BAC S2 2002 1er groupe

EXERCICE 1

$\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes.

1. Montrer que, dans $\mathbb{C}$, la somme des racines $n^{ièmes}$ de l'unité est égale à zéro ($n \geq 2$)
2. En utilisant les résultats du 1) montré que $\cos\frac{\pi}{5}$ est une solution de l'équation $4x^2 - 2x - 1 = 0$.
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{5}$, $\cos\frac{2\pi}{5}$ et $\cos\frac{\pi}{10}$.

EXERCICE 2

63 candidats se sont présentés au baccalauréat comportant une épreuve de Maths et une épreuve de Sciences Physiques : SP.

math \ sp	2	6	10	14	18	totaux
6	4	2	1	0	0	7
8	2	5	2	0	0	9
10	1	6	16	5	1	29
12	0	2	3	6	2	13
14	0	1	0	1	3	5
totaux	7	16	22	12	6	63

On appelle X = (xi) la série statistique des notes de Sciences Physiques et Y = (yi) la série statistique des notes de Mathématiques.

1. Déterminer pour chaque xi la moyenne z_i de la série conditionnelle y/z_i .
2. On considère la série double (xi,zi)

a) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé construire le nuage de points M(xi, zi).

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre la série X = (xi) et Z = (Zi) .

c) Déterminer une équation de la droite d'ajustement linéaire de Z et X par la méthode des moindres carrés. 33

d) Tracer cette droite.

PROBLEME

A. On considère la fonction g définie sur R + \{1} par :

$g\ (x)\ = \frac{1}{ln^2 x} - \frac{1}{ln\ x}$ pour tout x > 0 et x ≠ 1 ; g (0) = 0 .

1. Montrer que g est continue à droite en zéro.
2. Etudier les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

Dresser le tableau de variation de g.

En déduire le signe de g(x) en fonction de x.

B. On considère la fonction f définie sur R +\ {1} par :

$f\ (x)\ = -\frac{x}{ln\ x}$ si x > 0 et x ≠ 1 ; f (0) = 0 .

1. Montrer que f est continue à droite et dérivable à droite au point O. En déduire l'existence d'une demi-tangente à la courbe représentative **C** de f au point d'abscisse 0.
2. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Comparer f ' (x) et g(x). En déduire les variations de f et son tableau de variations.
4. Déterminer l'équation de la tangente D à la courbe **C** au point d'abscisse e².
5. Soit M le point de C d'abscisse x et N le point de D de même abscisse x. On pose $\varphi\ (x)\ = \overline{NM}$.

Montrer que : $\varphi\ (x)\ = f\ (x) + \frac{x + e^2}{4}$.

Déduire de A) le tableau de variations de φ ' (x) puis le signe de φ ' (x) sur]1 ;+ ∞ [.

En déduire le signe de φ (x) sur]1 ;+ ∞ [et la position de **C** par rapport à D pour les points d'abscisse x >1.

6. Représenter dans le plan rapporté à un repère orthonormé la courbe **C** et la droite D (unité 2 cm).

C. On revient à la fonction g du A).

On note Cg la courbe représentative de g dans le plan rapporté à un repère orthonormé (unité 2 cm).

Sans construire Cg, calculer en cm^2 l'aire de la partie plane comprise entre la courbe Cg, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives : $x = e$ et $x = e^2$.