

沈阳理工大学

硕士学位论文

基于MEMS的惯性导航系统算法研究与仿真

姓名：杨芳

申请学位级别：硕士

专业：机械设计及理论

指导教师：郝永平

20070301

摘 要

捷联式导航系统是一种惯性导航系统，它与平台式导航系统相比具有体积小、重量轻、成本低、可靠性高的特点。不但可以应用于航空、航海、民用制导和导弹制导，同时与微惯性测量元件相结合也可以用来装备普通弹药，以提高常规弹药的打击精度，这也正成为国内外研究的热点。

本文首先论述了捷联惯性导航系统的导航原理，根据弹体运动的特点分析并采用等效旋转矢量法作为姿态更新算法。在研究动基座环境下弹体的误差方程的同时对各误差影响作了仿真分析，并对捷联惯导系统在动基座环境下的初始粗对准进行了推导，针对弹体运动的特殊性，对捷联惯导系统的导航工作过程进行了仿真分析。通过对真实系统的模拟，设计了在空间、时间上都与真实系统十分相似的捷联惯性导航仿真系统，对于研制满足要求、适合应用于常规弹药的捷联惯导系统具有十分重要的意义。

本文通过对陀螺仪和加速度计的数学模型的建立和仿真、飞行轨迹数据的生成以及捷联惯性导航系统的导航解算仿真，得到了适用于普通常规弹药惯导系统的导航参数。结果证明仿真系统工作稳定可靠，仿真结果达到预期效果。

关键词：捷联惯导系统；初始对准；动基座对准；MEMS；MIMU

Abstract

Strapdown inertial navigation system (SINS) is type of Navigation Systems. It has the advantages of low volume, low weight, low cost and high reliability. It can be used in the aviation, maritime, civilian and guided missile guidance. With the same time Micro Inertial Measurement Unit integrating general ammunition and equipment that can be used to improve the accuracy of conventional ammunition. It also became a hot topic.

At first this paper discusses navigation principles of strapdown inertial navigation system. According to the characteristics of the cannonball movement and gestures a rotation vector algorithm update was used. In surf environment cannonball's equation error was research and made simulation analysis of each error at the same time. And in surf environment the original alignment processing was deduced and according to the principle of SINS simulates the observations. Through the simulation of the real system, the design of the space, real time with a strapdown inertial navigation system is very similar simulation system, developed to meet the requirements, computer image and visualization technique, the apply area of computer simulation widen and the tempo quicken.

This paper is mainly about studying of SINS navigation simulator. Based on this main idea, first the paper discusses the mathematics model of gyro and accelerometer, the method of calculation of navigation, method of generating flight orbit data in detail. Then the paper develops the system of generating flight orbit data. The result shows that the simulating system is steady and reliable and the simulating result is satisfying.

Key words: strapdown inertial navigation system; initial alignment; moving base alignment; micro electro mechanical systems; micro inertial measurement unit

沈阳理工大学 硕士学位论文原创性声明

本人郑重声明:本论文的所有工作,是在导师的指导下,由作者本人独立完成的。有关观点、方法、数据和文献的引用已在文中指出,并与参考文献相对应。除文中已注明引用的内容外,本论文不包含任何其他个人或集体已经公开发表的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体,均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者(签字): 杨易
日期: 2007年3月9日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解沈阳理工大学有关保留、使用学位论文的规定,即:沈阳理工大学有权保留并向国家有关部门或机构送交学位论文的复印件和磁盘,允许论文被查阅和借阅。本人授权沈阳理工大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或其它复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名: 杨易
日期: 2007.3.9

指导教师签名: 郝树
日期: 2007.3.9

第 1 章 绪论

1.1 惯性导航技术概述

随着科学技术的发展, 惯性导航技术也在不断更新与进步, 逐渐成为科学技术中一门尖端的技术学科。在航空导航、航海导航、陆地导航等多军事领域以及许多民用领域都得到了广泛应用。为了满足现代科学技术发展的需要, 特别是现代化战争的需求, 对惯性导航技术的要求也越来越高。

在惯性导航系统中, 其核心就是依靠测量载体的加速度 (线加速度和角加速度), 推算出载体的瞬时速度和位置, 以及得到载体在某一时刻的姿态。惯性导航系统通常由惯性测量装置、计算机、控制显示器等组成。其中惯性测量装置包括加速度计和陀螺仪。测量载体的加速度就是由惯性元件测得的, 通常选用三个陀螺仪用来测量载体的三个转动运动; 三个加速度计测量载体的平动加速度。计算机的功能就是根据测得的加速度信号通过导航算法计算出载体的速度和位置, 这也是惯导系统中最重要的一部分。而控制显示器就是将由计算机得到的导航参数在显示设备上显示出来或传递给控制执行器件进行下一步工作。

因为组成惯性导航系统的设备都安装在载体内, 工作时并不依赖外界信息, 同时也不向外界辐射能量, 所以不易受到干扰, 是一种安全可靠的自主式导航系统^{[1][3][18]}。

1.1.1 国内外惯性技术的发展过程和重要地位

牛顿力学定律是惯性导航技术的理论基础。1852 年在 J. 傅科 (J.Foucault) 陀螺基础上制成供测量姿态用的陀螺仪, 以及 1906 年 H. 安休兹 (H.Anschütz) 制成的陀螺方向仪, 这些成果成为惯性导航的先导, 之后随着舒勒摆原理的提出, 又为工程上实现惯性导航提供了理论基础。1942 年也就是第二次世界大战末期, 在德国 V-2 火箭上装上了初级的惯导系统, 这是惯性导航原理的首次应用。之后又诞生了第一台由美国麻省理工学院仪表实验室和北美航空公司在几年内设计的三轴惯导平台。进入二十世纪 60 年代, 惯导技术的发展开始了新的阶段。动力调谐式陀螺仪研制成功。挠性加速度计代替液浮摆式加速度计。1966 年美国基尔福特 (Kearfort) 公司研制出挠性惯导系统, 并用于飞机和导弹。这为后来航空惯导的典

型代表美国利登公司军用 LN-39 和民用 LN-72 的出现奠定了基础。利用高压静电场支承球形转子取代了机械支承的经典陀螺仪的研制成功,先后在核潜艇和远程飞机上装备了静电陀螺平台式惯导系统。其中 B-52 远程轰炸机上的 GEANS 惯导系统导航精度可达 0.01 nmile/h 。二十世纪 80 年代以后到 90 年代初,以激光陀螺、光纤陀螺为代表的捷联惯导系统得到了迅速的发展和广泛的应用。这一时期航空惯导的典型代表是利登公司的环形激光陀螺捷联惯导系统 H-423 (H-423/E)。进入二十世纪 90 年代以来,微机械仪表成为新一代惯性仪表,其具有体积小、可靠性高等特点,可利用微电子成熟加工技术,适用于大批量生产,是未来低、中精度惯性仪表的替代产品,也是惯性技术向民用领域大力推广应用最有前途的仪表。随着航空、航天及航海事业的发展,现代化的运载体对导航系统的精度、实时性和可靠性提出了越来越高的要求,单一的导航系统已无法满足,以惯性导航为主的组合导航系统,如 INS/GPS 等双重和多重组合导航系统正广泛应用于航空、航天等各个领域。我国从 1956 年开始自行研制惯性导航系统,目前正成功的从平台系统向捷联系统转变,低成本、中等精度的挠性捷联惯性系统已完成试飞、试用、并进入生产。但由于国内制造水平的限制和技术相对国外发展缓慢,高等精度的陀螺和微机械电子产品仍处于研制阶段^{[1][11]}。

惯性导航技术的发展表明,使用惯性导航系统有着其他导航技术无法比拟的优点。惯性导航系统自主地提供运载体的加速度、速度、位置和角速度、姿态等信息,不需要外界信息,也不向外界发射任何信息,是一种真正意义上的自主导航系统。它具有自主、隐藏、实时、不受干扰,不受地域、时间和气候条件限制以及输出参数全面等诸多优点,对于军事用途的飞机、舰艇、导弹等有着十分重要的意义^{[2][3]},同样也会对常规炮弹的智能化产生长远的影响。

1.2 微惯性器件及 MIMU 研究现状

机电系统(Micro Electromechanical System, MEMS),是在微电子技术基础上结合精密机械技术发展起来的一个新的科学技术领域。一般来说, MEMS 是指可以采用微电子等批量加工工艺制造的,集微型机构、微型传感器、微型致动器以及信号处理和电路,直至接口、通讯和电源等部件于一体的微型系统。具有体积小、重量轻、性能稳定;功耗低;谐振频率高、响应时间短;综合集成度

高、附加值高；并可以通过 IC 等工艺进行批量生产、制造成本低等特点^{[5][6]}。

随着 MEMS 技术的迅猛发展也促进了微惯性器件（微加速度计和微陀螺仪）的发展，与传统的惯性器件相比，微惯性器件主要具有以下特点：

（1）体积小、重量轻

MEMS 微惯性器件利用高频振动的原理工作，且通过半导体加工工艺制作，因而整个芯片不仅体积微小，而且重量轻。美国 Draper Lab 在 1988 年研制的框架式角振动硅微陀螺仪，其尺寸仅为 $300\mu\text{m}\times 600\mu\text{m}\times 2.5\mu\text{m}$ ，在 1994 年研制的三维 MIMU，其尺寸仅为 $2\text{cm}\times 2\text{cm}\times 0.5\text{cm}$ ，重量仅为 5g。

（2）成本低

传统的惯性元件对精度、加工工艺要求很高，成本高，难于批量生产。MEMS 采用类似集成电路(IC)的生产工艺和加工过程，用硅微加工工艺在一片 3 英寸或 4 英寸的硅片上可以制作成 3000—10000 个微惯性器件，当采用成熟的工艺大批量生产时，成品率很高，单个器件的成本微不足道。而当器件实现真正意义上的机电一体化时，其成本将会大大降低。

（3）可靠性好

可靠性的提高源于三个方面，一是工作寿命长、抗冲击，甚至可以承受 100,000g 以上的冲击；二是因为其体积小、重量轻、成本低，特别适合于采用冗余配置方案，使可靠性得到进一步提高；三是集成度高，可将惯性器件和电子线路集成在同一芯片上减少了干扰，提高了可靠性。

（4）功耗低

微型惯性传感器的尺寸小、重量轻、工作在真空环境当中，而且与其驱动线路及信号检测线路集成在同一芯片上，因此它损耗的功率十分微小。

（5）易于数字化和智能化

微惯性器件可以做成频率输出形式，能对输出信号进行全数字处理，消除了因 A/D 或其他形式的转换而引入的误差，同时也便于应用微处理器进行信号处理，对输出信号进行补偿。

（6）测量范围大

对于传统的加速度计而言，由于其检测质量较大，不宜测量高 g 的加速度，而 MEMS 微加速度计检测质量很小，可以用来进行高 g 的测量。对于一般的转子

陀螺仪, 由于动量矩较大, 测量范围受到力矩器等诸多因素的制约, 而微型陀螺仪则可以很容易达到较大的测量范围。

虽然微惯性器件有着很多优点, 但其也有着相应的不足, 它们的精度和稳定性较传统惯性元件要低很多, 尤其是微陀螺的精度。在未来相当一段时间内它们仍只能主要应用于在中、低档场合。但随着 MEMS 技术的发展, 新原理、新结构、新材料、新工艺将不断涌现, 其性能指标必将得到更好的改善, 前景也将十分可观。

MEMS 微加速度计和微陀螺的出现, 极大地推动了微惯性测量组合 (Micro Inertial Measurement Unit, MIMU) 的发展。MIMU 是一种完全自主式、不易受信号的电磁干扰、全天候、机动灵活的惯性测量组合。具有尺寸小、重量轻、成本低、功耗小、寿命长、可靠性高、动态范围宽、响应速度快和便于安装调试等特点。因此, 其研究工作日益受到重视, 应用前景也越来越广阔, 尤其在军事领域具有很强的应用需求, 是当今惯性技术发展的一个重要方向。

1994 年美国德雷柏实验室首次推出了由六个微惯性传感器组成的微惯性测量组合。它将三个 MEMS 微加速度计和三个 MEMS 微陀螺分别安装在立方体的三个正交面上, 从而构成微惯性敏感器组合 (Micro Mechanical Inertial Sensor Assembly, MMISA), 可进行三维方向的角速率和加速度测量。其中每个微惯性传感器都拥有自己的专用集成电路, 产生相应的输出送入微处理器进行数据处理。1998 年, 由美国桑地亚国家实验室与伯克利传感器执行器研究中心等单位合作, 首次采用桑地亚的模块化、单片微机电系统工艺将一个敏感 x, y 平面角运动速率的二维微陀螺、一个敏感垂直轴向 (z 轴) 角速度的一维微陀螺、一个三维加速度计以及相应的测试回路完全集成在一块芯片上, 构成了一个集成化的单片三维 MIMU。2002 年, 美国 IMT 公司与 L-3 通讯公司及 IEC 三方共同设计和加工一种先进的 MIMU, 以便实现与 L-3 和 IEC 两家 GPS 的集成, 致力获得最先进的 MEMS 导航系统。

在美国, MIMU 已经成为用于装备美国炮弹的重要部件, 基于 MIMU 的弹道修正火箭、弹道修正航弹、弹道修正引信正逐步开始装备部队, 大大提高了常规武器的智能化程度, 作战效能成倍提高。

我国 MEMS 技术研究始于 90 年代初, 在“八五”、“九五”期间得到总装备部、国家科技部、国家自然科学基金委和教育部的重点支持, 并将 MIMU 作为“九

五”微米/纳米技术预研项目。目前，全国已有 50 多家高等院校及研究所开展了 MEMS 相关方面的研究工作，并在微惯性传感器及 MIMU 等诸多方面取得一定成果^{[7][8][18][19]}。

1.3 捷联式惯性导航系统关键技术

1.3.1 捷联惯导的基本结构及特点

惯导系统从结构上分可分为：平台式惯导系统和捷联式惯导系统。两者的主要区别是平台式惯导系统有实体平台，其导航平台的主要功能是模拟导航坐标系，把导航加速度计的测量轴稳定在导航坐标系轴向，使其能直接测量载体在导航坐标系轴向的加速度，并且可以用几何的方法，从平台的框架上直接取得载体的姿态和航向信息。而捷联式惯导系统不采用实体平台，是把加速度计和陀螺直接固连在载体上，在导航计算机中实时地计算姿态矩阵，通过姿态矩阵把加速度计测得的沿机体轴的加速度信息，变换到导航坐标系下，然后进行导航计算。同时从姿态矩阵的元素中提取姿态和航向信息。因此，在捷联式惯导系统中，导航平台的功能由计算机来完成，所以也称作“数学平台”。

捷联式惯导系统比起平台式惯导系统有着诸多优点，是一种能适应高动态环境、闭环自主式的导航系统。其具有结构简单，重量轻，成本低，且具有较高的可靠性的特点目前被广泛应用于各惯导领域。特别是现代电子技术和计算机技术的飞速发展，也为捷联惯性技术的发展创造了更为有利条件。新一代低成本中等精度的惯性仪表如激光陀螺、光纤陀螺、硅微惯性器件的研制成功，为捷联式惯性系统打下了物质基础；捷联技术的研究，如算法编排、误差模型、测试技术等也迅速得到了发展。新的捷联惯导系统产品普遍用于各种战术武器和飞机航姿系统中，随着微小型固态仪表精度的不断提高、误差补偿技术的逐渐完善，捷联惯导将逐步取代平台惯导。因而，发展捷联惯导系统以及以捷联惯导系统为基础的各种组合导航系统，成为今后惯性导航系统发展的总趋势^[10]。

因为捷联式惯导系统的惯性测量元件直接固连在载体上，省去了机电式导航平台，从而给系统带来了许多特殊性：

(1) 为实际应用捷联式惯导系统需要编制大量的实时软件，因此算法误差比平台惯导系统高些，要求软件误差不应超过系统误差的 10%。

(2) 由于取消了机械平台, 减少了惯导系统中的机械零件, 加之捷联式惯导系统容易采用多敏感元件, 实现多余度, 因此, 捷联惯导系统可靠性比平台系统高很多。

(3) 捷联式惯导系统较平台式维护简便, 故障率低。国外做过统计, 按 100 套惯导系统计算, 采用液浮陀螺的平台系统, 故障率为每百万小时 1831.6 次; 动力调谐的平台系统, 故障率降到每百万小时 955.6 次, 改用捷联式系统, 故障率只有每百万小时 764.4 次。

(4) 从动态环境的角度来看, 捷联式惯导系统的惯性器件的误差对系统误差的影响要比平台系统大, 因此, 捷联惯导系统对器件的要求比平台系统高^{[1][2]}。

1.3.2 姿态更新矩阵算法的发展

捷联是惯性导航系统的算法主要是从惯性器件的输出到给出需要的导航和控制信息所必须进行的全部计算问题的计算方法^[1]。捷联算法的研究已经有相当长的历史, 自从二十世纪五十年代形成捷联惯性导航的概念后, 捷联分析家们把精力主要集中在姿态积分运算的算法设计上。毫无疑问, 当时设计的方法受到了计算机技术局限。

在二十世纪五十年代后期和二十世纪六十年代, 各种组织机构的捷联专家致力于研究两种用于姿态积分运算的方法: (1) 利用一阶数字算法实现高速姿态实时更新; (2) 利用高阶算法实现低速姿态实时更新。高速算法作为一种精确计算高频角速度分量的方法得到促进和发展, 其中高频角速度分量被整流成三维姿态变化量。然而, 那时的计算机技术只能以有限的精度执行简化了的用于姿态实时更新算法的一阶方程。后者所说的高阶算法相对一阶算法提高了解析精度, 但是这种精度的提高因为增加了每一姿态更新周期里可执行运算, 只能以较低的姿态更新速度满足当时的计算机容量的限制。随着四元数方法在姿态解算中的应用, 逐步代替了这两种算法, 姿态四元数是计算姿态参数的首选方法(相对欧拉角法、方向余弦法)。但随着解算环境和解算对象的不同, 四元数法也显露出它的不足, 不能完全适应高速动态环境的需要, 当载体进行高速旋转的同时, 会产生不可交换误差, 而这一不足确可以通过等效旋转矢量法来进行弥补, 得到更新四元数来进行姿态更新计算^{[1][10]}。

1.4 论文的主要研究工作

本文研究了应用于普通炮弹的基于 MIMU 的捷联式惯导系统在动基座条件下算法推导与系统仿真,着重讨论了捷联惯导系统在动基座下的初始对准及误差传播特性,并结合微惯性测量元件自身的性质、特点,对其进行数字模拟,并将模拟后的微惯性仪表输出结果引入到捷联惯导系统中作为输入,以进行捷联系统数学仿真。目的是研究在高动态环境下应用 MIMU 微惯性测量组合,对捷联系统输出导航信息的影响。论文的主要工作包括:

第一章:绪论

介绍了惯导系统在国内外的的发展过程,引出了 MIMU 在未来惯性发展中的重要意义,并对捷联惯导系统的关键技术做出说明。

第二章:捷联式惯导系统的基本原理

首先定义了研究捷联惯导系统所需的几种坐标系,指出了坐标系之间的关系,定义了描述这种关系的姿态矩阵,并通过对各种姿态矩阵原理分析和推导,得出了以等效旋转矢量法作为姿态更新的算法,并对这一算法进行了详细的理论推导,得出了捷联系统的姿态计算、速度计算和位置计算方程。

第三章:MIMU 导航系统误差方程与分析

分析了 MIMU 系统的各项误差,包括微测量元件的误差和安装标定误差,详细推导了在动基座条件下基于 MIMU 的捷联系统的误差方程,最后对系统误差进行了仿真,并得出结论。

第四章:MIMU 捷联系统初始对准技术研究

首先介绍了解决全面分析捷联惯导动基座对准的初始对准原理及特点,在动基座条件下对捷联系统进行了初始粗对准的分析和研究,并对这一特殊环境下捷联系统的对准方法做了进一步推导。

第五章:系统的仿真与分析

首先模拟出载体运动轨迹仿真模型,再根据微惯性测量元件的性质和特点模拟出微加速度计和微陀螺仪的仿真模型作为系统输入,最终通过基于动基座下的捷联惯导系统数学编排得出载体导航信息,得到仿真曲线。

第2章 捷联惯性导航系统原理

2.1 捷联系统简介

“捷联 (Strapdown)”这一术语的英文原意是“捆绑”的意思。因此,捷联惯性导航系统也就是将惯性敏感元件直接“捆绑”在飞行器的机体上,从而完成制导和导航任务的系统^[2]。

2.2 捷联系统的工作原理

惯性导航的基本工作原理是以牛顿力学定律为基础的。从结构上来说,捷联惯导系统和平台惯导系统的主要区别是前者没有实体导航平台,而后者有实体导航平台。在平台导航系统中,导航平台的主要功能是模拟导航坐标系,把导航加速度计的测量轴稳定在导航坐标系轴向上,使其能直接测量弹体在导航坐标系轴向的加速度,并且可以用几何的方法,从平台的框架轴上直接拾取弹体的姿态和航向信息。而捷联惯性导航系统则不用实体导航平台,把加速度计和陀螺仪直接安装在弹体上。在运动过程中,陀螺和加速度计分别测定弹体相对于惯性参照系的运动角速度和运动线加速度,通过误差补偿后,并由此计算出弹体坐标系到导航坐标系的坐标变换矩阵的初始姿态矩阵,并进行姿态矩阵解算,并尽可能实时求出弹体坐标系到导航坐标系的坐标转换矩阵。通过此矩阵,把加速度计测得的加速度信息变换到导航坐标系下,通过外界给出的导航解算初值,然后进行导航计算,得到所需要的导航参数。同时,利用坐标变换矩阵的元素,提取姿态信息。这样就计算出了导航所需要的基本导航参数^{[1][2]}。

