第八次作业

1.已知水在 $20~^\circ$ C下的粘度为 $\eta=1.0\times10^{-3}~\mathrm{N\cdot s\cdot m^{-2}}$ 。 有一个球蛋白半径约 $1.5~\mathrm{nm}$,请估计其扩散系数D,并估计它利用扩散穿过细胞大概需要多长时间?(淋巴细胞 $0.01~\mathrm{mm}$,单细胞生物草履虫 $0.2\sim0.3~\mathrm{mm}$)。

解:假设球蛋白为完美的球体,则根据Stokes公式,得

$$f = 6\pi \eta R = 6\pi \times 1.0 \times 10^{-3} \; \mathrm{N \cdot s \cdot m^{-2}} \times 1.5 \times 10^{-9} \; \mathrm{m} = 2.8 \times 10^{-11} \; \mathrm{N \cdot s \cdot m^{-1}}$$

因此扩散系数约为

$$D = rac{k_B T}{f} = rac{1.38 imes 10^{-23} \; ext{J} \cdot ext{K}^{-1} imes (273.2 + 20) ext{K}}{2.8 imes 10^{-11} \; ext{N} \cdot ext{s} \cdot ext{m}^{-1}} = 1.4 imes 10^{-10} \; ext{m}^2 \cdot ext{s}^{-1}$$

若从淋巴细胞的一端经扩散到达另一端(淋巴细胞的均方根长度 $\sqrt{\langle r_1^2
angle} = 0.01~{
m mm} = 10^{-5}~{
m m}$) ,则所需时间为

$$t_1 = rac{\langle r_1^2
angle}{6D} = rac{(10^{-5} \; ext{m})^2}{6 imes 1.4 imes 10^{-10} \; ext{m}^2 \cdot ext{s}^{-1}} = 0.12 \; ext{s}$$

在草履虫中(均方根长度 $\sqrt{\langle r_2^2
angle}=0.2\sim 0.3~{
m mm}=(2\sim 3) imes 10^{-4}~{
m m})$,所需时间变为

$$(t_2)_{min} = rac{\langle r_2^2
angle_{min}}{6D} = rac{(2 imes 10^{-4} ext{ m})^2}{6 imes 1.4 imes 10^{-10} ext{ m}^2 \cdot ext{s}^{-1}} = 48 ext{ s}$$
 $(t_2)_{max} = rac{\langle r_1^2
angle_{max}}{6D} = rac{(3 imes 10^{-4} ext{ m})^2}{6 imes 1.4 imes 10^{-10} ext{ m}^2 \cdot ext{s}^{-1}} = 107 ext{ s}$