

2010年第11屆亞洲物理奧林匹亞競賽及 第41屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試

理論試題

2009年11月14日

13:30~16:30

考試時間：三小時

<<注意事項>>

- 1、本試題包括填充題三十格及計算題兩大題，合計總分為150分。
- 2、填充題部分，請直接將答案填入指定之答案格內，未填入指定之位置者不予計分。
- 3、計算題部分，請在答案卷上指定之位置作答。
- 4、可使用掌上型計算器。

2010 年第 11 屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第 41 屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試試題

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

壹、填充題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

- 一、據報導我國於 2006 年發射的福衛三號衛星系統，由六顆微衛星所組成，每個衛星的質量約為 62kg，環繞地球的軌道為圓形，軌道離地面的高度為 800km，其軌道平面和地球赤道面之間的夾角為 72° 。利用上述的數據和地球半徑 $R_E = 6400\text{ km}$ ，地表的重力加速度 $g = 9.80\text{ m/s}^2$ ，計算衛星的飛行速率為何？(1) m/s；又衛星的環繞週期為多少分鐘？(2) 分。

- 二、如圖 1 所示的撞球檯，長度為 a ，寬度為 b ，現欲將位在角落 A 處的球，擊出後先射向 BC 邊，再撞向 AD 邊，最後射入對角 C 處的球袋內。若不計球與檯面之間的摩擦，且球與檯邊的碰撞為完全彈性碰撞，則從 A 處擊出球的角度 θ ，應滿足的條件為 $\tan \theta = \underline{(3)}$ 。

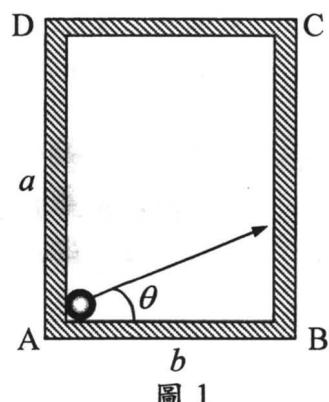


圖 1

- 三、一裝有不明液體的容器放置在磅秤上，今將一截面積 $A = 100\text{ cm}^2$ 的實心圓柱，沿著垂直於水面的方向，施力將其緩緩的浸入液體中，如圖 2a 所示。圖 2b 顯示實心圓柱浸入液中的深度 h 和磅秤上讀數的關係圖線，利用該圖線，可知此液體的密度為 (4) g/cm^3 。

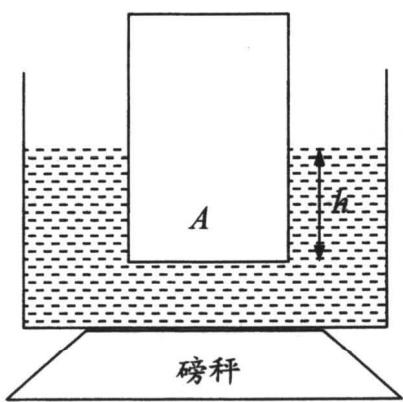


圖 2a

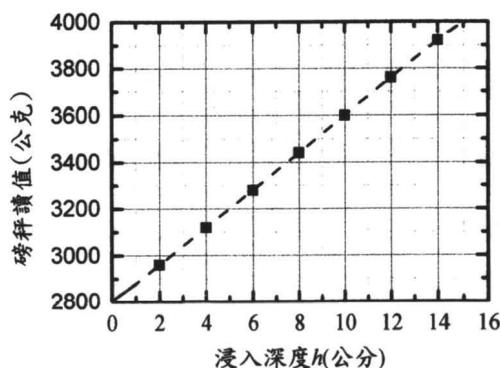


圖 2b

- 四、一顆小球從離地高度為 h 的位置，自靜止開始自由落下。若球和地面碰撞的恢復係數為 e ，地面上的重力加速度為 g ，則在第 n 次碰撞後，球反跳能到達的最大高度為 (5)；又球從開始落下算起，至少須經多久的時間，才能靜止在地面上？(6)。

【註】：恢復係數 $e = \frac{\text{接近速度}}{\text{脫離速度}}$

- 五、如圖 3 所示的兩個均勻空心薄壁圓筒，小圓筒的質量為 m ，兩圓筒之間的動摩擦係數為 μ 。若大圓筒在水平地面上作純滾動時，以等加速度 a 前進，小圓筒在大圓筒內壁上運動時產生滑動，但接觸點的張角 θ 保持固定，則 $\tan \theta$ 等於 (7)，而大圓筒作用於小圓筒的正向力的量值為 (8)（答案須以重力加速度 g 、 m 、 a 、 μ 表示之）。