2.3 捷联系统常用坐标系及其转换关系

2.3.1 常用坐标系^[2]

因为弹体在进行导航时主要是为了实时的确定导航参数,如姿态、位置、速度等。弹体的导航参数就是通过各个坐标之间的相互关系来确定的,而这些坐标系是区别于惯性坐标系、并根据导航的需要选取的。

1、地心惯性坐标系 $O_e x_i y_i z_i$ (简称 i 系)

以地球中心 O_e 为圆点, z_i 轴选在沿地轴指向北极的方向, x_i 、 y_i 轴在地球赤道平面内, 并指向空间的两颗恒星。地心惯性坐标系不参与地球旋转。

2、地球坐标系 $O_e x_e y_e z_e$ (简称 e 系)

地球坐标系的原点在地球中心, z_e 轴沿地轴方向, x_e 轴在赤道平面与格林威治子午线的交线上, y_e 轴在赤道平面内与 x_e 、 z_e 轴构成右手坐标系。 $O_e x_e y_e z_e$ 坐标系与地球固连, 与地球一起转动。

3、地理坐标系 $o x_t y_t z_t$ (简称 t 系)

地理坐标系是在飞行器上用来表示飞行器所在位置的东向、北向和垂线方向的坐标系。地理坐标系的原点 o 选在飞行器重心处, x_t 轴指向东, y_t 轴指向北, z_t 轴沿垂线方向指向天。地理坐标系随着地球的转动和弹体的运动而运动, 它是水平和方位的基准。

4、导航坐标系 $o x_n y_n z_n$ (简称 n 系)

导航坐标系是弹体导航系统工作时的导航基准。对于捷联惯导系统来说, 将加速度计的信号分解到某个求解导航参数较方便的坐标系内进行计算, 则该坐标系即为导航坐标系。本课题中采用地理坐标系作为导航坐标系。

5、弹体坐标系 $o x_b y_b z_b$ (简称 b 系)

弹体坐标系固连在弹体上的坐标系。其坐标系原点 o 位于弹体的重心处, x_b 轴沿弹体横轴指向右, y_b 轴沿弹体纵轴指向前, z_b 垂直于 $o x_b y_b$ 平面, 沿弹体竖轴指向上。

各个坐标系间关系如图 2.1 所示:

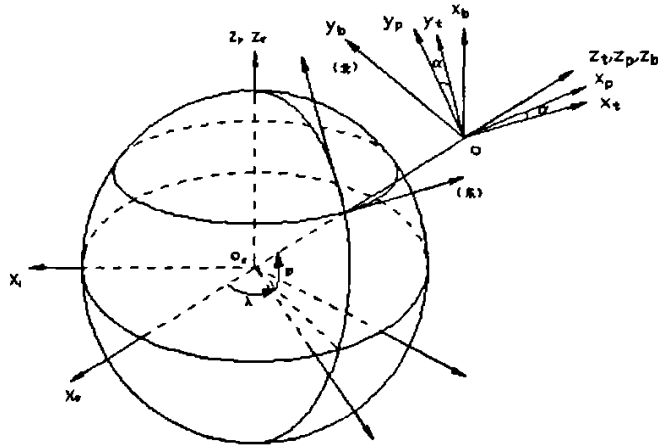


图 2.1 坐标关系示意图

2.3.2 坐标系间的相互关系

在导航系统中，各导航坐标之间并不是相互独立的。如图中，导航坐标系与弹体坐标系并不重合，两者之间的夹角 ψ 、 θ 、 γ 就是弹体运动的航向角、俯仰角和横滚角。导航坐标系与地理坐标系不重合， x_n 与 x_i 及 y_n 与 y_i 之间相差一个方位角 α 。空间的两个坐标系可通过坐标变换将其联系起来，而坐标变换又可通过坐标轴的旋转而得到。

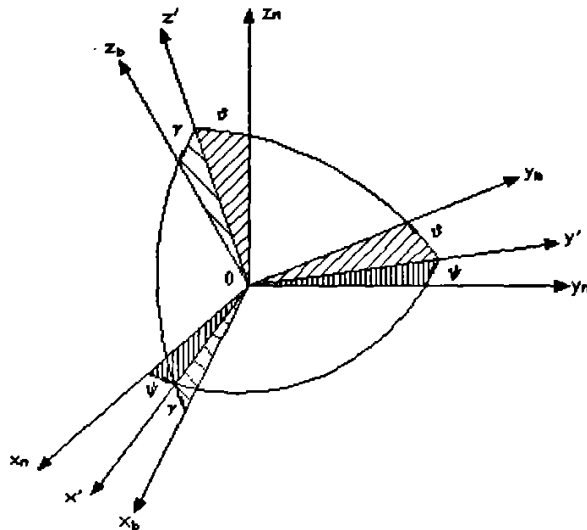


图 2.2 导航坐标系与弹体坐标系之间的关系图

1、导航坐标系 $ox_n y_n z_n$ 与地球坐标系 $o_e x_e y_e z_e$ 之间的转动关系

设 C_e^n 为由地球坐标系转动到导航坐标系的方向余弦矩阵, 是纬度 φ 、经度 λ 与游动方位角 α 的函数, 并由下面顺序的转动来实现:

$$x_e y_e z_e \xrightarrow[\lambda]{\text{绕 } z_e} x' y' z' \xrightarrow[90^\circ - \varphi]{\text{绕 } y'} x'' y'' z'' \xrightarrow[90^\circ]{\text{绕 } z''} x_n y_n z_n$$

上述的转动关系可以写成下面的矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \varphi & 0 & -\cos \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

它们之间的变换矩阵为:

$$C_e^n = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \sin \varphi \cos \lambda - \cos \alpha \sin \lambda & -\sin \alpha \sin \varphi \sin \lambda + \cos \lambda \cos \alpha & \sin \alpha \cos \varphi \\ -\cos \alpha \sin \varphi \cos \lambda + \sin \alpha \sin \lambda & -\cos \alpha \sin \varphi \sin \lambda - \sin \alpha \cos \lambda & \cos \alpha \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

 2、弹体坐标系 $ox_b y_b z_b$ 与导航坐标系 $ox_n y_n z_n$ 之间的转动关系

由导航坐标系至弹体坐标系的转动关系, 可以通过下述顺序的三次旋转来表示:

$$x_n y_n z_n \xrightarrow[\varphi]{\text{绕 } z_n} x' y' z' \xrightarrow[\theta]{\text{绕 } x'} x'' y'' z'' \xrightarrow[\gamma]{\text{绕 } y''} x_b y_b z_b$$

其中 φ_G 、 θ 、 γ 分别为弹体的航向角、俯仰角、横滚角。

上述的转动关系可以写成下面的矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_G & \sin \varphi_G & 0 \\ -\sin \varphi_G & \cos \varphi_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

它们之间的变换矩阵为:

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \varphi_G - \sin \gamma \sin \theta \sin \varphi_G & \cos \gamma \sin \varphi_G + \sin \gamma \sin \theta \cos \varphi_G & -\sin \gamma \cos \theta \\ -\cos \theta \sin \varphi_G & \cos \theta \cos \varphi_G & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \varphi_G + \cos \gamma \sin \theta \sin \varphi_G & \sin \gamma \sin \varphi_G - \cos \gamma \sin \theta \cos \varphi_G & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

2.4 捷联系统的姿态更新

2.4.1 姿态更新算法

捷联惯导系统的姿态更新就是利用陀螺测量的载体角速度实时的计算出姿态矩阵。由于载体姿态角速率大，所以姿态矩阵的实时计算对导航计算机的解算能力提出了更高的要求。姿态矩阵的实时解算是捷联惯导系统的关键技术，也是影响捷联系统算法精度的重要的因素之一。

2.4.1.1 欧拉角法

一个动坐标系相对参考坐标系的方位，可由动坐标系依次绕参考坐标系的三个轴进行转动，转动相应的三个角度之后得到新系下的值。假设初始时弹体坐标系与参考坐标系重合，当地理坐标系依次转过 ψ 、 θ 、 γ 时，则弹体坐标系与地理坐标系的关系为：

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = c_n^b \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

其姿态矩阵 c_n^b 为：

$$\begin{aligned} c_n^b &= \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \theta & -\cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \cos \psi \sin \theta & -\sin \gamma \cos \theta \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \psi \sin \theta & -\sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \cos \psi \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-6)$$

弹体坐标系相对地理坐标系的角速度分量在弹体坐标系下的投影就可以表示为：

$$\begin{bmatrix} \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nby}^b \\ \omega_{nbz}^b \end{bmatrix} = c_r c_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + c_r \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

对上式矩阵求逆，就可以得到欧拉角微分方程：

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \\ \cos \gamma \cos \theta & 0 & \sin \gamma \cos \theta \\ \sin \theta \sin \gamma & \cos \theta & -\sin \theta \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nby}^b \\ \omega_{nbz}^b \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

解方程上式便可以求得 ψ 、 θ 、 γ 三个参数，代入 (2-6) 式后就可以得到捷联矩阵了。

2.4.1.2 方向余弦法

方向余弦矩阵的微分方程为：

$$\dot{c}_n^b = \omega_{nb}^b c_n^b \quad (2-9)$$

其中：

$$\omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b \\ \omega_{nbz}^b & 0 & -\omega_{nbx}^b \\ -\omega_{nby}^b & \omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix}$$

注意到求解 (2-9) 式，需要解 9 个微分方程就可以直接得到姿态矩阵 c_n^b 。

2.4.1.3 四元数法

四元数是一个由四个元构成的数，其形式为：

$$Q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \quad (2-10)$$

式中 q_0 是标量； q 为矢量。

在刚体定点转动理论中，根据欧拉定理，动坐标系相对于参考坐标系的方位，等效于动坐标系绕某个转轴转动一个角度 θ 。如果用 u 表示等效旋转方向的单位向量，则动坐标系的方位完全由 u 和 θ 两个参数确定，即构造一个四元数：

$$Q = \cos \frac{\theta}{2} + u \sin \frac{\theta}{2} \quad (2-11)$$

称作“规范化”四元数。这样就可以把三维空间和一个四维空间联系起来，用四维空间的性质和运算规则来解决三维空间中的刚体定点转动问题。

四元数的性质和微分方程的推算过程不再赘述。

四元数的微分方程为：

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} Q \omega_{nb}^b \quad (2-12)$$

式中，

$$\omega_{nb}^b = 0 + \omega_{nbx}^b i + \omega_{nby}^b j + \omega_{nbz}^b k$$

将上式写成矩阵形式得：

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbx}^b & -\omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b \\ \omega_{nbx}^b & 0 & \omega_{nbz}^b & -\omega_{nby}^b \\ \omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b & 0 & \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b & -\omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

对上式求解便可实时地求出 q_0 、 q_1 、 q_2 、 q_3 ，代入到下式：

$$T = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

便可实时的求解捷联矩阵 T 了。

2.4.1.4 等效旋转矢量法^{[11][12]}

等效旋转矢量法也是建立在刚体矢量旋转基础上的，但与四元数分不同在于，其在姿态更新周期内，四元数计算姿态四元数，而旋转矢量法是先计算姿态变换四元数，再计算姿态四元数。

在刚体转动中，刚体的有限转动是不可交换的，也就是说尤其相应的顺序性。当刚体绕 x 轴转过 α 角，再绕 y 轴转过 β 角，和先绕 y 轴转过 β 角，再绕 x 轴转过 α 角，得到的两种结果是截然不同的，这就是转动的不可交换性。在方向余弦

法和四元数法中都用到角速度矢量的积分，即， $\Delta\theta = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \omega dt$ 。当不是定轴转动时，

ω 矢量的方向是随时间变换的，因此对角速度矢量进行积分是无意义的。只有在很小的积分区间内时，上式才能近似成立，从而引入了不可交换误差。显然，采样周期必须很小，否则，计算结果中会出现较大的不可交换误差，而采用周期太小，使得计算机实时计算的工作量增大，为减小不可交换性误差，1971 年 John E. Bortz 提出了旋转矢量的概念。

等效旋转矢量微分方程常用形式为：

$$\dot{\Theta} = \omega + \frac{1}{2}\Theta \times \omega + \frac{1}{\theta^2} \left[1 - \frac{\theta \sin \theta}{2(1 - \cos \theta)} \right] \Theta \times (\Theta \times \omega) \quad (2-15)$$

$$\text{令} \quad f(\theta) = \frac{1}{\theta^2} \left[1 - \frac{\theta \sin \theta}{2(1 - \cos \theta)} \right]$$

将 $f(\theta)$ 展开成级数有：

$$f(\theta) = \frac{1}{12} + \frac{\theta^2}{720} + \frac{\theta^4}{30240} + \frac{\theta^6}{1209600} + \dots \quad (2-16)$$

由于姿态更新周期一般都很短， θ 很小，所以将高次项忽略不计，得到近似方

程为:

$$\dot{\Theta} = \omega + \frac{1}{2} \Theta \times \omega + \frac{1}{12} \Theta \times (\Theta \times \omega) \quad (2-17)$$

上式就是 Bortz 方程的一般形式, 式中第二项和第三项就是需要进行补偿的不可交换性误差。

2.4.2 各种姿态算法比较^{[11][20]}

(1) 用欧拉角法求解微分方程可以直接得到弹体的姿态角和航向角, 与其他的算法相比解算方程的数量少, 且用欧拉角法得到的姿态矩阵是正交矩阵, 姿态矩阵无需进行正交化处理。但是当 $\theta = 90^\circ$ 时, 采用欧拉角法将出现奇点, 因此, 欧拉角法不能应用于全姿态飞行。

(2) 用方向余弦法求解姿态矩阵避免了欧拉角法的不足, 而且可以直接求出捷联矩阵。但是要进行姿态矩阵的解算, 需要解算九个微分方程, 计算量比较大, 在常规弹体的控制中很难满足实时性的要求。

(3) 用四元数来进行姿态矩阵的解算, 只需要解算四个微分方程, 就可以实时的求解出捷联矩阵, 计算量小, 算法简单, 是在工程实际中较多采用的一种方法。但是在载体进行高动态飞行时, 四元数中会不可避免的引入不可交换误差, 所以必须要采用相应的措施加以解决。

(4) 应用旋转矢量法解算姿态矩阵, 正好能弥补四元数的不可交换误差。但同时, 其计算量也较四元数增加了大约 30%。

2.4.3 等效旋转矢量法推导

因为姿态矩阵的实时解算是捷联惯导系统的关键技术, 也是影响捷联系统算法精度的重要的因素。所以采用解算精度高、解算速度快的姿态矩阵算法显得十分重要。考虑到本文主要面向对普通常规弹药制导的算法的研究, 所以要适应普通弹药的应用环境, 而普通弹丸高速旋转性又是其中不可忽视的特点, 选用解算速度快的四元数法, 却不能避免弹体在飞行过程中引入不可交换误差, 这就大大降低了利用四元数法解姿态矩阵的精度, 使导航解算出现较大误差, 为了避免和减小这一问题的出现, 本文选择旋转矢量法来进行姿态更新计算^[12]。

2.4.3.1 等效转动矢量微分方程^[23]

假设弹体坐标系和参考坐标系之间的变换四元数为:

$$Q = \cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \quad (2-18)$$

式中 i 为等效转轴方向的单位矢量, θ 为弹体坐标系 i 轴转动的角度。

令等效转动矢量为: $\Theta = \theta i$

由于四元数的微分方程为:

$$\dot{Q}(t) = \frac{1}{2} \omega_{nb} \cdot Q(t) \quad (2-19)$$

其中根据单位四元数的逆等于其共轭数, 即有: $Q^*(t)$ 为 $Q(t)$ 的共轭

$$Q^* = \cos \frac{\theta}{2} - i \sin \frac{\theta}{2} \quad (2-20)$$

所以从式 (2-19) 中解得 ω_{nb} , 有:

$$\omega_{nb} = 2Q^*(t) \times \dot{Q}(t) \quad (2-21)$$

按四元数规则将 (2-21) 式展开, 即有:

$$\omega_{nb} = \dot{\theta} i + \dot{i} \sin \theta + i \times i (1 - \cos \theta) \quad (2-22)$$

对等效转动矢量求导得:

$$\dot{\Theta} = \dot{\theta} i + \theta \dot{i} \quad (2-23)$$

将上式化简后,

$$\dot{\theta} = \dot{\Theta} \cdot i$$

其中,

$$i \cdot i = 1, \quad \dot{i} \cdot i = 0$$

由式前面假设可以得到:

$$i = \frac{\Theta}{\theta} \quad (2-24)$$

对上式求导得:

$$\dot{i} = \frac{\dot{\Theta} \cdot \theta - \Theta \dot{\theta}}{\theta^2} = \frac{\dot{\Theta}}{\theta} - \frac{\Theta(\dot{\Theta} \cdot \Theta)}{\theta^3} \quad (2-25)$$

根据向量乘积得:

$$\Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta}) = \Theta(\Theta \cdot \dot{\Theta}) - \dot{\Theta}(\Theta \cdot \Theta)$$

即有,

$$\Theta(\Theta \cdot \dot{\Theta}) = \Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta}) + \dot{\Theta}(\Theta^2) \quad (2-26)$$

因为, 有:

$$\dot{\theta}i = \dot{\Theta} - \theta\dot{i} \quad (2-27)$$

所以:

$$\dot{\theta}i = \dot{\Theta} - \frac{\Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta})}{\theta^2} \quad (2-28)$$

$$\dot{i} \sin \theta = -\frac{\Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta})}{\theta^3} \sin \theta \quad (2-29)$$

$$\begin{aligned} i \times i (1 - \cos \theta) &= \left(\frac{\dot{\Theta}}{\theta} - \frac{\Theta \dot{\theta}}{\theta^2} \right) \times \frac{\Theta}{\theta} (1 - \cos \theta) \\ &= \frac{\dot{\Theta} \times \Theta}{\theta^2} (1 - \cos \theta) \end{aligned} \quad (2-30)$$

把式 (2-28)、(2-29) 和 (2-30) 式代入 (2-22) 式中, 得:

$$\begin{aligned} \dot{\Theta} &= \omega_{nb} - \frac{\Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta})}{\theta^2} + \frac{\Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta})}{\theta^3} \sin \theta - \frac{\dot{\Theta} \times \Theta}{\theta^2} (1 - \cos \theta) \\ &= \omega_{nb} + \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} \Theta \times \dot{\Theta} - \frac{1}{\theta^2} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta}) \end{aligned} \quad (2-31)$$

上式就是等效旋转矢量微分方程。

其中:

$$\delta = \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} \Theta \times \dot{\Theta} - \frac{1}{\theta^2} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta}) \quad (2-32)$$

δ 反映了不可交换误差对计算产生的影响。

用 Θ 与式 (2-31) 两边做叉乘, 得:

$$\Theta \times \omega_{nb} = \frac{\sin \theta}{\theta} (\Theta \times \dot{\Theta}) - \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} \Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta}) \quad (2-33)$$

其中,

$$\frac{1}{\theta^2} \Theta \times \Theta = i^2 = 1$$

用 Θ 与式 (2-33) 两边做叉乘, 得:

$$\Theta \times (\Theta \times \omega_{nb}) = \frac{\sin \theta}{\theta} \Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta}) - (1 - \cos \theta) (\Theta \times \dot{\Theta}) \quad (2-34)$$

整理得:

$$\Theta \times \dot{\Theta} = \frac{\theta \sin \theta}{2(1 - \cos \theta)} (\Theta \times \omega_{nb}) + \frac{1}{1 - \cos \theta} \left[1 - \frac{\sin^2 \theta}{2(1 - \cos \theta)} \right] \Theta \times (\Theta \times \omega_{nb}) \quad (2-35)$$

$$\Theta \times (\Theta \times \dot{\Theta}) = -\frac{\theta^2}{2} (\Theta \times \omega_{nb}) + \frac{\theta \sin \theta}{2(1 - \cos \theta)} \Theta \times (\Theta \times \omega_{nb}) \quad (2-36)$$

将上式代入 (2-31) 式, 整理得:

$$\dot{\Theta} = \omega_{nb} + \frac{1}{2} \Theta \times \omega_{nb} + \frac{1}{\theta^2} \left[1 - \frac{\theta \sin \theta}{2(1 - \cos \theta)} \right] \Theta \times (\Theta \times \omega_{nb}) \quad (2-37)$$

