
CHAPTER 1

RECTANGULAR COORDINATE SYSTEM

1	手拉手模型	2	主要几何模型。
2	2025 初中名校共同体九年级 期中	4	
3	性质与应用	5	

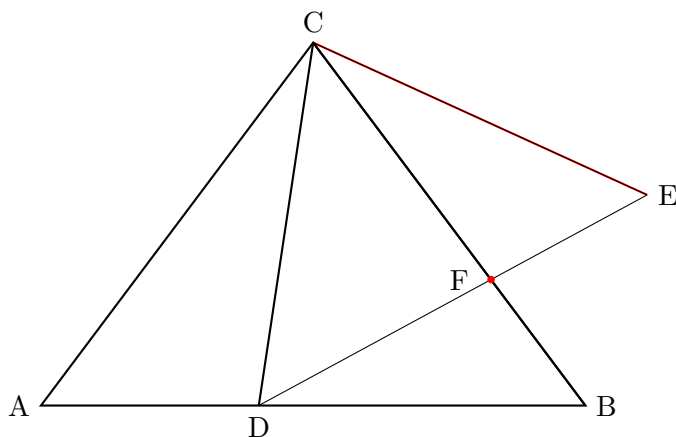
1 手拉手模型

手拉手模型广泛应用在相似与全等证明中。还可以与二次函数结合，求最值问题。

1.1 选转问题

1.1 最值问题

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $CA = CB = 5$ ， $AB = 6$ ， D 为 AB 边上一动点，连接 CD ，将 CD 绕点 C 逆时针旋转到 CE ，使 $\angle ACB = \angle DCE$ 。连接 DE 交 BC 于点 F 。则 CF 的最小值为_____。



解：设 $AD = x$ ，则 $DB = 6 - x$ ，

$\triangle ACD \sim \triangle BDF$ ，

$$\frac{AC}{BD} = \frac{AD}{BF},$$

$$\frac{5}{6-x} = \frac{x}{BF},$$

$$BF = \frac{6x-x^2}{5},$$

BF 最大值为 $\frac{9}{5}$ 。

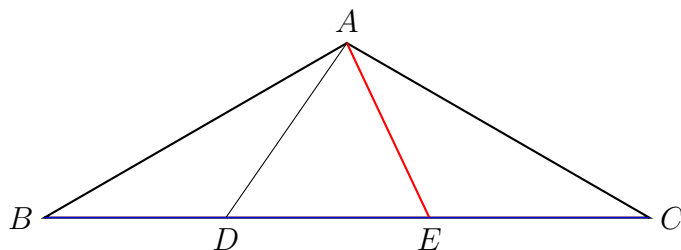
$$\therefore \min CF = \frac{16}{5}.$$

提示

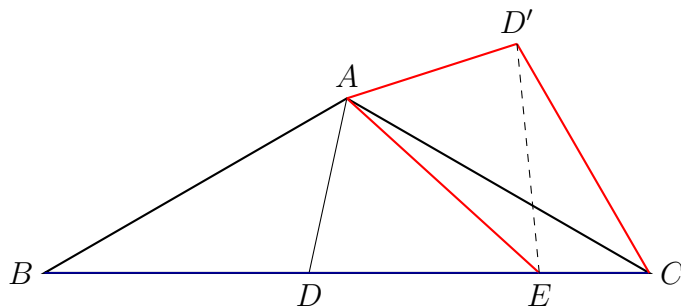
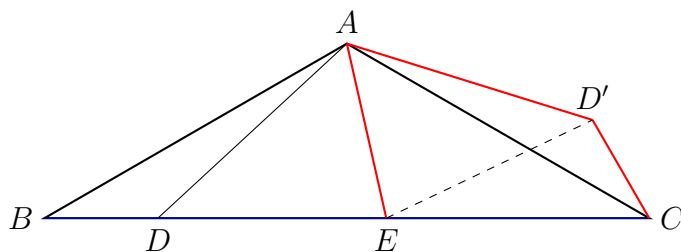
最值问题，以前都是靠两点之间线段最短、垂线段最短，这里是靠方程来解决。这也是一个很好的方法。

1.ii 比相关

如图，在三角形 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，点 D 、 E 是边 BC 上的两个动点，且满足 $\angle DAB = 60^\circ$ 。若以 BD 、 DE 、 EC 的长度为边长构成一个直角三角形，则 $BD : EC$ 的可能值是：

A. $2 : 1$ B. $\sqrt{3} : 1$ C. $\sqrt{3} : 2$ D. $2 : \sqrt{3}$ 

解：这里需要把这三条线段组成一个首尾相接的三角形。把 $\triangle ABD$ 进行旋转 120° ，得到 $\triangle AD'C$ 。期中 $\angle ACD = 30^\circ$ ，所以 $\angle D'CE = 60^\circ$ 。 $\triangle ADE \simeq \triangle AED'$ ，所以 $DE = D'E$ 。此时三条边终于到了一个直角三角形。D 与 E 的位置决定



提示

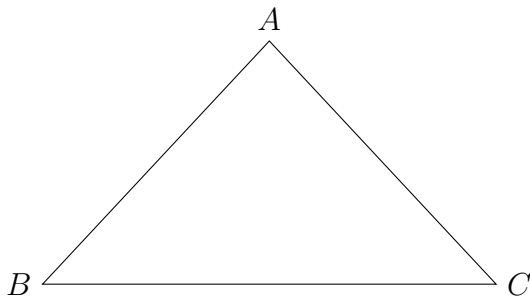
这里也可以理解成二倍角模型，与正方形中半角，两个全等相似

1.iii 求度数

如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D, E 分别为线段 BC, AD 上的点, $\angle ADC = 60^\circ$, 连接 BE, CE , 已知 $AE = BE$ 。

