

ALGORITHMIQUE - EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1. instructions d'entrée-sortie et d'affectation

On considère l'algorithme ci-contre :

- Donner à x une valeur
- Calculer $u = x + 4$
- Calculer $y = u \times x$
- Ecrire le résultat y

Voici une écriture codée de l'algorithme et sa traduction dans le langage d'une calculatrice

Entrée
Saisir x
Traitement
 u prend la valeur $x+4$
 y prend la valeur $u \times x$
Sortie
Afficher y

Calculatrice TI

```
PROGRAM:FUNCTION
:Input "X=",X
:X+4→U
:U*X→Y
:Disp "Y=",Y
```

Calculatrice Casio

```
===== FONCTION =====
"X="↵
?→X
X+4→U↵
U*X→Y↵
"Y="↵
Y↵
```

1) Que renvoie l'algorithme pour $x = 5$? $x = 10$?

2) L'algorithme définit une fonction f

Exprimer $f(x)$ en fonction de x

Exercice n°2. Structure alternative ou test

f est la fonction qui à un entier naturel n associe l'entier $f(n)$ défini de la façon suivante :

- Si n est un entier pair, alors $f(n) = \frac{n}{2}$
- Si n est un entier impair, alors $f(n) = 3n + 1$

1) Calculer l'image par la fonction f de chacun des entiers 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 50 ; 51

2) Voici ci-dessous l'algorithme de calcul des valeurs de la fonction f

Entrée
Saisir n
Traitement
Si n est pair alors
 y prend la valeur $\frac{n}{2}$
 sinon
 y prend la valeur $3n + 1$
FinSi
Sortie
Afficher y

a) Réaliser une feuille de calcul qui permet de saisir n et d'effectuer le calcul de $f(n)$

(Pour tester la parité d'un entier, on pourra tester si sa moitié est un nombre entier)

b) Vérifier les résultats de la question 1)

Exercice n°3. Structure itérative ou boucle

1) On considère l'algorithme :

...écrit en langage naturel

- Choisir un entier naturel non nul n
- Initialiser une variable S en lui affectant la valeur 0
- Répéter pour chaque entier i de 1 jusqu'à n l'instruction : Donner à S la valeur $S+i$
- à la fin de la répétition, afficher S .

...sous forme codée

Entrée

Saisir n

Initialisation

S prend la valeur 0

Traitement

Pour i de 1 jusqu'à n

S prend la valeur $S+i$

FinPour

Sortie

Afficher S

a) Faire fonctionner cet algorithme lorsque $n = 10$.

b) Quel est le rôle de cet algorithme ?

2) On considère l'algorithme :

...écrit en langage naturel

- Choisir un entier naturel non nul n
- Initialiser une variable u en lui affectant la valeur n
- Répéter tant que $u \geq 11$ l'instruction : Donner à u la valeur $u-11$
- à la fin de la répétition, afficher u .

...sous forme codée

Entrée

Saisir n

Initialisation

u prend la valeur n

Traitement

Tant que $u \geq 11$

u prend la valeur $u-11$

FinTantque

Sortie

Afficher u

a) Faire fonctionner cet algorithme lorsque $n = 35$, puis lorsque $n = 55$

b) Pour un entier naturel quelconque, quel lien existe-t-il entre le nombre n lu en entrée et le nombre u affiché en sortie ?

Exercice n°4. (d'après TL Amérique Nord 2009)

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Entrée : n est un entier naturel non nul

Initialisation : Donner à A et B la valeur 1 et à K la valeur 0

Traitement : Tant que $K < n$, réitérer la procédure suivante

 donner à A la valeur $4A$

 donner à B la valeur $B + 4$

 donner à K la valeur $K + 1$

Sortie : Afficher A et B

1) Justifier que, pour $n = 2$, l'affichage obtenu est 16 pour A et 9 pour B .

Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant :

Valeur de n	1	2	3	4
Affichage pour A		16		
Affichage pour B		9		

2) Pour un entier naturel non nul quelconque n , l'algorithme affiche en sortie les valeurs des termes de rang n d'une suite géométrique et d'une suite arithmétique.

