

Guía 11. Análisis de Algoritmos.

1. Para el grafo no dirigido $G = (V, E)$ con $V = \{1, \dots, 11\}$ y arcos dados por $E = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,5\}, \{2,6\}, \{3,7\}, \{4,8\}, \{4,9\}, \{5,6\}, \{5,10\}, \{6,11\}, \{8,9\}, \{10,11\}\}$
 - a) Grafique el grafo.
 - b) Aplique búsqueda en profundidad a partir del vértice 1. Siga el grafo siempre en orden creciente de los vértices. Describa gráficamente los valores DFN y LOW para cada vértice, los puntos de articulación encontrados, los arcos de árbol y de retorno y las componentes biconexas del grafo.
2. Para generar el árbol de costo mínimo que recubre un grafo valorado no dirigido se aplica el algoritmo de Prim, que parte del nodo inicio y agrega el arco de menor costo desde ese nodo, con lo que se obtiene un árbol de dos nodos. A continuación se agrega el arco de menor valor que sale del árbol (o sea de cualquiera de sus nodos) hacia el resto del grafo, sin que forme un ciclo, con lo que se tiene un árbol de tres nodos. Se repite este proceso hasta tener todos los nodos en el árbol.
 - a) ¿Cuál es el costo asociado a este algoritmo?
 - b) ¿El árbol obtenido es único o se puede obtener otro árbol de costo mínimo?
 - c) Aplique al grafo $G = (V, E)$ a partir del nodo 1, en que los vértices son $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ y los arcos están dados por $E = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,5\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,5\}, \{3,6\}, \{3,7\}, \{4,5\}, \{4,6\}, \{5,6\}, \{6,7\}\}$ y los costos: $C = \{7, 18, 9, 3, 8, 3, 3, 3, 2, 2, 3, 2, 4\}$ (por cada arco). Grafique el árbol obtenido y determine el costo alcanzado.
3. Sea G un grafo valorado no dirigido conexo. Describir como determinar todos los vértices que desconectan al árbol que cubre el grafo. Determine el costo de su algoritmo como función de la cantidad de vértices y la cantidad de arcos del grafo.
4. Sea $G = (V, E)$ un dígrafo y v un vértice de V . Se define la excentricidad del vértice v como:
$$\max_{w \in V} \{ \text{mínima longitud de un camino desde } w \text{ a } v \}$$

El centro del grafo G es entonces un vértice de excentricidad mínima.

 - a) Escriba y analice un algoritmo para determinar el centro de un dígrafo G .
 - b) Aplicar al dígrafo para determinar el centro de $G = (V, E)$, con $V = \{a, b, c, d, e\}$ y arcos $E = \{(a, b), (b, c), (c, d), (c, e), (d, b), (d, c), (e, d)\}$ y costos $C = \{1, 2, 2, 4, 1, 3, 5\}$ (en el orden de los arcos).

5. El problema de isomorfismos de grafos (llamado ISO) es: dados dos grafos G_1 y G_2 , determinar cuándo G_1 es un subgrafo de G_2 . o sea:

$$\text{ISO} = \{(G_1, G_2) / G_1 \text{ es un subgrafo de } G_2\}$$

Demostrar que ISO es NP-completo.

Indicación: Probar que CLIQUE es reducible a ISO.