Matematicas Cinvestav

Generaciòn 2014

September 18, 2014

Contents

Part I

Algebra abstracta

Chapter 1

Grupos

1.1 Definiciòn de grupo

Definiciò Un conjunto no vacio G en el que esta definida una operacion $*$ tal que va a mapear el producto cartesiano y los va amandar.

$$* : G \times G \to G$$

.

$$(a, b) \to (a * b)$$

Propiedad

1. $a * b \in G \forall a, b \in G$
2. $a * b(b * c) = (a * b) * c \forall a, b, c \in G$
3. $\exists e \in G \therefore a * e = e * a = a \forall e \in G$ "e" se le llama identidad o identidad de a

Ejemplo

1. $\mathbb{Z}$
2. Los racionales $\mathbb{Q}$ con la suma
3. $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q}\{0\}$ con la multiplicacion

4. $G = \{e\}$ con la opercaion $e * e = e \in G$

5.

6. El conjunto de Matrices $G(n, \mathbb{R})$ es un grupo NO CONMUTATIVO $A, b \in G(n, \mathbb{R})$

7. Son las matrices

1.2 Grupos abelinos

Definicion Se dice que un grupo G es abeliano si solo si $a * b = b * a$

Ejemplo El conjunto $\mathbb{Z} \diagup \mathbb{Z}_n$ (clase de equivalencia)

Ejercicios

1. Considere a $\mathbb{Z}$ con el producto usual Es $\mathbb{Z}$ un grupo?
2. Considere a $\mathbb{Z}^*(incluye 0)$ con el producto usual es $\mathbb{Z}^*$?
3. Sea $G = \mathbb{R} \diagdown \{0\}$ si definimos $a \times b = a^2 b$ G es un Grupo?

Definiciones Orden de un grupo es el numero de elementos que tiene dicho Grupo y se denota $|G|$ Un Grupo G sera finito si tiene elementos finitos de elementos sea infinito

Ejemplos

Proposicion Si G es un grupo entonces

1. El elemento identidad es uinico
2. $\forall a \in G a^{-1}$ es unico
3. $\forall a, b \in G (ab)^{-1} = b^{-1} a^{-1}$
4. En general $(a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots a_n)^{-1} = (a_n^{-1} \cdot a_{n-1}^{-1} \cdot \ldots a_2^{-1} \cdot a_1^{-1}) \forall a \in G$

Proposicion Sea G un grupo $\forall a, b, c \in G$

1. $ab = ac \Rightarrow b = c$
2. $ba = ca \Rightarrow b = c$

Verificacion

1. $b = eb = (aa^{-1})b = a^{-1}(ab) = a^{-1}(ac) = (a^{-1}a)c = ec = c$
2. $b = be = b(aa^{-1}) = (ba)a^{-1} = (ca)a^{-1} = c(aa^{-1}) = ce = c$

1.3 Subgrupo

Definiciòn Conjunto no vacìo H de un grupo G, se llama Subgrupo si H mismo forma un grupo respecto a la operaciò de G. Cuando H es subgrupo de G se denota $H < G$ ò $G > H$.

Observaciòn Todo grupo tiene autòmaticamente dos subgrupos tribiales $G \& \{e\}$

Propociòn Un subconjunto no vaio $H \subset G$ es un subgrupo de G ssi H es cerrado respecto a la operaciòn G & $a \in H \Rightarrow a^{-1} \in a^{-1} \in H$
$\Rightarrow$

Necesidad Como H es un subgrupo de G, H es un grupo y tiene inversa
$\Leftarrow$

Suficiencia H es cerrado, no vacio & y el inverso esta en $H \forall a \in H = aa^{-1}(Hescerrado) \Rightarrow aa^{-1} = e \in H$

Ademas para $a, b, c \in H$ $a(bc) = (ab)c$ $H \in G$

Ejercicio Sea $G = \mathbb{Z}$ con la suma usual & sea H el conjunto de enteros pares.

$$H = \{2n \diagup n \in \mathbb{Z}\}$$

H es un subgrupo?

Sean a,b∈H $a = 2q$, $q \in \mathbb{Z}$ $b = 2\acute{q}$ $\acute{q} \in \mathbb{Z}$

$a + b = 2q + 2q = 2(q + q') = 2q''$

Chapter 2

Homorfismos de grupo

2.1 Definiciòn

Un mapeo ϕ de un grupo G en un grupo $\bar{G}$ se dice ser un homomorfismo si para todo $a, b \in G, \phi(a, b) = \phi(a)\phi(b)$

Proposiciòn Sea $\varepsilon : G \to \acute{G}$ homomorfismo. Entonces ε es un monomorfismo ssi $ker\varepsilon = \{0\}(e = 0 \in G)$

Verificaciòn $\Leftarrow$
Supongamos que Ker$\varepsilon = \{0\}$ por verificar que ε es monomorfismo
$\Rightarrow$
Supongamos que $\varepsilon(x_1) = \varepsilon(x_2)$

Chapter 3

Anillos

Chapter 4

Dominios

Part II

Algebra Lineal

Chapter 5

Espacios Vectoriales ,Isomorfismos

Chapter 6

Operadores lineales

Chapter 7

Funciones Lineales

Chapter 8

Espacios duales

Chapter 9

Teorema de Caley Hamilton

Chapter 10

Diagolizacion

Chapter 11

Forma canonica de Jordan

Chapter 12

Vectores propios Generalizados

Part III

Ecuaciones difereciales

Chapter 13

Resolucion de Ec.diferenciales

Chapter 14

Existencia de unidad de solucion de E.D.

Chapter 15

Solucion aproximada

Chapter 16

Relacion entre soluciones Aproximadas y exactas