Donner le premier terme et la raison de chacune de ces suites.

(...)

Exercice n°5. (d'après TL Liban juin 2009)

On considère l'algorithme suivant :

Entrée : N est un entier naturel

Initialisation : Donner à P la valeur 0

Donner à U la valeur 4

Donner à S la valeur 4

Traitement : Tant que $P < N$

Donner à P la valeur $P + 1$

Donner à U la valeur $4 + 2P$

Donner à S la valeur $S + U$

Sortie : Afficher S

1. Faire fonctionner l'algorithme pour $N = 5$.

On fera apparaître les différentes étapes du déroulement de l'algorithme dans un tableau comme ci-dessous à reproduire sur la copie.

	Valeur de P	Valeur de U	Valeur de S
Initialisation	0	4	4
Étape 1	1	6	10
Étape 2	2		
.....			
Affichage			

2. On considère la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par : $U_{n+1} = U_n + 2$ et $U_0 = 4$.

a. Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

b. Soit p un nombre entier naturel.

Donner, en fonction de p , la valeur de U_p . Calculer U_{21} .

3. On fait fonctionner l'algorithme pour $N = 20$, la valeur affichée par S est alors 504.

Quelle est la valeur affichée par S si on fait fonctionner l'algorithme pour $N = 21$?

(...)

Exercice n°6. (d'après TL France/La Réunion juin 2008)

Dans un lycée, un code d'accès à la photocopieuse est attribué à chaque professeur.

Ce code est un nombre à quatre chiffres choisis dans la liste $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, chaque chiffre pouvant être répété à l'intérieur d'un même code.

Par exemple 0027 et 5855 sont des codes possibles.

1) Combien de codes peut-on ainsi former ?

2) Ce code permet aussi de définir un identifiant pour l'accès au réseau informatique.

l'identifiant est constitué du code à quatre chiffres suivi d'une clé calculée à l'aide de l'algorithme suivant :

Entrée : N est le code à quatre chiffres.

Initialisation : Affecter à P la valeur de N ;

Affecter à S la valeur 0 ;

Affecter à K la valeur 1.

Traitement : Tant que $K \leq 4$:

Affecter à U le chiffre des unités de P ;

Affecter à K la valeur $K + 1$;

Affecter à S la valeur $S + K \times U$;

Affecter à P la valeur $\frac{P - U}{10}$;

Affecter à R le reste dans la division euclidienne de S par 7 ;

Affecter à C la valeur $7 - R$.

Sortie « la clé » : Afficher C .

a) Faire fonctionner l'algorithme avec $N = 2\,282$ et vérifier que la clé qui lui correspond est 3. On prendra soin de faire apparaître les différentes étapes du déroulement de l'algorithme (on pourra par exemple faire un tableau.).

(...)

Exercice n°7. (d'après TL France/La Réunion septembre 2008)

1. a. Déterminer le reste de la division euclidienne de 2^3 par 7.

b. 2 et 26 sont-ils congrus modulo 7 ? Justifier la réponse.

c. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $2^{3n} \equiv 1 \pmod{7}$. Que peut-on en déduire pour le reste de la division euclidienne de 2^{2007} par 7 ?

2. On considère l'algorithme suivant :

Entrée : n est un entier naturel.

Initialisation : Donner à u la valeur initiale n .

Traitement : Tant que $u > 7$, affecter à u la valeur $u-7$.

Sortie : Afficher u .

a. Faire fonctionner cet algorithme avec $n = 25$.

b. Proposer deux entiers naturels différents qui donnent le nombre 5 en sortie.

c. Peut-on obtenir le nombre 11 en sortie ? Justifier.

d. Qu'obtient-on en sortie si on fait fonctionner cet algorithme avec le nombre 2^{2007} ?

Même question avec le nombre 2^{2008} . Justifier.

Exercice n°8. (d'après TL La Réunion septembre 2007)

Une entreprise de recyclage récupère un lot de digicodes ayant tous un clavier identique à celui représenté ci-contre.

