

2012年第13屆亞洲物理奧林匹亞競賽及 第43屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試

理論試題

2011年11月19日

13：30~16：30

考試時間：三小時

〈〈注意事項〉〉

- 1、本試題包括填充題三十格及計算題兩大題，合計總分為150分。
- 2、填充題部分，請直接將答案填入指定之答案格內，未填入指定之位置者不予計分。
- 3、計算題部分，請在答案卷指定之位置作答。
- 4、可使用掌上型計算器。

2012 年第 13 屆亞洲物理奧林匹亞競賽 及第 43 屆國際物理奧林匹亞競賽 國家代表隊初選考試

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

壹、填充題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

一、已知建築用磚塊的密度為 2000 kg/m^3 ，其最大的抗壓強度(每單位面積所能承受的力)為 $1.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ 。若純以磚塊建造的實心柱狀紀念碑，所能建成的最大高度為 (1) 公尺。

二、一傾斜的長直線軌道與水平面的夾角為 θ 。一質點自軌道底端，以初速率 v 沿著軌道向上運動。若 $\mu_s > \tan\theta > \mu$ (其中 μ_s 為最大靜摩擦係數， μ 為動摩擦係數)，重力加速度為 g ，則質點最後停在軌道上的位置與底端的距離是 (2)。若 $\tan\theta > \mu_s > \mu$ ，質點到達最高點後向下滑，當質點滑回原來位置時，其速率減小至 $\frac{v}{2}$ ，則動摩擦係數 $\mu =$ (3)。

三、質量相同的 A，B 兩質點，位於同一鉛直線上。A 自離地面 h 高度靜止落下 的同時，B 在地面上以初速度 V_0 垂直向上拋出。A、B 兩質點間的正向碰撞、 和 B 質點與地面碰撞均為完全彈性碰撞。當 B 球垂直上拋落地反彈後，才與 A 球發生第一次碰撞，其後系統以 $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 為週期進行週期性運動，則初速 V_0 等於 (4)。A 和 B 在此週期運動中發生正向碰撞的高度為 (5)。

四、一輕的細桿鉛直地固定在質量 M 木板的中央，此細桿正好可穿過質量 m 的小球中心，使球僅能在細桿上滑動。今將該小球從細桿頂端靜止釋放，小球在細桿上滑行過程中，地面施於木板的作用力為 $N = \frac{g}{3}(2m + 3M)$ ，式中 g 為重力加速度，則小球沿細桿向下滑動的過程中

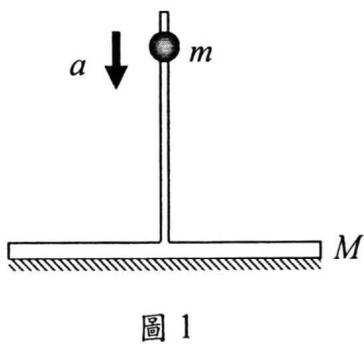


圖 1

所受到的摩擦力等於____(6)____，而向下加速度值等於____(7)____。

五、在暗室中有一滴管每間隔 T 時間滴出一顆水滴，且每顆水滴都完全相同。當閃光燈也以相同的週期 T 閃一次，且每次閃光時，恰有一水滴在滴管口形成，如圖 2 所示。此時觀察者看到水滴固定在空中，即水滴之視速度為零。若將閃光燈改為每 $7T/8$ 閃一次，在視覺上，觀察者發現在位置

1 的水滴開始向上運動，且以等加速度方式運動，則位置

在 1 的水滴運動的視速度為____(8)____，視加速度為____

(9)____。（以向上為正、向下為負，並以重力加速度 g 與

T 表示）。



2 •

3 •

圖 2

六、已知樹上有一蘋果，若任其自由落地，所需的時間為 t_0 。今某生在與此蘋果同一高度處以 BB 槍射擊此蘋果，當 BB 彈以水平速度 v_0 發射之瞬間，蘋果恰同時自樹上自由落下。假設發射 BB 彈之瞬間，BB 彈與蘋果相距 d ，且 BB 彈在蘋果落地前即打中蘋果，並與蘋果合而為一體。若蘋果之質量為 M ，BB 彈的質量為 m ，則此時蘋果自開始落下到落地所需的時間為____(10)____（以重力加速度 g 、 d 、 v_0 、 m 、 M 與 t_0 表示）。

