GUÍA DE EJERCICIOS

ÁLGEBRA Y GEÓMETRIA ANALÍTICA

U.D.B MATEMÁTICA - BM1BP1

CENTRO de ESTUDIANTES de INGENIERIA TECNOLOGICA

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Carreras:

INGENIERIA MECANICA (Plan 1994). INGENIERIA INDUSTRIAL - EN SISTEMAS DE INFORMACION - CIVIL - ELECTRICA - ELECTRONICA - METALURGIA - NAVAL QUIMICA - TEXTIL (Planes 1995).

ASIGNATURA:	**ALGEBRA Y GEOMETRIA ANALITICA**	**CODIGO : 95-0701**
ORIENTACIÓN .	**GENERAL**	Clase: **Cuatr./Anual**
DEPARTAMENTO:	**CIENCIAS BASICAS - U.D.B. MATEMATICA**	Horas Sem : **10 / 5**
ÁREA:	**MATEMATICA**	Horas/año : **160**
	FORMACION BASICA HOMOGENEA (Resolución N° 68/94)	

Objetivos generales:

- Ser capaces de utilizar los conocimientos matemáticos para resolver problemas básicos de la Ingeniería.
- Concebir a la Matemática como una práctica social de argumentación, defensa, formulación y demostración.

Objetivos específicos:

- Operar entre vectores.
- Operar con matrices Evaluar determinantes
- Analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Aplicar el concepto de espacio vectorial, dependencia lineal, bases y dimensiones
- Aplicar las transformaciones lineales.
- Operar con autovalores y autovectores.
- Operar y representar rectas y planos.
- Diagonalizar formas cuadráticas y aplicaciones en la geometria.
- Distinguir tipos de cónicas o cuádricas a partir de una ecuación de 2° grado con 2 o 3 incógnitas.
- Operar con curvas en paramétricas y polares.
- Aplicar cambios de sistemas de coordenadas.
- Utilizar la computadora como instrumento de resolución de cálculo y representaciones gráficas.

Programa sintético:

1. **ALGEBRA**

- Vectores y matrices. Operaciones básicas.
- Algebra de matrices: matriz inversa, partición de matrices.
- Ejemplos motivadores: cadenas de Markov, modelos de crecimiento de poblaciones, planificación de producción u otros
- Sistemas de ecuaciones lineales Métodos de solución.
- La noción de los cuadrados mínimos en el estudio de sistemas lineales.
- La matriz speudoinversa.
- Introducción motivada a los espacios vectoriales.
- Independencia lineal, bases y dimensión.
- Matrices y transformaciones lineales.
- Autovalores y autovectores.
- Diagonalización. Transformaciones de similaridad.
- Norma de vectores y matrices.
- Producto interno y ortogonalidad.
- Programa lineal.
- Computación numérica y simbólica aplicada al algebra.

2. GEOMETRIA

- Rectas y planos.
- Dilataciones, traslaciones, rotaciones.
- Cónicas, cuádricas.
- Ecuaciones de segundo grado en dos y tres variables.
- Curvas paramétricas.
- Coordenadas polares, cilíndricas, esféricas.
- Computación gráfica, numérica y simbólica.

Programa analítico:

Unidad Temática I: VECTORES GEOMETRICOS. RECTA Y PLANO
Adición. Propiedades. Producto de un vector por un escalar. Propiedades. Módulo. Propiedades. Producto escalar: definición. Interpretación geométrica. Producto vectorial: definición. Interpretación geométrica. Producto mixto: definición. Interpretación geométrica.
Recta en R^2 . Plano. Recta en R^3 . (enfoque vectorial). Distancias.

Unidad Temática II: ESPACIO VECTORIAL
Espacio vectorial real: plano geométrico, espacio geométrico, polinomios. Combinación lineal de vectores.. Subespacio vectorial.. Definición. Ejemplos. Enunciado de la condición suficiente. Dependencia e independencia lineal de un conjunto de vectores. Rango de un conjunto finito de vectores. Sistema de generadores. Base y dimensión de un espacio vectorial. Cambio de base. Bases ortonormales: definición.

Unidad Temática III: MATRICES
Definición. Igualdad. Adición. Propiedades. Producto de una matriz por un escalar. Propiedades. Producto de matrices. Definición. Propiedades. Matrices especiales: triangular, diagonal, escalar, unidad. transpuesta -propiedades-, simétrica y asimétrica -propiedades-, singular, regular, inversa, ortogonal. Operaciones elementales en una matriz. Matrices equivalentes. Cálculo de una matriz inversa: Gauss-Jordan.

Unidad Temática IV: DETERMINANTES
Determinantes. Definición. Propiedades. Menor - complementario y cofactor de un elemento de una matriz. Desarrollo de un determinante por los elementos de una línea (Laplace). Suma de los productos de los elementos de una línea por los cofactores de una línea paralela. Matriz adjunta: aplicación del cálculo de la matriz inversa.

Unidad Temática V: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
Definición. Forma matricial: solución. Estudio de la compatibilidad de un sistema de ecuaciones lineales: Teorema de Rouche-Frobenius. Resolución por los métodos: inversión de matrices, Gauss-Jordan. Regla de Cramer.

