

1998年第29屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試試題

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為150分。考試時間三小時。

壹、填充題（每格四分，共三十格，合計120分）

一、有一質量為 m 的質點，在一個無摩擦力、半徑為 R 的圓弧面上運動(如下圖1所示)。設重力加速度為 g ，則該質點作小振幅來回運動的週期為____(1)____。

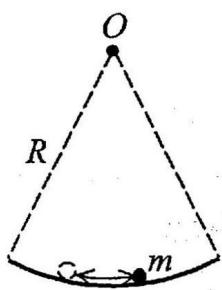


圖 1

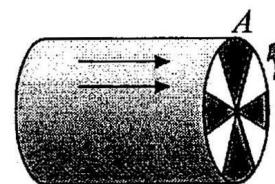


圖 2

二、密度為 1.29 g/l 的空氣以 20 m/s 的風速通過截面積為 A 的圓柱狀風車，如上圖2所示，則此風車單位面積可獲得的最大功率為____(2)____ W/m^2 。

三、設一球狀雨滴在空氣中所受之阻力 $R = \frac{C}{2}\rho Av^2$ ，式中 ρ 為空氣密度， A 為雨滴之截面積， v 為速度， C 為一常數(稱為曳力係數)。當球狀雨滴半徑增為原來的2倍時，其終端速度增為原來的____(3)____倍。

四、一熱氣球膨脹後的體積為 100.0 m^3 。球皮、負載物及噴燈(空氣加熱裝置)之總質量為 20 kg ，其體積皆可忽略。已知常溫為 20°C ，氣壓為1013百帕，常溫時空氣密度為 1.2 kg/m^3 ，則氣球內之氣體溫度需達多少才可使熱氣球昇空？
____(4)____ $^\circ\text{C}$ 。

(註：1百帕= 100 N/m^2)

五、如右圖3所示，有一長度為 l 、質量可忽略的細桿，兩端分別連有質量為 m_1 及 m_2 的小球。整個系統繞通過其質心的軸，在與鉛垂線呈 30° 角的平面內作等角速度 ω 的轉動。質心為固定的支點，距地面的高度為 h ，則此系統的平均總力學能為____(5)____。

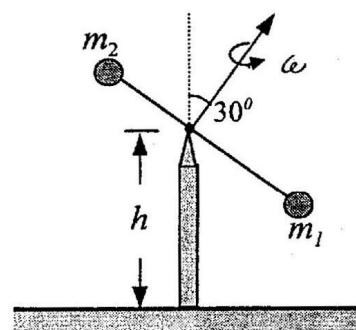


圖 3

六、一彈簧系統由力常數為 k 的一條彈簧和質量同為 m 之二木塊所組成，此系統被置放於一光滑水平桌面上，左方木塊倚靠牆壁，如圖 4 所示。現有一質量亦為 m 的木塊自右方以速度 v 撞向此彈簧系統，碰撞後此木塊和彈簧系統右邊之木塊連在一起。因牆壁之作用力，最後彈簧系統及入射之木塊會一起向右方運動，試求在最左方木塊離開牆壁後，彈簧的最大壓縮量為 (6)。

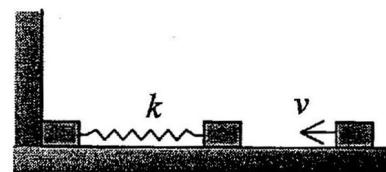


圖 4

七、我們考慮一汽車以時速 48 公里(相當於 $13.4m/s$)正面撞上堅固牆壁，發生車禍時的情形，估算駕駛員及乘客所遭遇的狀況。根據測試，車頭受撞擊時，平均凹陷約 0.7 公尺後停止，駕駛盤與駕駛員上半身的間距為 0.36 公尺。

(1)若駕駛員旁邊的乘客座位有人用手抱著 20 公斤重的小孩，假設大人上半身完全被安全帶扣住，則大人的手臂需施多大的力才可能抱得住小孩？

(7) kgW (公斤重)。

(2)若駕駛員疏忽而未繫安全帶，從駕駛員上半身撞到駕駛盤到車子完全停止(人也同時停止)期間，駕駛盤因強大作用力又往前凹陷 0.2 公尺，假設駕駛員上半身的質量為 30 公斤，試估算上半身所受到的平均撞擊力？