七、一容器靜置於桌面上，內裝有不可壓縮且無黏滯的液體，容器側邊有一截面積為 A 的小孔，小孔的高度恰為液面高度的 $\frac{1}{2}$ 。若容器的液面高度近似相同，水柱由小孔水平流出後也一直保持柱狀，則在落於桌面之前，水柱的最小截面積為：____(11)____。

八、在一力場中，質量為 m 、距離力場中心為 r 的物體，其所受到作用力 F 的大小為 $F = Ame^{-br} / r^4$ ，其中 A 和 b 為相關參數，則 A 乘以 b (即 $A \times b$) 的單位為____(12)____（以 MKS 制表示之）。

九、設地球是半徑為 R 、質量為 M 、自轉角速度為 Ω 的均勻圓球。若萬有引力常數為 G ，考慮一條在地球赤道平面、沿著地球直徑貫穿整個地球內部的光滑圓形光滑小通道。將一質量為 m 、截面大小與通道相同的小球，在相對於地

球為靜止的狀態下，自其中一個位於地球表面的洞口釋放，則小球到達通道另一端洞口所需的時間為 (13)，小球到達地心時的速率為 (14)。

十、一細長且內裝有水之連通管，在光滑的水平面上以等加速度 a 向左運動。因連通管很細，故管徑內之水面的變化可忽略不計，如圖 3 所示。假設若重力加速度為 g ，連通管之底部的長度為 ℓ ，左右管水面達平衡時之高度各為 h_1 與 h_2 ，則連通管之加速度 a 等於 (15)。

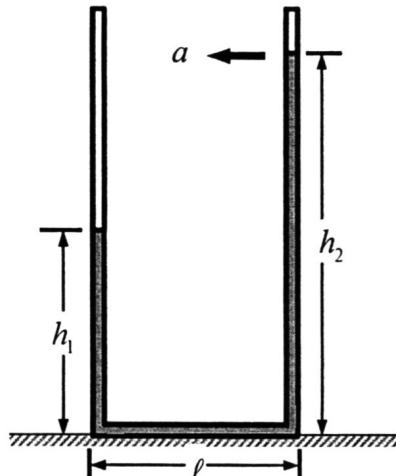


圖 3

十一、一裝有理想氣體的圓筒浮在水面上，圓筒包括氣體之總質量為 m ，起初圓筒有一部分沒入水中，其深度為 h ，若圓筒之底面積為 A ，水的密度為 ρ ，則 $h =$ (16)。之後由於圓筒底盤破了一個小洞，如圖 4 所示，水逐漸緩慢地進入圓筒之中而使得圓筒沒入水深度改變。設大氣的壓力為 p_0 ，圓筒之高度為 ℓ ，若理想氣體初始的壓力亦為 p_0 ，且在整個漏水過程中保持同一溫度，則平衡時，圓筒中之水深 $x =$ (17)。(以重力加速度 g 、 h 、 ρ 與 p_0 表示)。

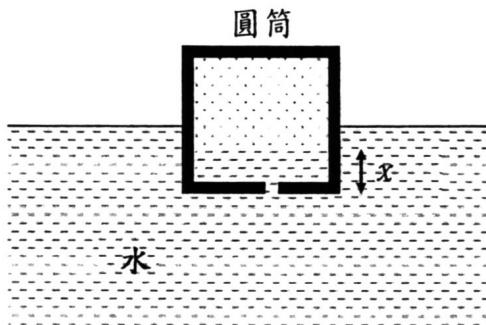


圖 4

十二、將平板垂直拉出液面所需的最小正向拉力。

一液體的密度為 ρ ，表面張力為 S ，假設以鉛直的正向拉力，將面積為 L^2 的水平正方形平板(即圖中 ab 連線)自此液體中緩慢地向上拉出，如圖 5 所示。已知平板之重量可忽略，

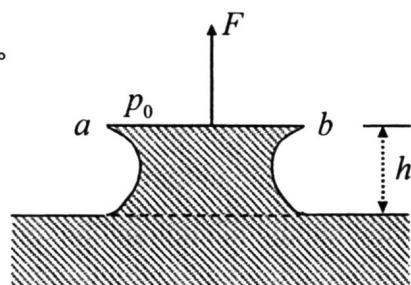


圖 5

周圍的大氣壓力為 p_0 ，重力加速度為 g ，液體與平板的接觸角為 0° 。若平板即將與液體分離時的正向拉力為 F ，則在平板下方的液體層高度 h 等於

(18) (限以 ρ 、 L^2 、 g 、 F 表示)。若四周弧形液面的形狀可近似為均勻，則 F 可近似為 (19) (限以 ρ 、 L^2 、 g 、 S 表示)。