Unidad Temática VI: TRANSFORMACIONES LINEALES
Definición y ejemplos. Propiedades de las transformaciones lineales: recorrido y núcleo. Representación matricial de una transformación lineal. Matrices semejantes. Transformación identidad. Dilatación y contracción. Propiedades de una transformación lineal.

Unidad Temática VII: CONICAS

Definición de lugar geométrico en base a la excentricidad. Elementos de las cónicas y construcción. Parametrización de cónicas.

Unidad Temática VIII: SUPERFICIES

Las cuádricas en forma canónica. Estudio por secciones paralelas a los planos coordenados. Superficies de rotación. Conos y cilindros.

Unidad Temática IX: AUTOVALORES Y AUTOVECTORES

Definición. Propiedades. Cálculo. Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Sistemas dinámicos: Potencias de una matriz diagonalizable. Autovalores complejos: Números complejos, operaciones básicas. Lugar geométrico en el plano complejo. Aplicaciones a la geometría

Metodología de enseñanza

Clases teórico-prácticas incentivando la participación activa de los alumnos y orientadas a la comprensión de los diferentes temas de la asignatura en forma integradora, no sólo como herramientas aisladas de cálculo, y con aplicaciones a disciplinas ligadas con la Ingeniería. Diseño de trabajos prácticos especiales para la utilización de software matemático, con temas elegidos por los docentes y temas libres a elección de los alumnos.

Cronograma:

UNIDAD	Nº DE SEMANAS (Cuatrimestral)	Nº DE HORAS (Cuatrimestral)	Nº DE SEMANAS (Anual)	Nº DE HORAS (Anual)
I	2 1/2	25	5	25
II	2 1/2	25	5	25
III	1 1/2	15	3	15
IV	1	10	2	10
V	1	10	2	10
VI	1 1/2	15	3	15
VII	1 1/2	15	3	15
VIII	1 1/2	15	3	15
IX	1 1/2	15	3	15

Nº de horas destinado a evaluaciones parciales y recuperatorios : 15.

Régimen evaluación

Consta de evaluaciones parciales y una evaluación final.

* **Con relación a las evaluaciones parciales**:

- Cuando el dictado de la asignatura es cuatrimestral la normativa vigente recomienda, por lo menos, una evaluación parcial. Este parcial se divide en dos partes: **parte A** (que incluye los contenidos conceptuales de las cinco primeras unidades) y **parte B** (que incluye los contenidos conceptuales de las cuatro unidades restantes).

La preparación de ambas partes será supervisada por los coordinadores de la Cátedra.
Para firmar la libreta de trabajos prácticos y tener derecho a presentarse a la evaluación final, el alumno debe aprobar ambas partes del parcial. De no cumplir con este requisito, está previsto el siguiente sistema de recuperación: una fecha para recuperar la parte A, otra fecha para recuperar la parte B y una última fecha para recuperar A y/o B.

- Cuando el dictado de la asignatura es anual, se recomiendan dos evaluaciones parciales, que se corresponden con la parte A y la parte B del régimen cuatrimestral.

Las demás consideraciones del régimen anual son análogas a las del régimen cuatrimestral.

Régimen promocional (sin examen final)

Por Ordenanza 643/89 del Consejo Superior de la Universidad Tecnológica Nacional, la asignatura Algebra y Geometría Analítica cuenta con el régimen de promoción directa.
Para promocionar el alumno deberá tener como mínimo una asistencia del 80% de la totalidad de las clases y aprobar las dos evaluaciones parciales en primera instancia con un promedio de siete puntos como mínimo. Cuando el promedio resultare con fracción de cincuenta centésimos se tomará el entero inmediato superior. La nota así obtenida será la calificación definitiva.

* **Con relación a la evaluación final** :

Es individual y escrita. Se desarrolla frente a un tribunal integrado por tres docentes de la Cátedra, elegidos aleatoriamente en cada fecha. Los miembros del tribunal pueden completar la evaluación interrogando oralmente al alumno, si lo considerasen oportuno.

El alumno puede presentarse a rendir la evaluación final hasta en cuatro oportunidades.

Bibliografía General:

- Howard Anton. Introducción al Algebra Lineal. Ed. Limusa.
- F. Florey. Fundamentos de Algebra Lineal y Aplicaciones. Edit. Prentice Hall.

DE
AL

- Stanley-Grossman. Algebra Lineal con Aplicaciones. Edit. Mc Graw Hill.
- Juan Burgos Algebra Lineal. Edit Mc Graw Hill
- C. Pita Ruiz. Algebra Lineal. Edit. Mc Graw Hill
- Enzo Gentile. Notas de Algebra II: Algebra Lineal. Edit. Docencia.
- Paige y Swift. Elementos de Algebra Lineal. Edit. Reverté.
- Harvey Gerber. Algebra Lineal Edit. Grupo Editorial Iberoamericano.
- Hoffman- Kunze Algebra Lineal. Edit Prentice Hall
- William Perry Algebra Lineal con Aplicaciones. Edit. Mc Graw Hill.
- Fraleigh Bearegard. Algebra Lineal. Edit. Addison Wesley.
- Lipschutz. Algebra Lineal (Serie Schaum). Edit. Mc Graw Hill.
- Herstein-Winter. Algebra Lineal y Teoría de Matrices. Edit. Grupo Editorial Iberoamericano.
- Serge Lang. Algebra Lineal. Edit.Fondo Educat. Int
- George Nakos-David Joyner. Algebra lineal con aplicaciones . Edit.Thomson
- Kozak – Pastorelli – Vardanega. Nociones de Geometría Analítica y Algebra Lineal. Ed Mc Graw Hill

