Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ciencias de la Computación
CC3501- Modelacion y Computacion Grafica para Ingenieros

Tarea N°1

Alumno:	José Pacheco Aguilera
Profesor:	Nancy Hitschfeld K.
Auxiliares:	Mauricio Araneda
	Pablo Pizarro
	Pablo Polanco
Ayudantes:	Ivan Torres
	María Josí Trujillo
Fecha de entrega:	22 de Abril de 2018

1. Introducción

El objetivo de este informe es modelar el comportamiento térmico en la atmósfera dado un cierto problema. El problema a desarrollar corresponde a una región del litoral central, donde se planea construir una planta industrial destinada a la refinación de petroleo, la cual estará ubicada en la playa, entre el mar y unas montañas. Para poder modelar este problema nos basaremos en que la temperatura de la atmósfera $T(x, y)$ cumple con la ecuación de Poisson $\frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} = \rho(x, y)$ y además que la temperatura que emiten las chimeneas de la planta dependen de la hora de la forma: $T = 450(cos(\frac{\pi \cdot t}{12}) + 2)$, entonces, dado estos valores y condiciones para la temperatura del mar y las montañas, podemos modelar el comportamiento térmico de la atmósfera ocupando métodos numéricos, en este caso el de sobrerelajacion sucesiva.

2. Solución del problema

Para lograr modelar el comportamiento térmico de la atmósfera se creo la geografía del problema, es decir, mostrar un perfil del litoral que debía contener un poco de mar, la playa y las montañas.

Para comenzar se creo una matriz de $(101)x(200)$ de la cual cada coordenada de esta equivale a 20 metros, así se crea un perfil de 2020 m de alto y 4 km de ancho. Los 20 m de "sobra"son para que se vea el mar (solo cuestión de estética), para crear el mar se utilizo que cuando la componente i de la matriz era 100, es decir la ultima fila, se le iba asignando la temperatura en función de la hora en que se encuentra, y todo esto hasta llegar a la columna (1200 + 400x0.RRR)/20 donde RRR son los últimos tres dígitos del rut sin el digito verificador, en este caso 184. Luego se creo la planta, para ello se mantuvo en la misma fila que el mar y desde donde termina el mar se avanzo por 6 columnas (120 m) asignando el valor de la temperatura que emiten las chimeneas en función del tiempo. Para crear la inclinación suave, se calculo la pendiente de esta (restando la altura a la que parte con la altura a la que llega y dividiendo por el largo de esta), luego avanzando desde la columna donde termina la planta, por cada columna que se iba recorriendo las filas aumentaban en la pendiente de la inclinación, y desde el borde de la inclinación hasta abajo se le asignaba un valor de 10000 para así después lograr identificar que se trata de montañas y asignarle el valor correspondientes. Para las siguientes montañas se siguió el mismo proceso, calculando sus pendientes y mientras se avanzaba en la columnas también lo hacia en las filas, y por ultimo para el espacio que teníamos que crear se asigno una pendiente de -1 hasta llegar el final de los 4 km.

Una vez que se creo la geografía del litoral se implemento la solución numérica para el problema, en este caso la sobrerelajacion sucesiva, que consiste promediar y multiplicar por ω (entre 0 y 2) los valores de las 4 celdas conjuntas a la celda donde se encuentra y ese promedio sumárselo a la celda en cuestión, y repetir el mismo proceso hasta que la diferencia entre una iteración y otra sea menor a una tolerancia que se asigna, este proceso se realiza a toda la geografía que se creo excepto por el mar, las chimeneas y las montañas, ya que estas tres no son afectadas por la temperatura de la atmósfera, por lo que al recorrer la matriz si se encuentra en una de estas tres ubicaciones no se hace nada, pero si la celda donde esta tiene cono vecina a una celda que si esta en una de estas tres ubicaciones se calcula el promedio pero reemplazando el valor del mar, planta y montañas por el que corresponde. En resumen lo que hace la solución numérica es sacar un promedio de las temperaturas alrededor de donde se encuentra y repetir el proceso para todas las posiciones hasta que la diferencia entre una iteración y otra sea muy poca.