1. 若 $\angle BAC = 90^\circ$, 则 $\angle DCE = \boxed{15^\circ}$ 。

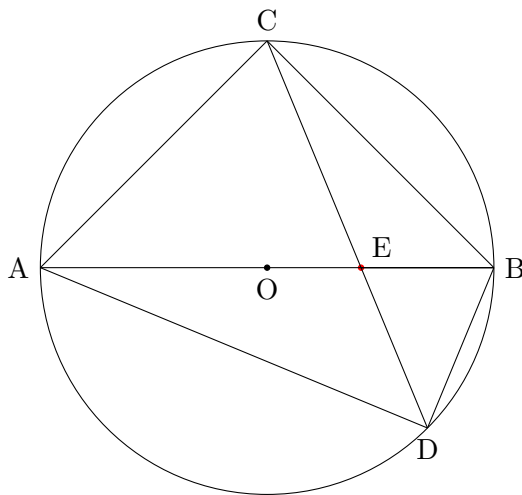
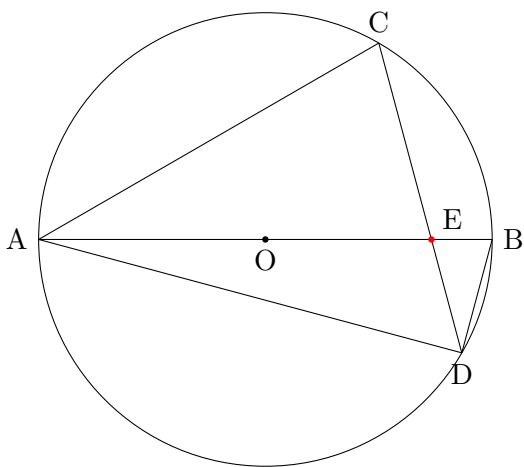
2. 若 $\angle BAC = 96^\circ$, 则 $\angle DCE = \boxed{12^\circ}$ 。



2 2025 初中名校共同体九年级期中

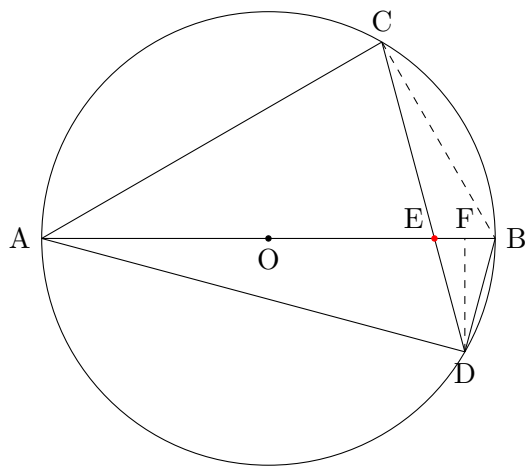
如图 1, C, D 是以 AB 为直径的圆 O 上的两动点, 分别位于 AB 两侧, 且满足 $\widehat{CB} = 2\widehat{DB}$ 。连接 CD 交 AB 于点 E , 连接 AC, BD, AD 。

1. 证明: $AC = AE$;
2. 若 $BD = 1, AD = 2$, 求 AE 的长;
3. 如图 2, 若直径 AB 为定值, 当 $\triangle ABC$ 的面积最大时, 求 $\triangle CEB$ 的面积与 $\triangle BED$ 的面积比。

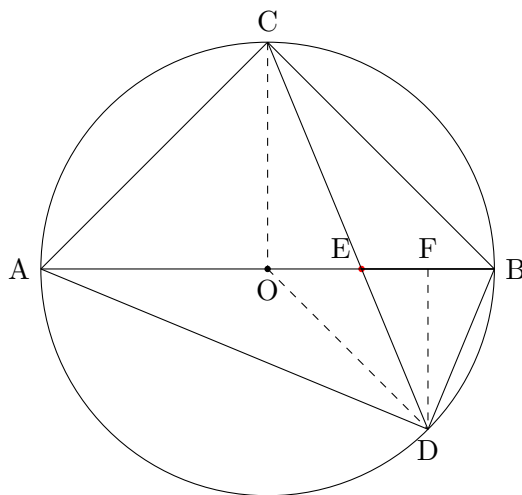


解：

1. 前两问比较简单, 连接 BC , 设 $\angle BAD = \alpha$, 那么 $\angle BAC = 2\alpha$ $\angle ACD = 90^\circ - \alpha$,
 $\angle AEC = 180^\circ - \angle EAC - \angle ACE = 90^\circ - \alpha$,
 第二问, 用好相似或者三角函数与勾股定理



2. 连接 OD, OC, DF , 面积之比就是高度比, 即 $\frac{DF}{OC}$. $\angle FOD = 45^\circ$, $\triangle DOA$, 如果不会这个辅助线, 直接使用高中三角函数把高度解出来也行



3 性质与应用

3.1 对称性

平面直角坐标系具有对称性。

CHAPTER 2

LINEAR FUNCTIONS

主要讲解一次函数以及图像性质。