 为片选信号，通道 2 为时钟信号。当微处理器和惯性测量单元开始进行数据交换时，片选信号由高电平变为低电平，与此同时，产生时钟信号。

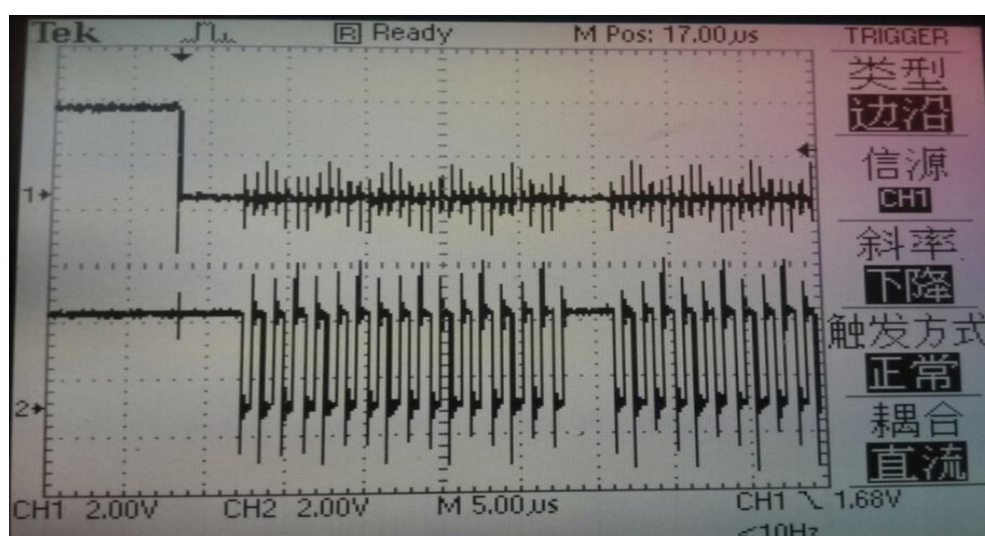


图 5-1 /CS 和 SCLK 信号的波形图

Fig. 5-1 Signal waveform graphs of /CS and SCLK

如图 5-2 所示，通道 1 为时钟信号，通道 2 的 DIN 即为主输出/从输入信号。当时钟信号的第一个下降沿来临时，微处理器通过 SPI 开始向惯性测量单元发送数据，图中通道 2 在第一个时钟信号周期中显示的发送数据为 0100 0010 0000 0000，即 0x4200。

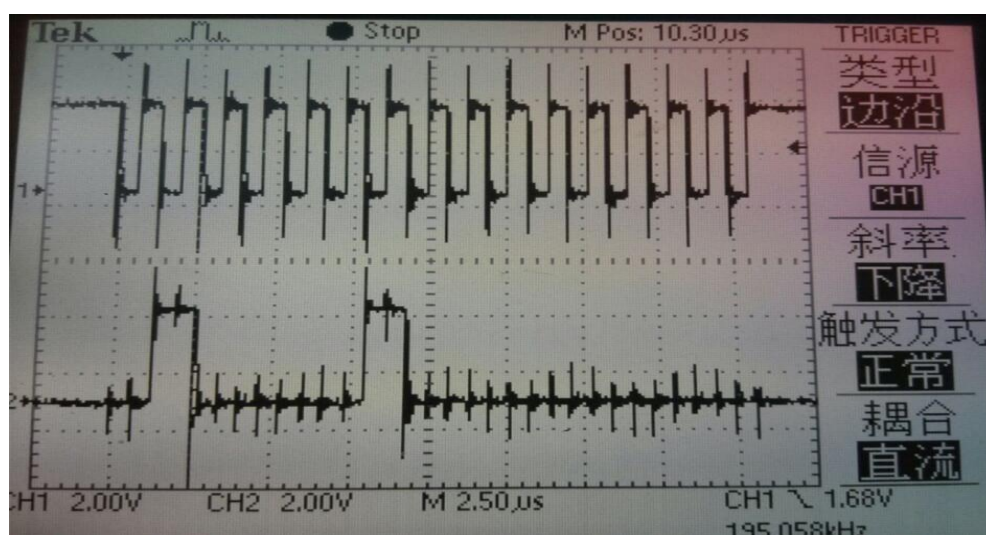


图 5-2 SCLK 和 DIN 信号的波形图

Fig. 5-2 Signal waveform graphs of SCLK and DIN

如图 5-3 所示，通道 1 为时钟信号，通道 2 为 DOUT，即从输出/主输入信号。第一个时钟周期在 DIN 线上发送 0x4200，在接下来的 14 个时钟周期可依次在 DOUT 线上读取 SUPPLY\_OUT（电源输出寄存器）等所有输出数据寄存器的输出数据。图为在第二个时钟周期 DOUT 线上的电源输出寄存器的输出数据，为 1100 0111 1010 0111，换算后约为 4.74V。

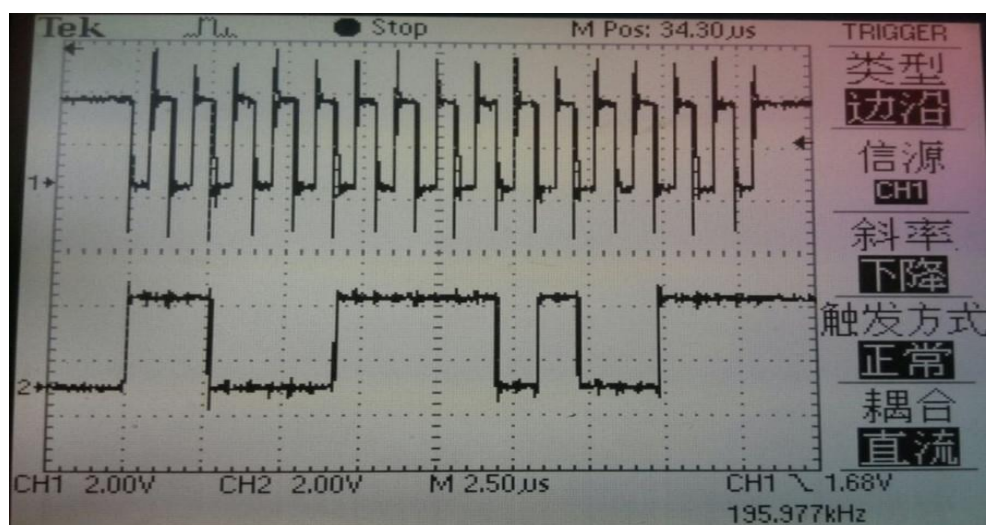


图 5-3 SCLK 和 DOUT 信号的波形图

Fig. 5-3 Signal waveform graphs of SCLK and DOUT

## 5.2 多齿分度台

本课题将 TMS320F28335 微处理器和 ADIS16407 惯性测量单元组成的姿态测量系统安装在型号为 WDFT-360E 的多齿分度台上进行角度转动测量。多齿分度台是检测角度的精密仪器，可作为角度基准用于测量。该型号的多齿分度台是立卧两用式的，

