



MATHEMATIQUES

(Session Normale, Mai 2022; Durée : 2 heures)

EXERCICE 1 : (/ 4 points)

Pour prévenir l'extension d'une épidémie virale, on décide de soumettre la population menacée à des tests. D'une façon générale, le résultat de chaque test est positif pour les porteurs du virus, négatif pour les personnes qui ne sont pas atteintes ; mais il y a des exceptions. Le but de l'exercice est de comparer deux procédures de dépistage, l'une n'utilisant qu'un test, l'autre consistant en la succession de deux tests identiques réalisés indépendamment l'un de l'autre.

On choisit un individu X au hasard et on considère les événements suivants :

V : « X est porteur du virus » ; \bar{V} : « X n'est pas porteur du virus » ;

T : « le test appliqué à X est positif » ; \bar{T} : « le test appliqué à X est négatif ».

En désignant par $p(E)$ la probabilité de l'événement E , on admet que :

$$p(V) = 0,1$$

$$p(\bar{T}) \text{ sachant } V = 0,05$$

$$p(T) \text{ sachant } \bar{V} = 0,03$$

- 1) Dans cette question on étudie la procédure de contrôle qui n'utilise qu'un test.
 - a) Calculer la probabilité des événements :
 A : « X est porteur du virus ET le test appliqué à X est positif »
 B : « X n'est pas porteur du virus ET le test appliqué à X est positif »
 En déduire la probabilité de T , puis celle de \bar{T} .
 - b) Calculer la probabilité que X soit porteur du virus et que le test soit négatif.
 En déduire la probabilité que X soit porteur du virus sachant que le test appliqué à X est négatif.
- 2) On effectue maintenant deux tests identiques dans des conditions qui garantissent l'indépendance des résultats. On considère l'événement \bar{T}_2 : « les résultats des deux tests appliqués à X sont négatifs ».
 - a) Quelle est la probabilité de \bar{T}_2 ?
 Quelle est la probabilité que les deux tests soient négatifs sachant que X est porteur du virus ?
 - b) Déduire de la question a) la probabilité que X soit porteur du virus et que les deux tests soient négatifs, puis la probabilité que X soit porteur du virus sachant que les deux tests ont été négatifs.

EXERCICE 2 : (/ 6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère ortho normal (O, \vec{u}, \vec{v}) , unité graphique 2 cm.

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : $4z^2 - (8 - 6i)z + 1 - 5i = 0$.

2) On considère A, B, C et D d'affixes respectives $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$, $\frac{3}{2} - i$, i et $1 - i$.

- a. Placer les points A, B, C et D .

$$1 - \frac{3}{2}i$$

b. Déterminer le module et un argument de $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$. En déduire la nature du triangle ABD.

3) On considère les suites (Z_n) et (a_n) définies par : $\begin{cases} z_0 = i + 2 \\ z_{n+1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) z_n + 1 - i \end{cases}$ et

$$a_n = z_n - 2.$$

Montrer que (a_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

PROBLEME : (/ 10 points)

Partie A

Soit une fonction f définie par $f(x) = \frac{1+e^x}{1+e^{2x}}$

1. Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$
2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, on a \quad 0 < f(x) \leq \frac{1+\sqrt{2}}{2}$
3. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, (1 + e^{2x})f'(x) + (e^{2x} - 1)f(x) = -1$

Partie B

$\forall x \in \mathbb{R}, on pose \quad F(x) = \int_0^x \frac{1+e^t}{1+e^{2t}} dt$

1. Etablir que $\forall x \in \mathbb{R}, \quad F(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2} + \ln \left[\frac{\sqrt{2}e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}} \right]$
2. Soit $\phi(x) = \int_0^{\tan x} \frac{dt}{1+t^2}$, avec $x \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$. Montrer que $\forall x \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[, \phi(x) = x$
3. En déduire que $I = \int_0^{\frac{\ln 3}{2}} f(t) dt = \frac{\pi}{12} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{3}{2} \right)$. Donner une interprétation géométrique de la valeur de I .

