

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN



# BÁO CÁO BÀI THỰC HÀNH LAB 4

Giảng viên hướng dẫn: Trần Hà Sơn

Họ và tên: Trần Đình Nhật Trí

Mã số sinh viên: 21120576

## I. Thông tin cá nhân:

Họ và tên	MSSV
Trần Đình Nhật Trí	21120576

## II. Ý tưởng thực hiện:

### 1. Bài 1:

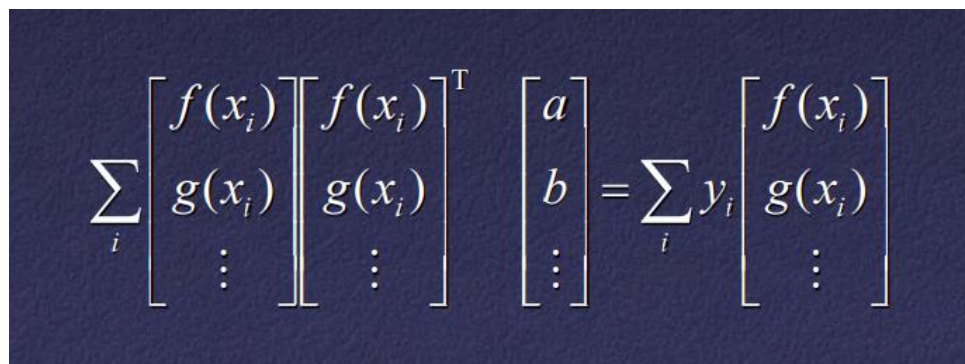
- Tìm giá trị riêng của ma trận A.
- Xét từng giá trị riêng để xác định hàm lồi hoặc lõm.
- Đạo hàm phương trình f sau đó tính phương trình 3 ẩn.
- Sau khi tìm được giá trị 3 ẩn, ta tìm cực trị bằng cách thế 3 giá trị đó vào phương trình ban đầu.

### 2. Bài 2:

Ta có phương trình:

$$y = a + b \cdot x \quad (1)$$

Để ước lượng các tham số a, b, ta dựa theo công thức tìm nghiệm bình phương tối thiểu sau:


$$\sum_i \begin{bmatrix} f(x_i) \\ g(x_i) \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(x_i) \\ g(x_i) \\ \vdots \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a \\ b \\ \vdots \end{bmatrix} = \sum_i y_i \begin{bmatrix} f(x_i) \\ g(x_i) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Trong đó:

- Nhân tử đầu tiên chính là tổng các tích của ma trận được tạo thành từ các nhân tử nhân với tham số  $a, b$  (như trong phương trình (1) các giá trị đó lần lượt là 1,  $x$ ) thường kí hiệu là ma trận  $A$ .

- Nhân tử thứ hai là ma trận các tham số  $a, b$

- Tích của hai ma trận chính là tổng các tích của ma trận  $A$  với từng điểm dữ liệu  $y$  trong bảng dữ liệu.

Từ công thức trên, ta có thể tìm được giá trị của từng tham số  $a, b, c$  theo các bước sau:

- Tạo ma trận  $A$  tương ứng theo từng biểu thức của mỗi toán hạng trong phương trình:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}$$

- Tính ma trận  $\sum(A^t A)$  bằng cách thế các giá trị trong cột  $x$  của dữ liệu vào mỗi biểu thức:

$$\sum(A^t A) = \sum_i \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}$$

- Tính ma trận  $\sum(A^t b)$  bằng cách thế các giá trị trong cột  $x$  và  $y$  của dữ liệu vào mỗi biểu thức:

$$\sum(A^t b) = \sum_i y_i \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}^t$$

- Xét giá trị  $\sum(A^t A)^{-1} \sum(A^t b)$  để ra được ma trận cần tìm.
- Thế các giá trị đó vào phương trình (1), ta có được phương trình đường thẳng thể hiện lượng thuốc giảm theo thời gian.

