# Практическая работа

# Исследование обусловленности задачи решения систем линейных уравнений.

**Цель работы:** Изучение стандартной обусловленности задач решения систем линейных уравнений при различных вариантах неточных входных данных.

**Основные теоретические положения.**

Рассматривается система линейных уравнений n-го порядка с вещественными коэффициентами (1)

В матричной форме записи эта система принимает вид (2)

, (2)

где – квадратная матрица коэффициентов системы, – вектор решений системы, – вектор свободных членов. Матрица – невырожденная, тогда решение системы (1) существует, единственно и устойчиво по входным данным. Это означает, что задача нахождения вектора – корректна.

Пусть – приближенное решение системы, тогда называется вектором погрешности системы, необходимо стремиться к его уменьшению. Возможно рассматривать критерий малости вектора который называется невязкой системы. Эти вектора связаны **.**

Удобной количественной характеристикой вектора является норма вектора. В вычислительной математике используются следующие три нормы (3)

(3)

За норму матрицы принимают максимальную величину, на которую преобразование, описываемое матрицей, может растянуть любой ненулевой вектор в выбранной норме . Векторным нормам подчинены следующие нормы матрицы (4)

где – собственные числа матрицы Задача вычисления вектора может быть плохо или хорошо обусловлена.

**Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений**

Рассмотрим случай, когда элементы матрицы заданы точно, а вектор-столбец свободных членов – приближенно. Оценки для абсолютной и относительной погрешности (5)

где - абсолютное число обусловленности, а - относительное число обусловленности (естественное число обусловленности). Максимальное естественное число обусловленности (6)

(6)

называют стандартным числом обусловленности.

Если элементы матрицы заданы приближенно и равны , а вектор-столбец свободных членов – точно, тогда оценка относительной погрешности (7)

(7)

где и .

Если с погрешностью заданы как коэффициенты матрицы, так и элементы вектора свободных членов, то справедливо неравенство (8)

(8)

**Порядок выполнения работы.**

**Выучить теорию по данной теме.**

1. Сформировать расширенную входную матрицу, соответствующую 4 неизвестным и 4 уравнениям, с нецелыми коэффициентами, положительными и отрицательными. При генерации элементов матрицы, в методе random()языка java использовать в качестве слагаемого номер в списке. Проверить невырожденность матрицы.
2. Составить подпрограмму для решения системы линейных уравнений методом Крамера для четных номеров, использовать в работе нормы №1; и методом обратной матрицы для нечетных номеров, использовать в работе нормы . Объяснить метод в работе и сопоставить выкладки с полученным кодом.
3. Решить систему, подсчитать абсолютное, естественное, стандартное число обусловленности.
4. Добавить ошибки в вектор свободных членов. Найти решение новой системы, абсолютное, естественное, стандартное число обусловленности (6) и оценку стандартного числа обусловленности (7).
5. Добавить ошибки в значения элементов матрицы. Найти решение новой системы, абсолютное, естественное, стандартное число обусловленности и оценку стандартного числа обусловленности.
6. Добавить ошибки в значения элементов матрицы и вектора свободных членов. Найти решение новой системы, абсолютное, естественное, стандартное число обусловленности и оценку стандартного числа обусловленности.
7. Заменить элементы главной диагонали в сформированной в пункте 1 матрице на элементы матрицы Гильберта () для четных номеров, и элементы побочной диагонали для нечетных номеров. Проделать все 6 предыдущих пунктов для второй матрицы.
8. Сформировать итоговую таблицу: по столбцам 2 матрицы, по строкам результаты вычислений. Сделать выводы по полученным результатам.