Partie C

1. On donne $J = \int_0^{\frac{\ln 3}{2}} \frac{1+e^t}{(1+e^{2t})^2} dt$

a. Montrer qu'il existe deux réels a et b tel que :

$$\forall t \in \mathbb{R}, \frac{1}{1+e^{2t}} = a + \frac{be^{2t}}{1+e^{2t}} \quad \text{en déduire} \quad \int_0^{\frac{\ln 3}{2}} \frac{1+e^t}{(1+e^{2t})^2} dt$$

b. Montrer que $\forall t \in \mathbb{R}, f'(t) = \frac{-1}{1+e^{2t}} - f(t) + \frac{2f(t)}{1+e^{2t}}$

2. Trouver alors la valeur de J



CONCOURS D'ENTREE

SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

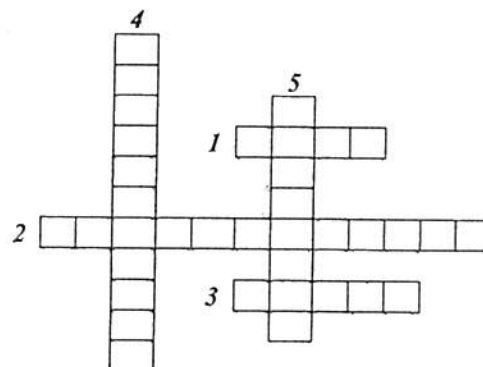
(Session Normale, Mai 2022; Durée : 2 heures)

EXERCICE 1 : Evaluation des connaissances (/ 8 points)

I- (/ 3 points)

Reprends et remplis les grilles des mots croisés ci-contre avec les définitions suivantes:

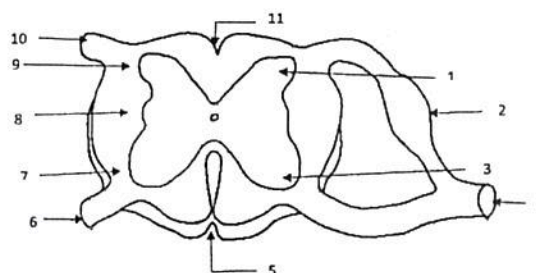
- 1- Organe participant dans la régulation de la pression osmotique.
- 2- Se dit du liquide du milieu intérieur occupant les espaces intercellulaires.
- 3- Liquide jaune surnageant après coagulation du sang.
- 4- Ensemble de processus physiologique visant à maintenir constante la composition du milieu intérieur.
- 5- Cellules sanguines assurant le transport des gaz respiratoires.



II- (/ 5 points)

Le réflexe myotatique, qui provoque la contraction d'un muscle squelettique à son propre étirement, met en jeu différents éléments qui constituent l'arc réflexe.

Document de référence : *Coupe transversale de la moelle épinière en rapport avec un nerf rachidien.*



Consigne. A partir du document de référence et de l'utilisation de tes connaissances, réponds aux questions suivantes :

A) Indique sur ta copie le numéro de la question et la lettre correspondant à l'unique bonne réponse. (/ 3 points) (NB : Une réponse juste vaut 1 point, et une réponse fausse vaut « - 1 point »)

1- Au niveau de la moelle épinière, la section de la racine ventrale d'un nerf rachidien :

- a) N'entraîne pas la paralysie des muscles innervés par ces fibres.
- b) Entraîne la paralysie des muscles innervés par les fibres de ce nerf.
- c) Entraîne la suppression de la sensibilité des muscles innervés par ces fibres.
- d) Entraîne la perte de la sensibilité et de la motricité des muscles innervés par ces fibres.