lo
los
dos

Bibliografía por Unidad:

el
el

- Howard Anton. Introducción al Algebra Lineal. Ed. Limusa. (Unidades I a IX)
- F Florey. Fundamentos de Algebra Lineal y Aplicaciones. Edit. Prentice Hall. (Unidades I a VI y IX)
- Stanley-Grossman Algebra Lineal con Aplicaciones. Edit. Mc Graw Hill. (Unidades I a VI y IX)
- Juan Burgos. Algebra Lineal. Edit Mc Graw Hill. (Unidades I a IX)
- C. Pita Ruiz. Algebra Lineal. Edit. Mc Graw Hill. (Unidades I a IX)
- Enzo Gentile. Notas de Algebra II· Algebra Lineal. Edit. Docencia. (Unidades II y VI)
- Paige y Swift Elementos de Algebra Lineal. Edit. Reverté. (Unidades II, III y IV)
- Harvey Gerber. Algebra Lineal. Edit. Grupo Editorial Iberoamericano. (Unidades I a IX)
- Hoffman- Kunze Algebra Lineal. Edit. Prentice Hall. (Unidades I a IX)
- William Perry. Algebra Lineal con Aplicaciones. Edit. Mc Graw Hill. (Unidades I a VI)
- Fraleigh Bearegard. Algebra Lineal Edit. Addison Wesley. (Unidades I a VIII)
- Lipschutz. Algebra Lineal (Serie Schaum). Edit. Mc Graw Hill. (Unidades II y VI)
- Serge Lang. Algebra Lineal. Edit.Fondo Educat. Int. (Unidades I a IX)
- George Nakos-David Joyner. Álgebra lineal con aplicaciones (Unidades I a VI y IX)

la

as
os
ro

Prerrequisito

Aprobación del **Módulo B** del Seminario Universitario.

la
la

Índice

UNIDAD TEMÁTICA I

VECTORES GEOMÉTRICOS, RECTA Y PLANO.

OBJETIVOS:

- ✓ Operar con vectores geométricos
- ✓ Identificar condiciones iniciales de un problema.
- ✓ Descubrir la posibilidad de elegir un método de resolución entre muchas alternativas
- ✓ Adquirir habilidad para aplicar recursos algebraicos a la resolución de problemas de la Geometría
- ✓ Visualizar el espacio uni-bi-tri-dimensional a través de representaciones de análisis.

CONTENIDOS:

Vectores geométricos Adición. Propiedades. Multiplicación de un escalar por un vector. Propiedades Producto escalar: definición. Interpretación geométrica. Producto vectorial: definición. Interpretación geométrica Producto mixto: definición. Interpretación geométrica.
Plano Recta en el espacio Distancias.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 1

VECTORES GEOMÉTRICOS, RECTA Y PLANO.

1) Dados los vectores $\vec{v} = (1,-2,3)$, $\vec{w} = (3,0,1)$ y $\vec{t} = (-1,1,-2)$,

a) Grafique $\vec{v}$, $\vec{w}$ y $\vec{t}$.

b) Calcule $2\left(\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{w}\right) + 3\vec{t}$

c) Calcule $\|\vec{v} + \vec{t}\| - \|\vec{w}\|$

d) Determine, si existen, α y β reales, tales que $\vec{v} = \alpha\,\vec{w} + \beta\,\vec{t}$

2) Dados los puntos $A(3,1,-2)$, $B\left(2,\sqrt{2},0\right)$, $C\left(4,-\sqrt{2},\frac{1}{2}\right)$, Determine:

a) La distancia entre A y B.

b) El punto medio del segmento $\overline{AC}$

c) Un vector de norma 7 y sentido contrario a $\overrightarrow{BC}$.

3) Calcule $t \in \mathbb{R}$ si ·

a) $\vec{a} = (1,\sqrt{2},-\sqrt{2})$ y $\|t\vec{a}\| = \sqrt{5}$.

b) dist $(A, B) = 2$, $A(t,-t,2)$ y $B(1,1,1)$

c) $\vec{x}$ es unitario y $\vec{x} = t\,(2,1,-2)$

4) Calcule el producto escalar y el ángulo que determinan $\vec{a}$ y $\vec{b}$ en los siguientes casos:

a) $\vec{a} = 2\breve{i} - \breve{k}$, $\vec{b} = \breve{i} + \breve{j} - \breve{k}$

b) $\vec{a} = 3\breve{i} - 2\breve{j} + \breve{k}$, $\vec{b} = -\breve{i} - \breve{j}$

c) $\vec{a} = \left(2,-1,\frac{4}{3}\right)$, $\vec{b} = \left(-1,-\frac{2}{3},1\right)$

5) Determine el vector $\operatorname{proy}_{\vec{b}}\vec{a}$, para los vectores del ejercicio 4.

6) Encuentre los valores reales de k para que la proyección de $\vec{x} = (2,k,-2)$ sobre $\vec{y} = (k-1,\,1,\,-2)$ sea un vector de norma dos.