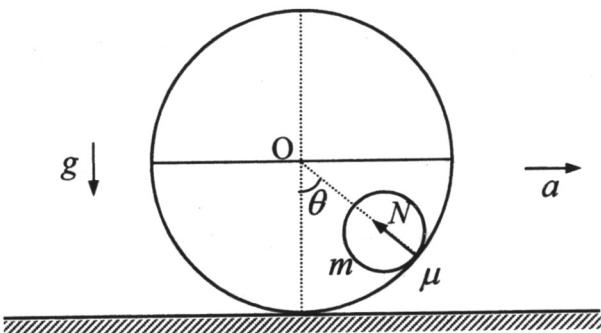


圖 3

- 六、在固定 $1/4$ 哩（約 400 公尺）的直線競速賽車中，若跑車從一開始直至終點，皆以最大輸出功率 P （或稱最大馬力）衝刺，且不計跑車在加速過程中的任何摩擦損失，設跑車抵達終點時的最高速率為 v_e ，則 v_e 和 P 之間的數學關係式可寫為 $v \propto P^n$ ，式中之 n 值為 (9)。

- 七、如圖 4 所示，在光滑的水平桌面上，置有一長度為 l ，且質量可忽略的細桿，其兩端各固結有一質量皆為 m 的質點，另一質量亦為 m 的質點沿垂直於細桿的方向入射，以速度 v 撞擊一端的質點。若該入射的質點和被撞擊的質點，在碰撞後合而為一，則當碰撞後的瞬間，整個系統的質心速度為 (10)；又細桿中點的速度為 (11)。（以上的速度皆指相對於桌面而言。）

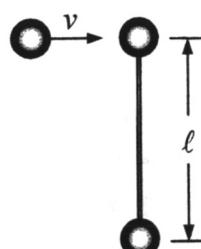


圖 4

- 八、在三維空間中有一力場，它對任一位在坐標點 (x, y, z) 上的質點（質量為 m ）所形成的位能，可表之為 $U = mC(x^2 + y^2 + z^2)$ ，式中 C 為一常數。今從原點將一未知質量的質點，以初速率 v_0 往 $+x$ 軸方向射出，求：
(a) 該質點所能到達的最遠距離為 (12)；(b) 該質點受場力作用，返回原點所需的时间為 (13)。

- 九、如圖 5 所示，在一光滑的水平桌面上，有一質量為 m 的長木塊，其長邊與 x 軸平行。另有一質量為 $2m$ 的小銅塊置於長木塊之上。起始時，長木塊以速率 v 向 $+x$ 方向運動。小銅塊位於長木塊的最右端，相對於長木塊以速度 $v/3$ 向 $-x$ 方向運動。小銅塊與長木塊之間的動摩擦係數為 μ 。假設木塊的長度足夠長，小銅塊不會滑出木塊的表面，則木塊的最終速度的量值為 (14)；為了避免銅塊滑落，木塊的長度不能小於 (15)。(以 g 代表重力加速度)

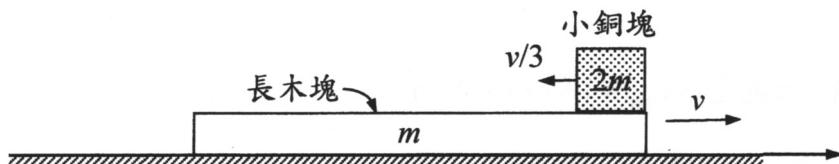


圖 5

- 十、如圖 6 所示，建築用的鉛垂是在一條細線的下端繫結一鉛塊而成，用於測定和水平面成垂直的直線。但由於地球的自轉，利用鉛垂所得的鉛垂線並不會指向地球中心，而會偏離一個很小的角度 δ 。該角度和地球半徑 R_E ，自轉角速度 ω ，地表重力加速度 g ，和所在的緯度 θ 有關。(a) 寫出此 δ 的數學式 (16) (以 R_E 、 ω 、 g 、和 θ 表示之)。(b) δ 的最大值為 (17)。

【註】 $R_E = 6400 \text{ km}$ ， $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