其中:

$$\begin{aligned} \frac{\theta \sin \theta}{2(1 - \cos \theta)} &= \frac{\theta}{2} \tan^{-1} \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{\theta}{2} \left[\frac{2}{\theta} - \frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{2} \right) - \frac{1}{45} \left(\frac{\theta}{2} \right)^3 - \frac{1}{945} \left(\frac{\theta}{2} \right)^5 - \frac{1}{4725} \left(\frac{\theta}{2} \right)^7 \dots \right] \\ &= 1 - \frac{\theta^2}{12} - \frac{\theta^4}{720} - \frac{\theta^6}{30240} \dots \end{aligned} \quad (2-38)$$

去掉高次项, 代入 (2-37) 式中, 得

$$\dot{\Theta} = \omega_{nb} + \frac{1}{2} \Theta \times \omega_{nb} + \frac{1}{12} \Theta \times (\Theta \times \omega_{nb}) \quad (2-39)$$

上式就是 Bortz 方程的一般形式, 式中后两项就是产生的不可交换误差。

2.4.3.2 等效转动矢量微分方程解法

因为等效旋转矢量法是分两个步骤来完成的, 一是旋转矢量的计算, 二是四元数的更新。要求得姿态矩阵, 就须根据前面等效旋转矢量的计算求取四元数更新方程。

设 n 为导航坐标系, b 为弹体坐标系, r 为某向量。分别记 t_k 和 t_{k+1} 时刻弹体坐标系为别为 b_k 、 b_{k+1} , 其中 b_k 系至 n 系的旋转四元数 $Q(t_k)$, b_{k+1} 系至 n 系的旋转四元数为 $Q(t_{k+1})$, b_k 系到 b_{k+1} 系的旋转四元数为 $Q^{[1]}$ 。

根据坐标变换的矩阵表示法与四元数表示法等价的结论, 则有:

$$r^n = C_{b_{k+1}}^n r^{b_{k+1}} \quad (2-40)$$

则有:

$$r^n = Q(t_{k+1}) \times r^{b_{k+1}} \times Q^*(t_{k+1}) \quad (2-41)$$

$$r^n = C_{b_k}^n C_{b_{k+1}}^{b_k} r^{b_{k+1}} \quad (2-42)$$

上式等价于:

$$r^n = Q(t_k) \times [Q^{[1]} \times r^{b_{k+1}} \times Q^{[1]*}] \times Q^*(t_k) \quad (2-43)$$

变形整理得:

$$r^n = [Q(t_k) \times Q'] \times r^{h-1} \times [Q(t_k) \times Q']^* \quad (2-44)$$

根据式 (2-41) 和 (2-44) 得:

$$Q(t_{k+1}) = Q(t_k) \times Q' \quad (2-45)$$

其中 $Q' = \cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2}$ 为姿态更新四元数, $i = \frac{\theta}{\theta}$, $Q(t+h)$ 和 $Q(t)$ 分别表示了机体在 $t+h$ 和 t 时刻的姿态四元数。上式即为四元数更新方程, 这样就可以实时的解算姿态矩阵了。

2.5 捷联导航系统导航参数解算

捷联惯导系统的主要特征就是利用所谓的“数学平台”来完成导航平台的功能。其导航计算就是根据姿态更新矩阵、初始对准和加速度计、陀螺仪的信息, 由导航计算机实时的解算出弹体的姿态, 包括航向角、俯仰角、横滚角信息, 以及速度和位置等。对于取地理坐标系作为导航坐标系的导航系统来说, 要依靠陀螺仪测量的角速度值与导航计算机计算的角速度值来进行姿态矩阵的计算, 然后从姿态矩阵的元素中提取载体的姿态和航向信息, 并把角速度计测量的比力信息用姿态矩阵变换到导航坐标系, 这样就可以在导航坐标系中求解载体的速度和位置信息。图 2.3 给出了导航计算的流程图^{[11][18]}。

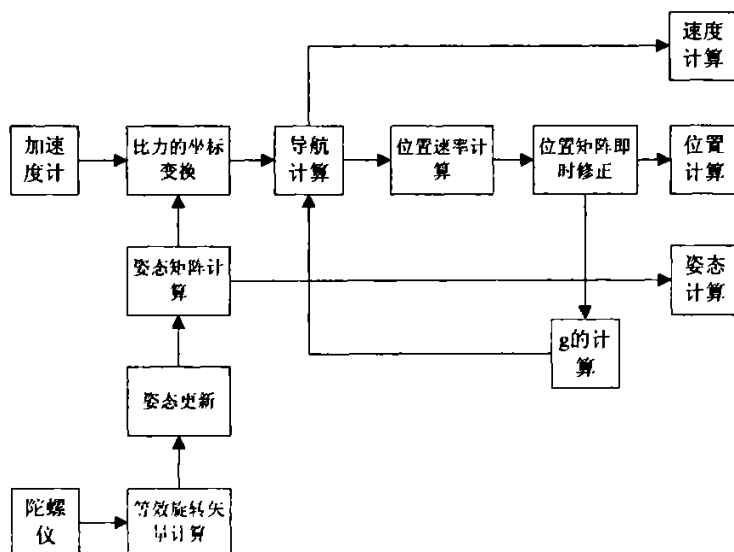


图 2.3 导航算法流程图

2.5.1 速度计算

速度方程式捷联惯导系统的基本方程，其在导航坐标系投影表达式为：

$$\dot{v}^n = f^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times v^n + g^n \quad (2-46)$$

其中， f 为加速度计所测比力向量。 g 为重力加速度向量， ω_{ie} 为地球自转角速率， $-(2\omega_{ie} + \omega_{en}) \times v$ 是由于地球自转和弹体相对地球运动而产生的加速度，被加速度计所感知，被称为有害加速度。其中，根据坐标系符号规定，所有向量的下标注表示的是两个坐标系之间存在的关系，上标注表示的是投影在哪个坐标系内。例如 ω_{ie}^n 表示导航坐标系相对惯性坐标系的角速度，它在地理坐标系中的投影。

式 (2-46) 中，有：

$$\begin{aligned} \omega_{ie}^n = \begin{bmatrix} \omega_{ie}^n \\ \omega_{ie}^n \\ \omega_{ie}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} \quad \omega_{en}^n = \begin{bmatrix} \omega_{en}^n \\ \omega_{en}^n \\ \omega_{en}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_y}{R_m + h} \\ \frac{v_x}{R_n + h} \\ \frac{v_x}{R_n + h} \tan \varphi \end{bmatrix} \quad g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \\ f^n = c_b^n \times f^b \end{aligned} \quad (2-47)$$

ω_{ie} 为地球自转角速率， $\omega_{ie} = 15^\circ/h$

g 为重力加速度，其近似公式为： $g = g_0(1 - \frac{2h}{R})$

式中， g_0 取值 $9.78049 (m/s^2)$ ， R 为地球半径取 $6378.137km$

R_m 为子午线平面内的曲率半径， $\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_e}(1 + 2e - 3e \sin^2 \varphi)$

R_n 为与子午面垂直平面内的半径， $\frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_e}(1 - e \sin^2 \varphi)$

所以将上式等代入 (2-46) 式中展开，得：

$$\begin{cases} \dot{v}(x) = f_x + (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v_x}{R_n + h} \tan \varphi) \cdot v_y - (2\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v_x}{R_n + h}) v_z \\ \dot{v}(y) = f_y - (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v_x}{R_n + h} \tan \varphi) \cdot v_x - \frac{v_x}{R_n + h} v_z \\ \dot{v}(z) = f_z + (2\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v_x}{R_n + h}) \cdot v_x + \frac{v_y^2}{R_m + h} - g \end{cases} \quad (2-48)$$

2.5.2 位置计算

位置用经度 λ 、纬度 φ 和高度 h 等参数来表示，其计算公式为：

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \frac{v_x}{(R_n + h) \cos \varphi} \\ \dot{\varphi} &= \frac{v_y}{R_m + h} \\ \dot{h} &= v_z \end{aligned} \quad (2-49)$$

2.6 捷联导航系统的不同更新周期

在捷联系统的各个计算中，因为计算的性质与导航要求的不同，使其出现了不同的更新周期。当载体在地球表面运动时，导航坐标系的旋转非常缓慢，而弹体相对导航坐标系的姿态变换较快，所以导航坐标系的更新周期 τ_2 要比姿态更新周期 τ_1 大的多^{[1][2]}。如下图所示：

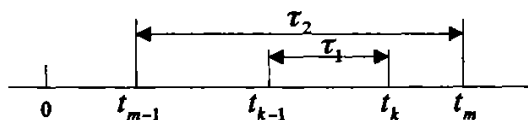


图 2.4 更新周期示意图

(1) 姿态更新周期 τ_1

由于整个捷联系统计算的精度主要取决于姿态更新矩阵的解算精度，而弹体的姿态速率值会很高，因此除了采用高精度的算法外，还应采用足够小的更新周期。

(2) 导航计算更新周期 τ_2

速度 v 的即时修正、位置速率计算、位置矩阵的即时修正、 g 的计算、高度计算以及地球速率的计算都以较长的更新周期 τ_2 进行。

(3) 导航显示信息更新周期 τ_3

地速、位置、姿态等导航参数的计算周期可以根据导航参数显示速率的需要而选取。通常以更长的更新周期来进行。一般选取 $\tau_3 = i\tau_2$ ，其中 i 为正整数。

第 3 章 MIMU 导航系统误差方程与分析

3.1 引言

在现代战争中，普通常规弹药仍是主要的火力抑制武器，大规模的研制精确制导导弹不但成本高，而且不适合机动作战的需要，这就使得提高普通弹药的射程和对目标的毁伤力成为目前国内军事方面研究的重要课题。随着微机电技术的不断发展，惯性测量元件也向微小型化方向发展，应用于惯导系统的微惯性测量组合（MIMU），其体积也随着现代技术的发展而越来越小，主体结构部分可达一个直径为 20mm 的硬币大小。这就足可以将其装置于普通常规弹药上，不但能提高射击精度，而且增加了毁伤效率。安装了 MIMU 的弹药是主动制导，属于“打了不管”类型，所以能在低成本投入的同时，达到自主制导，精确打击的目的，在现代战场中能够发挥极大的战争优势^{[14][15]}。

微型惯性测量组合实际上就是可以实时的提供载体的位置、速度和姿态信息的微型捷联惯导系统。它主要是由三个部分组成：前端惯性传感器、数据采集部分以及数字信号处理单元。其前端惯性传感器是用来感测载体在惯性坐标系下的三维加速度和三维角速度信息，它由三个微加速度计和三个单轴微陀螺仪组成，分别安装在六面体的三个正交面上，如图 3.1 所示。微加速度计和微陀螺仪的敏感轴分别沿 X 、 Y 、 Z 相互垂直，组成测量体的三维坐标系，提供载体的加速度和角速度的信息值，这些实时信息经过捷联解算后即可得到所需的导航参数^{[16][17][18]}。

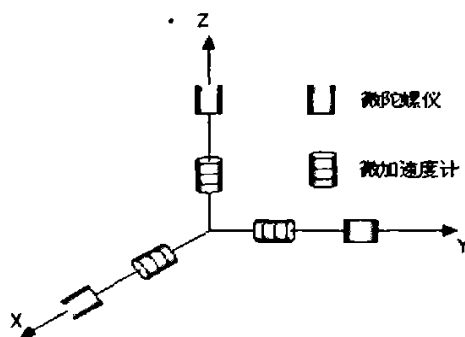


图 3.1 MIMU 惯性器件安装示意图

3.2 MIMU 惯性导航系统误差分析

在分析惯导系统工作原理时，是将惯导系统看成一个理想系统，认为平台坐标系真实地模拟了地理坐标系。但这在实际中是不可能的，因为对于一个实际的惯导系统而言，由于各种误差源的存在，其提供的导航信息带有一定的误差，如在结构安装、惯性仪表以及系统的工程实现中各个环节误差的存在都不可避免的。误差分析的目的在于：通过分析，确定各种误差源对系统的影响，进而恰当选择系统的编排及合理提出数学模型，以便有效进行误差补偿，减小误差影响；对系统工作情况及主要元部件的品质进行评价；还可以预先估计系统的工作性能等[22][23][24]。

作为捷联惯导系统，其工程实现的各个环节中所包含的误差源主要分为以下几类：

(1) 数学模型的近似值引起的误差：对于适用于常规弹药的惯导系统，采用本文做介绍的数学模型是足够精度的，因此数学模型的近似性所造成的系统误差对系统本身的影响可忽略不计。

(2) 惯性敏感元件的误差：主要包括惯性测量元件的安装误差和标度因子误差、陀螺的漂移与加速度计的偏置误差。前者可以通过标定基本得到克服；后者是由于工作原理、加工与装配工艺的不完善等因素造成的陀螺和加速度计的输出误差。

(3) 计算机的算法误差：主要是由计算中的舍入误差和截断误差等因素造成的，在很大程度上可由程序设计者予以控制。

(4) 初始对准误差：系统的初始对准误差是由惯性敏感元件的误差及初始对准算法等因素造成，一旦出现初始对准误差，它将在系统中传播，并造成难以消除的影响。因此，须对初始对准误差进行严格限制。

(5) 载体的角运动所引起的动态误差：由于捷联系统是将惯性测量元件直接固连在弹体上，陀螺和加速度计直接承受载体的角运动，这使得惯性器件的工作环境恶化，但仍要求惯性器件在弹体的振动、冲击、温度等环境条件下精确的工作，参数和性能要有很高的稳定性，从而对惯性器件提出了更高的要求。同时，弹体实际的飞行动态环境会造成惯性器件很大的误差。

其中单纯的捷联系统数学模型应用于常规弹药上是可行的，而且其数学模型

精度很高, 计算机的算法误差和初始对准误差可以由算法设计和程序设计来控制, 其可控制度在总体测量误差的 10%; 而惯性敏感元件的误差是由于原理、加工和装配工艺不完善等造成的敏感元件本身的输出误差, 这个是比较难以控制的, 但通常这项误差是总量误差中最多的。

正是由于上述误差因素的存在, 造成 MIMU 惯性导航系统的初始工作误差及弹体运动过程中系统的累积误差的存在。因此, 必须对系统进行分析, 并设法加以消除和补偿^{[9][10]}。

3.2.1 微惯性测量元件的精度与误差

微惯性测量元件即 MIMU 的精度对导航解算结果起着非常重要的作用, MIMU 的精度太低会严重影响弹道修正的效果, 但如果太高又会造成不必要的浪费, 所以对 MIMU 精度的分析和对 MIMU 的误差分析也就显得尤为重要的。

对微惯性测量元件的精度分析, 主要通过一下步骤来完成^{[18][21]}:

- (1) 通过对 MIMU 数学仿真模型的建立, 得到弹体实际空间数据;
- (2) 利用得到的弹体实际空间数据进行弹道辨识, 得到所需要的实际弹道参数;
- (3) 利用弹道参数计算实际落点;
- (4) 在 MIMU 输出数据中加入陀螺仪和加速度计的误差, 得到加入误差后的弹体落点, 计算射程偏差和方向偏差;
- (5) 经多次重复, 得到 MIMU 误差和弹体落点精度。

就此可以选出相应精度的惯性器件, 来满足导航要求。

微惯性器件误差主要由确定性误差及随机误差构成, 前者主要指扰动误差(敏感物理模型中的参数变换)和环境敏感误差(敏感环境的干扰); 后者指由不确定因素引起的随机漂移, 主要包括偏差不稳定性、速率随机游走和角随机游走。微惯性器件应用于导航系统前必须经过误差补偿, 补偿通过硬件和软件两种方式进行。硬件补偿主要针对刻度因子误差、轴失准误差等确定性误差, 采用特殊结构或电路来消除或减小。软件补偿主要针对随机误差, 它取决于微惯性器件随机误差特性的先验知识(误差模型)和外部参考信息, 根据微惯性器件误差模型构造状态方程, 利用其他传感器信息构造观测方程, 再用滤波器将两类信息进行融合来估计出随机误差的状态参数^[18]。

3.2.2 安装误差

在 MIMU 系统中, 加速度计和陀螺仪直接安装在弹体上, 且分别安装在六面体的三个正交平面内。按照要求, 三个加速度计和三个陀螺仪的三个输出轴, 应和弹体坐标系的三个轴完全一致, 但在实际情况中, 安装时总是存在误差, 每个加速度计或陀螺仪输入轴的安装误差可以用两个参数来描述^[18], 如图 3.2 所示。

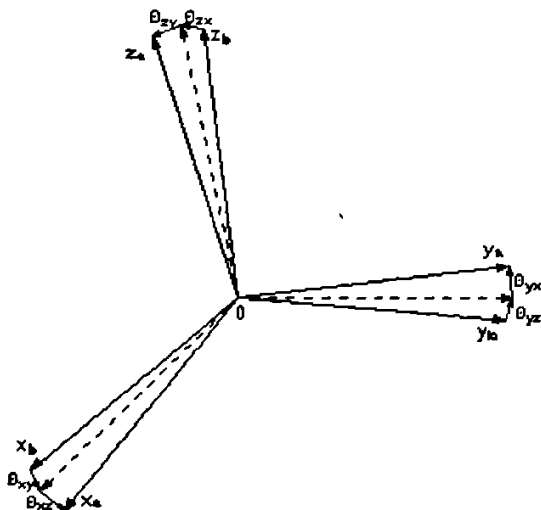


图 3.2 安装误差示意图

此时, 加速度计坐标系和陀螺坐标系都变成了非正交坐标系。图中 ox_b, y_b, z_b 为六面体基准正交坐标系, ox_a, y_a, z_a 为加速度计实际非正交坐标系, $\theta_i (i, i = x, y, z)$ 为加速度计 i 绕 j 轴的安装误差角。考虑到安装误差角都是较小量, 所以和弹体坐标系之间的变换矩阵可写成:

$$c_a^b = I + \Delta c_a^b \quad (3-1)$$

式中,

$$\Delta c_a^b = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_{yz} & \theta_{zy} \\ \theta_{xz} & 0 & -\theta_{zx} \\ -\theta_{xy} & \theta_{yx} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

c_a^b 为加速度计坐标系和弹体坐标系之间的变换矩阵, 用 c_g^b 表示陀螺坐标系和弹体坐标系之间的变换矩阵, 则有:

$$c_g^b = I + \Delta c_g^b \quad (3-3)$$

设某矢量从正交坐标系到非正交坐标系的转换形式为： $f^a = (c_a^b)f^b$ ，经变换后有：

$$c_a^b f^a = c_a^b (c_a^b)^T f^b, \text{ 又因为 } c_a^b = I + \Delta c_a^b,$$

则：

$$c_a^b (c_a^b)^T = (I + \Delta c_a^b)(I + (\Delta c_a^b)^T) = I + \Delta c_a^b + (\Delta c_a^b)^T \quad (3-4)$$

所以有：

$$\begin{aligned} f^b &= [c_a^b (c_a^b)^T]^{-1} c_a^b f^a = [I + \Delta c_a^b + (\Delta c_a^b)^T]^{-1} (I + \Delta c_a^b) f^a \\ &= [I - \Delta c_a^b - (\Delta c_a^b)^T] (I + \Delta c_a^b) f^a = [I - (\Delta c_a^b)^T] \tilde{f}^a \end{aligned} \quad (3-5)$$

类似的情况，如果把陀螺测量的角速度正确的变换到弹体坐标系，其变换关系为：

$$\omega_{ib}^b = [I - (\Delta c_g^b)^T] \tilde{\omega}_{ib}^b \quad (3-6)$$

按 (3-5) 和 (3-6) 式进行变换可以消除惯性仪表的安装误差。但是，要进行这个变换需要有 $(\Delta c_a^b)^T$ 和 $(\Delta c_g^b)^T$ ，即需要知道加速度计和陀螺的安装角误差。这在实际上往往是做不到的。因此常把加速度计的测量比力 \tilde{f}^a 当作是弹体坐标系轴向测量的比力，则：

$$\tilde{f}^b = \tilde{f}^a = (c_a^b)^T f^b = [I + (\Delta c_a^b)^T] f^b \quad (3-7)$$

类似的情况，把陀螺测量的加速度 $\tilde{\omega}_{ib}^g$ 当作沿弹体坐标系轴向测量的角速度 $\tilde{\omega}_{ib}^b$ 即：

$$\tilde{\omega}_{ib}^b = \tilde{\omega}_{ib}^g = (c_g^b)^T \omega_{ib}^b = [I + (\Delta c_g^b)^T] \omega_{ib}^b \quad (3-8)$$

式中的 $(\Delta c_a^b)^T f^b$ 为加速度计的安装误差， $(\Delta c_g^b)^T \omega_{ib}^b$ 为陀螺的安装误差^[18]。

3.2.3 标度误差

加速度计和陀螺仪的输出是脉冲信号，每一个脉冲信号代表一个速度增量（加速度计）或一个角度增量（陀螺仪）。将这一增量用 q_a 、 q_g 表示， q_a 称作加速度计的标度因子， q_g 称作陀螺的标度因子。 q_a 、 q_g 是通过测试确定的，并存在计算机中。在工作过程中，每次采样后，将采样得到的脉冲数乘以标度因子便得到所要的增量。但是，在惯性测量元件工作的过程中实际的标度因子和存放在计算机中

的标度因子可能不一致，即标度因子存在着误差，也称标度误差。与存放在计算机内的标度因子的关系为^[22]：

$$\begin{cases} q_{ac} = q_a(I + K_a) \\ q_{gc} = q_g(I + K_g) \end{cases} \quad (3-9)$$