3. Resultados

A continuación se muestran los resultados obtenidos de modelar el comportamiento atmosférico para t=0 , 8 , 12, 16 y 20 con $\rho(x, y) = 0$

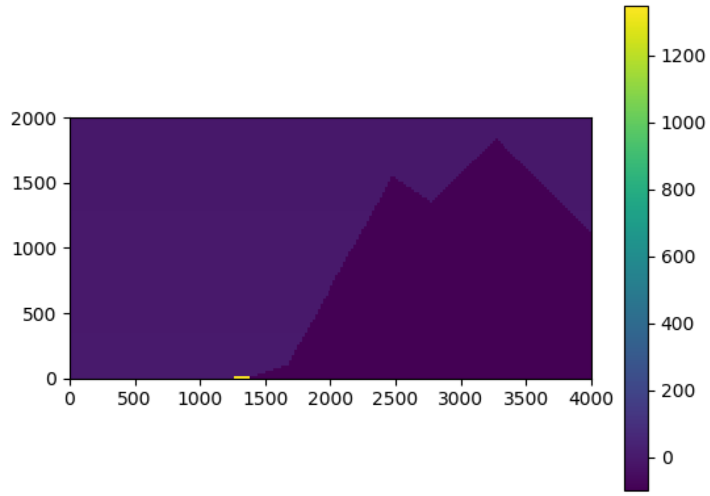

Figura 1: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=0 y $\rho(x, y) = 0$

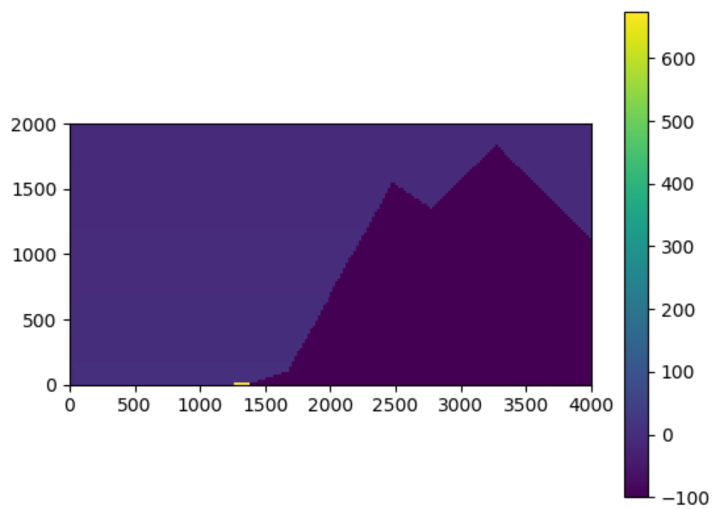

Figura 2: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=8 y $\rho(x, y) = 0$

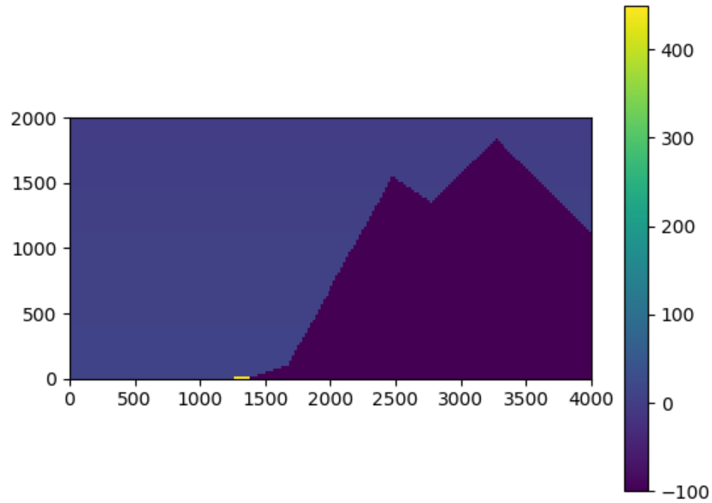

Figura 3: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=12 y $\rho(x, y) = 0$

