BAC S2 1998 REMPLACEMENT ENONCE

EXERCICE 1

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation (E) d'inconnue z telle que : $(E) : iz^2 + (1-5i)z + 6i - 2 = 0$.

a) Montrer que cette équation possède une solution réelle notée Z_1. Déterminer l'autre solution Z_2 de (E).

b) Dans le plan complexe muni du repère orthonormé$(O, \overrightarrow{e1}, \overrightarrow{e2})$, on note M1 le point d'affixe Z_1 et M2 le point d'affixe Z_2 .

Déterminer l'affixe du point C de l'axe $(O, \overrightarrow{e1})$ équidistant de M1 et M2.

c) Soit la rotation R1 de centre C telle que R1(M1) = M2.

α) Déterminer une mesure de l'angle de la rotation R1.

β) Déterminer l'affixe du point O ' image de O par R1.

d) Soit la rotation R2 de centre O et d'angle orienté θ tel que $Mes\ \theta = \frac{\pi}{2} rad$.

α) Quelle est la nature de la composée R2 ∘ R1 ? Justifier votre réponse.

β) Soit B d'affixe $3i$. Déterminer l'image du cercle circonscrit au triangle BOC par R2 ∘ R1 . Justifier votre réponse.

EXERCICE 2

Soit la fonction f telle que $\begin{cases} f(x) = x \ln|x| \ si\ x \in R^* \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1°) a) Préciser Df et étudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

b) Montrer que f est impaire, puis étudier f sur [0 ; + ∞ [en précisant les limites éventuelles puis son sens de variation.

2°) a) A l'aide d'une intégration par parties, déterminer la valeur de l'intégrale I (α)

telle que $I(\alpha) = \int_{\alpha}^{1} f(x)dx$ avec $\alpha \in]0\,;1]$.

b) En déduire $\lim\limits_{\alpha \to 0^+} I(\alpha)$.

3°) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (Cf), l'axe des abscisses et les droites d'équation x = — 1 et x = 1 (en unités d'aires U.A.).

EXERCICE 3

Soit a un réel non nul et la suite (Un) : $U0 = 1 \, et \, \forall \, n \in \mathbb{N}*, Un = a \, U_{n-1} + 2$

1°) On suppose a = 1.

a) Quelle est la nature de la suite (Un)?

b) Calculer le centième terme de cette suite.

c) Déterminer la valeur de $S = 1 + 3 + 5 + \dots\dots. + u99$.

2°) On suppose a = 3 et on donne la suite (Vn) telle que.

$\forall n \in \mathbb{N}, Vn = Un + 1$.

a) Montrez que (Vn) est une suite géométrique dont vous donnerez la raison et le premier terme.

b) Exprimer Vn puis Un en fonction de n. (Un) est-elle convergente ? Pourquoi ?

3°) On ne donne pas a mais on donne la suite (ωn) telle que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \omega n = Un - 21 - a \; ; \; a \neq 1.$$

a) Montrer que (ωn) est une suite géométrique dont vous donnerez la raison et le premier terme.

b) Pour quelles valeurs de a (Un) sera-t-elle convergente ? Donner alors sa limite.

EXERCICE 4

Dans un pays A, on a évalué le nombre de personnes travaillant dans l'agriculture en fonction de l'année.

X (année)	1954	1962	1968	1975	1982	1990
Y (Nombre d'actif agricole en millier	3 984	3011	2460	1652	1448	982

On note Z le rang de l'année $\begin{cases} 1954 \; a \; pour \; rang \; Z = 0 \\ 1990 \; apour \; rang \; Z = 36 \end{cases}$

1°) Construire le nuage de points associé à cette série statistique (Z,Y) .

2°) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de cette série. Peut-on envisager une forte corrélation linéaire entre Z et Y ?

3°) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en z.