它由一对多齿盘和升降、锁紧机构组成。最小分度值为  $1^\circ$ ，承载能力为 20Kg，立式和卧式的精度分别为  $0.2''$  和  $0.3''$ ，立式和卧式的测角重复精度分别为  $0.06''$  和  $0.12''$ 。多齿分度台实物图如图 5-4 所示：



图 5-4 多齿分度台实物图

Fig. 5-4 Physical diagram of multi-tooth dividing table

### 5.3 实验解算结果

本课题所设计姿态测量和解算系统对姿态实时测量并解算，惯性测量单元上电后自动以 819.2 次/秒的采样速率进行测量，一次姿态解算的时间为 0.35ms，姿态解算的迭代间隔为 8ms，以  $10^\circ$  为测量间隔，转动多齿分度台进行实验，绕机体三轴转动测量的姿态角见附录二、三、四，下面仅对姿态角为  $\pm 30^\circ$  进行分析：

(1) 沿机体 Y 轴分别对多齿分度台进行 $+30^\circ$  和 $-30^\circ$  的转动, 解算出的俯仰角数据用 Matlab 软件图形显示如图 5-5 所示:

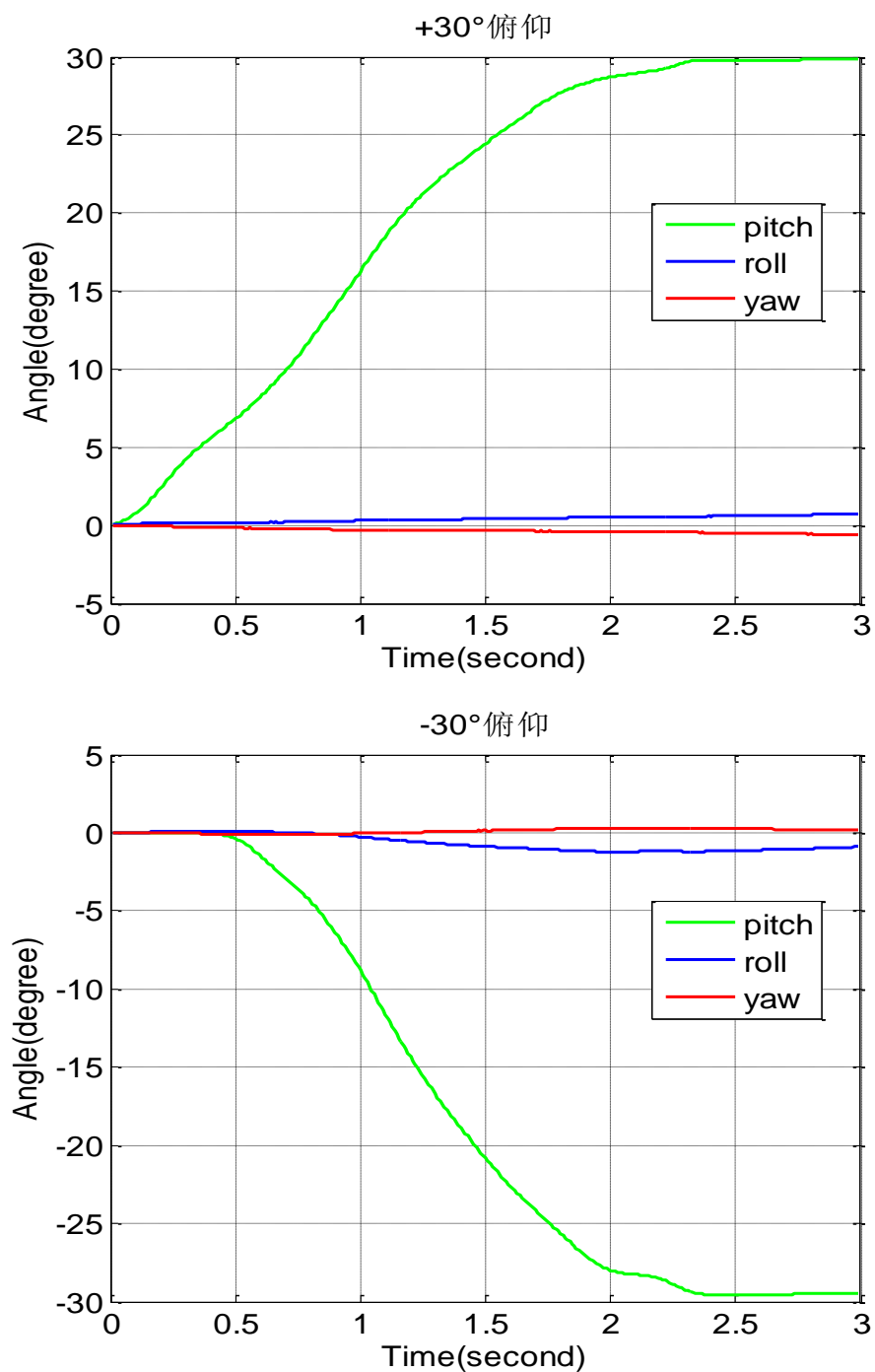


图 5-5  $\pm 30^\circ$  俯仰角解算结果

Fig. 5-5 The computed results of  $\pm 30^\circ$  pitch angle

(2) 沿机体 X 轴分别对多齿分度台进行 $+30^\circ$  和 $-30^\circ$  的转动, 解算出的滚转角数据用 Matlab 软件图形显示如图 5-6 所示:

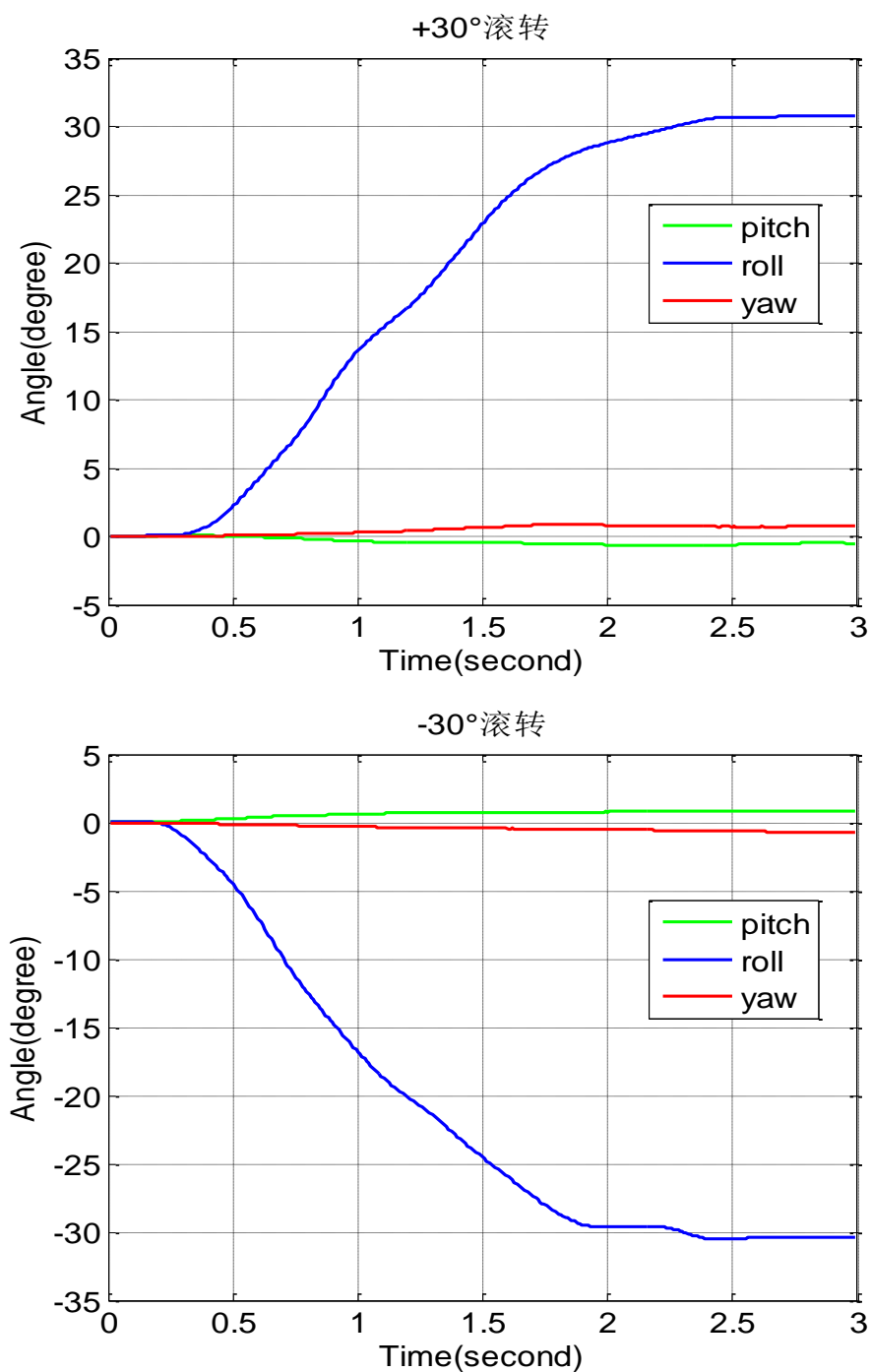


图 5-6  $\pm 30^\circ$  滚转角解算结果

Fig. 5-6 The computed results of  $\pm 30^\circ$  roll angle

(3) 沿机体 Z 轴分别对多齿分度台进行 $+30^\circ$  和 $-30^\circ$  的转动, 解算出的偏航角数据用 Matlab 软件图形显示如图 5-7 所示:

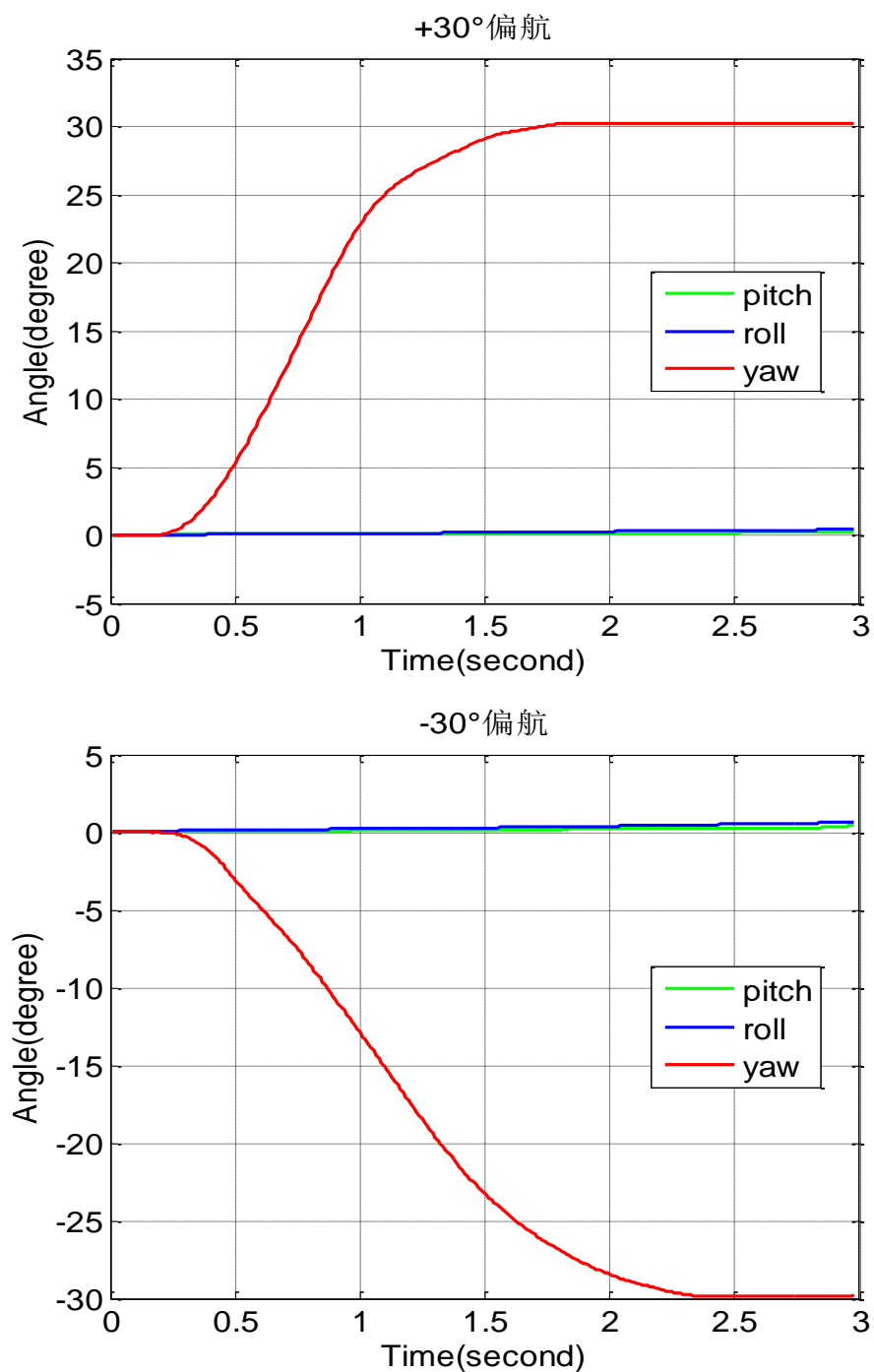


图 5-7  $\pm 30^\circ$  偏航角解算结果

Fig. 5-7 The computed results of  $\pm 30^\circ$  yaw angle

解算结果表明，该姿态测量和解算系统能实时有效地解算出飞行器的姿态等信息。在转动条件下，解算出的姿态角与理论值相比，误差小于  $1^\circ$ ，姿态角的解算结果如表 5-1 所示：