Chacun de ces digicodes a été programmé pour fonctionner avec **un code** constitué de deux signes choisis parmi les douze figurant sur ce clavier.

Par exemple A0, BB, 43 sont des codes possibles.

Pour remettre en état de fonctionnement un tel digicode, il faut retrouver **son code**.

0	1	2
3	4	5
6	7	8
9	A	B

Pour faciliter une telle recherche, a été inscrit sur le boîtier de chaque digicode un nombre R qui dépend du code. Ce nombre a été obtenu de la manière suivante.

Le code est considéré comme un nombre écrit en base 12. A est le chiffre dix et B le chiffre 11. Le nombre R inscrit sur le boîtier est le reste de la division euclidienne du code, converti en base 10, par 53. R est donc un nombre écrit en base 10 et tel que $0 \leq R \leq 53$.

1. Combien y a-t-il de codes possibles ?

2. On suppose que le code d'un digicode est AB.

a. Écrire en base 10 le nombre dont l'écriture en base 12 est (AB)douze.

b. Déterminer le nombre R inscrit sur le boîtier de ce digicode.

3. Sur le boîtier d'un digicode est inscrit le nombre R égal à 25. Démontrer que (21)douze peut être le code de ce digicode.

4. On considère l'algorithme suivant :

Entrée : R un entier naturel.

Initialisation : L liste vide ;

$n = 0$.

Traitement : Tant que $53n + R \leq 143$, mettre dans la liste L la valeur de $53n + R$ puis ajouter 1 à n .

Sortie : Afficher la liste L .

a. Faire fonctionner cet algorithme pour $R = 25$.

b. On suppose que le nombre R inscrit sur le boîtier d'un digicode est $R = 25$.

Quels sont les trois codes possibles de ce digicode ?

5. Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Si l'affirmation est considérée comme étant fausse, en apporter la preuve.

Affirmation : quelle que soit la valeur de R l'algorithme permet de trouver trois codes parmi lesquels se trouve le code secret.

Exercice n°9. (OAEA/OAES 2010)

On choisit deux nombres distincts x et y . On écrit un troisième nombre qui est égal au second nombre choisi moins le premier : $(y - x)$.

Puis on écrit un quatrième nombre qui est égal au troisième nombre moins le second.

On continue en répétant indéfiniment ce processus. On obtient ainsi une suite de nombres.

1) Si on prend $x = 2$ et $y = 5$, on obtient : $2 ; 5 ; 3 ; -2 ; \dots$ Ecrire les dix premiers nombres de cette liste.

2) Quelle conjecture peut-on faire en observant le résultat de la question ? Si on prend $x = \frac{1}{3}$ et $y = \frac{5}{19}$ dire

sans calcul quels sont les 7^{ème} et 8^{ème} nombres de la liste obtenue. Prouver la conjecture formulée.

3) On prend $x = 2a$ et $y = 7a$, où a est un réel fixé. Quel est le 600^{ème} nombre de la liste ?

ALGORITHMIQUE - EXERCICES CORRIGES

CORRECTION

Exercice n°1. Instructions d'entrée-sortie et d'affectation

1) Si $x = 5$, l'algorithme calcule $u = x + 4 = 5 + 4 = 9$ puis affiche la valeur $y = u \times x = 9 \times 5 = \boxed{45}$

Si $x = 10$, l'algorithme calcule $u = x + 4 = 10 + 4 = 14$ puis affiche la valeur $y = u \times x = 14 \times 10 = \boxed{140}$

2) Pour toute valeur de x , l'algorithme calcule $u = x + 4$ puis affiche la valeur $y = u \times x = (x + 4) \times x = x^2 + 4x$

L'algorithme définit donc une fonction f telle que pour tout x , $\boxed{f(x) = x^2 + 4x}$

