

상수 $p(1 < p < 2)$ 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - px^2 + px + 7$ 있다. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = f(a_n)$$

을 만족시킨다. $0 < a_1 < 1$ 일 때, 아래 물음에 답하시오. [40점]

$0 < x < \beta$ 에서 부등식 $f(x) > x$ 가 성립하고, $\beta < x < 1$ 에서 부등식 $f(x) < x$ 가 성립하는 β 를 구하시오.



2 아래 물음에 답하시오. [30점]

좌표평면에서 타원 $x^2 + 3y^2 = 3$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 범위를 구하시오.



3 다음과 같이 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(s)$ 에 대하여 아래 물음에 답하시오. [30점]

좌표평면에서 실수 s 에 대하여 원 $(x-s)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 과 함수 $y = \frac{4}{3}|x| + 8$ 의 그레프가 한 점에서 만날 때 원의 반지름의 길이를 $f(s)$ 라 하자.

점 $(4,5)$ 에서 직선 $y = \frac{4}{3}x + 8$ 에 대린 수선의 빗을 구하시오.