7) Dados los vectores $\vec{a} = \breve{i} + 3\breve{j} - 2\breve{k}$, $\vec{b} = 4\breve{i} - 6\breve{j} + 5\breve{k}$, descomponga el vector $\vec{b}$ en la suma de dos vectores: uno en la misma dirección que $\vec{a}$ y otro en una dirección ortogonal a $\vec{a}$

8) Calcule $\|\vec{a}\|$ sabiendo que $\acute{a}ng(\vec{a},\vec{b}) = \frac{3}{4}\pi$, $\|\vec{b}\| = \sqrt{2}$ y $4\vec{a} + 2\vec{b} \perp \vec{a}$

9) Sean $\vec{a} = (1,2,-1)$, $\vec{b} = \breve{i} + \breve{j} - \breve{k}$ y $\vec{c} = \breve{i} - \breve{j} + 4\breve{k}$. Calcule,

a) $\vec{a}\ x\ \vec{b}$

b) $\vec{a} \times \vec{c}$

c) $\vec{a} \ (\vec{b} \times \vec{c})$

d) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$

e) $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{c})$

10) Sean los vectores $\vec{u} = (1,2,1)$ y $\vec{v} = (2,-1,-1)$. Encuentre un vector de norma 4 ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$. ¿Es único?

11) Dados los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, tales que $\vec{a} \times \vec{b} = (1,-1,-1)$ y $\vec{a}.\vec{b} = -3$

a) Calcule el área del paralelogramo que determinan los vectores dados.

b) Halle el ángulo entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

12) Dados los puntos $A(-3,-1,0)$, $B(-2,0,-3)$, $C(0,-2,1)$, Determine:

a) El perímetro del triángulo ABC.

b) La longitud de la mediana correspondiente al lado $\overline{AC}$

c) El área del triángulo ABC

13) Sean los vectores $\vec{a} = (3,1,2)$, $\vec{b} = (1,x,3)$ y $\vec{c} = (2,-1,0)$ Halle $x \in \mathbb{R}$ de modo que.

a) los tres vectores determinen un paralelepípedo de volumen 3.

b) los tres vectores resulten coplanares.

14) Encuentre todos los versores del plano XY que son coplanares con $\vec{u} = 3\ \breve{i} - 3\ \breve{k}$ y $\vec{w} = \breve{i} + 2\ \breve{j} - \breve{k}$

15) Analice la validez de las siguientes afirmaciones. En caso de ser verdaderas demuéstrelas, si son falsas proporcione un contraejemplo

a) $\| \vec{u} \| = 2\| \vec{v} \| \ \Rightarrow\ (\vec{u} + 2\vec{v}) \perp (\vec{u} - 2\vec{v})$.

b) $\vec{u} \neq \vec{o} \ \wedge\ \vec{v} \neq \vec{o} \ \wedge\ \vec{u} \times \vec{v} = \vec{o} \ \wedge\ \vec{u}.\vec{v} = 0$

c) $\vec{u} \perp \vec{v} \ \Rightarrow\ \overrightarrow{\mathrm{Proy}_{\vec{v}}(\vec{u} - \vec{v})} = -\vec{v}$.

d) $\vec{u} = (1,2,-1) \ \wedge\ \vec{v} = (a,0,-a)$ son paralelos, cualquiera sea el número real a.

e) $\vec{w}.(\vec{u} \times \vec{v}) = 0 \ \Rightarrow\ [\,\vec{u} = \vec{o} \ \vee\ \vec{v} = \vec{o} \ \vee\ \vec{w} = \vec{o}\,]$.

f) $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ y $\vec{t}$ coplanares $\Rightarrow\ (\vec{u} \times \vec{v}) \times (\vec{w} \times \vec{t}) = \vec{o}$

16) Halle la ecuación vectorial, general y segmentaria (si es posible) del plano que cumple las siguientes condiciones:

a) Pasa por el punto (-1, 3,-2) y su vector normal es $\vec{n} = (2, -4, 1)$.

b) Es perpendicular en el punto medio al segmento que une los puntos (0,-2,1) y (3, -4, 2).

c) Pasa por los puntos (-1, 3,-2), (2, 1,0) y (-1, 0,4)

d) Contiene al eje de cotas y al punto (2,-1,-3)

e) Pasa por los puntos (1,-1,1) y (1, 3,-2) y es paralelo al eje de abscisas.

f) Pasa por el punto (1,-3,2) y es paralelo a los vectores $\vec{u} = 3\breve{i} + \breve{j} - \breve{k}$ y $\vec{v} = \breve{i} - 2\breve{j} - \breve{k}$

17) Halle.

a) La distancia del punto (3,-2,-1) al plano de ecuación $3x + y + 4z - 1 = 0$
b) Un plano paralelo al plano de ecuación $3x - y + 2z + 4 = 0$, sabiendo que el punto (1, 2,1) equidista de ambos planos.
c) Los valores reales de k para que la distancia del origen al plano de ecuación: $6x - 3y + kz - 14 = 0$ sea igual a 2.

18) Dados los planos $\alpha_1 : 2x - 2y + z = 0$ y $\alpha_2 : hx + z - h = 0$, encuentre los valores reales de h para que el ángulo que determinan α_1 y α_2 sea $\frac{\pi}{3}$.