Exercice n°2. Structure alternative ou test

1) Puisque 0 est un entier pair, $f(0) = \frac{0}{2} = 0$

Puisque 1 est un entier impair, $f(1) = 3 \times 1 + 1 = 4$

Puisque 2 est un entier pair, $f(2) = \frac{2}{2} = 1$

Puisque 3 est un entier impair, $f(3) = 3 \times 3 + 1 = 10$

Puisque 4 est un entier pair, $f(4) = \frac{4}{2} = 2$

Puisque 50 est un entier pair, $f(50) = \frac{50}{2} = 25$

Puisque 51 est un entier impair, $f(51) = 3 \times 51 + 1 = 154$

2) a) Dans les cellules A1 et B1 figurent les légendes (dans A1, « valeur de n », dans B1 « valeur de $f(n)$ »)

Le nombre n est saisi dans la cellule A2

Pour tester la parité de n , on effectue le calcul $\frac{n}{2} - \text{int}\left(\frac{n}{2}\right)$.

En effet, si ce calcul donne 0, alors le nombre $\frac{n}{2}$ est entier, donc n est pair

On demande alors à la feuille de calcul de renvoyer la valeur $\frac{n}{2}$.

Dans le cas contraire, on renvoie la valeur $3n + 1$.

L'instruction à saisir dans la cellule B2 est donc : $\boxed{=SI(A2/2-ENT(A2/2)=0;A2/2;3*A2+1)}$

On recopie le contenu des cellules A2 et B2 vers le bas afin de calculer les images de plusieurs valeurs de n .

b) On retrouve les résultats de la question 1

	A	B	C	D	E
1	Valeur de n	Valeur de $f(n)$			
2	0	0			
3	1	4			
4	2	1			
5	3	10			
6	4	2			
7	50	25			
8	51	154			
9					

Exercice n°3. Structure itérative ou boucle

1) a) Si $n=10$

$S=0$

$i=1$, $S=S+i=0+1=1$

$i=2$, $S=S+i=1+2=3$

$i=3$, $S=S+i=3+3=6$

$i=4$, $S=S+i=6+4=10$

$i=5, S=S+i=10+5=15$
 $i=6, S=S+i=15+6=21$
 $i=7, S=S+i=21+7=28$
 $i=8, S=S+i=28+8=36$
 $i=9, S=S+i=36+9=45$
 $i=10, S=S+i=45+10=55$

Fin de l'algorithme, on affiche $S=55$

On peut aussi présenter cet algorithme sous la forme d'un tableau :

	Valeur de i	Valeur de S
Initialisation	0	0
Étape 1	1	$0+1=1$
Étape 2	2	$1+2=3$
Étape 3	3	$3+3=6$
Étape 4	4	$6+4=10$
Étape 5	5	$10+5=15$
Étape 6	6	$15+6=21$
Étape 7	7	$21+7=28$
Étape 8	8	$28+8=36$
Étape 9	9	$36+9=45$
Étape 10	10	$45+10=55$
Affichage		55

b) Cet algorithme calcule la **somme des n premiers entiers consécutifs de 1 à n** , en stockant successivement la somme dans la variable S .

2) a) Si $n=35$:

$u=35$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=24$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=13$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=2$

Puisque la condition $u \geq 11$ n'est plus vraie, on affiche $u=2$

On peut aussi présenter cet algorithme sous la forme d'un tableau :

	Valeur de u
Initialisation	35
Étape 1	24
Étape 2	13
Étape 3	2
Affichage	2

Si $n=55$

$u=55$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=44$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=33$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=22$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=11$

Puisque $u \geq 11, u=u-11=0$

Puisque la condition $u \geq 11$ n'est plus vraie, on affiche $u=0$

On peut aussi présenter cet algorithme sous la forme d'un tableau :

	Valeur de u
Initialisation	55
Étape 1	44
Étape 2	33
Étape 3	22
Étape 4	11
Étape 5	0
Affichage	0

b) Le nombre u est le reste de la division euclidienne du nombre n par 11, obtenu par soustractions successives.

