BAC S2 2004 1er groupe

EXERCICE 1

Soit (Un) n ∈ ℕ la suite géométrique de premier terme $U_0 = 4$, de raison $\frac{1}{2}$.

Soit (Vn) n ∈ ℕ la suite arithmétique de premier terme $V_0 = \frac{\pi}{4}$, de raison $\frac{\pi}{2}$.

Pour tout entier naturel n, on note Z_n le nombre complexe de module U_n et dont un argument est Vn .

1°) a) Exprimer Un et Vn en fonction de n.

b) En déduire Z_n .

2°) Démontrer que (Z_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}i$ et de premier terme $Z_0 = 2\sqrt{2} + i\,2\sqrt{2}$.

3°) Soit (P) le plan complexe rapporté à un repère ortho normal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ et M_n le point d'affixe Z_n.

a) Déterminer la nature de la transformation F qui au point M_n associe le point M_{n+1} d'affixe Z_{n+1}.

b) Donner ses éléments caractéristiques.

4°) Pour tout entier naturel n, on pose Zn = z0 z1 z2……… zn .

a) Exprimer en fonction de n un argument de Zn.

b) Démontrer que si n est impair, alors Zn est réel.

EXERCICE 2

Un porte-monnaie contient quatre pièces de 500 F CFA et six pièces de 200 F CFA.

Un enfant tire au hasard et simultanément 3 pièces de ce porte-monnaie.

1°) Calculer la probabilité de l'événement A : « tirer trois pièces de 500F ».

2°) soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 500F figurant parmi les trois pièces tirées.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

3°) L'enfant répète cinq fois l'expérience en remettant chaque fois les trois pièces tirées dans le porte-monnaie.

Quelle est la probabilité que l'événement A se réalise trois fois à l'issue des cinq tirages ?

PROBLEME

Soit f la fonction définie par : $f\,(x) \;=\; \dfrac{(2x-1)\,e^{x}-2x+2}{e^{x}-1}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition Df de la fonction f et trouver les trois réels a, b et c tels que pour tout x de Df, on ait $f\,(x) \;=\; ax \;+\; b \;+\; \dfrac{c}{e^{x}-1}$

2°) Déterminer les limites de f aux bornes de Df.

3°) a) Déterminer la fonction dérivée de f.

b) Résoudre dans R l'équation : $2\,e^{2x} - 5\,e^{x} + 2 = 0$.

c) En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f.

4°) On appelle (C) la représentation graphique de la fonction f dans un plan muni d'un repère ortho normal $(\,O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$ dont l'unité est 2 cm.

Démontrer que les droites d'équations respectives $y \;=\; 2x-1$ et $y \;=\; 2x-2$ sont des asymptotes de (C) respectivement en $+\,\infty$ et $-\,\infty$.

Préciser l'autre asymptote.

5°) Soit x un réel de Df .On considère les deux points M et M ' de (C) d'abscisses respectives x et — x. Déterminer les coordonnées du milieu Ω du segment [M M '] .

Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?

6°) Tracer la courbe (C).

7°) a) Trouver les réels α et β tels que, pour tout réel x de l'ensemble Df on ait :

$$f\,(x) \;=\; 2x \;+\; \alpha \;+\; \frac{\beta\, e^{x}}{e^{x}-1}\ .$$

b) Soit k un réel supérieur ou égal à 2 .

Déterminer l'aire $A\,(k)$ en cm2 de l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x ;y) vérifient : $ln\,2 \;\le\; x \;\le\; ln\,k$ et $2x-1 \;\le\; y \;\le\; f\,(x)$.

c) Calculer $\lim\limits_{k\to+\infty} A\,(k)$.