19) Sea el haz de planos, cuya ecuación es:

$$\alpha(x - 2y + z - 1) + \beta(x - z + 3) = 0,\ \alpha \in \mathbb{R}\ \beta \in \mathbb{R}$$

Determine el plano del haz que:

a) Pasa por el origen de coordenadas.
b) Es paralelo al eje de cotas.
c) Tiene ordenada al origen -2.
d) Es paralelo al plano $2x - y + z + 2 = 0$

20) Halle los puntos del eje z que equidistan de los planos π_1 y π_2, siendo π_1 un plano que contiene al eje de ordenadas, y que pasa por el punto $(1, 0, \sqrt{2})$, y $\pi_2\ \ (x, y, z) = (1,0,0) + \alpha(1,0,1) + \beta(1,1,2)$.

21) Encuentre las ecuaciones vectoriales paramétricas, cartesianas paramétricas, y, si es posible, simétricas de la recta que:

a) pasa por el punto (1 ,-1,3) y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (-2, 3, 4)$
b) pasa por los puntos (1 ,-3 , 1) y (1 , 3 , -4)
c) es paralela al eje de ordenadas, que pasa por el punto (3 , 2 , 1)
d) pasa por el origen de coordenadas y tiene la dirección de un vector cuyas componentes son iguales.
e) pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano $\alpha\ .\ x - y + z - 1 = 0$

En cada caso, grafique la recta

22) Determine las ecuaciones cartesianas paramétricas de la recta que es intersección de los planos:

$$\pi_1 : \quad x - y - z + 1 = 0$$
$$\pi_2 \quad x - 2y - 3z - 2 = 0$$

23) Halle las ecuaciones de los tres planos que incluyen a la recta $r : (x, y, z) = (2, -2, 3) + \lambda(1, 2, -1)$, con $\lambda \in \mathbb{R}$, y que son perpendiculares a cada uno de los planos coordenados

24) Halle la ecuación del plano que pasa por el punto (2, 1, -3) y que contiene a la recta de intersección de los planos de ecuaciones $x-y-z-8=0$ y $3x-y-4=0$

25) Indique si la recta L : $(x,y,z)=(1,0,-1)+\lambda(2,3,4), \lambda\in\mathbb{R}$, corta al plano $2x-2y+3z+1=0$ En caso afirmativo, halle el punto de intersección.

26) Indique si la recta r_1 (x, y, z)= (-t, 6, t); $t\in\mathbb{R}$ y la recta r_2, determinada por los puntos (1, 2,-5) y (0, 1,-5), son concurrentes; en caso afirmativo, halle el punto de intersección.

27) Determine para qué valores de $k\in\mathbb{R}$, las rectas r y s son alabeadas, siendo:

$$r.\begin{cases} x-y+z=0 \\ 2x-y+z=2 \end{cases}$$

s: determinada por los puntos (3, 2,4) y (k, 0, k).

28) Las rectas $r_1: \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z}{3}$ y $r_2: x=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ son coplanares, halle el plano que las contiene

29) Determine la recta incluida en el plano β x − y + 2 z − 4 = 0 y que es perpendicular a la recta r (x, y, z)= (2+2λ ,1-λ ,-1+λ), $\lambda\in\mathbb{R}$ en el punto en que r corta a β.

30) Halle el ángulo que determinan la recta $L.\begin{cases} x-2y+z+4=0 \\ x+2y+3z-4=0 \end{cases}$ y el plano π $3x-7y+8z-9=0$.

31)a) Halle la distancia del punto A (-2, 1,-1) a la recta $(x,y,z)=(1,3,-2)+t(3,0,-4)$, $t\in\mathbb{R}$

b) Encuentre la distancia entre las rectas.

$$L_1 \ \frac{x-1}{2}=y+2=z-3 \quad \text{y} \quad L_2: \frac{x+2}{-3}=y-2=\frac{z+1}{2}$$

32) Dada la recta L $\dfrac{x+1}{2}=1-y=3+z$. Obtenga el punto donde L corta al plano coordenado XZ y calcule la distancia entre dicho punto y el plano $x-3y+z=0$.

33) Sea el plano π $3x-2y+4z-3=0$

a) Determine la proyección ortogonal del punto A (3, -1,2) sobre el plano dado.

b) Determine la proyección ortogonal de la recta L. (x, y, z)= (2+t, 1+t, 2+2t), $t\in\mathbb{R}$sobre el plano dado

34) Determine todos los valores de $k \in \mathbb{R}$, para los cuales el punto M dista $\sqrt{6}$ unidades de la recta $L: \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = k - \lambda \\ z = 2 \end{cases}$, siendo M el punto de intersección entre el plano $\pi: x + 2y - z - 2 = 0$ y el eje x.

35) Sean las rectas $t_1: \dfrac{x-1}{2} = y = z + 3$ y $t_2: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$ con $\lambda \in \mathbb{R}$

Obtenga:

a) el plano β sabiendo que $t_1 \subset \beta$ y $t_2 \,//\, \beta$.

b) la proyección ortogonal de t_2 sobre $\pi: x + 3y - z + 3 = 0$.