2- Le message nerveux enregistré au niveau d'une fibre neuronale issue d'un récepteur sensoriel localisé dans un muscle étiré :

- a) Se propage le long d'un neurone dont le corps cellulaire se situe au niveau du ganglion spinal.
- b) Provient de la synapse neuromusculaire.
- c) A été généré au niveau du corps cellulaire situé dans les muscles.
- d) Est un potentiel de repos.

3- Un message nerveux enregistré dans un motoneurone :

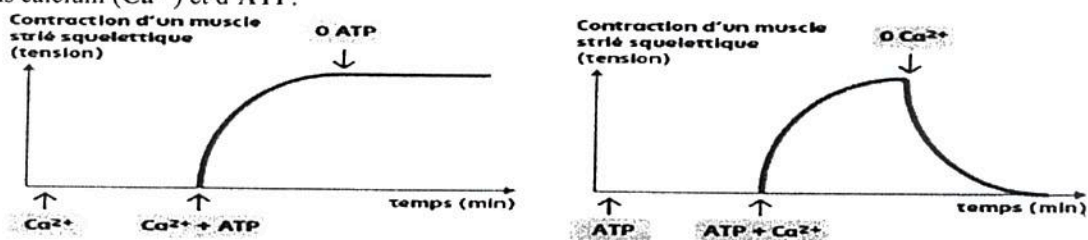
- a) Est codé en amplitude de potentiels d'action.
- b) Est généré quel que soit l'activité de la stimulation.
- c) Est codé en fréquence de potentiels d'action.
- d) A une vitesse de propagation variable.

B) Annote le document de référence en attribuant un nom aux différentes flèches. (/ 2 points)

EXERCICE 2 : (/ 6 points)

Chez les animaux, la longue marche requiert des contractions soutenues des muscles striés squelettiques. Pour comprendre les conditions nécessaires à la contraction musculaire plusieurs expériences ont été réalisées.

Expériences 1 : On mesure la contraction d'un muscle strié squelettique (tension) en présence ou en l'absence d'ions calcium (Ca^{2+}) et d'ATP.



Expériences des conditions nécessaires à la contraction musculaire

(Nathan Term Enseignement de spécialité 2021)

1) Quelles interprétations faites-vous de l'analyse des expériences 1 ? (/ 2 points)

Expériences 2 : Avec les expériences ci-dessous les chercheurs ont essayé de préciser ce qui se passe au niveau moléculaire lors de la contraction musculaire.

	Constituants du milieu	
	Etat initial	Etat final
Milieu 1	Filaments d'actine + ATP + Ca^{2+}	Filaments d'actine + ATP + Ca^{2+}
Milieu 2	Filaments de myosine + ATP + Ca^{2+}	Filaments de myosine + ATP + Ca^{2+} + faible quantité d'ADP et de Pi
Milieu 3	Filaments d'actine + filaments de myosine + ATP + Ca^{2+}	Ponts actine-myosine + grande quantité d'ADP et de Pi

(Nathan Term Enseignement de spécialité 2021)

2) Analysez ces expériences de façon à y déduire les conditions d'utilisation de l'ATP. (/ 2 points)

3) Précisez le rôle de chaque molécule dans le phénomène de la contraction. (/ 2 points)

EXERCICE 3 : (/ 6 points)

On recherche chez le maïs la position relative des gènes de la couleur et de l'aspect des graines. En vous appuyant sur les informations extraites du document proposé, complétées par vos connaissances, explique comment les résultats obtenus permettent d'établir la localisation chromosomique des gènes étudiés.