### 3. Bài 3:

Ta có phương trình:

$$y = a + b \cdot x + c \cdot \ln(x^2 + 1) \quad (1)$$

- a) Để tìm được phương trình liên hệ giữa độ giảm trọng lượng hợp chất và khoảng thời gian mà hợp chất tiếp xúc với không khí tương tự như phương pháp tìm bình phương tối thiểu ở bài 2:

Ta có ma trận  $\sum(A^t A)$  và  $\sum(A^t b)$  lần lượt:

$$\sum(A^t A) = \sum_i \begin{bmatrix} 1 \\ x_i \\ \ln(x^2 + 1) \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 \\ x_i \\ \ln(x^2 + 1) \end{bmatrix}$$

$$\sum(A^t b) = \sum_i y_i \begin{bmatrix} 1 \\ x_i \\ \ln(x^2 + 1) \end{bmatrix}^t$$

Từ hai phương trình trên ta tìm được giá trị của từng tham số a, b, c, từ đó được phương trình liên hệ giữa độ giảm trọng lượng hợp chất và khoảng thời gian mà hợp chất tiếp xúc với không khí.

- b) Sau khi tìm được phương trình, ta có thể vẽ được phương trình hồi quy cho các điểm dữ liệu. Ta có thể dự đoán được độ giảm trọng lượng hợp chất từ khoảng thời gian nhất định và ngược lại.
- c) Kiểm tra từng giá trị trong cột x có thỏa mãn với điều kiện xác định của từng phương trình không, sau đó đưa ra kết luận.

### III. Mô tả các hàm:

#### 1. bai01():

Hàm xử lý các bước tính toán trong bài 1.

```
===== BÀI 1 =====  
  
Ta có ma trận A và q lần lượt:  
ma trận A:  
[[ 1 -2  1]  
 [-2  1 -2]  
 [ 1 -2  1]]  
ma trận q:  
[ 1  2 -1]  
Các giá trị riêng của ma trận A lần lượt là:  
4.372281323269017  
-1.2318939157583525e-16  
-1.3722813232690145  
=> Không lỗi không lồm.  
Phương trình df:  
[2*x1 - 4*x2 + 2*x3 + 1 -4*x1 + 2*x2 - 4*x3 + 2 2*x1 - 4*x2 + 2*x3 - 1]
```

Hình 1. Màn hình hiển thị các số liệu được thêm và tính toán trong hàm bai01().

Vì nghiệm giá trị riêng tìm được trong ma trận A đều có giá trị âm và dương => Không lỗi không lồm  
⇒ Không tìm được giá trị cực trị.

## 2. bai02():

Hàm xử lí các bước tính toán trong bài 2.

```
===== BÀI 2 =====  
  
Ta có tổng chuỗi ma trận A^t*A và A^t*b lần lượt là:  
Tổng chuỗi ma trận A^t*A:  
[[ 5. 10.]  
 [10. 30.]]  
Tổng chuỗi ma trận A^t*b:  
[[32.]  
 [45.]]  
Từ đó ta tìm được giá trị bình phương cực tiểu theo công thức  $x = (A^tA)^{-1} * A^tb$   
=> Ma trận x tìm được:  
[[10.2]  
 [-1.9]]  
  
=> Phương trình đường thẳng thể hiện lượng thuốc giảm theo thời gian:  $y = [10.2] + [-1.9]*x$ 
```

Hình 2. Màn hình hiển thị các số liệu được thêm và tính toán trong hàm bai02().

- Ta tìm được đường thẳng thể hiện lượng thuốc giảm theo thời gian:

$$y = -1.9x + 10.2$$

## 3. bai03():

Hàm xử lí các bước tính toán trong bài 3.

```

===== BÀI 3 =====

Ta có tổng chuỗi ma trận A^t*A và A^t*b lần lượt là:
Tổng chuỗi ma trận A^t*A:
[[ 5.      5.      6.74523635]
 [ 5.      25.     12.02600056]
 [ 6.74523635 12.02600056 13.68813165]]
Tổng chuỗi ma trận A^t*b:
[[21.      ]
 [62.1     ]
 [42.12744531]]
Từ đó ta tìm được giá trị bình phương cực tiểu theo công thức x = (A^t*A)^-1 * A^t*b
=> Ma trận x tìm được:
[[1.14446483]
 [1.81151861]
 [0.92214453]]

=> Phương trình liên hệ giữa độ giảm trọng lượng hợp chất và khoảng thời gian mà hợp chất tiếp xúc với không khí:
y = [1.14446483] + [1.81151861]*x + [0.92214453]*ln(x^2 + 1)
----- Câu b -----
Dự đoán độ giảm trọng lượng hợp chất tại năm 6.5: [16.39305168] gram
----- Câu c -----
Không thể sử dụng các hàm y = a + b*x + c*ln(x) và y = a + b*x + c/x vì sẽ có các bộ mà tại đó x có giá trị là 0
Không thỏa điều kiện để sử dụng các hàm này.

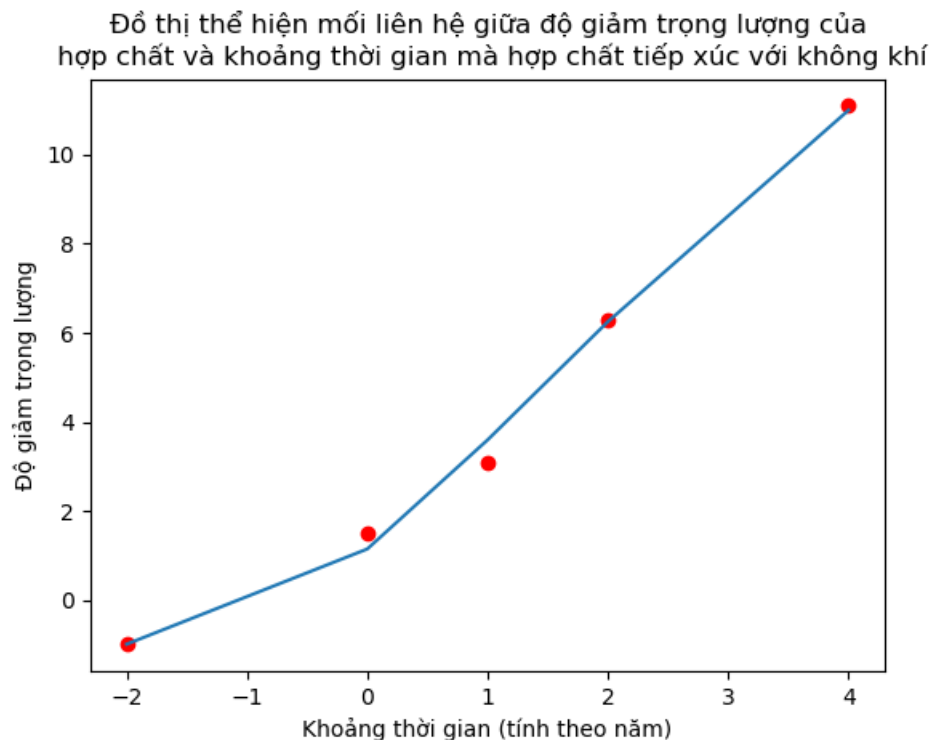
```

Hình 3. Màn hình hiển thị các số liệu được thêm và tính toán trong hàm bai03().

a) Sau khi xử lý, ta được phương trình:

$$y = 1.1444683 + 1.81151861 \cdot x + 0.92214453 \cdot \ln(x^2 + 1)$$

b) Ta vẽ được đồ thị sau:



Hình 4. Phương trình hồi quy tuyến tính tìm được từ câu a).

Từ phương trình tìm được, ta thế số năm  $x$  (6.5) năm vào, ta tìm được độ giảm trọng lượng hợp chất là **16.39305168 gram**.

- c) Ta xét từng điểm dữ liệu  $x$  thì thấy có giá trị là 0, tức không thỏa điều kiện của phương trình  $y = a*x + b*x + c*\ln(x)$  ( $x > 0$ ) và  $y = a + b*x + c/x$  ( $x \neq 0$ ).

----- HẾT -----