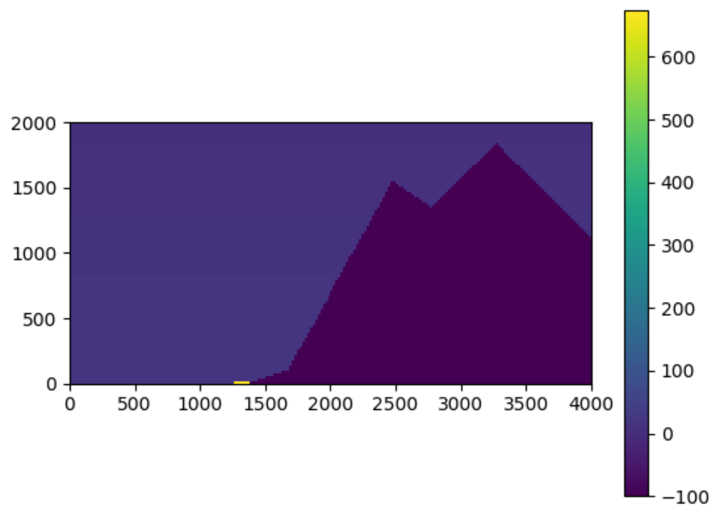

Figura 4: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=16 y $\rho(x, y) = 0$

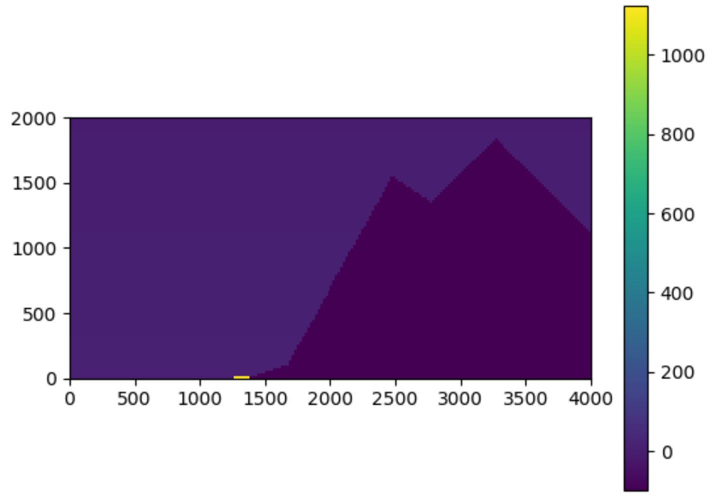

Figura 5: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=20 y $\rho(x, y) = 0$

A continuación se muestran los gráficos con una hora fija y cambiando los valores de ω entre 0.1, 0.5 ,1 y el óptimo

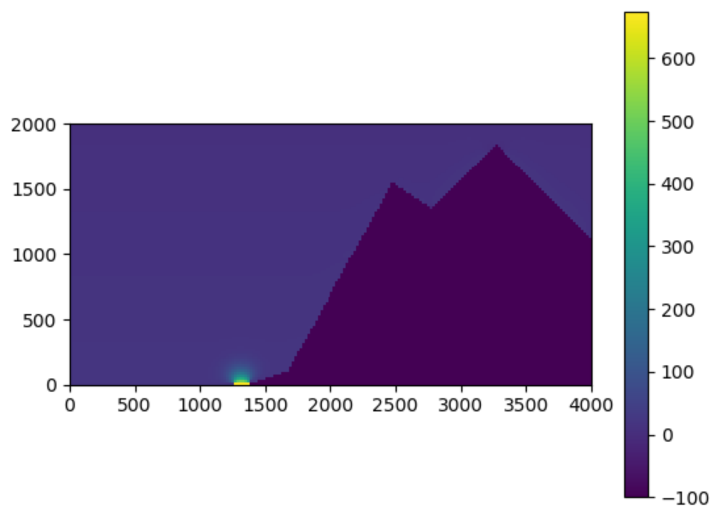

Figura 6: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=16 y $\omega = 0{,}1$