Document: Résultats expérimentations sur le maïs

Expériences	Description	Résultats
Première série d'expériences	Des graines noires et ridées sont croisées avec des graines jaunes et lisses	En F_1 , toutes les graines sont noires et ridées
Deuxième série d'expériences	Des individus de la F_1 sont croisés avec des individus jaunes et lisses	35,5 % de graines ridées et noires 35,5 % de graines lisses et jaunes 14,5 % de graines ridées et jaunes 14,5 % de graines lisses et noires



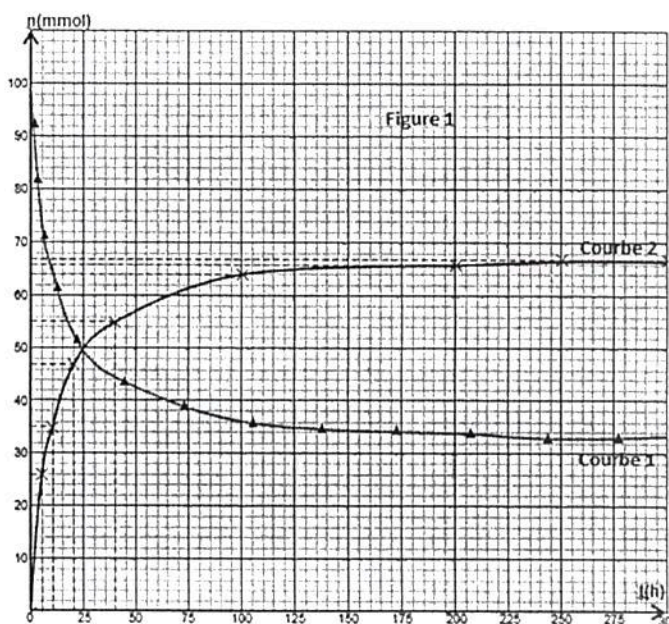
SCIENCES PHYSIQUES

(Session Normale, Mai 2022 ; Durée : 2 heures)

CHIMIE : (/ 7 points)

Un technicien décide de réaliser la synthèse de l'acétate d'éthyle au laboratoire. Pour cela, il mélange, à l'état initial, 100 mmol d'acide éthanóïque et 100 mmol d'éthanol. Des mesures expérimentales ont permis de déterminer les quantités de matière d'acide éthanóïque et d'acétate d'éthyle présentes au cours de la synthèse.

Le graphique représentant l'évolution des quantités de matière d'acide éthanóïque et d'acétate d'éthyle est indiqué sur la **figure 1**.

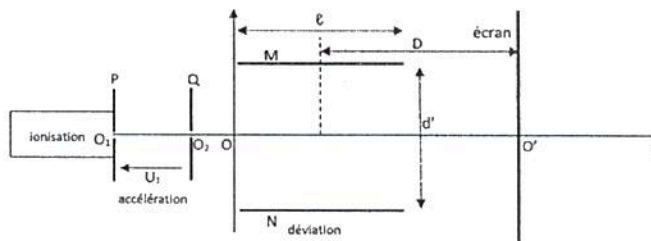


1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de synthèse et donner le nom de l'acétate d'éthyle dans la nomenclature officielle.
2. Identifier les deux courbes 1 et 2. Justifier la réponse.
3. Expliquer pourquoi les courbes 1 et 2 n'évoluent plus au-delà de la date $t = 250$ heures.
4. Déterminer à partir du graphique :
 - 4.1. le rendement de la synthèse de l'acétate d'éthyle ;
 - 4.2. la vitesse de disparition de l'acide éthanóïque à l'instant initial et la vitesse de formation de l'ester à la date $t = 75$ h.
 - 4.3. le temps de demi-réaction à partir des deux courbes
5. Le technicien désire améliorer le rendement de la synthèse.
 - 5.1. Donner le nom et la formule semi-développée du réactif qu'il peut utiliser à la place de l'acide éthanóïque.
 - 5.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction correspondante et rappeler ses caractéristiques.

PHYSIQUE

EXERCICE 2 : (7 points)

- 1) Dans une chambre d'ionisation, de l'argon (Ar) naturel est soumis à un rayonnement ; il se forme des ions $^{40}_{18}\text{Ar}^{8+}$ et $^{39}_{18}\text{Ar}^{8+}$. Ces isotopes sont injectés avec une vitesse initiale nulle par une orifice O_1 dans une chambre d'accélération où ils sont accélérés grâce à un champ électrique uniforme existant entre les armatures verticales P et Q d'un condensateur plan.