十三、在一水平光滑平面上有一仰角為

45°之楔形木塊，楔形木塊之斜面上裝有一彈力常數為 k 之理想彈簧，如圖 6 所示。已知楔形木塊之質量為 M ，且其斜面是光滑的。今有一質量為 m 之小木塊自彈簧之伸長量為零處，由

靜止沿斜面釋放滑落，若楔形木塊之初速為零，小木塊最大垂直下降的距離為 h ，則小木塊自釋放到達最低點這段時間內，小木塊的水平位移等於 (20) 楔形木塊在水平面上位移 = (21) (以向右為正)。

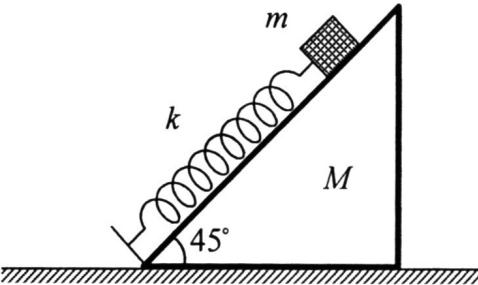


圖 6

十四、一支鋁棒質量為 m ，垂直鋁棒以質心 O 點為轉軸的

轉動慣量為 I 。以質心 O 為 y 軸的原點(向上為正，向下為負)，若以座標為 a 之懸掛點 A 作小振幅擺動時，其

週期為 $T_a = \sqrt{\frac{I + ma^2}{mga}}$ ，如圖七所示。已知另有數個懸

掛點也可使鋁棒小振幅擺動週期為 T_a ，則這些懸掛點在 y 軸上的座標為 (22)。

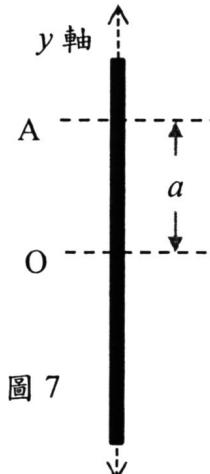


圖 7

十五、總質量為 M 半徑為 R 的溜溜球立於水平面上，溜溜球的中心棒半徑為 r ，

而整體的轉動慣量可以近似為 $\frac{1}{2}MR^2$ 。溜溜球和水平面間的最大靜摩擦係數為 μ_s 。若以水平力在中心棒的下方，拉繞中心棒的線，如圖 8(a)所示，則

能使溜溜球滾動而不滑動的最大水平力 F 等於 (23)。若水平力在中心棒的上方拉，且要使溜溜球滾動而不滑動，如圖 8(b)所示，則 R 最小需為 r 的 (24) 倍。

圖 8(a)

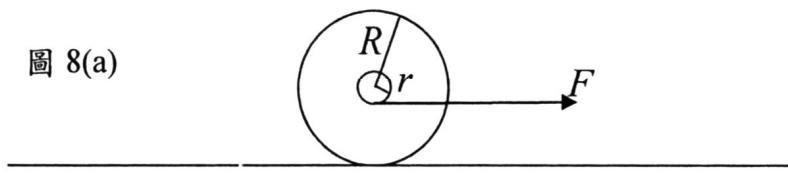
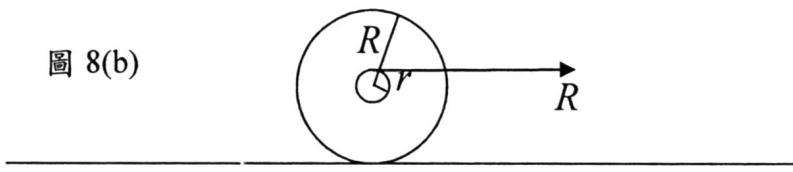


圖 8(b)



十六、伽利略溫度計是將質量為 m 的數個空心玻璃球中放入質量不等的物質，並將他們置放在液體中。藉由溫度的變化，以這些玻璃球在液體中沉浮的性質來顯示溫度，如圖 9 所示。已知在 0°C 時比液體的密度為 ρ ，玻璃球的體積為 V_0 ，且 $\rho V_0 > m$ 。液體與玻璃的體膨脹係數分別是 β_L 及 β_g 。欲使玻璃球在 $T^\circ\text{C}$ 時，恰可停在液體中的任意位置，則需要在玻璃球內加入的物質質量為 (25)。