式中 K_a 为三个加速度计的标度因子误差量形成的对角线阵， K_g 为三个陀螺仪标度因子误差量形成的对角线阵，其表达式为：

$$K_a = \begin{bmatrix} k_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & k_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & k_{az} \end{bmatrix} \quad K_g = \begin{bmatrix} k_{gx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{gy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{gz} \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

当 x 轴向陀螺输出角增量为 $\Delta\theta_x$ 时，则相应的脉冲数为： $n = \frac{\Delta\theta_x}{q_{gx}}$ ，在计算机

内乘以标度因子 q_{gx} ，则在计算机内得到增量为 $q_{gx} \times \frac{\Delta\theta_x}{q_{gx}}$ ，则：

$$\Delta\tilde{\theta}_x = (1 + k_{gx})\Delta\theta_x \quad (3-11)$$

上式也可以写成角速率的形式，即：

$$\omega_{ibx}^s = (1 + k_{gx})\omega_{ibx}^g$$

相同的， y 轴与 z 轴分别为：

$$\begin{aligned} \omega_{iby}^s &= (1 + k_{gy})\omega_{iby}^g \\ \omega_{ibz}^s &= (1 + k_{gz})\omega_{ibz}^g \end{aligned} \quad (3-12)$$

用上面三式将陀螺的输出表示出来为：

$$\tilde{\omega}_b^s = (I + K_g)\omega_b^g \quad (3-13)$$

同理，加速度计的输出可表示为：

$$\tilde{f}^a = (I + K_a)f^a \quad (3-14)$$

式中 $K_g\omega_b^g$ 和 K_af^a 即标度因子误差量所引起的角速度误差和比力误差，习惯上称为陀螺和加速度计的标度误差。

如果同时考虑安装误差和标度误差，并考虑到陀螺本身的漂移误差 ε 和加速度计的零位误差 ∇ ，则有：

$$\begin{cases} \tilde{f}^b = (I + K_a)[I + (\Delta c_a^b)^T]f^b + \nabla \\ \tilde{\omega}_{ib}^b = (I + K_g)[I + (\Delta c_g^b)^T]\omega_{ib}^b + \varepsilon \end{cases} \quad (3-15)$$

将上式展开，并略掉二阶微量得：

$$\begin{cases} \tilde{f}^b = [I + K_a + (\Delta c_a^b)^T]f^b + \nabla \\ \tilde{\omega}_{ib}^b = [I + K_g + (\Delta c_g^b)^T]\omega_{ib}^b + \varepsilon \end{cases} \quad (3-16)$$

3.3 动基座下 MIMU 系统误差方程

惯导系统误差方程的导出有两种方法。一种是 Φ 角法，即真实地理坐标系法，是在对应惯导系统真实地理位置的地理坐标系中，对标准非线性导航方程给出一扰动而导出。另一种是 Ψ 角法，即计算地理坐标系法，其是在对应惯导系统计算出的地理位置的地理坐标系中，给出标准非线性扰动而导出。这两种模型实质上是等价的。

在描述惯导系统的误差特性中，可将系统误差微分方程分为平动误差方程和姿态误差方程，分别反映惯导系统的平动误差传播特性和姿态误差传播特性。其中，平动误差方程表示形式取决于方程中的变量是位置误差还是速度误差；姿态误差方程的表示形式取决于方程中的变量是取载体坐标系与计算坐标系之间的误差角 Ψ ，还是取载体坐标系与真是地理坐标系之间的误差角 Φ 。因此，在建立导航系统误差模型之前，首先要确定采用哪种方法来建立误差模型。在本论文中，采用 Φ 角法建立动基座捷联式导航系统的误差模型，平动误差方程采用速度误差形式^{[25][30]}。

3.3.1 数学平台误差角的建立^{[25][27][28]}

在捷联惯导系统中，运动信息从弹体系到导航坐标系的转换，是通过建立于计算机中的坐标变换矩阵 C_b^i 来完成的。 C_b^i 并非一个物理实体，而是一个数学变换。

这里用 t' 表示计算得到的地理系，它和真实地理系 t 之间有小角度值 $\bar{\phi}$ ，用 m 表示测量的意思， c 表示计算的意思。在捷联惯导系统中，数学平台的误差角运动由矩阵微分方程 $\dot{c}_b^i = c_b^i \Omega_{i'bc}^b$ 确定，而反对称矩阵 $\Omega_{i'bc}^b$ 决定于列矩阵 $\omega_{i'b}^b$ 。因此，在推导数学平台误差角方程的过程中，首先要推导 $\omega_{i'b}^b$ ，然后再将矩阵微分方程变换成从 t' 系到 t 系的误差角 $\bar{\phi}$ 表征的数学平台误差方程。加速度计测量值 \bar{a}_{ibm}^b 送入计算

机后，经坐标变换矩阵 c_b^t 得到 t' 系下的计算值：

$$a_{ibc}^{t'} = c_b^{t'} a_{ibm}^b \quad (3-17)$$

对 $a_{ibc}^{t'}$ 中的有害角速度进行补偿，可以得到相对加速度，经过一次积分得到在 t' 系的位移角速率 $\omega_{et'c}^{t'}$ ，依靠 $c_{t'}^b$ 可以得到弹体系内的位移角速率计算值：

$$\omega_{et'c}^b = c_{t'}^b \omega_{et'c}^{t'} \quad (3-18)$$

设弹体所在位置的经度、纬度分别为 λ 、 φ ，而通过大地测量所得到的经纬度为 $\varphi_m = \varphi + \delta\varphi$ 、 $\lambda_m = \lambda + \delta\lambda$ ，则地球自转角速率为：

$$\omega_{iec}^m = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi_m \\ \omega_{ie} \sin \varphi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_{ie} \sin \varphi \cdot \delta\varphi \\ \omega_{ie} \cos \varphi \cdot \delta\varphi \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

上标 m 表示在测量地理系 t_m 内测得的 λ_m 、 φ_m 位置所对应的角速率。 $\delta\lambda$ 、 $\delta\varphi$ 为一阶小量。令 (3-19) 式右端第二项为：

$$\delta_1 \omega_{iec}^m = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_{ie} \sin \varphi \cdot \delta\varphi \\ \omega_{ie} \cos \varphi \cdot \delta\varphi \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

于是 (3-19) 式可以写成：

$$\omega_{iec}^m = \omega_{ie}^t + \delta_1 \omega_{iec}^m \quad (3-21)$$

利用 $c_{t'}^b$ 矩阵将地球角速率变换到 b 系下，因此有：

$$\omega_{iec}^b = c_{t'}^b \omega_{ie}^t + c_{t'}^b \delta_1 \omega_{iec}^m \quad (3-22)$$

由于纬度误差是一阶小量，所以 $\delta_1 \omega_{iec}^m$ 也是一阶小量；又由于测量地理系 t_m 和计算地理系 t' 相对于理想地理系 t 都只是小角度偏差，因此可以认为 t_m 和 t' 系之间也是小角度偏差。根据一阶小量在两个接近重合的坐标系中分解时投影相等理论，故两个接近重合的坐标系可以互换。于是 (3-22) 式右端第二项可写成：

$$c_{t'}^b \delta_1 \omega_{iec}^m = c_{t'}^b \delta_1 \omega_{iec}^{t'} = \delta_1 \omega_{iec}^b \quad (3-23)$$

由于 t' 系偏离 t 系一个小角向量 $\bar{\phi}$ ，有：

$$c_{t'}^{t'} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_z & -\phi_y \\ -\phi_z & 1 & \phi_x \\ \phi_y & -\phi_x & 1 \end{bmatrix} = I + \phi^t \quad (3-24)$$

式中,

$$\phi' = \begin{bmatrix} 0 & \phi_z & -\phi_y \\ -\phi_z & 0 & \phi_x \\ \phi_y & -\phi_x & 0 \end{bmatrix}$$

于是,

$$[c_i']^T = \begin{bmatrix} 1 & -\phi_z & \phi_y \\ \phi_z & 1 & -\phi_x \\ -\phi_y & \phi_x & 1 \end{bmatrix} = I - \phi' \quad (3-25)$$

所以, (3-22) 式的右端为:

$$\begin{aligned} c_i'^b \omega_{ie}^t &= c_i^b c_i'^t \omega_{ie}^t \\ &= c_i^b (I - \phi') \omega_{ie}^t \\ &= c_i^b \omega_{ie}^t - c_i^b \phi'^t \omega_{ie}^t \\ &= \omega_{ie}^b - \phi^b \omega_{ie}^b \end{aligned} \quad (3-26)$$

上式表明, 在 b 系下地理角速率的理想值和计算值之间, 有交叉耦合误差。

$$\text{令} \quad \delta_2 \omega_{iec}^b = \phi^b \omega_{ie}^b \quad (3-27)$$

于是, (3-19) 式可写成:

$$\omega_{iec}^b = \omega_{ie}^b - \delta_2 \omega_{iec}^b + \delta_1 \omega_{iec}^b \quad (3-28)$$

上式表明, 算得的地球角速率中有两部分误差: 因计算地理系 t' 和 t 系不重合的交叉耦合误差和测量地理系 t_m 和 t 系之间的位置误差。

根据速度合成定理, 有:

$$\omega_{et'c}^b + \omega_{iec}^b = \omega_{it'c}^b \quad (3-29)$$

所以则有:

$$\omega_{it'c}^b = \omega_{ie}^b - \delta_2 \omega_{iec}^b + \delta_1 \omega_{iec}^b + \omega_{et'c}^b \quad (3-30)$$

由上式可知, 计算的 $\omega_{it'c}^b$ 由两部分组成: 一是地球角速率 ω_{ie}^b , 其中包含大地测量误差 $\delta_1 \omega_{iec}^b$ 和坐标变换误差 $\delta_2 \omega_{iec}^b$ 。二是相对角速率 $\omega_{et'c}^b$, 它是由加速度计的输出经过补偿有害加速度, 经一次积分得到, 它是前向通道误差角速率。

此外, 陀螺输出的测量值中除了地球角速率以外, 还包含了陀螺漂移 ε^b 和干扰运动 ω_d (例如阵风等), 于是有:

$$\omega_{ibm}^b = \omega_{ie}^b + \omega_d^b + \varepsilon^b \quad (3-31)$$

$$\text{设} \quad \delta\omega_{ib}^b = \omega_d^b + \varepsilon^b \quad (3-33)$$

$$\text{则} \quad \omega_{ibm}^b = \omega_{ie}^b + \delta\omega_{ib}^b \quad (3-34)$$

将陀螺测量值 ω_{ibm}^b 与存储的 ω_{iec}^b 及 $\omega_{et'c}^b$ 按下式计算可得:

$$\omega_{t'bc}^b = \omega_{ibm}^b - (\omega_{iec}^b + \omega_{et'c}^b) = \omega_{ibm}^b - \omega_{it'c}^b \quad (3-35)$$

将 (3-31) 和 (3-34) 式代入上式得:

$$\begin{aligned} \omega_{t'bc}^b &= \omega_{ie}^b + \delta\omega_{ib}^b - (\omega_{ie}^b - \delta_2\omega_{iec}^b + \delta_1\omega_{iec}^b + \omega_{et'c}^b) \\ &= \delta\omega_{ib}^b + \delta_2\omega_{iec}^b - \delta_1\omega_{iec}^b - \omega_{et'c}^b \end{aligned} \quad (3-36)$$

与 (3-36) 式对应的反对称矩阵为:

$$\Omega_{t'bc}^b = \delta\Omega_{ib}^b + \delta_2\Omega_{iec}^b - \delta_1\Omega_{iec}^b - \Omega_{et'c}^b \quad (3-37)$$

由方向余弦矩阵微分方程 $\dot{c}_b^{t'} = c_b^{t'}\Omega_{t'b}^b$ 可以得到:

$$\dot{\phi} = -\omega_{t'bc}^{t'} = -c_b^{t'}\omega_{t'bc}^b \quad (3-38)$$

上式左端为 t' 系相对于 t 系的误差角的变化率, 右端为引起误差角运动的误差源。由 (3-36) 式可知, 误差源分三类: 第一类中包含两种成分, 其一是加速度计的测量值信号经过前向通道变换成的误差角速率 $\omega_{et'c}^b$; 其二是由大地测量误差产生的误差角速率 $\delta_1\omega_{iec}^b$ 。第二类是陀螺输出的测量误差 $\delta\omega_{ib}^b$ 。第三类是由外部信息建立的初始数学平台 $c_b^{t'}$ 误差而引起的计算误差角速率 $\delta_2\omega_{iec}^b$, 方程式中的负号是因为等式左端是 t' 系相对于 t 系的运动, 而右端是 b 系相对于 t' 系的运动。

将 (3-36) 式代入 (3-38) 式, 得到:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^{t'} &= c_b^{t'}(-\delta\omega_{ib}^b - \delta_2\omega_{iec}^b + \delta_1\omega_{iec}^b + \omega_{et'c}^b) \\ &= -\delta\omega_{ib}^{t'} - \delta_2\omega_{iec}^{t'} + \delta_1\omega_{iec}^{t'} + \omega_{et'c}^{t'} \end{aligned} \quad (3-39)$$

将上式写成矩阵形式:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\phi}_x^i \\ \dot{\phi}_y^i \\ \dot{\phi}_z^i \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \delta\omega_{ibx} \\ \delta\omega_{iby} \\ \delta\omega_{ibz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \phi_z & -\phi_y \\ -\phi_z & 0 & \phi_x \\ \phi_y & -\phi_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{v_y'}{R_m} \\ \omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v_x'}{R_n} \\ \omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v_x'}{R_n} \operatorname{tg} \varphi \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_{ie} \sin \varphi \cdot \delta\varphi \\ \omega_{ie} \cos \varphi \cdot \delta\varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{e'x}^i \\ \omega_{e'y}^i \\ \omega_{e'z}^i \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (3-40)$$

式中, 由加速度计的测量值经过变换而成的误差角速率为:

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_{e'x}^i \\ \omega_{e'y}^i \\ \omega_{e'z}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\delta V_{\sigma}'}{R_m} \\ \frac{\delta V_{\alpha}'}{R_n} \\ \frac{\delta V_{\alpha}'}{R_n} \operatorname{tg} \varphi \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

陀螺仪的测量误差是随机变量, 于是得到动基座的捷联式惯导系统的姿态方程为:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\phi}_x^i \\ \dot{\phi}_y^i \\ \dot{\phi}_z^i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -\phi_z^i & \phi_y^i \\ \phi_z^i & 0 & -\phi_x^i \\ -\phi_y^i & \phi_x^i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{v_y'}{R_m} \\ \omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v_x'}{R_n} \\ \omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v_x'}{R_n} \operatorname{tg} \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\delta v_{\sigma}'}{R_m} \\ \frac{\delta v_{\alpha}'}{R_n} \\ \frac{\delta v_{\alpha}'}{R_n} \operatorname{tg} \varphi \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_{ie} \sin \varphi \delta\varphi \\ \omega_{ie} \cos \varphi \delta\varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_x^i \\ \varepsilon_y^i \\ \varepsilon_z^i \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (3-42)$$

3.3.2 速度误差方程

将速度误差定义为计算速度与载体真实速度之间的差值。

$$\begin{aligned}
 \delta v_x^{i'} &= v_x^c - v_x^i \\
 \delta v_y^{i'} &= v_y^c - v_y^i
 \end{aligned} \quad (3-43)$$

于是有

$$\begin{aligned}\delta \dot{v}_x' &= a_x' - \dot{v}_x^c - \dot{v}_x' \\ \delta \dot{v}_y' &= a_y' - \dot{v}_y^c - \dot{v}_y'\end{aligned}$$

加速度计测得的比力信号由数学平台变换成计算地理系的计算值，为书写简单，略去下标“ib”，但仍表示绝对运动，有：

$$a_c' = (I + \phi')a_m' \quad (3-44)$$

由惯导系统的比力方程，不计垂直通道时，有如下分量式：

$$\begin{aligned}\dot{v}_x' &= f_x' + (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v_x'}{R_n} \operatorname{tg} \varphi) v_y' \\ \dot{v}_y' &= f_y' - (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v_x'}{R_n} \operatorname{tg} \varphi) v_x'\end{aligned} \quad (3-45)$$

而导航计算机中解算的速度方程则是：

$$\begin{aligned}\dot{v}_x^c &= f_{mx}^c + (2\omega_{ie} \sin \varphi_c + \frac{v_x^c}{R_n} \operatorname{tg} \varphi_c) v_y^c \\ \dot{v}_y^c &= f_{my}^c - (2\omega_{ie} \sin \varphi_c + \frac{v_x^c}{R_n} \operatorname{tg} \varphi_c) v_x^c\end{aligned} \quad (3-46)$$

式中 f_{mx}^c 、 f_{my}^c 是加速度计的实际输出。为简单起见，略去加速度计的刻度系数误差、安装误差，只考虑加速度计的零偏 ∇_x' 、 ∇_y' 。因载体系对地理系有误差角，故输出给计算机的计算比力 f^c 可写成：

$$\begin{bmatrix} f_{mx}^c \\ f_{my}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_z' & -\phi_y' \\ -\phi_z' & 1 & \phi_x' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x' \\ f_y' \\ f_z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nabla_x' \\ \nabla_y' \end{bmatrix} \quad (3-47)$$

将 (3-47) 式代入 (3-46) 式，有：

$$\begin{aligned}\dot{v}_x^c &= f_{mx}^c + (2\omega_{ie} \sin \varphi_c + \frac{v_x^c}{R_n} \operatorname{tg} \varphi_c) v_y^c + \phi_z' f_y' - \phi_y' f_z' + \nabla_x' \\ \dot{v}_y^c &= f_{my}^c - (2\omega_{ie} \sin \varphi_c + \frac{v_x^c}{R_n} \operatorname{tg} \varphi_c) v_x^c - \phi_z' f_x' + \phi_x' f_z' + \nabla_y'\end{aligned} \quad (3-48)$$

注意到：

$$\begin{aligned}\varphi_c &= \varphi + \delta\varphi \\ \sin \varphi_c &= \sin \varphi + \cos \varphi \cdot \delta\varphi \\ \operatorname{tg} \varphi_c &= \operatorname{tg} \varphi + \sec^2 \varphi \cdot \delta\varphi\end{aligned} \quad (3-49)$$

将 (3-48)、(3-49) 式代入 (3-43) 式, 且设 $v'_z = 0$, 得:

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{v}_x &= \frac{v'_y}{R_m} \tan \varphi \cdot \delta v_x + (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \tan \varphi) \cdot \delta v_y \\
 &\quad + (2\omega_{ie} \cos \varphi \cdot v'_y + \frac{v'_x v'_y}{R_n} \sec^2 \varphi) \cdot \delta \varphi \\
 &\quad + \phi'_z \left[v'_y + (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \tan \varphi) v'_x \right] \\
 &\quad - \phi'_y \left[v'_z - \frac{(v'_y)^2}{R_m} - (2\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v'_x}{R_n}) v'_x + g \right] + \nabla'_x \\
 \delta \dot{v}_y &= -(2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{2v'_x}{R_n} \tan \varphi) \cdot \delta v_x \\
 &\quad - \left[2\omega_{ie} \cos \varphi \cdot v'_x + \frac{(v'_x)^2}{R_n} \sec^2 \varphi \right] \cdot \delta \varphi \\
 &\quad - \phi'_z \left[v'_y - (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \tan \varphi) v'_y \right] \\
 &\quad + \phi'_x \left[v'_z - \frac{(v'_y)^2}{R_m} - (2\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v'_x}{R_n}) v'_x + g \right] + \nabla'_y
 \end{aligned} \tag{3-50}$$

(3-50) 式即在动基座上的速度误差方程。

令:

$$\begin{aligned}
 v'_x &= v'_y = v'_z = 0 \\
 \dot{v}'_x &= \dot{v}'_y = \dot{v}'_z = 0
 \end{aligned}$$

即可得到静基座的速度误差方程, 为:

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{v}_x &= 2\omega_{ie} \sin \varphi \cdot \delta v_y - \phi'_y g + \nabla'_x \\
 \delta \dot{v}_y &= -2\omega_{ie} \sin \varphi \cdot \delta v_x + \phi'_x g + \nabla'_y
 \end{aligned} \tag{3-51}$$

3.3.3 位置误差

位置误差方程为:

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{\varphi} &= \frac{\delta v_y}{R_m} \\
 \delta \dot{\lambda} &= \frac{\delta v_x}{R_n} \sec \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \delta \varphi \cdot \tan \varphi \cdot \sec \varphi
 \end{aligned} \tag{3-52}$$

同样当 $v'_x = 0$ 时得到静基座位置误差方程:

$$\begin{aligned}\delta\dot{\varphi} &= \frac{\delta v_y}{R_m} \\ \delta\dot{\lambda} &= \frac{\delta v_x}{R_n} \sec\varphi\end{aligned}\quad (3-53)$$

