

第九次作业

9.1 某蛋白的沉降系数为 $s = 7.16 \text{ S}$, 扩散系数 $D = 4.45 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, 微分比容 $\bar{v} = 0.73 \text{ cm}^3 \cdot \text{g}^{-1}$ (温度 20°C)

- (a) 当离心机转速为 70000 rpm 时, 请计算蛋白从 $r = 10 \text{ cm}$ 迁移到 $r = 10.1 \text{ cm}$ 所需要的时间;
(b) 计算蛋白的分子量。

解: (a) 由沉降系数的定义 $s = \frac{v_{\text{沉降}}}{\omega^2 r}$, 得 $\frac{dr}{dt} = s\omega^2 r$, 其积分形式为 $\ln \frac{r_e}{r_s} = s\omega^2 \Delta t = s(2\pi f)^2 \Delta t$, 因此迁移时间为

$$\Delta t = \frac{\ln \frac{r_e}{r_s}}{s(2\pi f)^2} = \frac{\ln \frac{10.1 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}}{7.16 \times 10^{-13} \text{ s} \times (2 \times 3.14 \times \frac{70000}{60 \text{ s}})^2} = 2.59 \times 10^2 \text{ s}$$

- (b) 由于速度沉降过程中

$$s = \frac{m(1 - \bar{v}\rho_w)}{f} = \frac{M(1 - \bar{v}\rho_w)}{N_A \frac{k_B T}{D}} = \frac{MD(1 - \bar{v}\rho_w)}{RT}$$

因此代入数据得

$$M = \frac{sRT}{D(1 - \bar{v}\rho_w)} = \frac{7.16 \times 10^{-13} \text{ s} \times 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times (273.2 + 20) \text{ K}}{4.45 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \times (1 - 0.73 \text{ cm}^3 \cdot \text{g}^{-1} \times 1.00 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3})} = 1.45 \times 10^2 \text{ kg/mol} = 1.45 \times 10^5 \text{ g/mol}$$

9.2 离心机的转子质量为 2 kg, 等价半径 $r = 15 \text{ cm}$, 转速为 70000 rpm

- (a) 请计算其所储存的动能 ($\sim m\omega^2 r^2/2$), 以及它相当于多少 TNT 炸药 (能量密度 $4.6 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$) 爆炸时释放的能量。 (b) 计算转子旋转的线速度 ($\sim \omega r$), 并与手枪子弹或声音的速度 ($\sim 340 \text{ m/s}$) 比较。

解: (a) 离心机转子储存的动能为

$$E_k = \frac{m\omega^2 r^2}{2} = \frac{m(2\pi f)^2 r^2}{2} = \frac{2 \text{ kg} \times (2 \times 3.14 \times \frac{70000}{60 \text{ s}})^2 \times (0.15 \text{ m})^2}{2} = 1.2 \times 10^6 \text{ J}$$

其动能换算成 TNT 当量为

$$m_{\text{TNT}} = \frac{E_k}{E_{\text{TNT},0}} = \frac{1.2 \times 10^6 \text{ J}}{4.6 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}} = 0.26 \text{ kg}$$

- (b) 离心机转子的线速度为

$$v = \omega r = 2\pi f r = 2 \times 3.14 \times \frac{70000}{60 \text{ s}} \times 0.15 \text{ m} = 1.1 \times 10^3 \text{ m/s}$$

因此转子线速度远超过声速, 且换算成马赫数为

$$Ma = \frac{v}{v_{\text{sonic}}} = \frac{1.1 \times 10^3 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}} = 3.2$$