提示： $\beta_g T \ll 1$ 和 $\beta_L T \ll 1$ ，且當 $x \ll 1$ 時， $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ 。

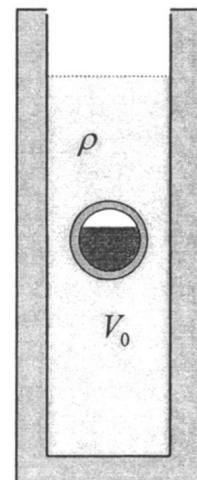


圖 9

十七、一隻蝙蝠以速度 v_b 往一隻小飛蟲的方向飛，並發出頻率為 f_b 的超音波；與蝙蝠同方向飛行的小蟲仍未有所知覺。若空氣為靜止狀態，超音波在空氣中的速率為 v ，且蝙蝠接受到自小蟲反射回來的超音波頻率為 $f_r = f_b (1 + v_b/v)^2$ ，則小蟲的飛行速率 v_c 等於 (26)。

十八、一個等溫唧筒中裝有 n 莫耳之氣體，而此氣體的狀態方程式為

$P(V - B) = nRT$ ；其中 P 為壓力、 V 為體積、 T 為溫度， R 為理想氣體常數，

而 B/n 為一常數，且 $B \ll V$ 。設起始時的氣體的體積為 V_i ，然後唧筒的活塞開始緩慢向外移動至氣體的體積為原來的兩倍，過程中該氣體對外所作的功為 W 。若唧筒中裝有 n 莫耳之理想氣體(狀態方程式為 $PV = nRT$)，則在相同

情況下所做的功為 W' 。已知 $\frac{W-W'}{W'} = 5.0 \times 10^{-4}$ ，試求 $\frac{B}{V_i} = \underline{(27)}$ 。

提示 A： $\int \frac{dx}{x} = \ln x$ ，

提示 B：當 $x \ll 1$ 時， $\frac{1}{1-x} \approx 1+x$ ，且 $\ln(1+x) \approx x$

十九、已知太陽與火星的半徑分別為 $7.0 \times 10^8 \text{ m}$ 及 $3.4 \times 10^6 \text{ m}$ ，太陽表面溫度為 5800K ，而火星繞太陽的軌道半徑 $2.3 \times 10^{11} \text{ m}$ 。若只考慮輻射效應，且假設太陽及火星均為理想黑體，則當火星達到熱平衡時其溫度為 (28)。

【註】：若一黑體的絕對溫度為 T ，則該黑體表面每單位面積在每單位時間內所輻射出的電磁波能量，稱之為輻射能通量密度 J （每單位面積的輻射功率），且 $J = \sigma T^4$ ，式中 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} (\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{K}^4)$ ，稱為史特凡-波茲曼常數。如果黑體周圍的環境溫度為 T_e ，則須考慮黑體表面對入射輻射能的吸收。假定入射的輻射能通量密度為 σT_e^4 ，則該黑體表面所吸收的輻射能通量密度為 $J' = \sigma T_e^4$ 。

二十、有一個正方桌面的桌子，立在水平面上如圖 10 所示。設桌面與地面均為剛體，而桌腳卻是高強度的彈性物質所構成。每隻桌腳均相同且適用虎克定律，彈簧常數為 k 。桌面空無一物時，因桌面的重量，使桌腳的長度均為 ℓ ，且小於桌腳未受力時之原始長

度。現在桌面 \overline{AC} 對角線上的 P 點，置放一個重量為 W 的小重物，已知 $\overline{AP}/\overline{AC} = r$ 。置放小重物後，四隻桌腳的長度分別為 ℓ_A 、 ℓ_B 、 ℓ_C 及 ℓ_D ，計算桌腳 ℓ_A 和 ℓ_B 縮減的長度，即 $\ell - \ell_B = \underline{(29)}$ ，和 $\ell - \ell_A = \underline{(30)}$ 。

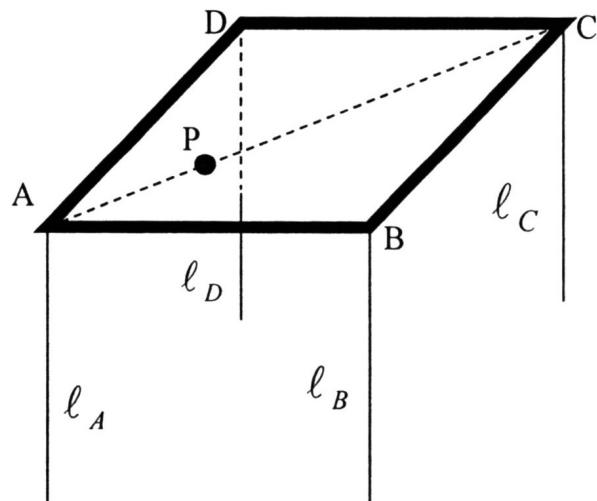


圖 10

貳、計算題(每題 15 分，共二題，合計 30 分)