表 5-1 姿态角解算结果

Tab. 5-1 Attitude angle calculating results

| 理论值 ( $^\circ$ ) |     |     | 测量值 ( $^\circ$ ) |         |         | 绝对误差 ( $^\circ$ ) |       |       | 相对误差 (%) |      |      |
|------------------|-----|-----|------------------|---------|---------|-------------------|-------|-------|----------|------|------|
| 俯仰               | 滚转  | 偏航  | 俯仰               | 滚转      | 偏航      | 俯仰                | 滚转    | 偏航    | 俯仰       | 滚转   | 偏航   |
| 30               | 0   | 0   | 29.856           | 0.713   | -0.621  | 0.144             | 0.713 | 0.621 | 0.48     | /    | /    |
| -30              | 0   | 0   | -29.439          | -0.893  | 0.163   | 0.561             | 0.893 | 0.163 | 1.87     | /    | /    |
| 0                | 30  | 0   | -0.505           | 30.784  | 0.735   | 0.505             | 0.784 | 0.735 | /        | 2.61 | /    |
| 0                | -30 | 0   | 0.827            | -30.370 | -0.765  | 0.827             | 0.370 | 0.765 | /        | 1.23 | /    |
| 0                | 0   | 30  | 0.216            | 0.431   | 30.196  | 0.216             | 0.431 | 0.196 | /        | /    | 0.65 |
| 0                | 0   | -30 | 0.405            | 0.636   | -29.796 | 0.405             | 0.636 | 0.204 | /        | /    | 0.68 |

为说明该姿态解算系统的动态漂移误差，将多齿分度台快速转动并停在偏航  $+25.8^\circ$  这一位置，30s 内俯仰角、滚转角和偏航角产生的误差分别为  $0.814^\circ$ 、 $0.790^\circ$  和  $1.394^\circ$ 。解算出的偏航角数据用 Matlab 软件图形显示如图 5-8 所示：

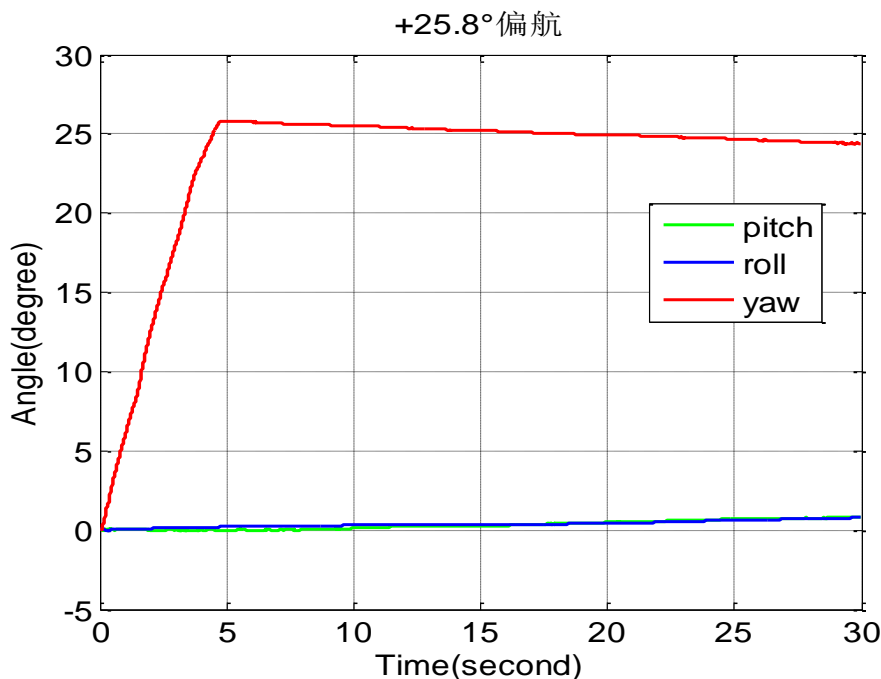


图 5-8 +25.8°偏航角解算结果

Fig. 5-8 The computed results of +25.8° yaw angle

## 5.4 误差分析

由于捷联惯导系统采用的是迭代计算，因此，误差具有累加性，解算出的姿态角会随着时间的推移越来越大。

在捷联惯导系统中，误差源有近似数学模型所造成的原理性误差、计算机中的计算误差、传感器的元器件误差、初始对准误差和飞行器运动所造成的动态误差等<sup>[37][38]</sup>。在本课题的后续设计中，可以用陀螺仪的输出数据解算得到的一个四元数姿态作为卡尔曼滤波中的估计值，用加速度计和磁强计解算出的姿态数据作为测量值，根据卡尔曼滤波公式，得出一个比较准确的姿态数据，消除陀螺仪产生的漂移误差，有效减小姿态解算误差<sup>[39][40]</sup>。

## 5.5 本章小结

本章主要是对所设计的姿态测量和解算系统的做了调试，并以理论值为基准，分析实验结果和误差，最后对减小解算误差的方法做了讨论。



## 第六章 总结与展望

### 6.1 总结

本论文以某重点实验室的固定翼小型无人机作为研究对象,在分析捷联惯导系统工作原理的基础上,设计了基于 TMS320F28335 微处理器和 ADIS16407 惯性测量单元的姿态度测量和解算系统,对飞行器的姿态进行实时测量,并采用四元数法对该系统进行姿态度更新解算,研究完成的主要工作如下:

(1) 以小型无人机为研究对象,详细论述了在飞行控制和姿态度解算中所涉及的常用坐标系的定义,并推导了各坐标轴系之间的转换矩阵。

(2) 设计了基于 TMS320F28335 微处理器和 ADIS16407 惯性测量单元的姿态度测量和解算系统。选用 TI 公司生产的 TMS320F28335 作为硬件平台的核心处理器,惯性测量单元则采用 AD 公司的 ADIS16407,通过 SPI 总线完成微处理器与惯性测量单元之间的通讯。实时精确测量飞行器的飞行状态输出值,在 CCS 软件环境下对各模块进行程序编写,完成了对各个传感器的数据采集及其转换。

(3) 以捷联式惯性导航系统的基本原理为基础,比较分析了在姿态度矩阵的求解过程中所用到的欧拉角法、方向余弦法和四元数法,最终实现了基于四元数法的捷联惯导算法。在此过程中,DSP 读取三轴陀螺仪和三轴加速度计采集到的飞行器沿机体坐标系轴向的角速度和加速度信息,通过姿态度矩阵,将采集到的数据变换到导航坐标系中,然后进行导航计算,从而得到飞行器的姿态度角、速度以及位置等信息。其中,四元数的更新计算采用四阶龙格库塔法。结果表明,该姿态度测量和解算系统能有效地实时解算出飞行器的姿态度信息,各运动方向的姿态度角解算初始误差小于  $1^{\circ}$ ,30 秒内的累积误差小于  $1.4^{\circ}$ 。

本论文设计的姿态度测量系统,结构精简,采样快速,微处理器的时钟频率高达 150MHz,惯性测量单元输出的采样率为 819.2 次/秒,一次姿态度解算的时间为 0.35ms,姿态度解算的迭代间隔为 8ms。同常规硬件设计方案相比,姿态度解算周期大大缩短,可为其他飞行控制与导航任务留有余地,节省了大量的时间,有利于整体控制与导航任务的实现。该小型无人机飞行姿态度解算系统模块精度高、工作稳定、实时性好,采用的四元数算法和龙格库塔算法,算法简单、内存占用低。因此,整套方案具有较强的工程应用前景。