Exercice n°4. (d'après TL Amérique Nord 2009)

1) Supposons que $n = 2$

A et B reçoivent la valeur 1

On commence l'itération avec $K=0$

Puisque $K < 2$,

A devient égal à $4A$ c'est-à-dire à 4

B devient égal à $B+4$ c'est-à-dire à 5

K devient égal à $K+1$ donc à 1

Puisque $K < 2$,

A devient égal à $4A$ c'est-à-dire à 16

B devient égal à $B+4$ c'est-à-dire à 9

K devient égal à $K+1$ donc à 2

L'itération s'arrête car on n'a plus $K < 2$

L'algorithme affiche $A=16$ et $B=9$

Si $n = 1$,

$A=1$, $B=1$, $K=0$, puis $A=4$, $B=5$, $K=1$ et l'algorithme s'arrête donc $A=4$, $B=5$

Si $n = 3$,

$A=1$, $B=1$, $K=0$, puis $A=4$, $B=5$, $K=1$, puis $A=16$, $B=9$, $K=2$, puis $A=64$, $B=13$, $K=3$ et l'algorithme s'arrête donc $A=64$, $B=13$

Si $n = 4$,

$A=1$, $B=1$, $K=0$, puis $A=4$, $B=5$, $K=1$, puis $A=16$, $B=9$, $K=2$, puis $A=64$, $B=13$, $K=3$, puis $A=256$, $B=17$, $K=4$ et l'algorithme s'arrête donc $A=256$, $B=17$

Le tableau complété est donc :

Valeur de n	1	2	3	4
Affichage pour A	4	16	64	256
Affichage pour B	5	9	13	17

2) Les différentes valeurs de A sont les termes d'une suite géométrique de raison 4 et de premier terme égal à 4
Les différentes valeurs de B sont les termes d'une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme égal à 5

Exercice n°5. (d'après TL Liban juin 2009)

1.

	Valeur de P	Valeur de U	Valeur de S
Initialisation	0	4	4
Étape 1	1	6	10
Étape 2	2	$4+2*2=8$	$10+8=18$
Étape 3	3	$4+2*3=10$	$18+10=28$
Étape 4	4	$4+2*4=12$	$28+12=40$
Étape 5	5	$4+2*5=14$	$40+14=54$
Affichage			54

2. a. On calcule $U_1 = U_0 + 2 = 4 + 2 = 6$, $U_2 = U_1 + 2 = 6 + 2 = 8$ et $U_3 = U_2 + 2 = 8 + 2 = 10$

b. La suite (U_n) étant arithmétique de raison 2 et de premier terme $U_0 = 4$, on aura :

Pour tout entier naturel p , $U_p = U_0 + 2p = 4 + 2p$. On calcule ainsi $U_{21} = 4 + 2 \times 21 = 46$

3. Les différentes valeurs de U sont les termes de la suite arithmétique (U_n) .

Si, à l'issue de la 20^{ème} étape, l'algorithme retourne la valeur 504 pour S , alors :

- à l'étape 21, la valeur de U sera celle de U_{21} calculée précédemment, et celle de S sera donc égale à $504 + U_{21} = 550$.

(...)

Exercice n°6. (d'après TL France/La Réunion juin 2008)

1) Le nombre de codes que l'on peut former est égal à $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$ (de 0000 à 9999)

nombre de possibilités pour le 1^{er} chiffre nombre de possibilités pour le 2^{ème} chiffre

2) a) Si $N=2282$, alors

$P=2282$, $S=0$ et $K=1$

Puisque $K \leq 4$, $U=2$, $K=2$, $S=0+2*U=4$, $P=228$, $R=4$ (reste de la division euclidienne de 4 par 7) et $C=7-4=3$

Puisque $K \leq 4$, $U=8$, $K=3$, $S=2+3*U=28$, $P=22$, $R=0$ (reste de la division euclidienne de 28 par 7) et $C=7-0=7$

Puisque $K \leq 4$, $U=2$, $K=4$, $S=26+4*U=36$, $P=2$, $R=1$ (reste de la division euclidienne de 36 par 7) et $C=7-1=6$

