# Guía 5. Análisis de Algoritmos.

1. Analizar para $n \geq 1$ la cantidad de sumas $T(n)$ en el siguiente algoritmo:
```
DC(n)
{if(n ≤ 1) break; /* termina */
  else
    { s = 0;
      for(i = 1; i ≤ 8; i++)
              DC(n/2);
       for(i = 1; i ≤ n; i++)
              s = s + i;
     }
}
```
   Establecer la ecuación de recurrencia y determinar el orden exacto de la solución usando el Teorema de Familia de Recurrencias. Luego resuelva usando un cambio de variable adecuado.
   Solución para comprobar: $T(n) = \Theta(n^3)$.

2. Use el teorema de Familia de Recurrencias para comprobar el orden exacto del algoritmo de Búsqueda Binaria y del algoritmo de MergeSort.
   Solución para comprobar: ver soluciones en apuntes de clases.

3. Usando sustitución verificar el orden propuesto para las siguientes ecuaciones de recurrencia, y resolverlas exactamente para comprobar:

   a) $T(n) = 4T(n-1) + 5T(n-2),\ n > 1$ $\qquad$ $T(n) = O(5^n)$
      $T(0) = 1$
      $T(1) = 5$

   b) $X_n = X_{n-1} + 2n,\ n > 0$ $\qquad$ $X_n = \Omega(n^2)$
      $X_0 = 1$

   c) $X_n = X_{n-1} + 3n^2,\ n > 0$ $\qquad$ $X_n = \Omega(n^3)$
      $X_0 = 3$

   d) $T(n) = T(n-2) + 4,\ n > 1$ $\qquad$ $T(n) = \Theta(n)$
      $T(0) = 0$
      $T(1) = 2$

4. Resolver usando iteraciones las siguientes ecuaciones:
   a) $P(n) = P(n - 2) + 2n - 1, n > 0$
      $P(0) = 0$
      Comprobar que su solución es: $P(n) = n(n + 1)/2, n = 2k, k \geq 0$.

   b) $T(n) = T(n - 4) + n - 3, n > 1$
      $T(1) = 0$
      Comprobar que su solución es: $T(n) = (n - 1)^2/8, n = 4k + 1, k \geq 0$.

5. Aplicar árbol de recursión para resolver:
   a) $T(n) = 2T(n/2) + n, n > 1$
      $T(1) = 0$
      Comprobar que la solución es: $T(n) = n \lg n, n = 2^k, k \geq 0$.

   b) $T(n) = 3T(n/2) + n, n > 1$
      $T(1) = 0$
      Comprobar que la solución es: $T(n) = 2(3^{\lg n} - n), n = 2^k, k \geq 0$.

   c) $T(n) = 4T(n/2) + n, n > 1$
      $T(1) = 0$
      Comprobar que la solución es: $T(n) = n(n - 1), n = 2^k, k \geq 0$.

6. Resolver las ecuaciones del ejercicio anterior usando iteraciones.