## 6.2 展望

本论文虽然完成了姿态测量系统的设计和捷联惯导姿态的实时解算,但在所进行的工作中仍有很多问题,需要在以下几个方面做进一步的研究以及完善:

(1) 在解算开始前的系统初始化中,只给定了飞行器的初始经纬度和初始速度等初始信息,还应该编写初始对准程序在计算机中完成捷联惯导系统的数学平台的初始对准,从而减小解算误差。

(2) 用加速度计和磁强计来补偿陀螺仪漂移和姿态角误差,利用卡尔曼滤波,实现数据的融合,用融合后的数据进行姿态解算,能有效减小解算误差,提高姿态测量精度。

(3) 虽然四元数算法的计算量相对较小,而且广泛用于目前的多数工程实践中,但是算法中会出现不可交换性误差,这是采用此法所不可避免的。为克服上述误差,这就需要对捷联惯导系统的姿态更新算法进行研究,选用更为精确的算法,以获得飞行器准确的姿态和位置等信息。

(4) 在姿态解算的基础上,可以进行后续的飞行控制系统设计。课题选用的 ADIS16407 惯性测量模块包括了压力传感器和温度传感器,所以在后续的硬件设计中可加入 GPS、舵机和空速传感器等模块。在软件设计中将 GPS 和捷联惯导所解算的数据进行融合,实时修正得到高精度的飞行信息,再反馈给主控制系统,从而完成各种导航控制任务。

## 参考文献

- [1] 郭耀江. 无人机着陆技术研究[J]. 现代导航. 2013(3): 195-197
- [2] 闫放. 小型无人机  $H_{\infty}$  鲁棒控制策略研究[D]. 呼和浩特: 内蒙古工业大学. 2013: 1-10
- [3] 赵海生, 胥效文. 小型无人机飞行姿态测量系统的设计[J]. 计算机测量与控制. 2012, 20(3): 583-585
- [4] 吴益飞, 王志宏, 陈庆伟. 基于 TMS320F28335 的轴角测量系统设计与实现[J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(11): 3113-3116
- [5] 王亚波. 基于 COM 组件的捷联式惯导系统仿真器设计与实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学. 2009: 3-22
- [6] 冯为荣. 基于虚拟仪器的捷联惯性导航算法测试平台[D]. 上海: 上海交通大学. 2010: 1-4
- [7] 袁信, 郑萼. 捷联式惯性导航原理[M]. 南京: 航空专业教材编审组出版, 1985
- [8] 赵虹. 基于飞机弹射座椅姿态求解算法的仿真研究与实现[D]. 南京: 南京理工大学. 2012: 5-10
- [9] 潘敏. DSP 及其在捷联航姿系统中的应用[D]. 西安: 西北工业大学. 2003: 5-14
- [10] 吴森堂, 费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005
- [11] 孙楠翔. 光纤陀螺捷联航姿系统去噪研究和设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学. 2007: 5-14
- [12] 张士邈. 适合高动态环境的捷联惯导系统高精度算法研究[D]. 西安: 西北工业大学. 2002: 5-31
- [13] 王松. 挠性捷联惯导系统机载安装方法误差激励研究[D]. 南京: 南京航空航天大学. 2007: 1-3
- [14] 邓正隆. 惯性技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006
- [15] 张春慧. 高精度捷联式惯性导航系统算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学. 2005: 4-23
- [16] 张荣辉, 贾宏光, 陈涛等. 基于四元数法的捷联式惯性导航系统的姿态解算[J]. 光学精密工程. 2008, 16(10): 1963-1970
- [17] 聂水茹. 高动态环境下捷联惯导的优化算法研究[D]. 西安: 西北工业大学. 2003: 6-24
- [18] 杨志菊, 袁刚, 徐新林. 飞行器姿态解算方法及仿真研究[J]. 辽宁工业大学学报. 2010, 30(5): 306-309
- [19] 张小娜. 经济型捷联航姿系统关键技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学. 2008: 31-37
- [20] 王健. 高动态环境下捷联算法研究及 DSP 实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学. 2006: 7-16

- [21] 杜海龙, 张荣辉, 刘平等. 捷联惯导系统姿态解算模块的实现[J]. 光学精密工程, 2008, 16(10): 1956-1962
- [22] 付军. 捷联惯导算法研究及系统仿真[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学. 2007: 6-15
- [23] 周亢, 闫建国, 屈耀红. 捷联惯导系统姿态测量算法研究[J]. 计算机测量与控制. 2008, 16(6): 763-265+780
- [24] 吕强, 郭善亮, 王冬来等. 基于 DSP 四旋翼飞行器姿态控制系统硬件设计[J]. 计算机与数字工程. 2011, 39(7): 144-146+156
- [25] 张丽杰, 常估. 小型飞行器 MEMS 姿态测量系统[J]. 振动、测试与诊断. 2010, 30(6): 698-702+714
- [26] 王斌. 某小型无人机飞控计算机的设计[D]. 南京: 南京航空航天大学. 2007: 46-48
- [27] 顾卫钢. 手把手教你学 DSP——基于 TMS320X281x[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011
- [28] 刘宇. 基于 TMS320F28335 信号处理板的设计与实现[J]. 电子科技. 2011, 24(5): 44-47+55
- [29] Texas Instruments. TMS320F28335 Digital Signal Controller Data Manual[Z]. [www.ti.com](http://www.ti.com). 2012
- [30] Analog Devices, Inc.. ADIS16407 Data Sheet[Z]. [www.analog.com](http://www.analog.com). 2011
- [31] 刘乔. 基于 ARM+DSP 的振动数据采集系统的研制[D]. 浙江: 浙江大学. 2010: 27-29
- [32] 吴春俊, 周炳红. 基于 MEMS 的无线姿态测量系统[J]. 仪表技术与传感器, 2013(8): 76-78
- [33] 龚博, 程善美, 蔡凯等. TMS320F2812 的 SPI 接口设计[J]. 单片机与嵌入式系统应用. 2010(4): 33-35+39
- [34] Texas Instruments. TMS320x2833x, 2823x System Control and Interrupts Reference Guide[Z]. [www.ti.com](http://www.ti.com). 2010
- [35] Texas Instruments. TMS320x2833x, 2823x Serial Peripheral Interface Reference Guide[Z]. [www.ti.com](http://www.ti.com). 2009
- [36] 胡炼, 赵祚喜, 吴晓鹏. ADIS16300 四自由度 IMU 在姿态测量中的应用[J]. 电子设计工程. 2010, 18(7): 103-106
- [37] 刘贤敏. 无人机飞控系统与实时航迹规划研究[D]. 南昌: 南昌航空大学. 2011: 34-42
- [38] 禄坡远, 刘诗斌, 刘昭元等. 基于 ADIS16354 的姿态角传感器设计[J]. 传感技术学报. 2010, 23(2): 192-195
- [39] 张秋阳. 无人机姿态测算及其误差补偿研究[D]. 长沙: 中南大学. 2011: 51-56
- [40] ZHAI Yu-tao, WEI Qiang, WANG Xiao-hao, ect. Micro Attitude Determination System Based on MEMS Inertial Sensors[J]. Nanotechnology and Precision Engineering. 2009, 7(4): 375-379