36) Verifique que la recta definida por el haz de planos del ej.19 está contenida en el plano obtenido en el ej.19 a)

Respuestas

1)

b) $2\left(\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{w}\right) + 3\vec{t} = (-3,-1,-\frac{2}{3})$

c) $\|\vec{v} + \vec{t}\| - \|\vec{w}\| = \sqrt{2} - \sqrt{10}$

d) no existen

2)

a) $\|AB\| = \sqrt{8 - 2\sqrt{2}}$

b) $P_M = (\frac{7}{2}, \frac{1-\sqrt{2}}{2}, -\frac{3}{4})$

c) $(-4, 4\sqrt{2}, -1)$

3)

a) $|t| = 1$

b) $|t| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

c) $|t| = \dfrac{1}{3}$

4)

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$

$\hat{ab} = 0{,}685$ Rad.

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$

$\hat{ab} = 1{,}761$ Rad

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$\hat{ab} = \dfrac{\pi}{2}$ Rad.

5)

a) vector $\mathrm{Proy}_{\vec{b}}\, \vec{a} = (1, 1, -1)$

b) vector $\mathrm{Proy}_{\vec{b}}\, \vec{a} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$

c) vector $\mathrm{Proy}_{\vec{b}}\, \vec{a} = \vec{0}$

6) $k = -2 \pm 2\sqrt{2}$

7) $\left(-\dfrac{12}{7}, -\dfrac{36}{7}, \dfrac{24}{7}\right)$ y $\left(\dfrac{40}{7}, -\dfrac{6}{7}, \dfrac{11}{7}\right)$

8) $\|\vec{a}\| = \frac{1}{2}$

9)

a) $\vec{a}\ x\ \vec{b}$ =(-1,0,-1) b) $\vec{a}\ \ x\ \vec{c}$ =(7,-5,-3) c) $\vec{a}\ .\ (\vec{b}\ x\ \vec{c})$ =-5

d) $\vec{a}\ x\ (\vec{b}\ x\ \vec{c})$ =(-9,-1,-11) e) $\vec{a}\ x(\vec{a}\ x\vec{c})$=(-11,-4,-19)

10) $\pm\frac{4}{\sqrt{35}}(-1,3,-5)$

11)a) El área determinada por $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es $\sqrt{3}$

b) el ángulo determinado por $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es $\frac{5\pi}{6}$

12)

a) Perímetro = $2(\sqrt{11}+\sqrt{6})$ b) longitud de la mediana es $\frac{\sqrt{59}}{2}$

c)área del triángulo ABC= $\sqrt{30}$

13)

a) $x = \frac{5}{2}$ o x=4 b) $x = \frac{13}{4}$

14) $\check{v}$ = (0, 1,0) o $\check{v}$ = (0,-1,0)

15)

a)V b)F c)V d)F e) F f) V

16)

a)2x-4y+z+16 = 0 b)3x-2y+z=12 c)2x+6y+3z=10

d)x+2y=0 e)3y+4z=1 f)-3x+2y-7z+23=0

17)

a) distancia de punto a plano $\frac{2}{\sqrt{26}}$ b) 3x-y+2z-10=0 ó 3x-y+2z+4=0

c) $|k| = 2$

18) $h = -\frac{8}{7}+\frac{3}{7}\sqrt{11}$

19)

a) 2x-3y+z=0 b)x-y+1=0

c)-y+z=2

20) El punto es $(0,0,-\frac{1}{2})$

21)

a) cartesianas paramétricas

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

b) cartesianas paramétricas

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 - 6\lambda, \ \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 1 + 5\lambda \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} x = 3 \\ \\ z = 1 \end{cases}$$

d)simétricas

x = y =z

f) simétrica

x = -y = z

22) $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = -3 + 2t, \ t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$

23)

a)perpendicular al plano xy

2x-y=6

b)perpendicular al plano xz

x+z=5

c)perpendicular al plano yz

y+2z=4

24) 13x-5y-z-24=0

25) punto de intersección P (1, 0,-1)

26) son concurrentes P (5, 6,-5)

27) $k \neq \frac{10}{3}$ y el punto es (2, 8,6)

28) -12x+9y-2z=0

29) $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = \ \ 3t \ , t \in \mathbb{R} \\ z = \ \ t \end{cases}$

30) $\hat{\alpha} = 12{,}55°$

31)

a) $d=\frac{\sqrt{181}}{5}$

b) $d=\frac{51}{5\sqrt{3}}$

32) $d=\frac{1}{\sqrt{11}}$

33)a) Proyección del punto A es $(\frac{39}{29}, \frac{3}{29}, \frac{-6}{29})$

b) $(x, y, z) = (1,0,0) + \lambda(2,47,22)$

34) k=-1 o k=3

35)a) β x-3y+z+2=0

b) $(x, y, z) = (0,-1,0) + \lambda(3,-2,-3)$

UNIDAD TEMÁTICA II

MATRICES – DETERMINANTES

OBJETIVOS

- ✓ Resolver operaciones con matrices
- ✓ Identificar matrices particulares.
- ✓ Calcular determinantes
- ✓ Aplicar propiedades en el cálculo de determinantes

CONTENIDOS

Matrices. Definición Igualdad. Adición Propiedades. Multiplicación de una matriz por un escalar. Propiedades Producto de matrices. Definición Propiedades. Matrices especiales: triangular, diagonal, escalar, unidad, transpuesta – propiedades – , simétrica y antisimétrica – propiedades – , inversa, ortogonal.