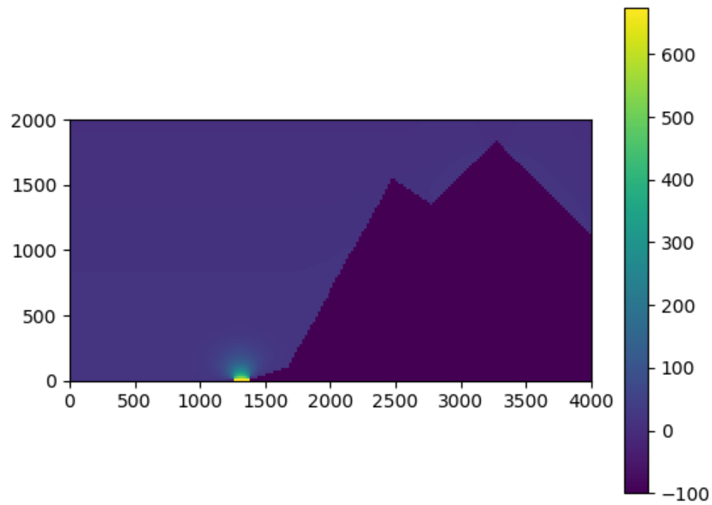

Figura 7: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=16 y $\omega = 0{,}5$

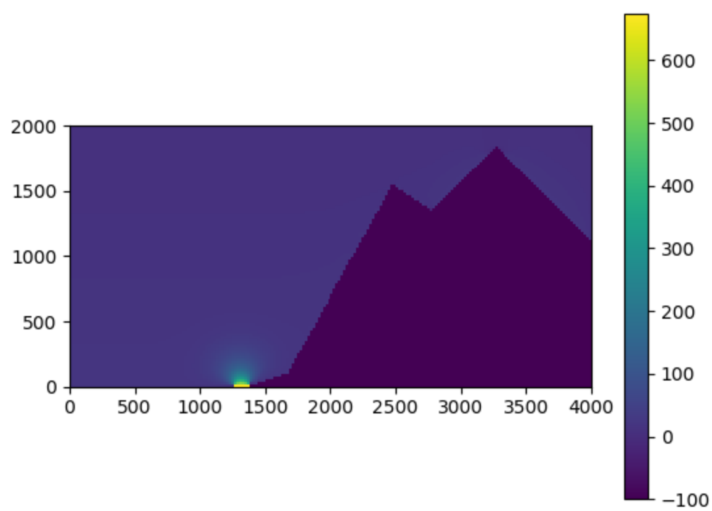

Figura 8: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=16 y $\omega = optimo$

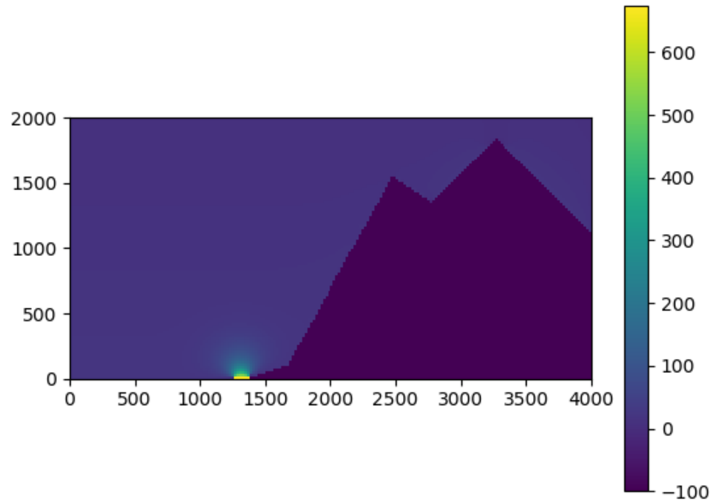

Figura 9: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=16 y $\omega = 1$

A continuación se muestran los gráficos con ω fijo para t=0 , 8 , 12, 16 y 20 y $\rho(x, y) = (\frac{1}{\sqrt{(x^2+y^2+120)}})$