## 致 谢

时光飞逝，转眼间，三年的研究生生活即将结束。回首硕士阶段的求学经历，使我受益匪浅。值此毕业论文完成之际，我向那些帮助过我的老师们和同学们表示最诚挚的感谢。

首先，我要深深的感谢我的导师董朝轶副教授，感谢您一直以来对我的支持与帮助。董朝轶老师知识渊博，思想深邃，治学严谨，在读研这三年期间，给了我精心的指导和巨大的帮助。在硬件的调试过程中，董老师总是会放下繁忙的工作，不厌其烦的指导我，提出宝贵的意见建议，与我一起一点一点排除故障，一步一步进行调试，在董老师的大力帮助下，硬件调试工作得以完成。从论文大纲到后期的修改，董老师又在百忙之中抽出时间，对我的论文认真批改，字字句句严格把关，循循善诱，使我在研究和写作过程中有了清晰明确的方向，最终使我的论文得以顺利完成。能师从董老师门下当属我的荣幸之至。董老师严谨的治学态度和沉稳求实的科研精神，以及睿智与博思，思维与理念，都将影响和激励我的一生。天涯海角有尽处，只有师恩无穷期。借此机会，再次向董老师致以最衷心的感谢和崇高的敬意！

其次，感谢常佶教授带领的内蒙古自治区机电控制重点实验室科研团队，感谢常老师、裴岩老师等实验室老师们在课题研究过程中给予我的指导和帮助。

再次，感谢我的同门师姐冀晓萌和闫放，感谢实验室的贾小强和管军师兄，在我的课题的研究过程中给了许多帮助和指导。感谢王玉瑶、多丽娅、张文倩等实验室的同学，大家共同学习与讨论，创造了良好的学习氛围。也感谢我的舍友杨丽、刘银波和郭向姝，在生活上对我的照顾和信念上对我的支持，让我在遇到困难和挫折的时候，勇敢的面对。

最后，感谢我的父母和亲友对我学业上的鼎力支持，他们的关心与鼓励增强了我的信心和毅力，使我战胜了无数困难和挫折，得以顺利完成学业。

## 作者简介

夏聪捷，女，1988年1月出生，河北省张家口市人。

主要研究方向：捷联惯导系统姿态解算算法，飞行控制系统和嵌入式技术。

## 附录一 四元数 Q 和姿态矩阵的更新代码

```

void update Q ( )
{
    double mo;

    double K1[4], K2[4], K3[4], K4[4];
    double A[4], B[4], C1[4];

    /* 四阶龙格库塔法解四元数微分方程 */
    K1[0] = ( -Wnbb[0][0]*Q[1] - Wnbb[0][1]*Q[2] - Wnbb[0][2]*Q[3] )/2;
    K1[1] = ( Wnbb[0][0]*Q[0] + Wnbb[0][2]*Q[2] - Wnbb[0][1]*Q[3] )/2;
    K1[2] = ( Wnbb[0][1]*Q[0] - Wnbb[0][2]*Q[1] - Wnbb[0][0]*Q[3] )/2;
    K1[3] = ( Wnbb[0][2]*Q[0] + Wnbb[0][1]*Q[1] - Wnbb[0][0]*Q[2] )/2;

    A[0] = Q[0] + K1[0]*T1/2;
    A[1] = Q[1] + K1[1]*T1/2;
    A[2] = Q[2] + K1[2]*T1/2;
    A[3] = Q[3] + K1[3]*T1/2;

    K2[0] = ( -Wnbb[1][0]*A[1] - Wnbb[1][1]*A[2] - Wnbb[1][2]*A[3] )/2;
    K2[1] = ( Wnbb[1][0]*A[0] + Wnbb[1][2]*A[2] - Wnbb[1][1]*A[3] )/2;
    K2[2] = ( Wnbb[1][1]*A[0] - Wnbb[1][2]*A[1] - Wnbb[1][0]*A[3] )/2;
    K2[3] = ( Wnbb[1][2]*A[0] + Wnbb[1][1]*A[1] - Wnbb[1][0]*A[2] )/2;

    B[0] = Q[0] + K2[0]*T1/2;
    B[1] = Q[1] + K2[1]*T1/2;
    B[2] = Q[2] + K2[2]*T1/2;
    B[3] = Q[3] + K2[3]*T1/2;

    K3[0] = ( -Wnbb[1][0]*B[1] - Wnbb[1][1]*B[2] - Wnbb[1][2]*B[3] )/2;

```

$$K3[1] = ( Wnbb[1][0]*B[0] + Wnbb[1][2]*B[2] - Wnbb[1][1]*B[3] )/2;$$

$$K3[2] = ( Wnbb[1][1]*B[0] - Wnbb[1][2]*B[1] - Wnbb[1][0]*B[3] )/2;$$

$$K3[3] = ( Wnbb[1][2]*B[0] + Wnbb[1][1]*B[1] - Wnbb[1][0]*B[2])/2;$$

$$C1[0] = Q[0] + K3[0]*T1;$$

$$C1[1] = Q[1] + K3[1]*T1;$$

$$C1[2] = Q[2] + K3[2]*T1;$$

$$C1[3] = Q[3] + K3[3]*T1;$$

$$K4[0] = ( -Wnbb[2][0]*C1[1] - Wnbb[2][1]*C1[2] - Wnbb[2][2]*C1[3] )/2;$$

$$K4[1] = ( Wnbb[2][0]*C1[0] + Wnbb[2][2]*C1[2] - Wnbb[2][1]*C1[3] )/2;$$

$$K4[2] = ( Wnbb[2][1]*C1[0] - Wnbb[2][2]*C1[1] - Wnbb[2][0]*C1[3] )/2;$$

$$K4[3] = ( Wnbb[2][2]*C1[0] + Wnbb[2][1]*C1[1] - Wnbb[2][0]*C1[2] )/2;$$

$$Q[0] = Q[0] + ( K1[0] + 2*K2[0] + 2*K3[0] + K4[0] )*T1/6;$$

$$Q[1] = Q[1] + ( K1[1] + 2*K2[1] + 2*K3[1] + K4[1] )*T1/6;$$

$$Q[2] = Q[2] + ( K1[2] + 2*K2[2] + 2*K3[2] + K4[2] )*T1/6;$$

$$Q[3] = Q[3] + ( K1[3] + 2*K2[3] + 2*K3[3] + K4[3] )*T1/6;$$

/\* 归一化 \*/

$$mo = \text{sqrt}( Q[0]*Q[0] + Q[1]*Q[1] + Q[2]*Q[2] + Q[3]*Q[3] );$$

$$Q[0] = Q[0] / mo;$$

$$Q[1] = Q[1] / mo;$$

$$Q[2] = Q[2] / mo;$$

$$Q[3] = Q[3] / mo;$$

/\* 更新姿态矩阵 \*/

$$T[0][0] = Q[0]*Q[0] + Q[1]*Q[1] - Q[2]*Q[2] - Q[3]*Q[3];$$

$$T[0][1] = ( Q[1]*Q[2] - Q[0]*Q[3] )^2;$$

$$T[0][2] = ( Q[1]*Q[3] + Q[0]*Q[2] )^2;$$

$$T[1][0] = ( Q[1]*Q[2] + Q[0]*Q[3] )^2;$$



```
T[1][1] = Q[0]*Q[0] - Q[1]*Q[1] + Q[2]*Q[2] - Q[3]*Q[3];  
T[1][2] = ( Q[2]*Q[3] - Q[0]*Q[1] ) *2;  
T[2][0] = ( Q[1]*Q[3] - Q[0]*Q[2] ) *2;  
T[2][1] = ( Q[2]*Q[3] + Q[0]*Q[1] ) *2;  
T[2][2] = Q[0]*Q[0] - Q[1]*Q[1] - Q[2]*Q[2] + Q[3]*Q[3];  
}
```