3.4 系统误差仿真及分析

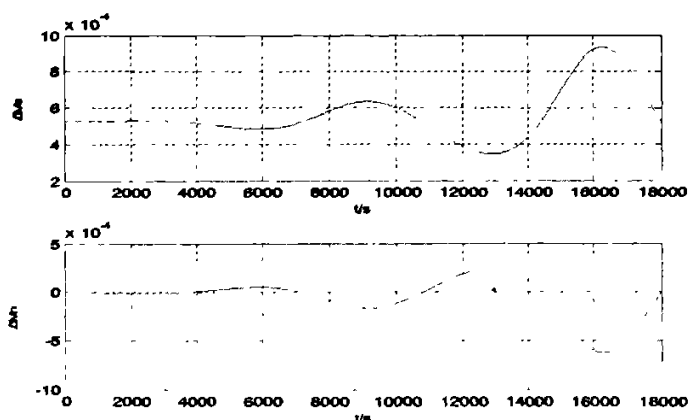
在进行理论误差分析时,选择在动基座条件下分析系统误差动态特性,更适合在高动态环境下系统进行导航解算。对于系统测量元件的确定性误差分析在导航初始阶段是可以测量计算的,并能够在实时导航时进行补偿和消除。对测量元件确定性误差进行仿真分析,可以有助于了解捷联惯导系统初始对准的重要性,以及根据要求的导航精度选择合适的惯性测量元件的精度,并对初始对准精度提出更高的要求。

在进行系统误差仿真时,考虑到是在动基座条件下,陀螺仪的漂移和加速度计测量误差会对系统误差造成一定影响,同时比静基座还要引入在 x, y 方向上的速度影响,这就要求建立好导航系统的误差方程,并进行仿真。

在动基座下 MIMU 惯性导航系统的误差方程为:

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{v}_x &= \frac{v'_y}{R_m} \lg \varphi \cdot \delta v_x + (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \lg \varphi) \cdot \delta v_y + (2\omega_{ie} \cos \varphi \cdot v'_y + \frac{v'_x v'_y}{R_n} \sec^2 \varphi) \cdot \delta \varphi \\
 &\quad + \phi'_z \left[v'_y + (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \lg \varphi) v'_x \right] - \phi'_y \left[v'_x - \frac{(v'_y)^2}{R_m} - (2\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v'_x}{R_n}) v'_x + g \right] + \nabla'_x \\
 \delta \dot{v}_y &= -(2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{2v'_x}{R_n} \lg \varphi) \cdot \delta v_x - \left[2\omega_{ie} \cos \varphi \cdot v'_x + \frac{(v'_x)^2}{R_n} \sec^2 \varphi \right] \cdot \delta \varphi \\
 &\quad - \phi'_z \left[v'_x - (2\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \lg \varphi) v'_y \right] + \phi'_x \left[v'_z - \frac{(v'_y)^2}{R_m} - (2\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v'_x}{R_n}) v'_x + g \right] + \nabla'_y \\
 \delta \dot{\varphi} &= \frac{\delta v_y}{R_m} \\
 \delta \dot{\lambda} &= \frac{\delta v_x}{R_n} \sec \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \delta \varphi \cdot \lg \varphi \cdot \sec \varphi \\
 \dot{\phi}'_x &= -\frac{\delta v'_y}{R_m} - \phi'_z (\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v'_x}{R_n}) + \phi'_y (\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \tan \varphi) + \varepsilon'_x \\
 \dot{\phi}'_y &= \frac{\delta v'_x}{R_n} - \phi'_z \frac{v'_y}{R_m} - \phi'_x (\omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v'_x}{R_n} \tan \varphi) - \omega_{ie} \sin \varphi \delta \varphi + \varepsilon'_y \\
 \dot{\phi}'_z &= \frac{\delta v'_x}{R_n} \tan \varphi + \phi'_y \frac{v'_y}{R_m} + \phi'_x (\omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v'_x}{R_n}) + \omega_{ie} \cos \varphi \delta \varphi + \varepsilon'_z
 \end{aligned} \tag{3-54}$$

当误差取常值时，状态方程就可以简化为微分方程，再利用拉式变换就可求出 MIMU 惯性导航系统下的误差传播特性。绘制误差曲线如下图 3.3—3.7 所示：



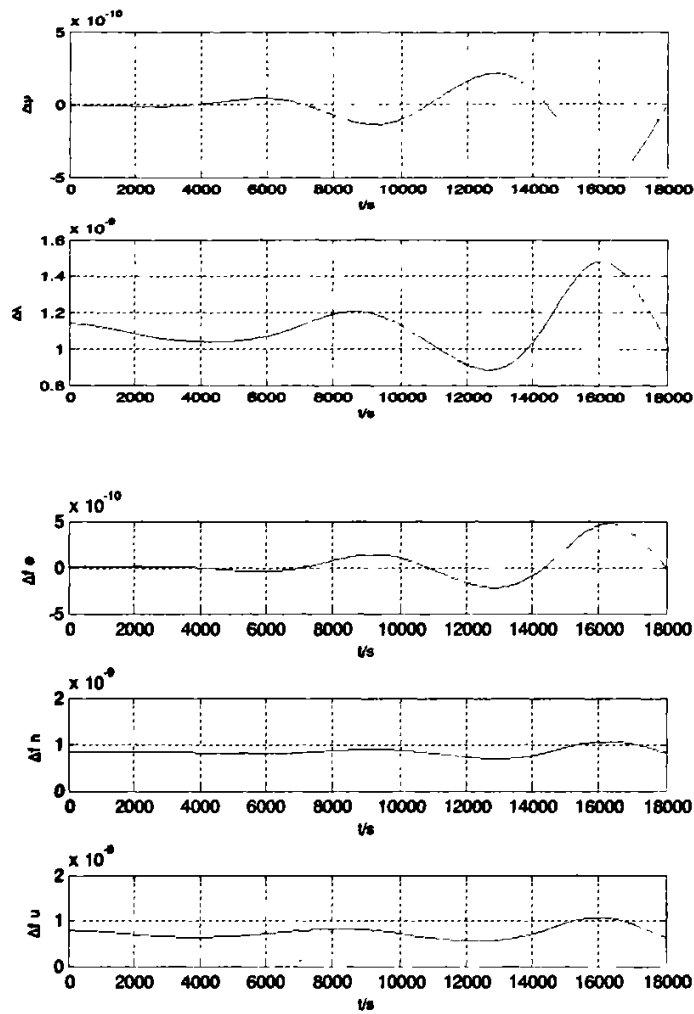
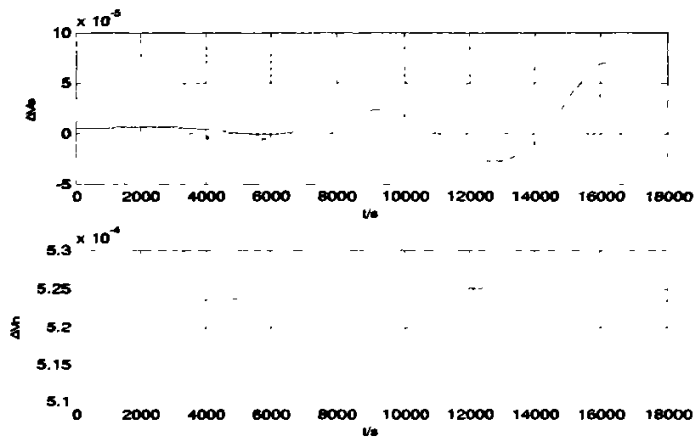


图 3.3 天向陀螺常值漂移($\varepsilon_x^t = 0.0015^\circ/s$)引起的系统误差仿真曲线



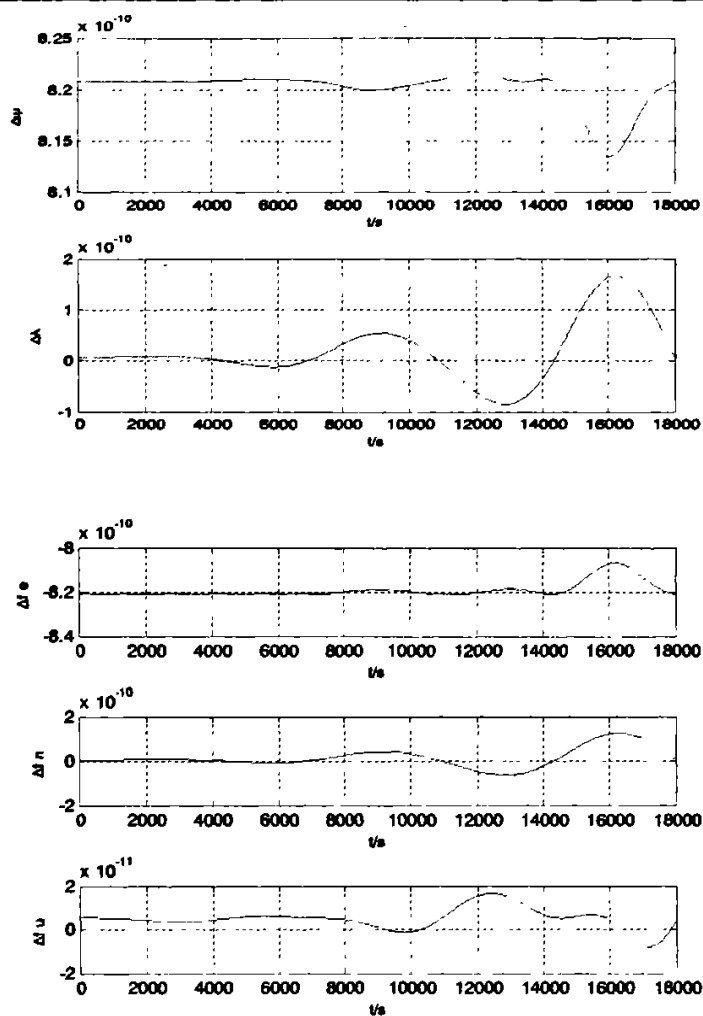
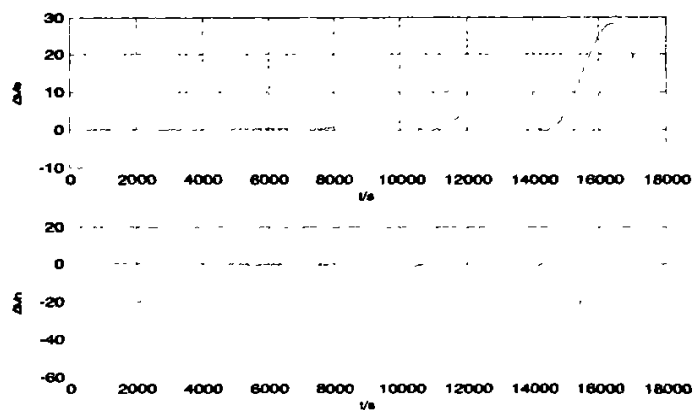


图 3.4 北向陀螺常值漂移 ($\epsilon_y' = 0.0015^\circ/s$) 引起的系统误差仿真曲线



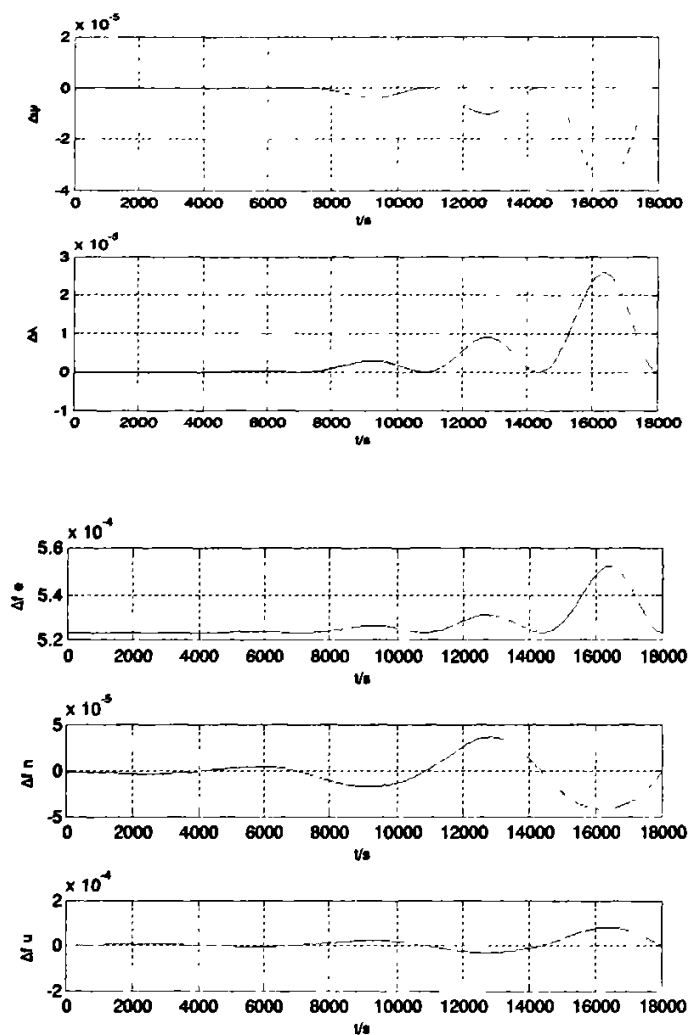
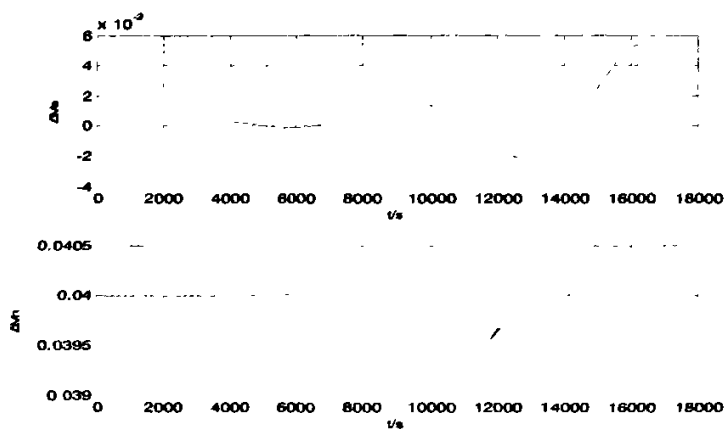


图 3.5 东向陀螺常值漂移 ($\varepsilon_x^i = 0.0015^\circ/s$) 引起的系统误差仿真曲线



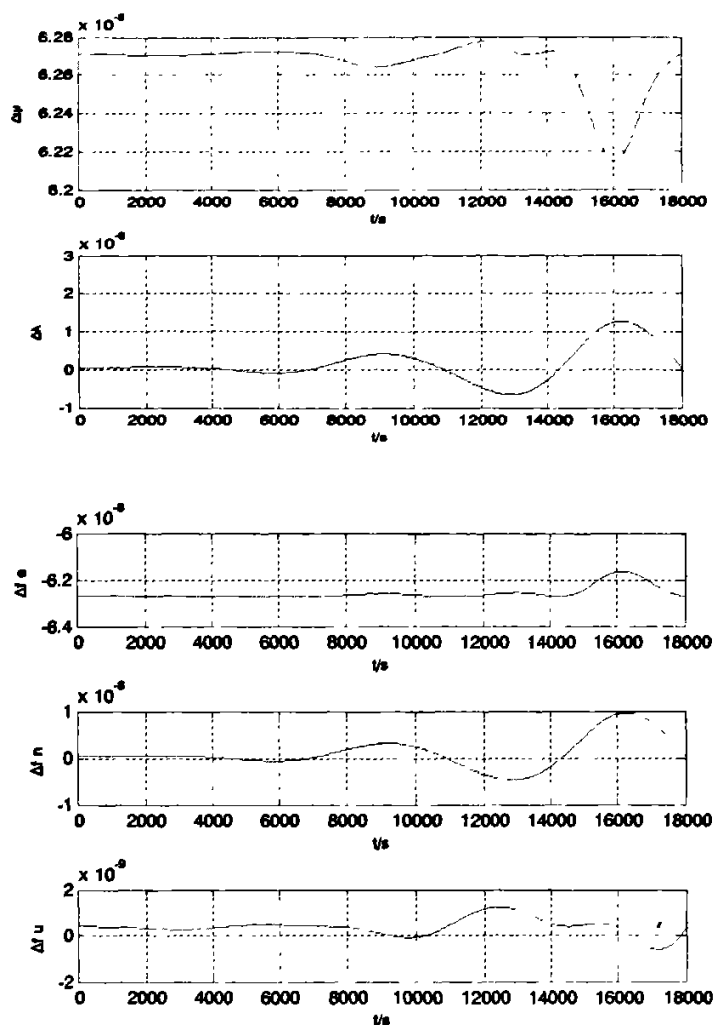
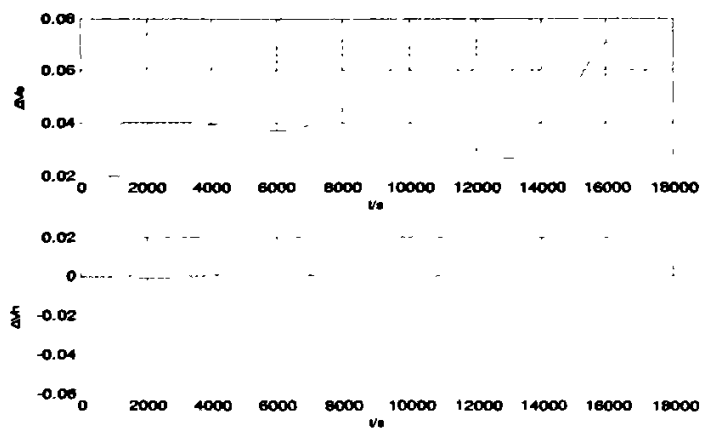


图 3.6 北向加速度计零偏($\nabla_y' = 0.002g$)引起的系统误差仿真曲线



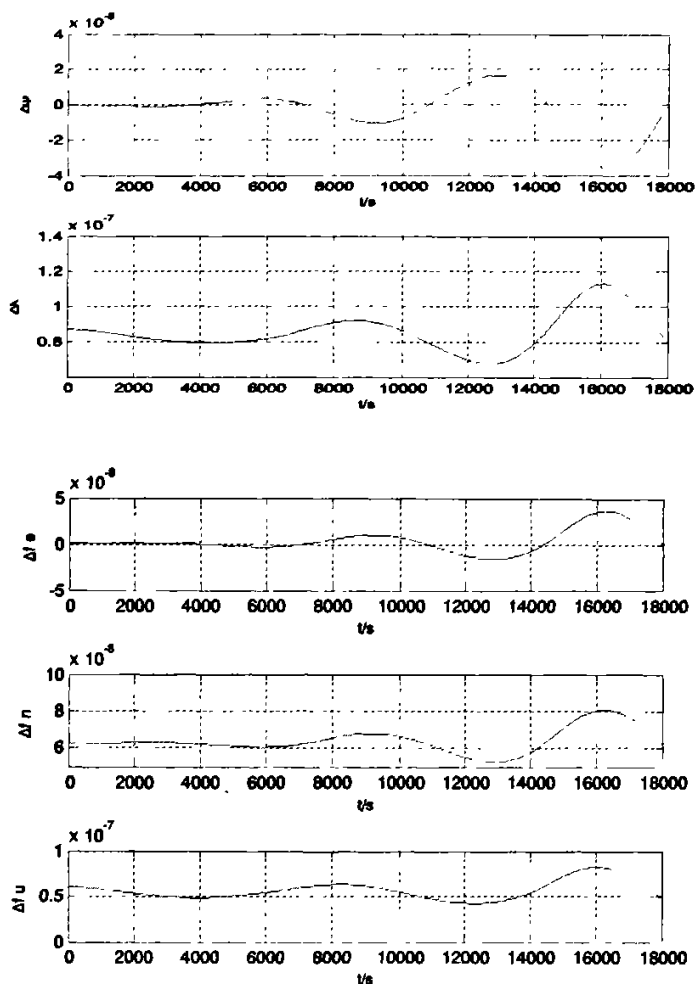


图 3.7 东向加速度计零偏($\nabla_x^t = 0.002g$)引起的系统误差仿真曲线

如各仿真曲线所示, 随着时间的增加, 各误差项都引起了系统相应的振荡, 跟踪时间越长, 其误差曲线振荡也就越剧烈。这是由于误差之间存在各种连带关系, 使得引入某一常值误差项时系统各误差值随即发生了变化, 而且随着时间的累计, 误差值也不断的扩大, 就造成仿真曲线振荡越剧烈。

如图所示, 陀螺仪在东向、北向、天向三个方向上漂移分别给系统带来不同程度的误差, 而其中以东向陀螺漂移对系统误差影响最为明显。根据动基座下 MIMU 惯性导航系统的误差方程可知, 东向陀螺的常值漂移会引起常值的经度和方位误差, 同时对误差状态方程进行求解仿真过程中, 各微分方程之间相互影响

和存在的必然联系，最终导致整个系统存在误差，尤其速度误差最为明显。北向和天向陀螺常值漂移引起的系统误差比较相似，它们主要产生常值的纬度误差和常值的东向速度误差，以及经度误差，由仿真曲线可以看出，北向陀螺和天向陀螺的漂移对系统误差的影响没有东向陀螺漂移的大，但它们会影响到经度和纬度误差，所以说，三个陀螺漂移的大小对系统精度起着不可忽视的作用。