Une tension $U_1 = 2000$ V est établie entre P et Q distante de $d = 10$ cm.

- 1-1. Préciser la direction et le sens de \vec{E}_1 entre P et Q.
- 1-2. Calculer la valeur de l'accélération de chaque particule entre P et Q.
- 1-3. Calculer l'énergie cinétique de chaque particule en O_2 .
- 1-4. Calculer la vitesse de chaque particule en O_2 .

- 2) Les ions accélérés pénètrent en O à l'intérieur du champ électrique uniforme \vec{E} entre deux plaques métalliques M et N de longueur $\ell = 30$ cm et distants de $d' = 20$ cm. Entre M et N existe une tension $U = 220$ V. Le point O est à égale distance de M et N.
- 2-1. Quels doivent être les signes des plaques M et N pour que la particule soit déviée vers le haut (vers M)?
- 2-2. Etablir l'équation de la trajectoire d'un ion dans le repère (xOy).
- 2-3. Exprimer la déviation α de la particule.
- 2-4. Déterminer la position du point d'impact I d'un ion sur un écran situé à une distance D du milieu des plaques ($D = 45$ cm).
- 2-5. Ce dispositif permet-il d'avoir deux points d'impact sur l'écran ?
- On rappelle que la masse d'un ion est $m = Au$ ($u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg), A étant le nombre de masse.

EXERCICE 3 : (6 points)

On dispose d'un ressort à spire non jointives et à réponse linéaire de masse M et de raideur $k = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Placé en position horizontale, sa longueur est $\ell_1 = 50$ cm. Lorsqu'il est placé en position verticale, sa longueur est $\ell_2 = 53$ cm.

1. Interpréter cette observation et en déduire la masse M du ressort.
2. Le ressort étant maintenu en position verticale, accroché à un support, on suspend successivement à ce ressort des masses marquées ayant chacune une masse m qu'on met en mouvement. Le système ainsi

constitué se met à osciller avec une période T définie par : $T = 2\pi \sqrt{\frac{M/3 + m}{k}}$.

On se propose de retrouver cette expression de la période T des oscillations.

A/ Méthode énergétique

2.1. Par application de la conservation de l'énergie mécanique, établir l'équation différentielle du mouvement. (On négligera l'énergie potentielle de pesanteur). On rappelle que :

- L'énergie cinétique d'une masse m animée d'une vitesse V à la date t est $E_C = \frac{1}{2} mV^2$
- L'énergie cinétique d'un ressort de masse M dont une extrémité est fixée et l'autre animée d'une vitesse V à la date t est $E_C = \frac{1}{6} MV^2$

2.2. Retrouver à partir de cette équation différentielle l'expression de la période T des oscillations.

B/ Méthode graphique

Après mise en mouvement du système, on mesure à chaque fois la durée t de 20 oscillations. On obtient le tableau ci-dessous :

m(g)	200	300	500	600	800
t(s)	8,9	10,5	13,2	14,3	16,4
T(s)					
$\frac{kT^2}{4\pi^2}$					

2.3. Compléter le tableau ci-dessus. On donnera les résultats de la dernière ligne du tableau au centième près.

2.4. On pose $y = \frac{kT^2}{4\pi^2}$. Tracer la courbe $y = f(m)$

Echelle : $\begin{cases} \text{abscisse : } 1 \text{ cm pour } 0,1 \text{ kg} \\ \text{ordonnée : } 1 \text{ cm pour } 0,1 \text{ kg} \end{cases}$

2.5. Montrer que y peut se mettre sous la forme $y = ax + b$ où a et b sont à déterminer.

2.6. Vérifier la relation $b = \frac{M}{3}$

2.7. En utilisant les questions 2.5. et 2.6 retrouver l'expression de la période T des oscillations.

On donne : $g = 10 \text{ SI}$