附录二 俯仰角测量结果（以  $10^\circ$  为测量间隔）

| 理论值 ( $^\circ$ ) |    |    | 测量值 ( $^\circ$ ) |        |        | 绝对误差 ( $^\circ$ ) |       |       |
|------------------|----|----|------------------|--------|--------|-------------------|-------|-------|
| 俯仰               | 滚转 | 偏航 | 俯仰               | 滚转     | 偏航     | 俯仰                | 滚转    | 偏航    |
| -90              | 0  | 0  | -89.306          | -0.413 | 0.632  | 0.694             | 0.413 | 0.632 |
| -80              | 0  | 0  | -79.442          | -0.548 | 0.426  | 0.558             | 0.548 | 0.426 |
| -70              | 0  | 0  | -69.448          | -0.325 | 0.532  | 0.552             | 0.325 | 0.532 |
| -60              | 0  | 0  | -59.387          | -0.479 | 0.305  | 0.613             | 0.479 | 0.305 |
| -50              | 0  | 0  | -49.954          | -0.692 | 0.441  | 0.046             | 0.692 | 0.441 |
| -40              | 0  | 0  | -39.394          | -0.642 | 0.516  | 0.606             | 0.642 | 0.516 |
| -30              | 0  | 0  | -29.439          | -0.893 | 0.163  | 0.561             | 0.839 | 0.163 |
| -20              | 0  | 0  | -19.427          | 0.563  | -0.146 | 0.573             | 0.563 | 0.146 |
| -10              | 0  | 0  | -9.602           | -0.014 | -0.205 | 0.398             | 0.014 | 0.205 |
| 0                | 0  | 0  | 0.309            | 0.246  | 0.165  | 0.309             | 0.246 | 0.165 |
| 10               | 0  | 0  | 10.206           | 0.602  | -0.823 | 0.206             | 0.602 | 0.823 |
| 20               | 0  | 0  | 20.365           | 0.331  | -0.674 | 0.365             | 0.331 | 0.674 |
| 30               | 0  | 0  | 29.856           | 0.713  | -0.621 | 0.144             | 0.713 | 0.621 |
| 40               | 0  | 0  | 40.257           | 0.321  | 0.273  | 0.257             | 0.321 | 0.273 |
| 50               | 0  | 0  | 50.062           | 0.336  | 0.246  | 0.062             | 0.336 | 0.246 |
| 60               | 0  | 0  | 59.855           | 0.654  | 0.484  | 0.145             | 0.654 | 0.484 |
| 70               | 0  | 0  | 70.569           | 0.423  | 0.348  | 0.569             | 0.423 | 0.348 |
| 80               | 0  | 0  | 80.235           | 0.563  | 0.236  | 0.235             | 0.563 | 0.236 |
| 90               | 0  | 0  | 90.284           | 0.136  | 0.274  | 0.284             | 0.136 | 0.274 |

附录三 滚转角测量结果（以  $10^\circ$  为测量间隔）

| 理论值 ( $^\circ$ ) |      |    | 测量值 ( $^\circ$ ) |          |        | 绝对误差 ( $^\circ$ ) |       |       |
|------------------|------|----|------------------|----------|--------|-------------------|-------|-------|
| 俯仰               | 滚转   | 偏航 | 俯仰               | 滚转       | 偏航     | 俯仰                | 滚转    | 偏航    |
| 0                | -180 | 0  | -0.893           | -179.594 | 0.841  | 0.893             | 0.406 | 0.841 |
| 0                | -170 | 0  | -0.740           | -170.456 | 0.589  | 0.740             | 0.456 | 0.589 |
| 0                | -160 | 0  | -0.645           | -160.319 | 0.754  | 0.645             | 0.319 | 0.754 |
| 0                | -150 | 0  | -0.802           | -150.587 | 0.603  | 0.802             | 0.587 | 0.603 |
| 0                | -140 | 0  | -0.864           | -139.614 | 0.432  | 0.864             | 0.386 | 0.432 |
| 0                | -130 | 0  | 0.707            | -130.019 | 0.413  | 0.707             | 0.019 | 0.413 |
| 0                | -120 | 0  | 0.323            | -120.080 | 0.245  | 0.323             | 0.080 | 0.245 |
| 0                | -110 | 0  | 0.618            | -110.299 | 0.387  | 0.618             | 0.299 | 0.387 |
| 0                | -100 | 0  | 0.381            | -100.206 | 0.291  | 0.381             | 0.206 | 0.291 |
| 0                | -90  | 0  | 0.279            | -90.311  | 0.323  | 0.279             | 0.311 | 0.323 |
| 0                | -80  | 0  | 0.697            | -80.781  | -0.296 | 0.697             | 0.781 | 0.296 |
| 0                | -70  | 0  | 0.587            | -70.535  | -0.461 | 0.587             | 0.535 | 0.461 |
| 0                | -60  | 0  | 0.159            | -60.284  | -0.342 | 0.159             | 0.284 | 0.342 |
| 0                | -50  | 0  | 0.165            | -49.692  | -0.241 | 0.165             | 0.308 | 0.241 |
| 0                | -40  | 0  | 0.681            | -39.613  | -0.543 | 0.681             | 0.387 | 0.543 |
| 0                | -30  | 0  | 0.827            | -30.370  | -0.765 | 0.827             | 0.370 | 0.765 |
| 0                | -20  | 0  | 0.413            | -19.377  | -0.275 | 0.413             | 0.623 | 0.275 |
| 0                | -10  | 0  | 0.527            | -10.315  | -0.308 | 0.527             | 0.315 | 0.308 |
| 0                | 0    | 0  | 0.361            | 0.256    | 0.316  | 0.361             | 0.256 | 0.316 |
| 0                | 10   | 0  | -0.262           | 9.798    | 0.242  | 0.262             | 0.202 | 0.242 |
| 0                | 20   | 0  | -0.468           | 20.617   | 0.249  | 0.468             | 0.617 | 0.249 |
| 0                | 30   | 0  | -0.505           | 30.784   | 0.735  | 0.505             | 0.784 | 0.735 |
| 0                | 40   | 0  | -0.154           | 40.426   | 0.484  | 0.154             | 0.426 | 0.484 |
| 0                | 50   | 0  | -0.302           | 50.395   | 0.569  | 0.302             | 0.395 | 0.569 |
| 0                | 60   | 0  | -0.227           | 59.841   | 0.329  | 0.227             | 0.159 | 0.329 |
| 0                | 70   | 0  | -0.406           | 70.523   | 0.365  | 0.406             | 0.523 | 0.365 |