Determinantes Definición. Propiedades. Menor complementario y cofactor de un elemento de una matriz. Desarrollo de un determinante por los elementos de una línea (Laplace) Matriz adjunta. aplicación al cálculo de la matriz inversa.

TRABAJO PRÁCTICO N° 2

MATRICES -DETERMINANTES

1) Escriba las siguientes matrices definidas en forma explícita

a) $A \in \mathbb{R}^{3x2} \ / \ a_{ij} = j - i$

b) $B \in \mathbb{R}^{3x3} \ / \ b_{ij} = (i-1)^j$

c) $C \in \mathbb{R}^{4x3} \ / \ c_{ij} = \begin{cases} i+2j & si \quad i \le j \\ 0 & si \quad i > j \end{cases}$

d) $D \in \mathbb{R}^{4x4} / d_{ij} = \text{sen}\left(\dfrac{(i+j-1)\pi}{4}\right)$

2) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Calcule:

a) $A + 3D$ b) $B - C^t$ c) A B d) D + B C e) $B^t B$

f) $E\ (A\ F)$ g) F E h) E F i) A^2 j) D^3

3) Halle, si es posible, aplicando la definición la matriz inversa de cada una de las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

4) Analice si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas Justifique la respuesta

a) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn} \quad (A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

b) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn} \cdot \quad A^2 - B^2 = (A+B).(A-B)$

c) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn} . \quad A^2 - I = (A+I)\,(A-I)$

d) $\forall A, B, C \in \mathbb{R}^{nxn} . \quad A\,B = A\,C \Rightarrow B = C$

e) $\forall\ A, B, C \in \mathbb{R}^{nxn} / \exists A^{-1} \quad A\,B = A\,C \Rightarrow B = C$

f) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn} \cdot$ A , B simétricas $\Rightarrow$ (A.B) simétrica

g) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn}, \quad \forall\, k \in \mathbb{R}$: A , B simétricas $\Rightarrow$ (kA + B) simétrica

h) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn} \cdot$ A simétrica $\Rightarrow B^t AB$ simétrica

i) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn} \cdot$ A , B antisimétricas y conmutables $\Rightarrow (A\,B)$ simétrica

j) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn}$. A , B ortogonales $\Rightarrow (A\,B)$ ortogonal

5) Obtenga, sin efectuar cálculos, los siguientes determinantes. Enuncie las propiedades que aplica.

$a)\ \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \quad b)\ \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} \quad c)\ \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ -2 & 4 & 6 & -8 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} \quad d)\ \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -5 & 2 \\ 2 & -4 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 0 \end{vmatrix}$

6) Sean A, B $\in \mathbb{R}^{nxn}$, demuestre que:

a) Det(A B) = Det(B A)

b) Det(A.B) = 0 $\Rightarrow$ Det(A) = 0 $\vee$ Det(B) = 0

c) A B = I $\Rightarrow$ Det(A) $\neq 0$ $\wedge$ Det(B) $\neq 0$

d) A inversible $\Rightarrow$ Det(A^{-1}) = $\dfrac{1}{\text{Det}(A)}$

e) B inversible $\Rightarrow$ Det($B^{-1}AB$) = Det(A)

7) a) Sea $A=(A_1 \quad A_2 \quad A_3)$, $|A|=-3$

Calcule aplicando propiedades. $\left|\frac{3}{4}A^{-1}B^t\right|$ siendo $B=(A_1-3.A_3 \quad A_3 \quad -A_2)$

b) Sea $A=(A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4)$, $|A|=k,\ k\neq 0$

Calcule aplicando propiedades. $\left|\frac{2}{3}B^{-1}A^2\right|$ siendo $B=(A_1-A_2 \quad A_3-2A_4 \quad A_3 \quad A_2)$.

8) Halle los valores reales de k para los cuales las siguientes matrices son singulares:

a) $A=\begin{pmatrix} k-1 & -2 & 3 \\ 0 & k+2 & -1 \\ 0 & 0 & 3-k \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} k & -k & 3 \\ 0 & k+1 & 1 \\ k & -8 & k-1 \end{pmatrix}$

9) Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Halle todos los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para que la matriz $A^t-\alpha I$ sea regular.

10) Halle las matrices adjunta e inversa (si existen) de las matrices:

$A=\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}\ a\neq 0$

11) Sea $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & k-1 & 2 \\ 0 & 3 & k \end{pmatrix}$

a) Analice para qué valores de k, la matriz P es inversible

b) Halle P^{-1} para k = 1

12) Sea $A \in \mathbb{R}^{nxn}$, indique qué valores puede tomar Det(A)

a) Si A es ortogonal ($A^{-1}=A^t$)

b) Si A es idempotente ($A^2 = A$)

c) Si A es antisimétrica y n es impar ($A=-A^t$)

13) Sean A , B , $C \in \mathbb{R}^{3x3}$, $\alpha , \beta \in \mathbb{R}$,

$$A=(A_1 \quad A_2 \quad A_3)$$
$$B=(0 \quad \alpha A_1 \quad 0)$$
$$C=(\beta A_2 \quad \alpha A_1 \quad 0)$$

Analice la validez de las siguientes proposiciones

a) Det (A – B) = – Det(A)

b) Det(2B – A) = – Det(A)

c) Det(A + C) = Det(A)

d) Si $\alpha.\beta = 1$, entonces (A + C) no es inversible

14) Exprese cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales como una ecuación matricial de la forma A.X =B

a) $\begin{cases} x-2y+3z=0 \\ 2x+y-5z=4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 - x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$