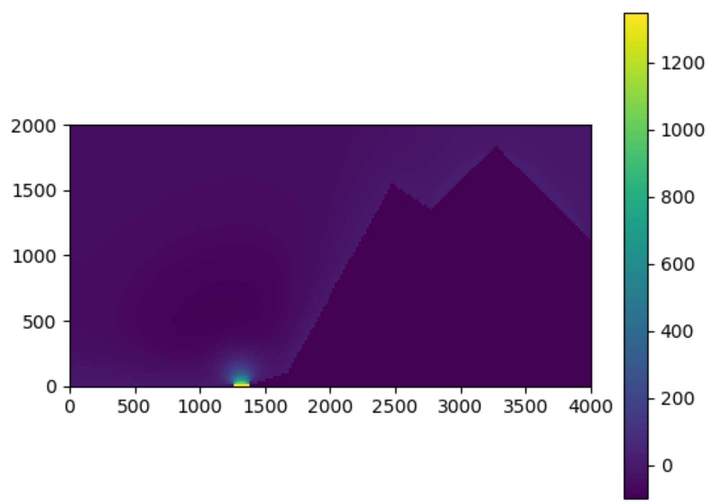

Figura 10: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=0 y $\rho(x, y) \neq 0$

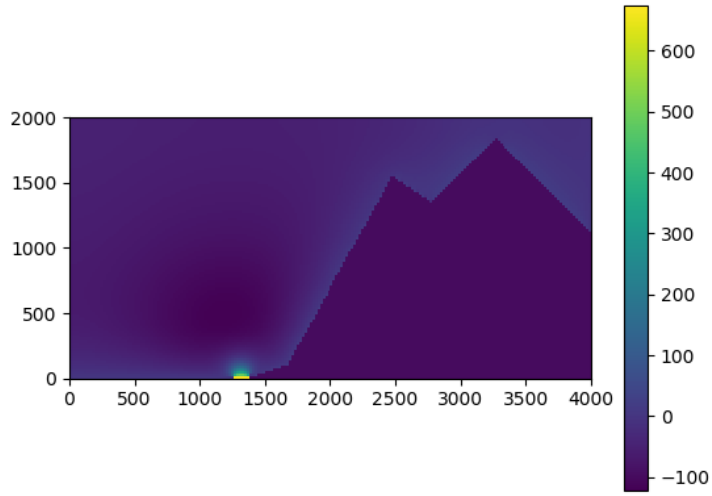

Figura 11: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=8 y $\rho(x, y) \neq 0$

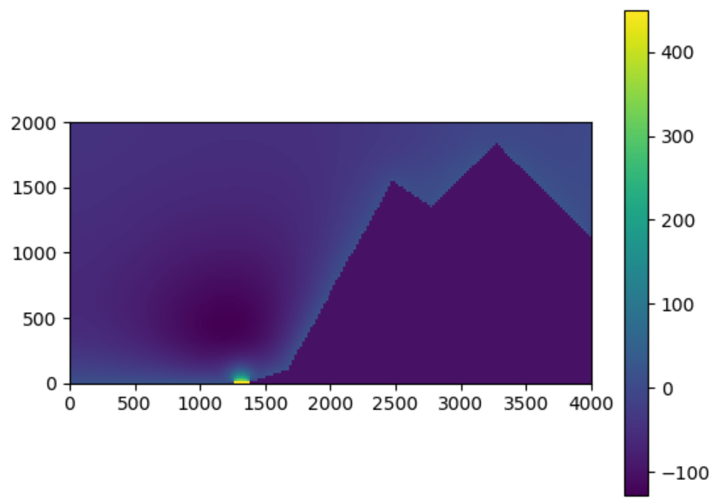

Figura 12: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=12 y $\rho(x, y) \neq 0$

