

## Guía 9. Análisis de Algoritmos.

1. Quadrating probing utiliza la siguiente función de hashing:  
 $H(x, i) = (h(x) + c*i + d*i^2) \bmod m$ , para  $i > 0$ , en que  $h(x)$  es la posición inicial del dato  $x$  e  $i$  es el intento  $i$ -ésimo en direccionamiento abierto.
  - a) Insertar los datos de  $A = \{22, 4, 28, 88, 13, 10, 31, 15, 17, 59\}$  en una tabla de tamaño 11 con  $h(x) = x \bmod 11$ ,  $c = 1$  y  $d = 3$ . Grafique la tabla resultante y calcule la cantidad promedio de accesos necesarios para una búsqueda exitosa.
  - b) Verifique que si dos datos colisionan usando  $H(x, i)$  entonces sus secuencias de búsqueda son las mismas.
2. Suponga que cada letra tiene asociado un valor entero según la siguiente tabla:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

r	s	t	u	v	w	x	y	z
18	19	20	21	22	23	24	25	26

Para la función de hashing:  $h(P) = (\text{suma dígitos de cada carácter de } P) \bmod 7$ , insertar las siguientes palabras en una tabla de tamaño 7 usando direccionamiento abierto con linear probing para resolver colisiones:  $A = \{\text{algoritmo, analisis, greedy, horowitz, arbol, busqueda, maximo}\}$ . Determine la cantidad de accesos promedio en búsqueda exitosa.

3. Para la variante de hashing con encadenamiento se propone que la tabla tenga acceso a árboles AVL (de altura balanceada) en vez de listas. Se pide:
  - a) Estimar el costo de esta estructura para la operación de búsqueda de un dato en el mejor y el peor caso, explicando a cuál caso corresponde cada uno.
  - b) Insertar los datos del conjunto  $A = \{16, 72, 826, 1016, 12, 42, 623, 22, 32\}$  en una tabla de tamaño 10 con  $h(x) = x \bmod 10$ , usando esta modalidad de inserción. Grafique la tabla con el resultado.

4. Sea la función de hashing siguiente:  $h(x) = \lfloor (2 * x + 3) / 13 \rfloor \bmod 13$  y una tabla de tamaño 13. Dados los 12 datos: 126, 25, 63, 70, 52, 8, 33, 111, 94, 5, 18 y 56.

a) Use encadenamiento para insertar los datos en la tabla y

determine el valor de  $C_n = \frac{\sum_{k=1}^n accesos_k}{n}$ , en que  $accesos_k$  indica los accesos necesarios para alcanzar el dato k al buscarlo exitosamente.

b) Use direccionamiento abierto con double hashing para distribuir los datos de la tabla considerando que  $s(x) = \lceil (x + 3) / 13 \rceil \bmod 13$  y determine el valor de  $C_n$  en este caso.

c) Determine  $\alpha$ , el factor de carga de la tabla. Compare los valores de (a) y (b) con los valores teóricos de  $C_n \cong 1 + \alpha / 2$  para encadenamiento y  $C_n \cong (1 / \alpha) \ln(1 / (1 - \alpha))$  para direccionamiento abierto. Respectivamente ¿Cuál de los dos es el mejor?

5. Suponga que una relación de equivalencia distribuye los datos de un conjunto en los siguientes subconjuntos:

$$A_1 = \{1, 4, 8, 12, 15\}$$

$$A_2 = \{2, 6, 10, 14\}$$

$$A_3 = \{3, 7, 11\}$$

$$A_4 = \{5, 9, 13\}$$

Describir usando Union-Find el árbol de cada conjunto, sabiendo que el primer dato es el canónico, y luego realice las siguientes operaciones usando Unión ponderada: Union(15, 14), Union(11, 13), Union(4, 7).

¿Cuál es el árbol resultante? ¿Cuál es el costo en cantidad de accesos para realizar Find(i) para  $1 \leq i \leq 15$  usando compresión de caminos?