加速度计的零偏也是造成系统误差的原因之一，其中仍以东向加速度计常值零偏对系统造成的影响相对北向加速度计更为明显，由公式可以看出东向加速度计常值零偏主要是对系统经度以及平台误差角造成直接影响，而经过误差传递最终影响到东向和北向的速度误差，降低了系统精度。

为了得到较为明显的仿真结果，本文对在动基座下 MIMU 惯性导航系统误差的跟踪时间比较长，设定为 5 小时，但实际上对于普通常规弹药来讲，由于其射程短，并仍为面打击武器，所以精度要求并不十分严格，若按照上面的仿真结果是足可以满足要求的。进行动基座下 MIMU 惯导系统的误差分析和仿真，不但验证了惯性元件精度的合理性，同时也为导航系统的初始对准和误差补偿提供了可靠依据。

第4章 MIMU 惯性导航系统初始对准技术研究

4.1 引言

惯导系统属于航位推算导航系统,因此在导航以前必须有一个初始化的过程。捷联惯导系统的初始化包括:1、装定初始速度和初始位置;2、捷联数字平台的初始对准;3、惯性仪表的测漂和标定。第一项工作比较简单,第三项任务在陀螺仪性能稳定的情况下,不一定每次启动都要进行,对加速度计也是如此,可以在工作一定时间后进行重新标定。而第二项数学平台的初始对准,每次启动进入正式工作状态之前都要进行,而且要求对准精度高,对准时间短,这也是近年来国内外研究的热点问题^[44]。

惯导系统是一种自主式导航系统。它不需要任何人为的外部信息,只要给定导航的初始速度、位置等信息,便可根据系统中的惯性敏感元件测量的比力和角速率实时地计算出各种导航参数^[41]。根据惯性导航系统原理,载体的位置是由系统中加速度计测得的加速度经过两次积分而得到的。惯性导航系统初始对准的基本任务就是在惯导系统进入导航工作状态之前,引入积分的初始条件,以确定载体的初始速度和位置。平台式惯导系统初始对准的任务是控制平台使其跟踪导航坐标系,而捷联惯性导航系统初始对准的目的就是建立捷联矩阵的初始值^{[31][32][33]}。

4.2 捷联系统初始对准原理及特点

初始对准的任务就是完成捷联矩阵的初始值,对准的要求一般包括精度和快速性两个方面。按阶段分,初始对准一般分为两个阶段:第一阶段为粗对准,其主要任务就是得到粗略的捷联矩阵,为后续的精对准提供基础,此阶段的精度相对较低,但计算速度快。第二阶段为精对准,其主要是在粗对准的基础上,通过处理惯性敏感元件的输出信息,精确校正真是导航坐标系与计算的导航坐标系之间的失准角,使之趋于零,从而得到精确的捷联矩阵。

在粗对准阶段,用捷联惯导系统的陀螺仪和加速度计测量的重力加速度 g 和地球自转角速度 ω_{ie} ,直接估算出载体坐标系到导航坐标系的变换矩阵 T 。在精对准阶段,将 T 的误差作为输入量,经过设计控制回路精确的校正姿态矩阵,使得 T 的

误差接近于零^{[34][35][36]}。

初始捷联矩阵将初始平台坐标系选定在一定的导航坐标系上, 本文选择地理坐标系, 进而给出初始对准原理框图如下所示^[45]:

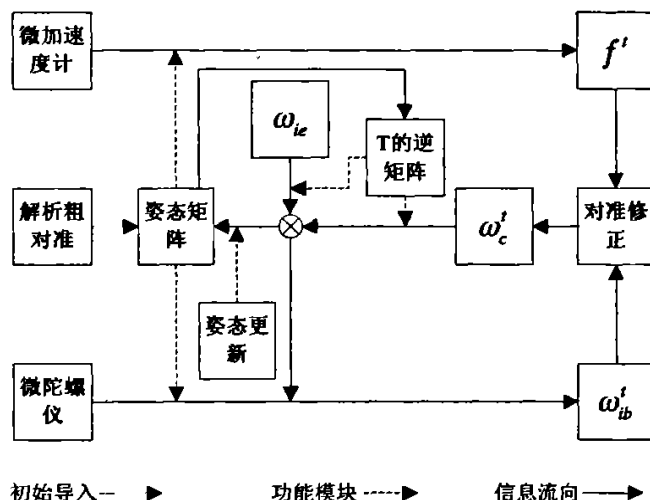


图 4.1 初始对准原理框图

捷联系统初始对准的特点^[9]:

(1) 要测定瞬时的方向余弦矩阵。捷联系统与平台系统的差别就是前者在初始对准时, 必须求出瞬时方向余弦矩阵, 而不是平均方向余弦矩阵。这是由于对于捷联系统来讲, 弹体的角运动不能被物理上隔离, 随之而来的是在捷联系统初始对准过程中还要必须对付上述弹体运动对误差角速度测量精度的影响, 这一点往往比测瞬时方向余弦矩阵还要困难。

(2) 有更多可用的信息。对于平台系统, 只有加速度计输出可直接用于初始对准, 陀螺输出要提供平台稳定回路, 而沿平台轴输出信息只能从同位器获得, 但同位器的分辨率太低, 不能满足初始对准精度的要求。与此相反, 捷联陀螺的信息具有极高的分辨率, 可直接用于初始对准。这是捷联系统优于平台系统的地方, 对方位陀螺标定尤为有力。

(3) 有利于在初始对准过程中标定惯性元件的参数。捷联系统能在对准过程中标定更多的惯性元件的误差系数。初始对准的要求, 一般包括精度和快速性两个方面。为了满足高精度要求, 希望惯性敏感元器件具有尽可能高的精度和稳定性, 并希望系统对外界干扰不敏感, 即整个系统的鲁棒性要好。为了提高系统的精度,

还希望初始对准能对陀螺漂移, 加速度计零位误差以及它们的标度系数进行测定和补偿。要使得系统具有较好的抗干扰能力, 还应采用频谱分析技术、滤波技术, 将有用信息和干扰信号从时域和频域上加以分离。显然上述措施的实现都需要容量大、速度快的计算机来给予保证。很明显, 精度和快速性这两个方面的要求时矛盾的, 因此, 需要进行系统设计, 尽可能的兼顾这两个方面的要求, 以达到满意的效果。一般的设计原则是在保证初始对准精度前提下设法缩短对准时间^[9]。

4.3 动基座下系统的粗对准的研究与推导

对于捷联式惯性导航系统, 初始对准的目的是确定捷联矩阵 c_b^i 。解析粗对准就是利用加速度计和陀螺仪对重力加速度和地球自转角速度的测量值估算出 c_b^i , 为精对准提供初始条件, 因此选择算法简单、精度更高的粗对准方法有其实意义^[31]。正交向量算法是由 Yeon Fuh Jiang 提出的一种解析粗对准方法, 它是利用重力加速度与地球自转角速度在导航坐标系投影形成的三个相互正交向量 $(a^i, a^i \times \omega^i, (a^i \times \omega^i) \times a^i)$ 和加速度计与陀螺在弹体坐标系内的测量值形成的三个相互正交的向量 $(a^b, a^b \times \omega^b, (a^b \times \omega^b) \times a^b)$ 进行矩阵运算, 从而获得转换矩阵 c_b^i , 其计算公式如下:

$$c_b^i = \begin{bmatrix} (a^i)^T \\ (a^i \times \omega^i)^T \\ [(a^i \times \omega^i) \times a^i]^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (a^b)^T \\ (a^b \times \omega^b)^T \\ [(a^b \times \omega^b) \times a^b]^T \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

假设当地纬度 φ 已知, 地理坐标系采用东北天坐标系, 重力加速度 g 和地球自转角速度 ω_{ie} 在地理系中分量为:

$$a^i = \begin{bmatrix} a_x^i \\ a_y^i \\ a_z^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}, \quad \omega^i = \begin{bmatrix} \omega_x^i \\ \omega_y^i \\ \omega_z^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

令

$$B = \begin{bmatrix} (a^i)^T \\ (a^i \times \omega^i)^T \\ ((a^i \times \omega^i) \times a^i)^T \end{bmatrix}$$

则有

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g \\ g\omega_{ie} \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & g^2\omega_{ie} \cos \varphi & 0 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

$$B^{-1} = \frac{1}{g^2\omega_{ie} \cos \varphi} \begin{bmatrix} 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -g\omega_{ie} \cos \varphi & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

在弹体坐标系的分量形式为:

$$a^b = \begin{bmatrix} a_x^b \\ a_y^b \\ a_z^b \end{bmatrix}, \quad \omega^b = \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

则计算得:

$$a^b \times \omega^b = \begin{bmatrix} a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b \\ -a_x^b \omega_z^b + a_z^b \omega_x^b \\ a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b \end{bmatrix}, \quad (a^b \times \omega^b) \times a^b = \begin{bmatrix} a_z^b (a_z^b \omega_x^b - a_x^b \omega_z^b) - a_y^b (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b) \\ a_x^b (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b) - a_z^b (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b) \\ a_y^b (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b) - a_x^b (a_z^b \omega_x^b - a_x^b \omega_z^b) \end{bmatrix}$$

代入到 (4-1) 式解得 c_b' 为:

$$c_b' = \frac{1}{g^2\omega_{ie} \cos \varphi} \begin{bmatrix} (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b)g & (-a_x^b \omega_z^b + a_z^b \omega_x^b)g & (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b)g \\ a_x^b (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b) - a_z^b (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b) & a_y^b (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b) - a_x^b (a_z^b \omega_x^b - a_x^b \omega_z^b) & a_z^b (a_z^b \omega_x^b - a_x^b \omega_z^b) - a_y^b (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b) \\ -a_x^b g\omega_{ie} \cos \varphi & -a_y^b g\omega_{ie} \cos \varphi & -a_z^b g\omega_{ie} \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

设 c_b' 中的元素为 c_{ij} ($i=1,2,3; j=1,2,3$), 于是根据上式可以求得 c_b' 的九个元素为:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{1}{g\omega_{ie} \cos \varphi} (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b) \\ c_{12} &= \frac{1}{g\omega_{ie} \cos \varphi} (-a_x^b \omega_z^b + a_z^b \omega_x^b) \\ c_{13} &= \frac{1}{g\omega_{ie} \cos \varphi} (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b) \\ c_{22} &= \frac{1}{g^2\omega_{ie} \cos \varphi} [a_x^b (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b) - a_y^b (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b)] \\ c_{22} &= \frac{1}{g^2\omega_{ie} \cos \varphi} [a_x^b (a_x^b \omega_y^b - a_y^b \omega_x^b) - a_z^b (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b)] \end{aligned} \quad (4-7)$$

$$c_{22} = \frac{1}{g^2 \omega_{ie} \cos \varphi} [a_y^b (a_y^b \omega_z^b - a_z^b \omega_y^b) - a_x^b (a_z^b \omega_x^b - a_x^b \omega_z^b)]$$

$$c_{31} = -\frac{a_x^b}{g}$$

$$c_{32} = -\frac{a_y^b}{g}$$

$$c_{33} = -\frac{a_z^b}{g}$$

由于惯性元件存在测量误差, 所以 c_b' 已经不具备标准正交性, 必须对 c_b' 进行标准正交化, 通过正交变换可以消除由于元件可读系数误差带来的测量值误差。

在进行 c_b' 标准正交化处理时, 将 c_b' 的三个行向量分别记为 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, 则有:

$$\begin{aligned} \sigma_2' &= \sigma_2 / \sqrt{\sigma_2 \cdot \sigma_2} \\ \sigma_1' &= \sigma_1 - (\sigma_1 \cdot \sigma_2') \sigma_2' / (\sigma_2' \cdot \sigma_2') \\ \sigma_3' &= \sigma_3 - (\sigma_3 \cdot \sigma_2') \sigma_2' / (\sigma_2' \cdot \sigma_2') \\ \sigma_1' &= \sigma_1' / \sqrt{\sigma_1' \cdot \sigma_1'} \\ \sigma_3' &= \sigma_3 - (\sigma_3 \cdot \sigma_1') \sigma_1' / (\sigma_1' \cdot \sigma_1') \\ \sigma_3' &= \sigma_3' / \sqrt{\sigma_3' \cdot \sigma_3'} \end{aligned} \quad (4-8)$$

将 $\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3'$ 作为 c_b' 标准正交化的三个行向量, 就可以得到初始的 $c_b'^{(25)}$ 。在第三章的误差分析中, 由速度误差方程 (3-50), 略去交叉耦合误差和加速度计的测量后得到:

$$\begin{aligned} \delta \dot{v}_x &= -\phi_1' g \\ \delta \dot{v}_y &= \phi_1' g \end{aligned} \quad (4-9)$$

在计算地理系中, 陀螺仪的输出信息为:

$$\omega_c' = c_b' \omega_m^b = c_i' c_b' \omega_m^b = c_i' \omega_m' = (I + \phi') \omega_m' \quad (4-10)$$

由于陀螺仪的实际输出中包含地球角速率及测量误差:

$$\omega_m' = \omega_{ie}' + \delta \omega_{ibm}' \quad (4-11)$$

将 (3-41) 和 (3-33) 式代入上式得:

$$\begin{bmatrix} \omega'_{mx} \\ \omega'_{my} \\ \omega'_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon'_x + \omega'_{dx} \\ \varepsilon'_y + \omega'_{dy} \\ \varepsilon'_z + \omega'_{dz} \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

将上式代入 (4-10) 式得:

$$\begin{bmatrix} \omega'_{cx} \\ \omega'_{cy} \\ \omega'_{cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_x & -\phi_y \\ -\phi_x & 1 & \phi_z \\ \phi_y & -\phi_z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon'_x + \omega'_{dx} \\ \varepsilon'_y + \omega'_{dy} + \omega_{ie} \cos \varphi \\ \varepsilon'_z + \omega'_{dz} + \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

略去二阶小量, 将上式展开得:

$$\begin{aligned} \omega'_{cx} &= \phi_x \omega_{ie} \cos \varphi - \phi_y \omega_{ie} \sin \varphi + \varepsilon'_x + \omega'_{dx} \\ \omega'_{cy} &= \omega_{ie} \cos \varphi + \phi_x \omega_{ie} \sin \varphi + \varepsilon'_y + \omega'_{dy} \\ \omega'_{cz} &= \omega_{ie} \sin \varphi - \phi_x \omega_{ie} \cos \varphi + \varepsilon'_z + \omega'_{dz} \end{aligned} \quad (4-14)$$

假设陀螺仪的测量误差为零, 则上式可写成:

$$\begin{cases} \omega'_{cx} = \phi_x \omega_{ie} \cos \varphi - \phi_y \omega_{ie} \sin \varphi \\ \omega'_{cy} = \omega_{ie} \cos \varphi + \phi_x \omega_{ie} \sin \varphi \\ \omega'_{cz} = \omega_{ie} \sin \varphi - \phi_x \omega_{ie} \cos \varphi \end{cases} \quad (4-15)$$

在不考虑陀螺仪和加速度计测量误差的情况下, 计算地理系和真实地理系之间的平台误差角 ϕ 的表达式为:

$$\begin{aligned} \phi_x &= \frac{\delta \dot{v}_y}{g} \\ \phi_y &= -\frac{\delta \dot{v}_x}{g} \\ \phi_z &= \frac{\omega'_x}{\omega_{ie} \cos \varphi} - \tan \varphi \frac{\delta \dot{v}_x}{g} \end{aligned} \quad (4-16)$$

由于 g 、 $\omega_{ie} \cos \varphi$ 、 $\tan \varphi$ 可以精确知道, 惯性测量元件传递的信息, 经解析粗对准中得到的初始姿态矩阵 c'_b 的变换, 求得 $\delta \dot{v}_x$ 、 $\delta \dot{v}_y$ 、 ω'_x 。然后根据上式就可求出误差角 ϕ_x 、 ϕ_y 、 ϕ_z , 从而可得到 ϕ 。因此, 也就可以实现用准确的方向余弦矩阵 c'_b 去代替初始方向余弦矩阵 c'_b , 实现“数学平台”的对准。

由上述分析可以看出, 准确的得到 c'_b 方向余弦矩阵的前提是要算出准确的

ϕ_x 、 ϕ_y 、 ϕ_z ，而算出准确的平台误差角的前提是要求惯性测量元件的输出信息是理想的，即其不包含载体的干扰角振动和干扰线振动，且 ε 、 ∇ 为零。弹体在飞行过程中总会有干扰运动的存在，而且 ε 、 ∇ 不可能为零，所以在计算机中计算 t' 系和 t 系的误差角时，实际上是将上式中的理想值 $\delta\dot{v}_x$ 、 $\delta\dot{v}_y$ 、 ω'_x 换成为惯性器件输出值经 c'_b 变换得到 $\delta\dot{v}_{\alpha}$ 、 $\delta\dot{v}_{\gamma}$ 、 ω'_{α} ，将式（4-15）和（4-9）代入上式，即得到加入干扰运动和惯性器件误差的数学平台误差角的关系式：

$$\begin{aligned}\phi_{\alpha} &= \frac{\delta\dot{v}_{\gamma}}{g} = \phi_x + \frac{\nabla_y}{g} \\ \phi_{\gamma} &= -\frac{\delta\dot{v}_{\alpha}}{g} = \phi_y - \frac{\nabla_x}{g} \\ \phi_{\alpha} &= \phi_z + \frac{\varepsilon'_x + \omega'_{dx}}{\omega_{ie} \cos \varphi} - \frac{\tan \varphi}{g} \nabla_x\end{aligned}\quad (4-17)$$

根据以上分析，可将解析粗对准的原理和计算由图 4.1 来表示。解析粗对准是按程序自动进行的。先在计算机中建立 c'_b 矩阵，加速度计和陀螺仪的输出信息经 c'_b 矩阵变换后成为在 t' 系下的信号，利用它们为已知量求出误差角的值，从而得到 c'_b ，实现解析粗对准。

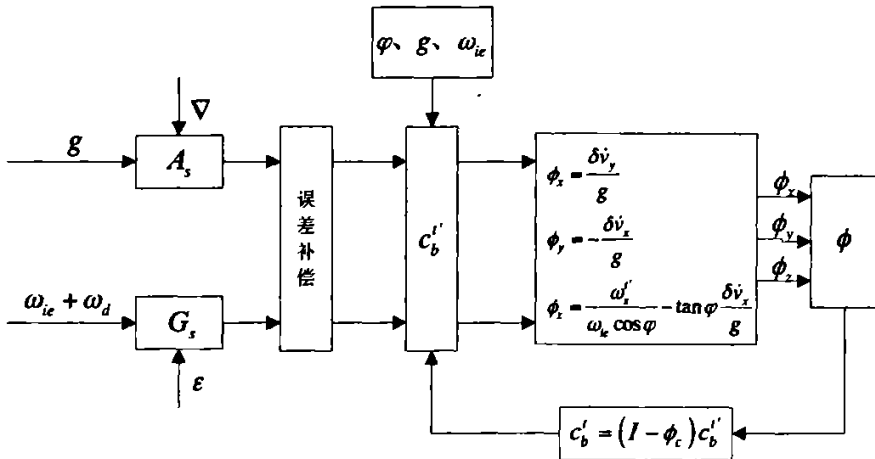


图 4.2 解析粗对准原理图

4.4 采用 kalman 滤波法的精对准

信号是传递和运载信息的时间、空间函数。有一类信号的变化规律是既定的，如阶跃信号、脉宽固定的矩形脉冲信号等，它们都具有确定的频谱，这类信号称

为确定性信号。另一类信号没有既定的变化规律，在相同的初始条件下，信号的每次表现都不一样，如陀螺漂移、海浪、惯导系统输出的导航输出误差等，它们没有确定的频谱，这类信号称为随机信号^[47]。

卡尔曼滤波是一种以线性、无偏、误差方差最小为估计准则，对随机信号进行处理的最佳估值算法。它是从被提取信号有关的量的测量中通过算法估计出所需要的信号。其中被估计信号是由白噪声激励引起的随机响应^[30]。在东北天的导航坐标系下，根据误差方程以及陀螺漂移和加速度计零偏的常值扩展系统方程，得到的系统方程为：

$$\dot{X} = AX + W \quad (4-18)$$

式中， X 为系统状态矢量； W 为系统噪声矢量

$$X = [\delta v_x, \delta v_y, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \nabla_x, \nabla_y]^T$$

$$W = [\omega_{\delta v_x}, \omega_{\delta v_y}, \omega_{\phi_x}, \omega_{\phi_y}, \omega_{\phi_z}, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} \delta \dot{v}_x \\ \delta \dot{v}_y \\ \dot{\phi}_x \\ \dot{\phi}_y \\ \dot{\phi}_z \\ \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_z \\ \dot{\nabla}_x \\ \dot{\nabla}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_u \sin \varphi & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2\omega_u \sin \varphi & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{R} & 0 & \omega_u \sin \varphi & -\omega_u \cos \varphi & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R} & 0 & -\omega_u \sin \varphi & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{tg \varphi}{R} & 0 & \omega_u \cos \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{11} & c_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta v_x \\ \delta v_y \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ \varepsilon_{xb} \\ \varepsilon_{yb} \\ \varepsilon_{zb} \\ \nabla_x \\ \nabla_y \end{bmatrix}$$

(4-19)