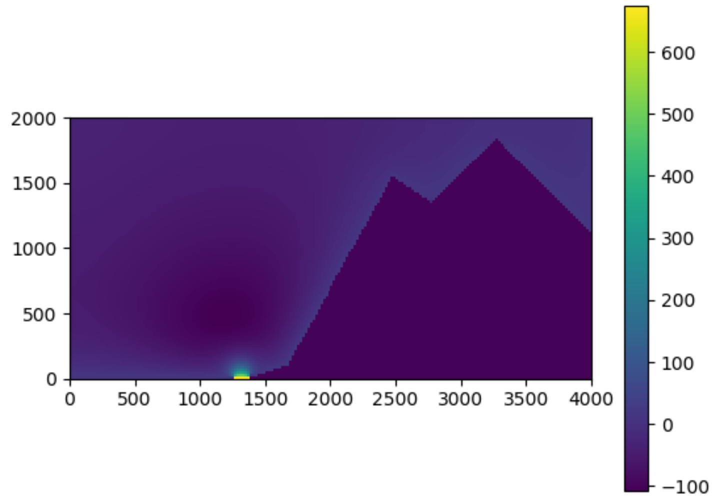

Figura 13: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=16 y $\rho(x, y) \neq 0$

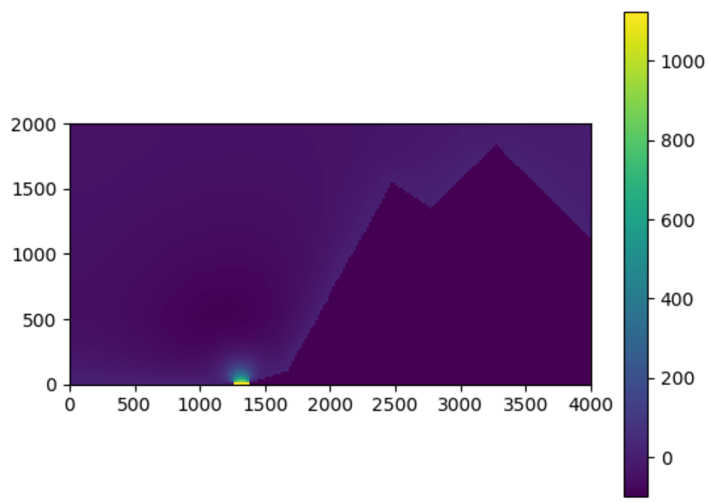

Figura 14: Gráfico de la temperatura atmosférica con T=20 y $\rho(x, y) \neq 0$

A continuación se muestra una tabla y un gráfico con el numero de iteraciones que son necesarias para que el sistema converga para distintos valores de ω con T=16

Tabla 1: Comparación entre valor de ω versus el numero de iteraciones

Valor ω	Numero iteraciones
0,1	457
0,2	320
0,3	253
0,5	280
0,7	577
0,9514	924
1	995

