

BÀI TẬP CHƯƠNG 7

1. Trình bày các cách để chia một lục giác đều thành các tam giác bằng cách dùng các đường chéo không cắt nhau?
2. Dùng công thức truy hồi để tính giá trị của C_5, C_6 .
3. Tính giá trị của C_8, C_9 .
4. Liệt kê các cách sắp xếp đúng khác nhau của 4 cặp dấu ngoặc đơn “()”.
5. Một cuộc bầu cử diễn ra trong đó mỗi ứng viên A và B đều nhận được n phiếu bầu, và có tất cả là $2n$ cử tri. Sau khi mỗi cử tri bầu xong thì các phiếu bầu được cho vào một danh sách. Hỏi có bao nhiêu danh sách các phiếu bầu có thể mà trong đó tại mỗi thời điểm số phiếu bầu cho A luôn lớn hơn hoặc bằng số phiếu bầu cho B?
6. Tìm số cách sắp xếp các số trong tập $\{1, 2, \dots, 2n\}$ vào ma trận kích thước $2 \times n$ sao cho các số ở mỗi dòng và mỗi cột xuất hiện với thứ tự tăng dần (theo chỉ số dòng và số cột).
7. Chứng minh rằng $C_{n+1} = C_n \frac{2(2n+1)}{n+2}$.
8. Tìm một công thức cho $S(n, 3)$?
9. Chứng minh rằng với $n \geq 3$, thì $B(n) < n!$
10. Chứng minh rằng với $n \geq 2$, thì $n! < S(2n, n) < (2n)!$
11. Tìm một công thức cho $S(n, 2)$, với $n \geq 2$.
12. Tìm một công thức cho $S(n, n-2)$, với $n \geq 2$.
13. Tìm một công thức cho $S(n, n-3)$, với $n \geq 3$.
14. Gọi $F(n)$ là số tất cả các phân hoạch của $[n]$ trong đó không có tập con nào chỉ chứa 1 phần tử. Chứng minh rằng $B(n) = F(n) + F(n+1)$.
15. Tìm một công thức truy hồi cho $F(n)$
16. Gọi $B_k(n)$ là số các phân hoạch của $[n]$ sao cho nếu i và j ở chung một tập con, thì $|i - j| > k$. Chứng minh rằng $B_k(n) = B(n - k)$.
17. Chứng minh rằng nếu n lẻ thì $S(n, 2)$ chia hết cho 3.
18. Có bao nhiêu phân hoạch của $[6]$ mà có chính xác 3 tập con?
19. Dùng công thức truy hồi để tính $S(7, k)$, với $k=2, 3, 4$.
20. Có bao nhiêu phân hoạch của tập $[8]$?
21. Chứng minh rằng số các toàn ánh $f: [n] \rightarrow [k]$ bằng $k!S(n, k)$.

Chú ý: $S(n, k) = \left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}$.