Puisque $K \leq 4$, $U=2$, $K=5$, $S=36+5*U=46$, $P=0$, $R=4$ (reste de la division euclidienne de 46 par 7) et $C=7-4=3$

Puisque $K=5$, l'algorithme s'arrête et affiche : $C=3$

	Valeur de U	Valeur de K	Valeur de S	Valeur de P	Valeur de R	Valeur de C
Initialisation		1	0	2282		
Étape 1	2	2	4	228	4	3
Étape 2	8	3	28	22	0	7
Étape 3	2	4	36	2	1	6
Étape 4	2	5	46	0	4	3
Affichage						3

Exercice n°7. (d'après TL France/La Réunion septembre 2008)

1. a. Puisque $2^3=8$ et puisque $8=7 \times 1 + 1$, le reste de la division euclidienne de 2^3 par 7 est égal à 1

b. Puisque $26 - 2 = 24 = 3 \times 7 + 3$, la différence entre 26 et 2 n'est pas divisible par 7, donc les nombres 2 et 26 ne sont pas congrus modulo 7.

c. Puisque le reste de la division euclidienne de 2^3 par 7 est égal à 1, on aura $2^3 \equiv 1$ (modulo 7), donc en élevant à la puissance n , $(2^3)^n \equiv 1^n$ (modulo 7), c'est-à-dire $2^{3n} \equiv 1$ (modulo 7)

En particulier, pour $n=669$, $2^{2007} \equiv 1$ (modulo 7).

Le reste de la division euclidienne de 2^{2007} par 7 est donc égal à 1.

2. a. Si $n = 25$, alors

$u = 25$

Puisque $u > 7$, u devient égal à $u-7=18$

Puisque $u > 7$, u devient égal à $u-7=11$

Puisque $u > 7$, u devient égal à $u-7=4$

L'algorithme s'arrête, la condition $u > 7$ n'étant plus réalisée

On peut présenter le fonctionnement de cet algorithme grâce au tableau suivant :

	Valeur de n	Valeur de u
Initialisation	25	25
Étape 1		18
Étape 2		11
Étape 3		4
Affichage		4

Remarque : Cet algorithme renvoie le reste de la division euclidienne d'un entier n par 7, obtenu par soustractions successives.

b. Si on choisit $n = 26$ et $n = 33$, on obtiendra le nombre 5 en sortie :

	Valeur de n	Valeur de u
Initialisation	26	26
Étape 1		19
Étape 2		12
Étape 3		5
Affichage		5

	Valeur de n	Valeur de u
Initialisation	33	33
Étape 1		26
Étape 2		19
Étape 3		12
Étape 4		5
Affichage		5

c. Il est impossible d'obtenir le nombre 11 en sortie, car si $u=11$, la condition « Tant que $u > 7$ » étant réalisée, il sera procédé à l'opération $u=u-7=4$

d. Puisque cet algorithme renvoie le reste de la division euclidienne de l'entier n par 7, et puisqu'on a vu dans la partie 1 que le reste de la division euclidienne de 2^{2007} par 7 est égal à 1, l'algorithme renverra le nombre 1 en sortie avec le nombre 2^{2007}

Puisque $2^{2007} \equiv 1 \pmod{7}$, on aura $2 \times 2^{2007} \equiv 2 \times 1 \pmod{7}$ c'est-à-dire $2^{2008} \equiv 2 \pmod{7}$.

Le reste de la division euclidienne de 2^{2008} par 7 étant égal à 2, l'algorithme renverra le nombre 2 en sortie avec le nombre 2^{2008}

Exercice n°8. (d'après TL La Réunion septembre 2007)

1. Le nombre de codes que l'on peut former est égal à $\underbrace{12}_{\substack{\text{nombre de} \\ \text{possibilités} \\ \text{pour le 1er} \\ \text{symbole}}} \times \underbrace{12}_{\substack{\text{nombre de} \\ \text{possibilités} \\ \text{pour le 2eme} \\ \text{symbole}}} = \boxed{144}$.