式中， $\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$ 为姿态矩阵 c_b^a 。

观测方程为：

$$Z = HX + \eta \quad (4-20)$$

$$\begin{bmatrix} \delta v_x \\ \delta v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \end{bmatrix} \quad (4-21)$$

式中: $Z = [\delta v_x, \delta v_y]^T$ 为观测矢量; H 为观测矩阵; $\eta = [\eta_x, \eta_y]^T$ 为观测方程的随机噪声状态矢量, 为零均值的白噪声。

根据上述系统方程可观测方程, 可建立卡尔曼滤波方程为:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{k/k-1} &= \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \\ \hat{X}_k &= \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}) \\ K_k &= P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \\ P_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + Q_{k-1} \\ P_k &= (I - K_k H_k) P_{k/k-1}\end{aligned}\tag{4-22}$$

式中, $\Phi_{k,k-1}$ 为离散化的状态转移矩阵 (系统矩阵), Q, R 分别是系统噪声可观测噪声的协方差矩阵^[9]。

第 5 章 MIMU 惯性导航系统仿真与分析

根据捷联惯导系统原理，若进行系统的仿真，就需要得到微加速度计和微陀螺仪的测量数据。得到 MIMU 的测量数据的一种办法是记录下惯性测量组合的真实输出，另一种办法是先模拟出一条弹体飞行轨迹，然后计算出微陀螺仪和加速度计的输出，作为仿真的输入。仿真结果与模拟出的飞行器航迹相比较，得到误差曲线，校验仿真的正确性。其仿真原理图为：

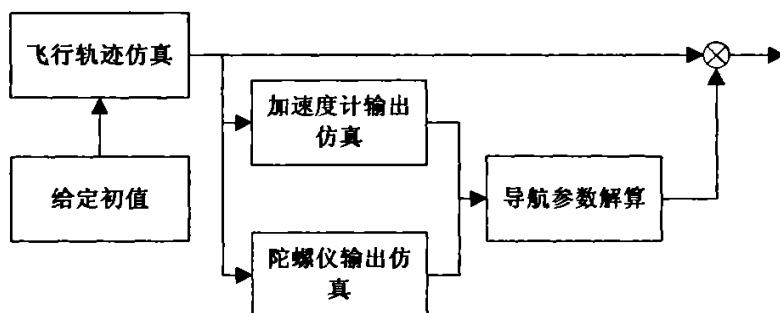


图 5.1 仿真原理图

陀螺仪和加速度计输出仿真数据的过程其实是捷联惯导系统仿真的逆过程，是已知姿态角、位置、速度，求陀螺仪和加速度计输出的过程^[38]。

5.1 运动轨迹仿真器数学模型^{[38][39][42]}

在进行飞行数据对捷联惯导系统仿真时，由于条件限制，无法得到实际飞行轨迹数据，所以采用先模拟出一条飞行轨迹的方法，来得到相应的加速度计和陀螺仪的输出，并以此作为基准测试仿真系统得到的导航数据。测试用的轨迹模型时相互独立的三个姿态角时间函数，三个位置时间函数，这样的飞行轨迹虽然不是实际的飞行轨迹，但可以方便的得到任意时刻的精确测试用飞行轨迹数据，并可以检测导航仿真系统的正确性和精度。

根据研究目标和对象，设计仿真航迹的主要目的是提供弹体的 6 维空间参数，即三维姿态和姿态角速率、三维加速度和速度。考虑到对象和要求的不同，在设计航迹时，对于复杂的航迹仿真，可采用表格的方法，按照表格编制相应的仿真程序。为了能够得到较好效果的仿真结果，本文采用典型的曲线形式作为弹体的

航迹仿真器。首先在生成航迹数据算法时,将弹体看作是运动着的质点,其航迹的变化与飞行姿态的变化无关。设弹体的位置变化规律是以余弦函数和抛物线的形式给出。弹体姿态角随时间的变化规律,则以正弦函数形式给出。

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + N_0 \cos \omega_1 t \\ \lambda = \lambda_0 + N_1 \cos \omega_1 t \\ h = h_0 + N_2 t^2 \end{cases}, \begin{cases} \theta = M_0 \cos \omega_2 t \\ \gamma = M_1 \cos \omega_1 t \\ \psi = M_2 \cos \omega_2 t \end{cases} \quad (5-1)$$

其中的初始值是浮动的,其主要作用是为数字仿真提供导航参数的理论值,作为导航计算的比较基准,并为惯性器件的输出仿真提供基础。

5.2 惯性测量元件数学仿真模型

在真实的捷联惯性导航系统中, ω_{ib}^b 和 f^b 分别是由陀螺仪和加速度计,但由于条件限制,在对捷联惯导系统进行仿真时,需要先建立陀螺仪和加速度计的仿真器。

5.2.1 陀螺仪输出仿真数学模型

理想角速率陀螺仪测量的是弹体坐标系相对于惯性坐标系的转动角速率在弹体坐标系中的投影 ω_{ib}^b 。从弹体飞行轨迹数据中可以得到弹体坐标系相对地理坐标系的转动角速率在弹体坐标系中的投影 ω_{ib}^b 。

$$\begin{aligned} \omega_{ib}^b &= \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \cos \theta \\ 0 & 1 & \sin \theta \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\gamma} \\ \psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-2)$$

通过飞行轨迹数据中的水平速度、纬度、高度可以计算出地理坐标系相对惯性坐标系的转动角速率在地理坐标系中的投影 ω_{ie}^e ;通过姿态角可以解算出从地理坐标系到弹体坐标系之间的转换矩阵;与 ω_{ie}^e 相乘后得到的 ω_{ib}^b 与 ω_{ib}^b 相加,就可以得到陀螺仪模拟的理想输出 ω_{ib}^b 。

即:
$$\omega_{ib}^b = c_{ie}^b \times \omega_{ie}^e + \omega_{ib}^b, \quad \omega_{ie}^e = \omega_{ie}^e + \omega_{ie}^e$$

其中:上式中的 ω_{ie}^e 为:

$$\omega'_{ei} = \begin{bmatrix} \omega'_{ex} \\ \omega'_{ey} \\ \omega'_{ez} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v'_y}{R_y} \\ \frac{v'_x}{R_x} \\ \frac{v'_x}{R_x} \tan \varphi \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_e} (1 + 2e - 3e \sin^2 \varphi) \\ \frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_e} (1 - e \sin^2 \varphi) \\ e = \frac{R_e - R_p}{R_e} = \frac{1}{297} \end{cases} \quad (5-4)$$

R_e 为赤道半径, R_p 为极轴半径

陀螺仪在进行数字输出时, 会掺杂着微陀螺仪元件本身的误差, 所以为了能够进一步模拟陀螺仪的相对真实输出量, 则有:

$$\tilde{\omega}_b^b = \omega_b^b + \varepsilon \quad (5-5)$$

其中, $\varepsilon = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z]^T$ 模拟陀螺仪的测量误差。

ε 的值可由公式: $\varepsilon = \varepsilon_b + \varepsilon_r + w_g$ 得出,

式中 ε_b 为随机常数; ε_r 为一阶马尔可夫过程; w_g 为白噪声。

在进行陀螺仪的数字仿真输出中, $\varphi, \gamma, \theta, \dot{\varphi}, \dot{\gamma}, \dot{\theta}, v'_x, v'_y$ 都是由航迹模拟器提供的, 而不是仿真结果。

5.2.2 加速度计的输出仿真数学模型

根据惯导系统原理得知加速度计测量的其实是弹体的比力值, 并非实际弹体加速度值, 即:

$$f' = \dot{v}' + (2\omega'_{ie} + \omega'_{ep}) \times v' - g' \quad (5-6)$$

式中的 $(2\omega'_{ie} + \omega'_{ep}) \times v'$ 是由地球自转和弹体相对地球运动而产生的加速度, 它没有明显的物理意义, 却又被加速度计所感知, 所以称为有害加速度; g' 为重力加速度向量。

由上式可以计算出地理坐标系下的比力 f' 。通过姿态角可以得出从地理坐标

系到弹体坐标系之间的转换矩阵 c_i^b 为:

$$c_i^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \varphi - \sin \gamma \sin \theta \sin \varphi & \cos \gamma \sin \varphi + \sin \gamma \sin \theta \cos \varphi & -\sin \gamma \cos \theta \\ -\cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \varphi + \cos \gamma \sin \theta \sin \varphi & \sin \gamma \sin \varphi - \cos \gamma \sin \theta \cos \varphi & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5-7)$$

f' 通过从地理系到弹体系的转换得到弹体下的比力 f^b 。 f^b 就是捷联惯导系统中加速度计模型的理想输出。

$$f^b = c_i^b f' \quad (5-8)$$

其中 f' 中 $\dot{v}, v, \omega'_{\varphi}, \omega'_{\lambda}$ 都可以从飞行轨迹数据中获得。

对于 \dot{v} 的值可以根据下述公式求得, 其中弹体位置在地球直角坐标系的投影为:

$$\begin{cases} x = (R_e + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ y = (R_e + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ z = (R_e + h) \sin \varphi \end{cases} \quad (5-9)$$

则其一阶、二阶导数分别为:

$$\begin{cases} x' = h' \cos \varphi \cos \lambda - \varphi' (R_e + h) \sin \varphi \cos \lambda - \lambda' (R_e + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ y' = h' \cos \varphi \sin \lambda - \varphi' (R_e + h) \sin \varphi \sin \lambda + \lambda' (R_e + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ z' = h' \sin \varphi + \varphi' (R_e + h) \cos \varphi \end{cases} \quad (5-10)$$

$$\begin{cases} x'' = h'' \cos \varphi \cos \lambda - h' \varphi' \sin \varphi \cos \lambda - h' \lambda' \cos \varphi \sin \lambda - \varphi'' (R_e + h) \sin \varphi \cos \lambda \\ \quad - h' \varphi' \sin \varphi \cos \lambda - (R_e + h) \varphi'^2 \cos \varphi \cos \lambda + (R_e + h) \varphi' \lambda' \sin \varphi \sin \lambda \\ \quad - \lambda'' (R_e + h) \cos \varphi \sin \lambda - h' \lambda' \cos \varphi \sin \lambda + (R_e + h) \varphi' \lambda' \sin \varphi \sin \lambda \\ \quad - (R_e + h) \lambda'^2 \cos \varphi \cos \lambda \\ y'' = h'' \cos \varphi \sin \lambda - h' \varphi' \sin \varphi \sin \lambda + h' \lambda' \cos \varphi \cos \lambda - \varphi'' (R_e + h) \sin \varphi \sin \lambda \\ \quad - h' \varphi' \sin \varphi \sin \lambda - (R_e + h) \varphi'^2 \cos \varphi \sin \lambda - (R_e + h) \varphi' \lambda' \sin \varphi \cos \lambda \\ \quad + \lambda'' (R_e + h) \cos \varphi \cos \lambda + h' \lambda' \cos \varphi \cos \lambda - (R_e + h) \varphi' \lambda' \sin \varphi \cos \lambda \\ \quad - (R_e + h) \lambda'^2 \cos \varphi \sin \lambda \\ z'' = h'' \sin \varphi + h' \varphi' \cos \varphi + \varphi'' (R_e + h) \cos \varphi + h' \varphi' \cos \varphi - \varphi'^2 (R_e + h) \sin \varphi \end{cases} \quad (5-11)$$

在给出弹体航迹变化的模拟数据的同时, 需要获得在地理系中相对与地球加速度在地理坐标系的投影 a' , 则:

$$a' = a'_r - \omega_{\varphi} \times v'_\varphi \quad (5-12)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} a'_{rx} \\ a'_{ry} \\ a'_{rz} \end{bmatrix} = c'_e \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v'_{ex} \\ v'_{ey} \\ v'_{ez} \end{bmatrix} = c'_e \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (5-13)$$

与陀螺仪数学仿真模型相似,因为在惯性导航系统中,实际的陀螺仪和加速度计本身都存在一定程度的误差,如随机误差等,所以在设计加速度计仿真器时也不能忽略实际加速度计误差的存在,即加速度计的输出为:

$$\tilde{f}^b = f^b + \nabla_a^b \quad (5-14)$$

上式中 \tilde{f}^b 为加速度计实际测得的比力值, f^b 为加速度计的理想比力, ∇_a^b 为加速度计的误差。写成矩阵形式有:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_x^b \\ \tilde{f}_y^b \\ \tilde{f}_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nabla_{ax}^b \\ \nabla_{ay}^b \\ \nabla_{az}^b \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

其中,加速度计误差 ∇_a^b 方程为:

$$\dot{\nabla}_a = -\frac{1}{T_a} \nabla_a + w_a, \quad T_a \text{ 为仿真时间, } w_a \text{ 为驱动白噪声。}$$

5.3 惯导系统仿真程序编排^[2]

1、更新四元数

$$\begin{aligned} \dot{Q}' &= \omega_{nb} + \frac{1}{2} Q' \times \omega_{nb} \\ \dot{\Theta} &= \omega_{nb} + \frac{1}{2} \Theta \times \omega_{nb} + \frac{1}{12} \Theta \times (\Theta \times \omega_{nb}) \\ Q' &= \cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2}, \quad i = \frac{\theta}{\theta} \end{aligned} \quad (5-16)$$

2、姿态更新矩阵 T

$$T = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

3、比力坐标转换

加速度计测量的比力 f^b 通过捷联矩阵 T 转换为 f^p ，即，

$$\begin{bmatrix} f_x^p \\ f_y^p \\ f_z^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} \quad (5-18)$$

4、速度 V 的即时修正

地速 V 的即时修正可以通过解下列的微分方程来完成：

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x^p \\ f_y^p \\ f_z^p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_{icz}^p & -(2\omega_{ley}^p + \omega_{epy}^p) \\ -\omega_{icz}^p & 0 & 2\omega_{icx}^p + \omega_{epx}^p \\ 2\omega_{ley}^p + \omega_{epy}^p & -(2\omega_{icx}^p + \omega_{epx}^p) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (5-19)$$

5、地速计算

将弹体相对地球的运动速度在水平面的投影称为地速 V ，它由计算得出：

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (5-20)$$

6、位置矩阵的即时修正

位置矩阵可以通过求解下列矩阵微分方程得出：

$$\begin{bmatrix} \dot{c}_{11} & \dot{c}_{12} & \dot{c}_{13} \\ \dot{c}_{21} & \dot{c}_{22} & \dot{c}_{23} \\ \dot{c}_{31} & \dot{c}_{32} & \dot{c}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega_{epy}^p \\ 0 & 0 & \omega_{epx}^p \\ \omega_{epy}^p & -\omega_{epx}^p & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

之所以选择用方向余弦法来进行位置矩阵的即时修正，是由于位置矩阵和姿态矩阵的即时修正相比，位置矩阵的变化要比姿态矩阵变化慢的多，相对姿态的修正频率也要慢的多，而且由于其不存在明显的非正交化误差，所以不用进行正交化处理。于是用方向余弦法进行位置矩阵的即时修正与用四元数法进行即时修正所用时间相差不多，而且又可直接求得位置矩阵 c ，因此选用方向余弦法来对位置矩阵进行即时修正。

7、位置速率的计算

$$\begin{bmatrix} \omega_{epx}^p \\ \omega_{epy}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_a} & -\frac{1}{R_{yp}} \\ \frac{1}{R_{xp}} & \frac{1}{\tau_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (5-22)$$

式中的 τ_a 、 R_{xp} 、 R_{yp} 通过下式求得：

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{yp}} &= \frac{1}{R_e}(1 - ec_{33}^2 + 2ec_{23}^2) \\ \frac{1}{R_{xp}} &= \frac{1}{R_e}(1 - ec_{33}^2 + 2ec_{13}^2) \\ \frac{1}{\tau_e} &= \frac{2e}{R_e}c_{13}c_{23}\end{aligned}\quad (5-23)$$

式中 c_{13} 、 c_{23} 、 c_{33} 在位置矩阵的即时修正中获得, $R_e = 6378.393 \times 10^3 m$,

$$e = \frac{1}{297} = 0.3367 \times 10^{-2}$$

8、地球速率的计算

地球速率是 ω_{ie}^e 经位置矩阵 c 转换为 ω_{ie}^p , 即:

$$\omega_{ie}^p = \begin{bmatrix} \omega_{ie}^p \\ \omega_{ie}^p \\ \omega_{ie}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{ie}c_{13} \\ \omega_{ie}c_{23} \\ \omega_{ie}c_{33} \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

9、姿态速率的计算

姿态速率通过下式求得:

$$\omega_{pb}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{ip}^b = \omega_{ib}^b - T^{-1}(\omega_{ep}^p + \omega_{ie}^p) \quad (5-25)$$

10、姿态角的计算

姿态矩阵用姿态角表示时为:

$$\begin{aligned}T &= \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \theta \sin \psi & -\cos \theta \sin \psi & \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \theta \sin \psi \\ \cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \theta \cos \psi & \cos \theta \cos \psi & \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \sin \theta \cos \psi \\ -\sin \gamma \cos \theta & \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}\end{aligned} \quad (5-26)$$

计算 θ 、 γ 、 ψ 的主值:

$$\begin{aligned}\theta_E &= \sin^{-1} T_{32} \\ \gamma_E &= \tan^{-1} \left(-\frac{T_{31}}{T_{33}} \right) \\ \psi_E &= \tan^{-1} \left(-\frac{T_{12}}{T_{22}} \right)\end{aligned} \quad (5-27)$$

由于利用上式求得的姿态角可能会出现两个值的情况, 所以为了单值的确定

θ 、 γ 、 ψ 的真值, 须按照定义域求取, 俯仰角 θ 的定义域为 $(-90^\circ, 90^\circ)$; 倾斜角 γ 的定义域为 $(-180^\circ, 180^\circ)$; 航向角 ψ 的定义域为 $(0^\circ, 360^\circ)$ 。于是, θ 、 γ 、 ψ 的真值可表示为:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_{\pm} \\ \gamma &= \begin{cases} \gamma_{\pm} & T_{33} > 0 \\ \gamma_{\pm} + 180^\circ & T_{33} < 0, \gamma_{\pm} < 0 \\ \gamma_{\pm} - 180^\circ & T_{33} < 0, \gamma_{\pm} > 0 \end{cases} \\ \psi &= \begin{cases} \psi_{\pm} & T_{22} > 0, \psi_{\pm} > 0 \\ \psi_{\pm} + 360^\circ & T_{22} > 0, \psi_{\pm} < 0 \\ \psi_{\pm} + 180^\circ & T_{22} < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5-28)$$

11、位置计算

用经纬度和方位角来表示位置矩阵 c , 即:

$$\begin{aligned} c &= \begin{bmatrix} -\sin \alpha \sin \varphi \cos \lambda - \cos \alpha \sin \lambda & -\sin \alpha \sin \varphi \sin \lambda + \cos \alpha \cos \lambda & \sin \alpha \cos \varphi \\ -\cos \alpha \sin \varphi \cos \lambda + \sin \alpha \sin \lambda & \cos \alpha \sin \varphi \sin \lambda - \sin \alpha \cos \lambda & \cos \alpha \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-29)$$

计算 λ 、 φ 、 α 的主值:

$$\begin{aligned} \varphi_{\pm} &= \sin^{-1} c_{33} \\ \lambda_{\pm} &= \tan^{-1} \frac{c_{32}}{c_{31}} \\ \alpha_{\pm} &= \tan^{-1} \frac{c_{13}}{c_{23}} \end{aligned} \quad (5-30)$$

同样, 为了避免解算出多值, 需要单值的确定 φ 、 λ 、 α 的真值, 须按照定义域求取。纬度 φ 的定义域为 $(-90^\circ, 90^\circ)$; 经度 λ 的定义域为 $(-180^\circ, 180^\circ)$; α 的定义域为 $(0^\circ, 360^\circ)$ 。于是得到 φ 、 λ 、 α 的真值为:

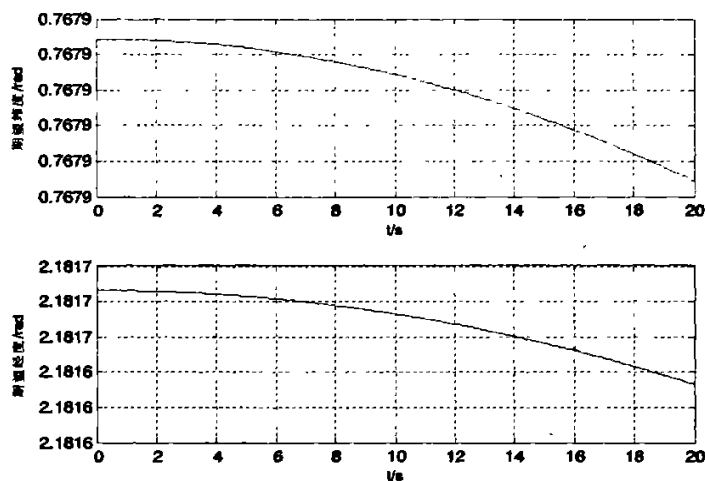


图 5.4 期望经纬度曲线

在得到弹体飞行航迹与航姿仿真曲线的同时，又将实时的数据传递给下一步仿真运算，即微加速度计和微陀螺仪的数据仿真。

陀螺仪的仿真得到捷联惯导系统中的角速率，按照前面所述的陀螺仪数学模型，建立程序流程。陀螺仪的理想输出是弹体坐标系相对与导航坐标系的转动角速率在弹体坐标系下的投影，陀螺仪从弹体飞行轨迹数据生成系统中得到各信息输入量，通过设计的算法流程就可以得到陀螺仪的仿真结果。在仿真过程中，外界不需要知道其内部的状态和工作细节，只要将陀螺仪所需要的数据传送给陀螺仪仿真模型，就可以生成导航解算用的输入角速率了。其仿真结果如图所示：