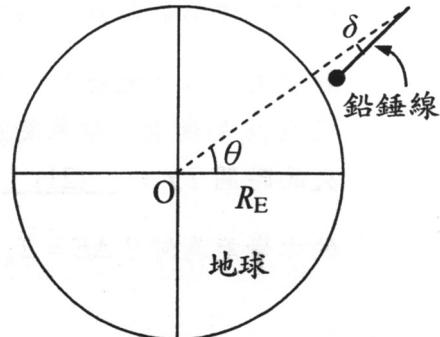


圖 6

- 十一、如圖 7 所示，兩個相同的單擺，擺長為 l ，擺錘的質量為 m ，懸掛在同一水平面的天花板上。圖上的 A 和 B 分別為兩單擺的懸點，兩者之間的距離為 d ($d < 2l$)。起始時，將兩擺錘拉至懸點的高度，即和天花板相齊，拉緊擺線，並同時使兩擺錘自靜止開始釋放。若兩擺錘之間的碰撞為完全非彈性碰撞，則在碰撞後，當兩者上升至最大的高度時，其與天花板之間的鉛直距離為 (18)。

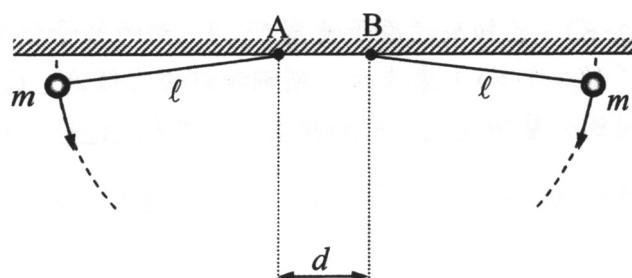


圖 7

十二、有一兩端開口的細玻璃管，其長度 $L = 0.500\text{ m}$ ，鉛直地放在裝滿水的容器上方，使玻璃管底端稍微觸及水面。在這樣的情況下，玻璃管內的水柱高度 $h = 20.0\text{ mm}$ 。今若在玻璃管的下端尚未碰觸水面之前，先將管之上端開口封住，然後使管下端稍微觸及水面，結果管內的水柱高度變為 h' ，假設在整個過程中，溫度維持不變，試問這時管內外的氣體壓力差為何？ $\Delta P = P_{\text{內}} - P_{\text{外}} = \underline{(19)}$ （以 h' 、大氣壓力 P_{atm} 、和原管內的空氣柱長度 L 表示之）；利用已知的數據，求出 $h' = \underline{(20)}\text{ mm}$ （由於 $L \gg h'$ ，在計算過程中，可僅保留至 (h'/L) 的一次方項）。

【註】：大氣壓力 $P_{\text{atm}} = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 。

十三、如圖 8 所示，考慮一個質量為 m 、半徑為 R 的剛性空心圓筒，圓筒與地面之間的靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ， $\mu_s > \mu_k$ 。起始時，將繞有細繩的圓筒靜置在一水平地面上，然後將細繩沿鉛直方向，向上猛力一抽，施予圓筒一量值為 p_0 的衝量，結果使圓筒開始向右運動。試問圓筒進行加速度運動，持續多久的時間？ $t = \underline{(21)}$ （以已知量表示之）；在整個運動過程中，圓筒所損失的力學能為何？ $\Delta E = E_{\text{末}} - E_{\text{初}} = \underline{(22)}$ （以已知量表示之）。

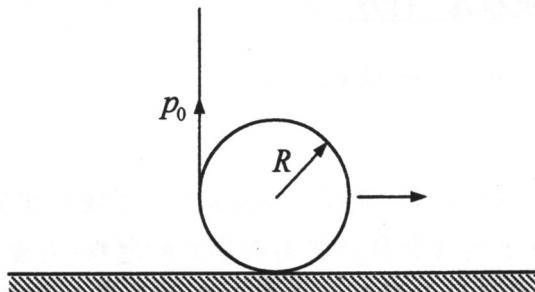


圖 8

十四、金屬的定容比熱近似等於定壓比熱。銅的定壓比熱為 $386 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ，鋁的定壓比熱為 $900 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ 。已知銅的原子量為 63.54 ，鋁的原子量為 26.98 ，若改用定壓的莫耳比熱 ($\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$) 來表示，則銅和鋁的比值為 $\underline{(23)}$ 。若以定容的莫耳比熱來比較銅金屬和氮氣，則銅和氮的比值為 $\underline{(24)}$ 。

【註】：亞佛加厥常數 $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ；波茲曼常數 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ 。

