

第八次作业

1. 已知水在20 °C下的粘度为 $\eta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ 。有一个球蛋白半径约1.5 nm，请估计其扩散系数 D ，并估计它利用扩散穿过细胞大概需要多长时间？（淋巴细胞0.01 mm，单细胞生物草履虫0.2 ~ 0.3 mm）。

解：假设球蛋白为完美的球体，则根据Stokes公式，得

$$f = 6\pi\eta R = 6\pi \times 1.0 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2} \times 1.5 \times 10^{-9} \text{ m} = 2.8 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$$

因此扩散系数约为

$$D = \frac{k_B T}{f} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times (273.2 + 20) \text{ K}}{2.8 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}} = 1.4 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

若从淋巴细胞的一端经扩散到达另一端（淋巴细胞的均方根长度 $\sqrt{\langle r_1^2 \rangle} = 0.01 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ m}$ ），则所需时间为

$$t_1 = \frac{\langle r_1^2 \rangle}{6D} = \frac{(10^{-5} \text{ m})^2}{6 \times 1.4 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 0.12 \text{ s}$$

在草履虫中（均方根长度 $\sqrt{\langle r_2^2 \rangle} = 0.2 \sim 0.3 \text{ mm} = (2 \sim 3) \times 10^{-4} \text{ m}$ ），所需时间变为

$$(t_2)_{\min} = \frac{\langle r_2^2 \rangle_{\min}}{6D} = \frac{(2 \times 10^{-4} \text{ m})^2}{6 \times 1.4 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 48 \text{ s}$$
$$(t_2)_{\max} = \frac{\langle r_2^2 \rangle_{\max}}{6D} = \frac{(3 \times 10^{-4} \text{ m})^2}{6 \times 1.4 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 107 \text{ s}$$