一、火車隧道

考慮一條海底的鐵路隧道，例如穿過英吉利海峽的英法海底隧道。已知一列火車通過隧道歷時 24 分鐘，在運輸尖峰時，鐵道上相鄰列車的行駛間隔為 3 分鐘。當隧道內有一列火車行駛時，平均每秒鐘所產生的熱為 $4.0 \times 10^6 \text{ J}$ 。火車通過隧道產生的廢熱，留存在隧道內，會使溫度上升，因此必須在隧道內鋪設循環水管，輸入冷水，並將吸收熱量後的熱水輸出。熱水經由設於隧道洞口外的冷卻系統散熱後，再冷卻重新輸入隧道內。假定不計隧道內可能生熱的其他熱源，也可忽略從隧道內散失至外界的熱量，流入隧道的冷卻水溫度為 5.0°C ，流出的熱水溫度為 30°C 。回答下列問題：

- (1) 計算在尖峰時刻時通過冷卻系統的水流量 (kg/s)。(水的比熱

$$c = 4.2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

冷卻系統分成兩段操作：第一段先讓熱水流經熱交換機散熱，使水溫度降至周圍的環境溫度 $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ；第二段才再由冷卻機內的冷媒運作，使水流的溫度進一步下降。設冷卻機為一理想冷機，即輸入能量讓冷卻機對冷媒作功 W ，而冷媒再自溫度為 T 流水中抽取熱量 Q ，然後冷卻機將 $W + Q$ 的熱量排放至周圍 20°C 的定溫環境。

- (2) 已知水流溫度為 T 時，由該理想冷卻機所能排放至外界的熱量為

$$Q \times \left(\frac{T_0}{T} \right)$$
，則冷卻機所作的功 W 為何？以 Q 、 T 、和 T_0 表示之。

- (3) 設質量為 m 的水流經該冷卻機後，水溫自初溫 T_0 降至末溫 T_f ，試求必須輸入冷卻機的能量為何？以 m 、 c 、 T_0 、和 T_f 表示之。

- (4) 利用(1)、(3)之結果和所給予的數據，計算該冷卻機所需輸入的功率。

提示： $\int \frac{dx}{x} = \ln x$

二、鋼條上垂降的彈簧

考慮如圖 11 所示之兩根固定於桌面的鋼條，與水平的夾角固定為 45° 。在

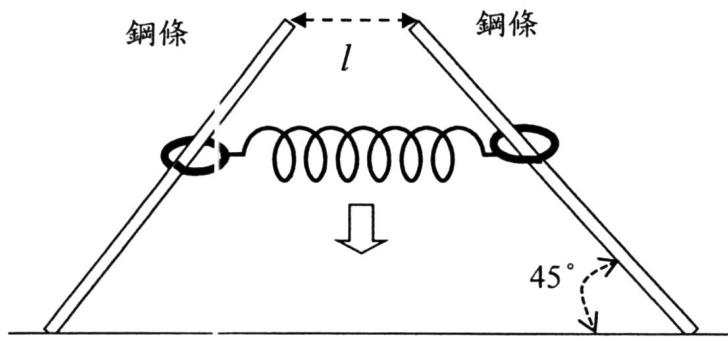


圖 11

鋼條上同一高度處各套一個質量相同鐵環，鐵環質量為 $\frac{m}{2}$ 。兩鐵環中間繫以一條水平放置的理想彈簧，彈力常數為 k 。兩鋼條頂端處的距離正好是彈簧的自然長度 l 。鐵環由鋼條的頂端處，自靜止狀態放手，使鐵環下落。鐵環下滑一陣子後，鐵環彈簧組會向上反彈。

- (1) 假設鐵環與鋼條間的摩擦可以忽略，反彈處距離頂點的高度差為何？
- (2) 假設鐵環與鋼條間的動摩擦係數為 μ_k ，那麼鐵環彈簧組向上反彈處距離頂點的高度差為何？

提示： $\int(a+bx) \cdot dx = ax + \frac{1}{2}bx^2$ (a, b 為常數)