

## Guía 6. Análisis de Algoritmos.

1. Usando dividir para reinar escriba un algoritmo para determinar el máximo y el mínimo (a la vez) de los datos de una matriz de  $n^2$  enteros,  $n \geq 2$ . Escriba una ecuación de recurrencia para la cantidad de comparaciones de datos de la matriz y resuélvala.
2. Suponga que al buscar el máximo y el mínimo (a la vez) de un conjunto A, divide A en tres partes (suponga que A tiene un múltiplo de tres datos), y luego recupera los resultados de cada parte para obtener su solución. ¿Cuántas comparaciones en el peor caso realiza este algoritmo? Escriba y resuelva una ecuación de recurrencia para determinarlo. Suponga mínimo 3 datos en A (caso frontera).
3. Ahora suponga que, al buscar el máximo y el mínimo (a la vez) de un conjunto A, divide el arreglo A de n datos en dos sub-arreglos de tamaño 2 y  $n - 2$  respectivamente. Escriba y resuelva la ecuación de recurrencia para este caso. Compare su solución con la obtenida en clases para n potencia de dos ¿es mejor, igual o peor? Si desarrolla el algoritmo no recursivo para este caso ¿cuántas comparaciones de datos se hacen? ¿cómo es respecto a la fuerza bruta vista en clases?
4. En el problema de determinar la cantidad  $A_n$  de árboles binarios distintos contruidos con  $n \geq 0$  nodos se dedujo usando Convolución de funciones generatrices que esta cantidad es: 
$$A_n = \sum_{i=0}^{n-1} (A_i * A_{n-1-i}), \text{ para } n > 0, \text{ con } A_0 = 1.$$
  - a. Escriba un algoritmo recursivo que retorne el valor de  $A_n$ . Analice su algoritmo contando los productos realizados.
  - b. Escriba un algoritmo de Programación Dinámica para calcular  $A_n$  para un  $n \geq 0$  y analícelo contando la cantidad de productos realizados.
5. Sea  $F(n, m)$  la cantidad de particiones de n en que los sumandos forman una sucesión decreciente de números positivos enteros menores o iguales a m. Se define recursivamente esta cantidad de la siguiente manera:

$$F(1, m) = 1, \text{ si } m > 0$$

$$F(n, 1) = 1, \text{ si } n > 0$$

$$F(n, n) = F(n, n - 1) + 1, \text{ si } n = m$$

$$F(n, m) = F(n, m - 1) + F(n - m, m) \text{ si } n > m$$

$$F(n, m) = 0 \text{ si } n < m$$

Escribir un algoritmo de **Programación Dinámica** para calcular  $F(n, m)$  para n y m enteros positivos y analizarlo contando las sumas realizadas.