15) Dado el sistema de ecuaciones lineales A.X = B, tal que

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & 15 & -4 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B=\begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Analice si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique la respuesta.

a) $X = (2 \ \ 0 \ \ -1)^t$ es solución

b) $X = (-7 \ \ 2 \ \ 2)^t$ es solución

c) A es regular

d) El sistema posee infinitas soluciones

16) Estudie la compatibilidad y determine el conjunto solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales aplicando el método de eliminación de Gauss.

a) $\begin{cases} x-y-z=2 \\ 3x-3y+2z=16 \\ 2x-y+z=9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+y-z=2 \\ -4x-2y+2z=4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-y+z=2 \\ x-y+2z=1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ 2x+y-z+3t=4 \\ x+3y-2z+6t=2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x-2y+t-w=0 \\ y-3z+t=1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x+y+z+t=1 \\ x-y+z-t=0 \\ 2y+2t=1 \\ x-y-z-t=3 \end{cases}$

17) Resuelva el sistema homogéneo A X = N, cuya matriz de coeficientes es:

a) $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

c) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ d) $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

18) Dado el sistema A X = B / $A=\begin{pmatrix} -2 & -4 & 6 \\ -3 & -3 & 8 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ k \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$

a) ¿Para qué valores de k el sistema tiene solución única?

b) ¿Para qué valores de k el sistema tiene infinitas soluciones?

c) ¿Para qué valores de k no existen soluciones?

d) Halle la solución del sistema homogéneo A.X = N

e) Halle la solución que corresponde al ítem b)

f) Interprete geométricamente los resultados de a) b) c)y d).

Respuestas

1)

a) $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

b) $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

c) $C=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 0 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

d) $D=\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -1 \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

2)

a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -1 & 14 & -4 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 6 & -8 \\ -3 & 20 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 20 & -6 \\ 1 & -6 & 2 \end{pmatrix}$

f) (-4)

g) $\begin{pmatrix} -4 & 8 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

h) (0)

i) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$

j) $\begin{pmatrix} -6 & -7 \\ 14 & 15 \end{pmatrix}$

3)

a) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

b) B no admite inversa

4)

a) F	b)F	c)V	d)F	e)V
f) F	g)V	h)V	i)V	j)V

5) Todos los determinantes valen cero

7)

a) $\frac{27}{64}$

b) $\frac{8}{81}k$

8)

a) Para k=-2 ó k=1 ó k=3 la matriz es singular

b)Para k=0 ó k=2 la matriz es singular

9)

La matriz es regular para $\alpha \neq -2 \wedge \alpha \neq 2 \wedge \alpha \neq 4$

10)

a) $Adj(A) = -10.\ A^{-1},\ A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{10} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$

b) $Adj(B) = -2\ B^{-1},\ B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c) $Adj(C) = \begin{pmatrix} -4 & 4 & -4 \\ 4 & -4 & 4 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ no existe C^{-1}

d)
$Adj\ (D) = a^3.D^{-1}$,

$D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{a^2} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}, a \neq 0$

11)a) P es invertible si $k \neq 2 \wedge k \neq -3$

b) $P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

12)
a) $Det(A) = \pm 1$ b) $Det(A)=0$ ó $Det(A)=1$ c) $Det(A) \neq 0$

13)
a) F b)V c)F d)V

14)

a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

15)

a)V b)V c)F d)V

16)

a) Compatible determinado $S=\left\{\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}\right\}$

b) Incompatible $S=\varnothing$

c) Compatible indeterminado $S=\left\{\begin{pmatrix}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}z\\-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}z\\z\end{pmatrix}, z\in R\right\}$

d) Compatible indeterminado

$$S=\left\{\begin{pmatrix}2+\frac{1}{5}z-\frac{3}{5}t & \frac{3}{5}z-\frac{9}{5}t & z & t\end{pmatrix}^T, z\in R, t\in R\right\}$$

e) Compatible indeterminado

$$S=\left\{\begin{pmatrix}2+6z-3t+w & 1+3z-t & z & t & w\end{pmatrix}^T, z\in R, t\in R, w\in R\right\}$$

f) Compatible indeterminado

$$S=\left\{\begin{pmatrix}2 & \frac{1}{2}-t & -\frac{3}{2} & t\end{pmatrix}^T, t\in R\right\}$$

17)

a) $S=\left\{\begin{pmatrix}\frac{1}{3}z\\-\frac{8}{3}z\\z\end{pmatrix}, z\in R\right\}$ b) $S=\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right\}$ c) $S=\left\{\begin{pmatrix}\frac{1}{3}z\\-\frac{5}{3}z\\z\end{pmatrix}, z\in R\right\}$

d) $S=\left\{\begin{pmatrix}y-t & y & t & t\end{pmatrix}^T, y\in R, t\in R\right\}$

18)

a)nunca b)k=-2 c)$k\neq -2$ d)$\begin{cases}x=\frac{7}{3}z\\ y=\frac{z}{3}\end{cases}$ e)$\begin{cases}x=-\frac{2}{3}+\frac{7}{3}z\\ y=-\frac{2}{3}+\frac{z}{3}\end{cases}$