十五、在溫度不變的情況下，起先兩個圓球形肥皂泡的半徑分別為 a 和 b ，兩球合併後，成為一個半徑為 c 的球泡。若週圍的大氣壓力保持為 p_0 ，則肥皂泡液的表面張力 S 為 (25) (以 a 、 b 、 c 、和 p_0 表示之)；在兩球泡合併的過程中，球泡內、外氣體對肥皂泡所作的功為 (26) (以 a 、 b 、 c 、和 S 表示之)。

十六、在一一封閉的唧筒內，裝有 3.0g 的水和 3.0g 的水蒸汽，兩者處於熱平衡狀態，溫度同為 100°C 。若對該系統 (水+水蒸汽) 加熱，使其在壓力維持不變下，體積增為原來的 1.5 倍，則在整個膨脹過程中，系統對外界所做的總功為 (27) J；又系統所吸收的總熱能為 (28) J。

【註】: $1\text{atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ，波茲曼常數 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

十七、考慮如圖 9 所示的氣缸，其內以一片隔板分成兩個氣室 A 和 B。左方的 A 氣室內裝有 1 mol 由單原子分子所組成的氣體，右方的 B 氣室內裝有 1 mol 由雙原子分子所組成的氣體。A 氣室的左端面附有活塞，可以施力壓縮或擴張氣室內的氣體體積。整個氣缸對外界絕熱，但氣缸中分隔氣室的隔板，可以傳熱，且可自由地左右移動。現施力使活塞向右壓縮，且壓縮過程足夠緩慢，使氣缸各部分一直保持平衡狀態。觀察此壓縮過程，發現 B 氣室的體積與壓力，滿足下列的關係式： $P_B V_B^a = \text{定值}$ 。為決定常數 a 的數值，先考慮使活塞壓縮一個很小距離的過程，若 B 氣室的體積產生一個很小變化量 ΔV_B ，則整個氣缸內氣體的總內能的變化量為何？ $\Delta U = \underline{(29)}$ (以 a 、 P_B 、 V_B 、和 ΔV_B 表示之，計算時僅取至 ΔV_B 的一次方項即可)；前已假設整個氣缸對外界絕熱，因此可求得 a 的數值為 (30)。

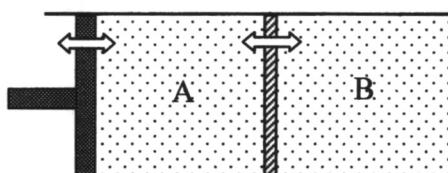


圖 9

貳、計算題（每題 15 分，共二題，合計 30 分）

一、如圖 10 所示，一質量為 M 的直角楔型木塊，高度為 h ，斜角為 θ ，起始時靜止在光滑的水平桌面上，另一質量為 m 的小木塊，置於該楔形木塊斜面的頂端，自靜止開始下滑。假設兩木塊接觸面之間皆光滑，以 g 代表重力加速度，回答下列問題：

- (a) 在小木塊下滑後，楔形木塊的加速度為何？
- (b) 小木塊從斜面頂端滑至其底端，所需的時間為何？

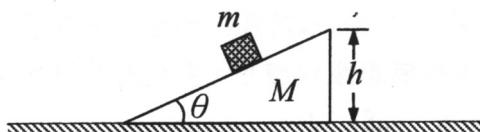


圖 10

二、早期居家使用的木桶，是以窄木板彼此密接而成，在桶身上以鐵圈箍緊，如圖 11 所示。製作時，先將室溫時的鐵圈（半徑略小於桶身，這時為自然長度，鐵圈上沒有張力）加熱膨脹至可套入桶身，冷縮後即可束緊。已知桶身的半徑 $R = 20.0\text{ cm}$ ，鐵圈恰可套入桶身時的溫度為 90°C ，鐵的楊氏係數 $Y = 2.11 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$ ，鐵的線膨脹係數 $\alpha = 11.8 \times 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ 。在室溫 25°C 時，鐵圈的寬度為 1.0 cm ，厚度為 0.10 cm ，試求在室溫時，(a) 鐵圈上的張力為何？(b) 桶身上箍緊處所受的壓力為何？

【註】：楊氏係數的定義 $\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta l}{l}$ ，式中 $\frac{F}{A}$ 稱為應力，為每單位面積所承受的縱

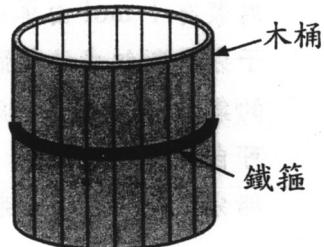


圖 11

向力； $\frac{\Delta l}{l}$ 稱為應變，為每單位長度的縱向長度變化量。