|   |     |   |        |         |        |       |       |       |
|---|-----|---|--------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 0 | 80  | 0 | -0.321 | 80.443  | -0.255 | 0.321 | 0.443 | 0.255 |
| 0 | 90  | 0 | -0.492 | 89.625  | -0.203 | 0.492 | 0.375 | 0.203 |
| 0 | 100 | 0 | -0.421 | 99.957  | -0.235 | 0.421 | 0.043 | 0.235 |
| 0 | 110 | 0 | -0.656 | 110.272 | -0.635 | 0.656 | 0.272 | 0.635 |
| 0 | 120 | 0 | -0.741 | 120.417 | -0.528 | 0.741 | 0.417 | 0.528 |
| 0 | 130 | 0 | -0.529 | 130.375 | -0.366 | 0.529 | 0.375 | 0.366 |
| 0 | 140 | 0 | -0.147 | 140.305 | -0.357 | 0.147 | 0.305 | 0.357 |
| 0 | 150 | 0 | -0.271 | 150.361 | -0.519 | 0.271 | 0.361 | 0.519 |
| 0 | 160 | 0 | -0.244 | 160.491 | -0.342 | 0.244 | 0.491 | 0.342 |
| 0 | 170 | 0 | -0.281 | 170.615 | -0.416 | 0.281 | 0.615 | 0.416 |
| 0 | 180 | 0 | -0.296 | 179.774 | -0.214 | 0.296 | 0.226 | 0.214 |

附录四 偏航角测量结果（以  $10^\circ$  为测量间隔）

| 理论值 ( $^\circ$ ) |    |     | 测量值 ( $^\circ$ ) |        |         | 绝对误差 ( $^\circ$ ) |       |       |
|------------------|----|-----|------------------|--------|---------|-------------------|-------|-------|
| 俯仰               | 滚转 | 偏航  | 俯仰               | 滚转     | 偏航      | 俯仰                | 滚转    | 偏航    |
| 0                | 0  | 0   | 0.213            | 0.314  | 0.253   | 0.213             | 0.314 | 0.253 |
| 0                | 0  | 10  | 0.292            | 0.681  | 9.301   | 0.292             | 0.681 | 0.699 |
| 0                | 0  | 20  | 0.265            | 0.577  | 19.324  | 0.265             | 0.577 | 0.676 |
| 0                | 0  | 30  | 0.216            | 0.413  | 30.196  | 0.216             | 0.413 | 0.196 |
| 0                | 0  | 40  | 0.183            | 0.671  | 39.421  | 0.183             | 0.671 | 0.579 |
| 0                | 0  | 50  | -0.194           | 0.437  | 49.797  | 0.194             | 0.437 | 0.203 |
| 0                | 0  | 60  | -0.301           | 0.387  | 59.396  | 0.301             | 0.387 | 0.604 |
| 0                | 0  | 70  | -0.147           | 0.518  | 69.356  | 0.147             | 0.518 | 0.644 |
| 0                | 0  | 80  | -0.541           | 0.625  | 79.646  | 0.541             | 0.625 | 0.354 |
| 0                | 0  | 90  | -0.649           | 0.452  | 89.963  | 0.649             | 0.452 | 0.037 |
| 0                | 0  | 100 | -0.398           | 0.461  | 99.838  | 0.398             | 0.461 | 0.162 |
| 0                | 0  | 110 | -0.523           | -0.170 | 109.476 | 0.523             | 0.170 | 0.524 |
| 0                | 0  | 120 | -0.583           | -0.041 | 119.966 | 0.583             | 0.041 | 0.034 |
| 0                | 0  | 130 | -0.826           | -0.533 | 129.809 | 0.826             | 0.533 | 0.191 |
| 0                | 0  | 140 | -0.577           | -0.738 | 139.682 | 0.577             | 0.738 | 0.318 |
| 0                | 0  | 150 | -0.094           | -0.248 | 149.918 | 0.094             | 0.248 | 0.082 |
| 0                | 0  | 160 | 0.087            | -0.674 | 160.430 | 0.087             | 0.674 | 0.430 |
| 0                | 0  | 170 | 0.385            | -0.291 | 170.385 | 0.385             | 0.291 | 0.385 |
| 0                | 0  | 180 | 0.226            | -0.303 | 179.589 | 0.226             | 0.303 | 0.411 |
| 0                | 0  | 190 | 0.154            | -0.214 | 190.153 | 0.154             | 0.214 | 0.153 |
| 0                | 0  | 200 | 0.235            | -0.262 | 199.865 | 0.235             | 0.262 | 0.135 |
| 0                | 0  | 210 | 0.356            | -0.142 | 209.763 | 0.356             | 0.142 | 0.237 |
| 0                | 0  | 220 | 0.380            | -0.643 | 220.195 | 0.380             | 0.643 | 0.195 |
| 0                | 0  | 230 | 0.048            | 0.299  | 230.384 | 0.048             | 0.299 | 0.384 |
| 0                | 0  | 240 | 0.517            | -0.171 | 240.012 | 0.517             | 0.171 | 0.012 |
| 0                | 0  | 250 | 0.466            | -0.292 | 250.362 | 0.466             | 0.292 | 0.362 |

|   |   |     |        |        |         |       |       |       |
|---|---|-----|--------|--------|---------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 260 | 0.481  | -0.557 | 260.478 | 0.481 | 0.557 | 0.478 |
| 0 | 0 | 270 | 0.541  | -0.272 | 270.612 | 0.541 | 0.272 | 0.612 |
| 0 | 0 | 280 | 0.481  | -0.557 | 280.163 | 0.481 | 0.557 | 0.163 |
| 0 | 0 | 290 | 0.492  | -0.252 | 290.267 | 0.492 | 0.252 | 0.267 |
| 0 | 0 | 300 | 0.638  | 0.227  | 299.536 | 0.638 | 0.227 | 0.464 |
| 0 | 0 | 310 | 0.296  | 0.611  | 310.608 | 0.296 | 0.611 | 0.608 |
| 0 | 0 | 320 | 0.467  | 0.682  | 320.172 | 0.467 | 0.682 | 0.172 |
| 0 | 0 | 330 | 0.405  | 0.636  | 330.204 | 0.405 | 0.636 | 0.204 |
| 0 | 0 | 340 | 0.392  | 0.536  | 340.213 | 0.392 | 0.536 | 0.213 |
| 0 | 0 | 350 | 0.315  | 0.103  | 350.574 | 0.315 | 0.103 | 0.574 |
| 0 | 0 | 360 | -0.124 | 0.213  | 359.758 | 0.124 | 0.213 | 0.242 |