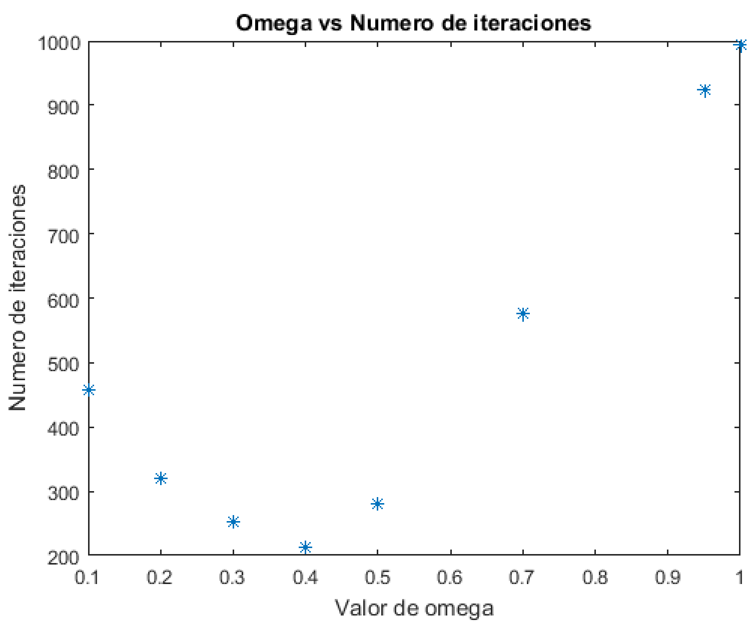

Figura 15: Gráfico de numero de iteraciones versus valor de ω

4. Análisis de resultados

Observando y comparando la **Figura 2** y la **Figura 4** se puede decir que los resultados si tienen sentido ya que ambos tienen la misma temperatura mínima y máxima pero en la Figura 4 se puede apreciar como el color de la atmósfera es mas claro en comparación con la **Figura 2**, que significa que tiene una temperatura mayor lo que esta correcto ya que en la **Figura 4** se esta graficando con T=16 que es el tiempo donde la temperatura atmosférica es mayor. Además observando las figuras de la 6 a la 9, se puede apreciar como la temperatura a los alrededores cercanos de la planta es alta pero va disminuyendo a medida que la distancia respecto a esta es mayor, que es como en realidad se comporta la temperatura.

En las figuras cuando $\rho(x, y) = 0$ se puede apreciar que tanto las condiciones del mar como las condiciones geográficas no afectan al sistema, ya que la temperatura atmosférica solo varia considerablemente a los alrededores de la planta y alrededor de las montañas y el mar se mantiene igual. En cambio cuando $\rho(x, y) \neq 0$ se puede apreciar como la temperatura atmosférica alrededor del mar y las montañas si se ve afectada por las condiciones de estas ya que alrededor de las montañas y el mar se puede observar deferencias de colores en la temperatura atmosférica lo que quiere decir que las condiciones geográficas logran que la temperatura alrededor de las montañas y el mar varié, lo que tiene sentido ya que en la vida real ocurre así es decir la temperatura del suelo afecta en parte la temperatura del aire.

Observando la **Tabla 1** y la **Figura 15** se puede apreciar que para distintos valores de ω manteniendo todas otras condiciones fijas se forma una especie de parábola en la relación entre ω y el numero de iteraciones que se necesitan para que la matriz converga, donde el mínimo valor de iteraciones se da con $\omega = 0{,}3$ y el maximo valor de iteraciones con $\omega = 1$, aunque independiente del numero de iteraciones, la mejor aproximación a la realidad ocurre con $\omega = optimo$ ya que con un valor pequeño para ω no se puede apreciar lo que en realidad ocurre y con $\omega > 1$ los valores de la matriz divergían lo que impedía que se mostrara un resultado en pantalla. También observando las figuras se puede afirmar que a las 8 se obtiene la menor temperatura media del sistema ya que es la figura en la cual los colores son los mas oscuros.

5. Conclusiones

Como síntesis de los resultados previamente descritos se puede concluir que el método numérico de sobrerelajacion sucesiva es una útil herramienta para la resolución de EDPs, ya que se obtienen resultados lógicos, es más al resolver una ecuación de Poisson se obtienen resultados más exactos en comparación con una ecuación De Laplace, puesto que el $\rho(x, y)$ permite que se aprecien más detalles como por ejemplo, el efecto de las condiciones geográficas en la atmósfera, ya sea la temperatura de la superficie como la temperatura del mar en las zonas alejadas a la planta, estos son detalles que no se pueden apreciar cuando $\rho(x, y) = 0$, incluso al resolver el problema ocupando $\omega = \textit{óptimo}$ se obtienen resultados aun mas exactos y realistas.

Gracias a los resultados damos como cumplido nuestro objetivo de investigación, ya que se logró modelar el comportamiento térmico en la atmósfera ocupando métodos numéricos y logrando una solución lógica lo que permitió observar como las chimeneas de la planta refinadora de petroleo afectan las temperaturas de los alrededores. Por lo que se puede decir que este es un buen método para poder modelar mas problemas de este estilo, así se puede observar el impacto que tendrá una fuente fuente de calor en la atmósfera y viendo los resultado poder definir si es factible o no el proyecto.