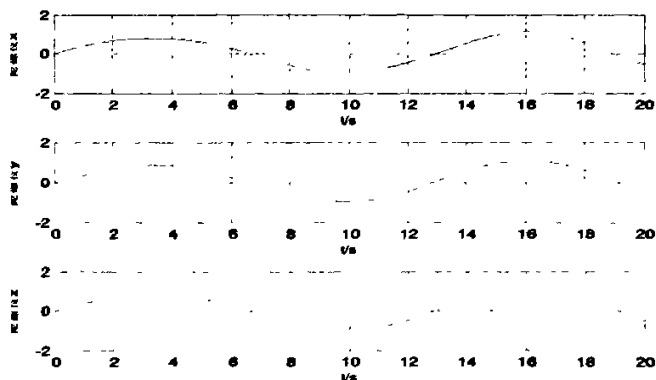


图 5.5 陀螺仪仿真曲线

同样,加速度计子系统仿真与陀螺仪相似,需要根据弹体飞行轨迹数据生成系统中得到的速度、加速度、经纬度和姿态角等信息,通过加速度计的数学仿真模型进行仿真,得到仿真曲线,并为导航解算提供比力输入。其仿真结果如图所示:

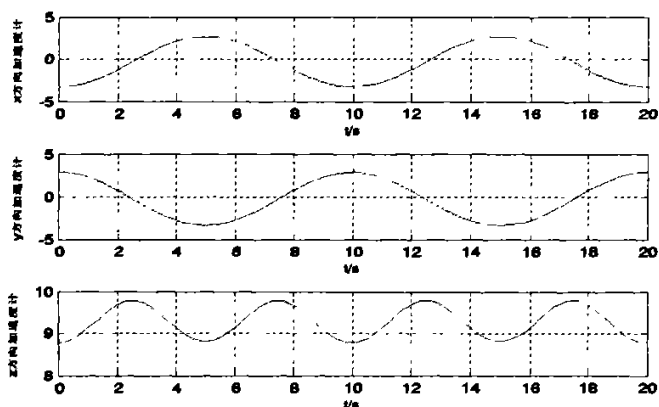


图 5.6 加速度计仿真曲线

捷联惯导的导航解算是整个系统的核心,将陀螺仪和加速度计的仿真模块的结果作为系统输入,经过系统初始对准、姿态更新矩阵变换、比力转换等一系列捷联惯性导航系统的导航解算,就可以求解出弹体的位置信息和姿态信息,要从输入量中解算出输出量,就必须根据捷联惯导系统基本算法流程图的顺序,进行严密快速的解算。通过解算得到的仿真曲线如图所示:

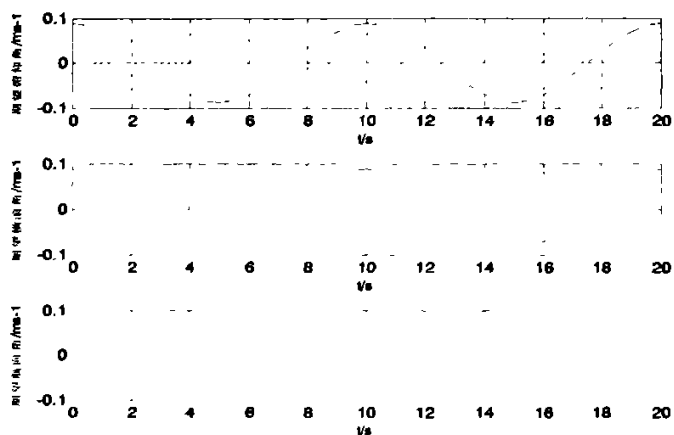


图 5.7 解算姿态角曲线

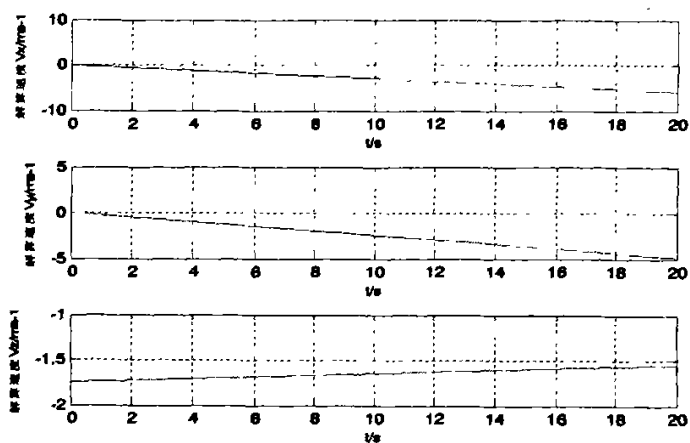


图 5.8 解算出的速度曲线

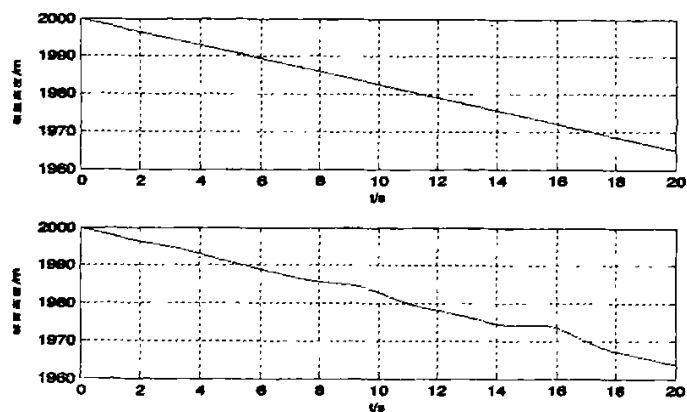


图 5.9 期望高度与解算出的高度曲线

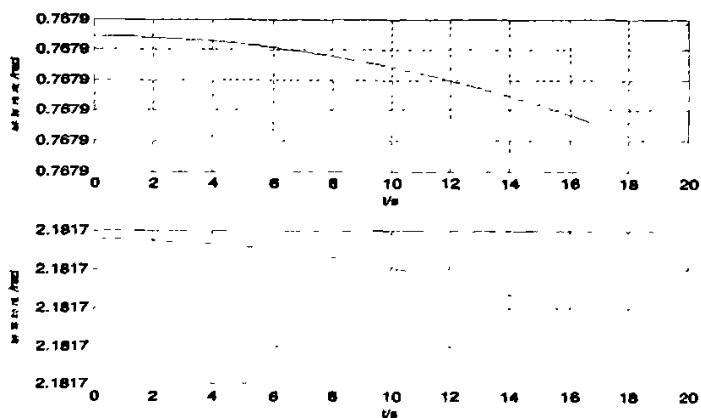


图 5.10 解算出的经纬度曲线

在完成飞行轨迹的仿真、加速度计和陀螺仪惯性元件的仿真和捷联惯导系统导航解算的仿真之后，还要对仿真结果进行比较分析，验证仿真结果是否正确，这就需要得到根据捷联惯导算法流程解算出的导航参数，与飞行轨迹仿真出的导航参数进行比较。仿真误差曲线为：

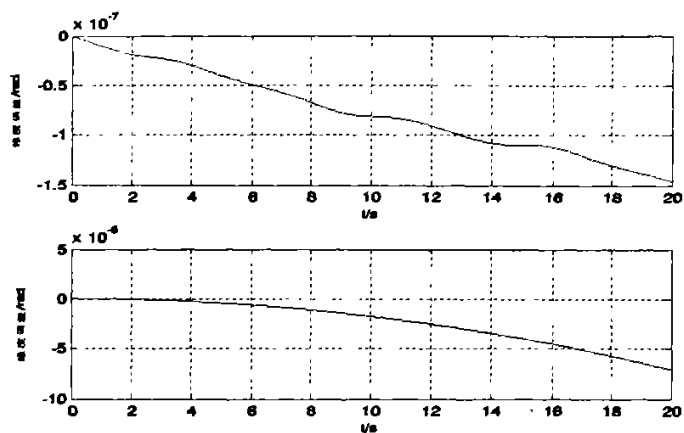


图 5.11 经纬度误差曲线

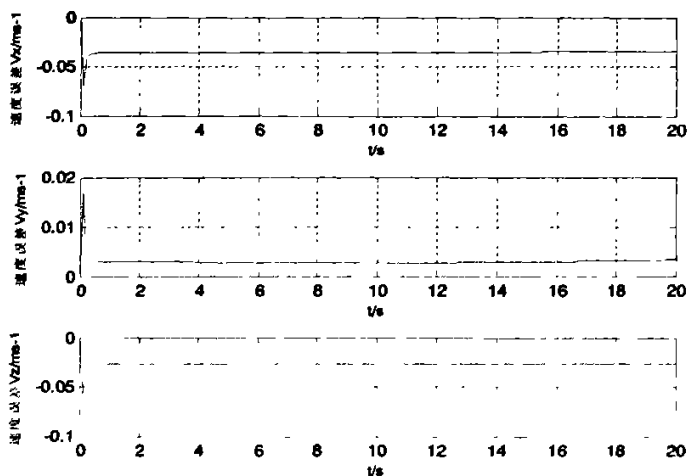


图 5.12 速度误差曲线

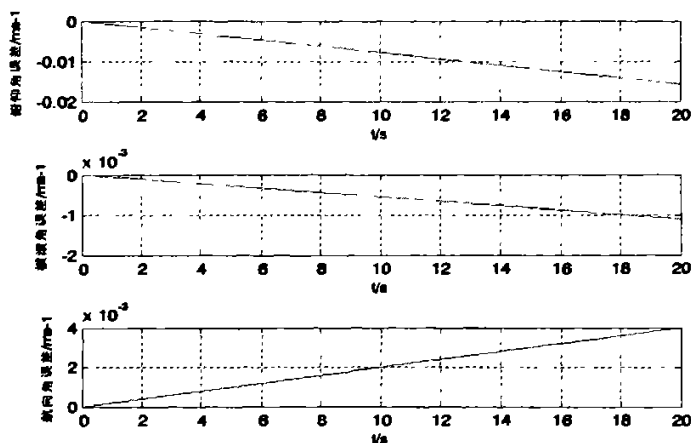


图 5.13 姿态角误差曲线

本文主要面向引入 MIMU 的常规炮弹惯性导航系统的算法研究, 以及对其相关算法进行仿真分析。普通常规弹药较远程制导弹药的不同在于, 普通弹药的射程短, 最多不过十几千米, 而且大多数常规弹药都是高速旋转的, 在空中飞行姿态远没有远程导弹稳定, 所以制导精度容易受到影响, 但由于普通炮弹的飞行时间短, 微惯性元件虽然会有累积误差的存在, 也会因为较短的飞行距离和飞行时间不会影响系统太多, 所以进行这样的仿真分析是非常有必要的。从上面的仿真结果可以看出, 随着时间的增加, 各项误差也在呈发散趋势增长, 这主要跟测量元件的累积误差有关, 但不难看出, 在跟踪 20s 时惯导系统的各项误差曲线均保持比较低的范围值内, 所以安装有微惯性测量组合的普通弹药, 其精度是足够的、合理的。

结 论

本文针对基于 MEMS 的捷联惯导系统算法的研究, 及其合理性分析, 得出在动基座环境下, 将 MIMU 惯性测量组合应用到普通炮弹, 并通过惯导系统算法得到的导航参数是可以满足导航解算的精度要求的。在对系统整体分析中, 本文主要在以下几个方面做了研究:

(1) 建立了在东北天坐标系下的捷联惯导系统的力学编排, 实现了位置、速度的解算。其中, 根据炮弹运动动态特性大, 运动状态比较恶劣的问题, 讨论了欧拉法、方向余弦法、四元数法以及等效旋转矢量法在姿态更新计算上的应用, 并对其进行了比较, 由于旋转矢量法克服了系统的不可交换误差, 所以计算精度高于其他算法, 更适合于像炮弹这样运动状态比较恶劣的环境。

(2) 研究了炮弹在动基座条件下, 惯性导航系统的系统误差、速度误差以及位置误差, 分析了影响惯导系统精度的各种扰动因素, 并仿真计算了系统的位置、速度、姿态角误差, 通过对系统各误差产生原因的分析研究, 验证了将微加速度计和微陀螺仪应用在普通炮弹的合理性。

(3) 分析研究了炮弹在动基座条件下, 惯导系统初始粗对准的对准原理及对准过程。简单采用卡尔曼滤波技术对系统进行精对准。

(4) 通过仿真运算分别生成了弹体飞行的航迹数据, 以及飞行姿态数据, 以模拟真实的微惯性测量元件的输出值。并根据动基座环境下捷联惯导误差分析、初始对准、模拟出微加速度计和微陀螺仪的仿真模型, 加载到捷联惯导的解算程序中去, 得到了弹体飞行的航姿曲线, 以及误差曲线航迹。最终验证了算法的准确性、以及微惯性测量元件在炮弹环境下应用的合理性。

但由于时间上的关系, 很多问题领域没有进行更多更深入的研究。选择合适的滤波算法对系统精度起着很重要的作用, 本文在初始精对准方面做的研究还不够深入, 应该作为今后研究的一个要点。

参考文献

- [1] 以光衡等编. 惯性导航原理. 航空工业出版社, 1987. 2-3, 71-74
- [2] 陈哲编著. 捷联惯导系统原理. 宇航出版社, 1996. 1, 9-12, 143-150
- [3] 袁信, 郑鐸. 捷联式惯性导航原理. 西北工业大学出版社. 1-5
- [4] 亢春梅, 曹金名, 刘光辉. 国外 MEMS 技术的现状及其在军事领域中的应用. 传感器技术. 2006(6)
- [5] Zhu R, Zhou Z Y, Sun X F. MEMS navigation system for general vehicle. IEEE International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice. 2001
- [6] 丁衡高. 微机电系统的科学研究与技术开发. 清华大学学报. 1997(9)
- [7] Teng Jitao, Wan Yandong, Sun Xianfan, Fan Yuezun. Research on Measurement and Modeling of Micro Inertial Measurement Unit (MIMU) , 5th International Symposium on Instrumentation and Control Technology ISICT2003. 2003(10)
- [8] J.Seth Randle, Michael A.Horton Low Cost Navigation Using Micro-Machined Technology IEEE Intelligent Transportation System Conference, Massachusetts, 9-12 November. 1997
- [9] 孙宾容. 捷联惯导系统的初始对准技术方案研究. 北京理工大学硕士学位论文. 2006. 21-28, 33, 41-43
- [10] D.H.Titterton and J.L.Weston. Strapdown inertial navigation technology. Peter Peregrinus Ltd. on behalf of the Institution of Electrical Engineers.
- [11] 张春慧. 高精度捷联式惯性导航系统算法研究. 哈尔滨工程大学硕士学位论文. 2005. 23-25
- [12] 马春艳. 末制导炮弹 SINS/GPS 空中对准技术研究. 北京理工大学博士学位论文. 2005. 39-41
- [13] 张家海等. 船用捷联惯导系统姿态解算的研究. 电机与控制学报. 2000(2)
- [14] 席占稳. MEMS 传感器及在引信中的应用研究. 南京理工大学博士学位论文. 2003. 1-2

-
- [15] 邓海棠, 王凤梅. 微型惯性测量组合姿态测试系统. 2004 (9)
- [16] 高景德, 黄宁. 微机械电子系统及其应用. 北京航空航天大学出版社. 2003.
- [17] 石庚辰. 微机电系统技术. 国防工业出版社. 2002. 1(9)
- [18] 刘安鹏. 基于 MEMS 技术的微型组合导航系统建模. 西北工业大学硕士学位论文. 2005. 1-4, 21-27
- [19] 王士军. 基于 MEMS 的导航数据采集系统的研究与设计. 沈阳理工大学硕士学位论文. 2006. 1-6
- [20] 丁衡高, 王寿荣等. 微惯性仪表技术的研究与发展. 中国惯性技术学报. 2001. 9(4)
- [21] 李会杰, 李世义等. MIMU 在弹道修正引信中的精度分析. 仪器仪表学报. 2004. 25(4). 737-739
- [22] Paul G. Savage. 捷联惯性导航积分算法设计 (三) 惯导与仪表. 2000.
- [23] 蒲广平. 捷联系统圆锥误差和划船误差的分析与补偿. 中国航天第二研究院硕士学位论文. 2004. 32-35
- [24] Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 2: Velocity and Position Algorithms. 2003.
- [25] 吕伟, 王艳东. 车载捷联惯导系统动基座粗对准方法的研究. 战术导弹控制技术. 2005. 49
- [26] C.F.Lin. L.L.Tsai. Analytical Solution of Optional Trajectory-Shaping Guidance, Control Engineering Practice. 2001.
- [27] P.K.A.Menon, M.M.Briggs Near-Optimal Midcourse Guidance for Air-to-Air Missiles. Journal of Guidance, Control and Dynamics. 1990
- [28] Jang G. Lee, Yong J. Yoon, John G. Mark, Daniel A. Tazartes. Extension of Strapdown Attitude Algorithm for High-Frequency Base Motion. Journal of Guidance. 1990. 13(4)
- [29] Valery Z. Gusinsky, Vladdimir M. Lesyuchevsky, Yury A. Limanovic. A Optimization of Strapdown Attitude Algorithms for Stochastic Motion. Journal of the Institute of Navigation. 1997. 44(2)
- [30] 柴卫华, 张树侠. 捷联惯导系统静基座解析粗对准的误差研究. 中国惯性技术学报. 1999. 12(7)

- [31] 魏春岭、张洪钺. 捷联惯导系统粗对准方法比较. 航天控制. 2000(3)
- [32] 程向红, 万德钧. 捷联惯性系统对摇摆运动下的初始对准研究. 中国惯性技术学报. 1997. 5(4)
- [33] 聂莉娟. 捷联惯导系统初始对准滤波技术研究. 哈尔滨工程大学硕士学位论文. 2004. 1-2
- [34] Greenspan R L. Inertial navigation technology form 1970-1995. Journal of the Institute of Navigation. 1995(42)
- [35] Musoff H, Murphy J H. Study of strapdown navigation attitude algorithms. Journal of Guidance, Control and Dynamics. 1995(18)
- [36] Benson D O Jr. A comparison of two approaches to pure-inertial and Doppler-inertial error analysis. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1975(11)
- [37] John E. Bortz. A New Mathematical Formulation for Strapdown inertial Navigation. IEEE Trans. On Aerospace and Electronic System. 1997. 1
- [38] 赵林. 捷联惯导及其组合导航研究. 南京理工大学硕士学位论文. 2002. 16-17
- [39] 赵玉霞. 捷联惯导系统仿真算法的研究及其实现. 大连理工大学硕士学位论文. 2005. 29-34
- [40] 薛定宇, 陈阳泉. 基于 Matlab/Simulink 的系统仿真技术与应用. 清华大学出版社, 2002.
- [41] 陈桂明. 应用 Matlab 建模与仿真. 科学出版社, 2001.
- [42] 周琼, 宋子善, 沈为群. 一种 SINS/GPS 组合导航系统的数字仿真方法. 计算机仿真. 2001(6)
- [43] 程慧莉, 以光衢, 张洪钺. 捷联惯导系统仿真器设计. 系统仿真学报. 1994(6)
- [44] 杨艳娟. 捷联惯性导航系统关键技术研究. 哈尔滨工程大学博士学位论文. 2001. 5-11
- [45] 蔡同英. 捷联惯导传递对准技术研究. 哈尔滨工程大学硕士学位论文. 2005. 19-24
- [46] 捷联惯导系统动基座初始对准与仿真. 西北工业大学硕士学位论文. 7-8, 16-26

攻读硕士学位期间发表的论文和获得的科研成果

- [1]杨芳, 郝永平. 基于 FPGA 构建多处理器的导航系统设计. 弹箭与制导学报. 己录用

致 谢

本论文是在我的导师郝永平教授的亲切关怀和悉心指导下完成的。他严肃的科学态度，严谨的治学精神，精益求精的工作作风，深深地感染和激励着我。从课题的选择到项目的最终完成，郝老师都始终给予我细心的指导和不懈的支持。读研期间，郝老师不仅在学业上给我以精心指导，而且教会了我们如何做人，虽历时三载，却给以终生受益无穷之道，在此谨向郝老师致以诚挚的谢意和崇高的敬意。

在此，我还要特别感谢机械分院的王磊老师对课题的指导与建议，给予我不少的帮助与支持。

还要感谢我的师弟苗雷同学，他对本课题做了不少工作。

感谢同实验室的邵伟平老师、刘凤丽老师、史春景老师和王士伟、孙国强、、周海、吉宁、布国亮、牛学敏等同学，是他们陪我愉快地度过了这段时光。

感谢我的父母、亲友在我最困难的时候给我在物质和精神上的支持与帮助。

感谢所有给予我帮助的人！