2. On suppose que le code d'un digicode est AB.

a. Si l'écriture du nombre en base 12 est AB, alors le nombre écrit en base 10 est $10 \times 12^1 + 11 \times 12^0 = 120 + 11 = \boxed{131}$

b. Puisque $131 = 2 \times 53 + 25$, le reste de la division euclidienne du code par 53 vaut 25, donc $\boxed{R=25}$

3. Si l'écriture du nombre en base 12 est 21, alors le nombre écrit en base 10 est $2 \times 12^1 + 1 \times 12^0 = 24 + 1 = 25$.
Puisque $25 = 0 \times 53 + 25$, le reste de la division euclidienne du code par 53 vaut 25

(21)douze peut donc être le code de ce digicode.

4. a. Si $R = 25$,

$n=0$.

Puisque $53n+R=25 \leq 143$, on met le nombre $53n+R=25$ dans la liste L, puis n devient égal à 1.

Puisque $53n+R=78 \leq 143$, on met le nombre $53n+R=78$ dans la liste L, puis n devient égal à 2.

Puisque $53n+R=131 \leq 143$, on met le nombre $53n+R=131$ dans la liste L, puis n devient égal à 3.

Puisque $53n+R=184 \geq 143$, l'algorithme s'arrête.

La liste L est donc constituée des nombres 25,78 et 131.

b. Grâce à la question précédente on a fabriqué trois entiers inférieurs ou égaux à 143 dont le reste dans la division euclidienne par 53 vaut 25, puisque ces entiers sont $25 + 53 \times 0 = 25$, $25 + 53 \times 1 = 78$ et $25 + 53 \times 2 = 131$.

Les trois codes possibles de ce digicode sont donc 25,78 et 131.

5. L'affirmation proposée est fausse.

Si le nombre R inscrit sur le boîtier d'un digicode est $R=52$, alors l'algorithme retournera les entiers $52 + 53 \times 0 = 52$ et $52 + 53 \times 1 = 105$, donc ne retournera QUE DEUX codes parmi lesquels se trouve le code secret.

Exercice n°9. (OAEA/OAES 2010)

1) Si on prend $x = 2$ et $y = 5$, les dix premiers nombres que l'on obtient successivement sont :

2 ; 5 ; $5-2=3$; $3-5=-2$; $-2-3=-5$; $-5-(-2)=-3$; $-3-(-5)=2$; $2-(-3)=5$; $5-2=3$; $3-5=-2$

2) On conjecture qu'au bout de 7 termes, on « retombe » sur le premier terme, c'est-à-dire que le 7^{ème} terme est égal au 1^{er}, le 8^{ème} terme est égal au second, etc...

Ainsi, si on prend $x = \frac{1}{3}$ et $y = \frac{5}{19}$, le 7^{ème} terme sera égal au premier, c'est-à-dire à $\frac{1}{3}$, et le 8^{ème} terme sera égal au second c'est-à-dire $\frac{5}{19}$

Prouvons la conjecture.

Si on note x et y les deux premiers nombres, les nombres que l'on obtient successivement sont :

1 ^{er} nombre	x
2 ^{ème} nombre	y
3 ^{ème} nombre	$y - x$
4 ^{ème} nombre	$y - x - y = -x$
5 ^{ème} nombre	$-x - (y - x) = -x - y + x = -y$
6 ^{ème} nombre	$-y - (-x) = -y + x = x - y$
7 ^{ème} nombre	$x - y - (-y) = x - y + y = \boxed{x}$
8 ^{ème} nombre	$x - (x - y) = x - x + y = \boxed{y}$
etc...	

Le 7^{ème} terme est égal au 1^{er}, le 8^{ème} terme est égal au second, etc...

3) Puisque $600 = 6 \times 100$, le 600^{ème} sera le dernier terme du 100^{ème} cycle de période 6.

Or d'après la fin de la question précédente, le cycle de 6 nombres engendré par $x = 2a$ et $y = 7a$ se termine par $x - y = 2a - 7a = -5a$

Le 600^{ème} terme sera donc égal à $-5a$