(8) kgW (公斤重)。

※假設從撞擊開始瞬間到上半身撞到駕駛盤，上半身皆作等速直線運動。(注意：在此期間車子仍然在前進。)

八、一底面積為 A 的圓柱形水筒，筒內水的高度為 h ，在水筒底面鑽一個小洞，洞口面積為 A_0 ($A_0 \ll A$)，則水要多久時間才會流光(忽略水的表面張力)？

(9)。

九、有一類似半球形的噴泉，是由一微露在水面上的小噴頭所噴出。噴頭表面為一半球體，球面上均勻分布有 100 個噴水孔，每孔的面積為 $0.5cm^2$ 。現測得噴泉落在水面上的最大半徑為 $1.5m$ ，則該噴頭每秒所噴出的水量為 (10) m^3 。

十、一質量為 m ，長度為 l 的均勻粗繩，上端固定，下端繫一質量為 M 的擺錘(擺錘的半徑遠小於繩長)。今將此擺錘拉至擺角為 θ_0 處，令其自由擺下，則當擺錘擺至最低點時的速度為 (11)。

十一、如圖 5 所示，水從距離地面高度為 h 的水管口流出並向下垂直落至地面。若每秒鐘的出水量保持一定，且水流出管口時的速度可以忽略不計，則空

中之水其質心距離地面的高度為 (12) 。

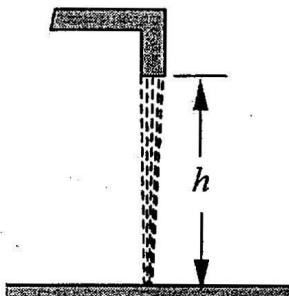


圖 5

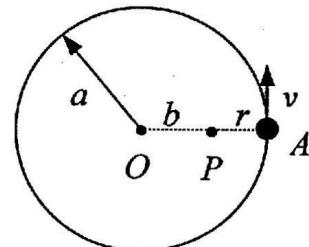


圖 6

十二、如圖 6 所示，一質點可在一半徑為 a 的水平光滑圓形凹槽上運動。此質點受一吸引力場的作用，其大小為 $\frac{k}{r^2}$ ，方向皆指向 P 點，式中 k 為常數， r 為該質點到 P 點的距離。 P 點為圓面上的一個定點，其距圓心 O 的距離為 b ($b < a$)。此質點從圓上最靠近 P 點處(即 A 點)被以切線速度 v 射出，若欲使此質點做完整的圓周運動，則 v 必須大於或等於 (13) (以 k , a , b 表示之)。

十三、有一高為 $3m$ ，底面積為 $1m^2$ 的矩形空箱，底部開口。現將此箱，開口向下，垂直沉入水底。已知自水面到水底的深度為 $22m$ ，大氣壓力設為 $1 \times 10^5 N/m^2$ ，箱壁的體積可忽略，若水底和水面的溫度差很小，可以不計，則箱子所受的浮力為 (14) N 。(取重力加速度為 $10 m/s^2$ ，水密度為 $10^3 kg/m^3$ 。)

十四、一質量為 $m_0 kg$ 的無頂空車，在 $t=0$ 時從 $x=0$ 處以初速 $v_0 m/s$ 在一光滑水平直線軌道上行駛。若此時恰有傾盆大雨，以等時率 $\lambda kg/s$ ，垂直掉落空車內。則在 t 秒後，此車子的速度 $v =$ (15) m/s 。

十五、一質量為 M ，半徑 R 的均勻圓柱體，靜置於一地毯上，今將地毯以加速度 a ，沿垂直於圓柱體對稱軸的方向水平拉出。若圓柱體在地毯的拉出過程中，

- (1)既無滾動也無滑動，則圓柱體與地毯間的摩擦力為 (16) 。
 - (2)只有滾動，沒有滑動，則圓柱體與地毯間的摩擦力為 (17) 。
- (註：圓柱體繞其對稱軸轉動的轉動慣量為 $\frac{1}{2}MR^2$ 。)

十六、如圖 7 所示，一質量 M 的箱子放在水平桌面上，在箱子內的上部，懸掛一彈簧(質量可忽略，力常數為 k)，彈簧的下端掛著一質量 m 的重物。假設

即使彈簧在振盪中，重物不會碰到箱底。今不欲使整個 M 箱子跳離桌面，則彈簧振盪的振幅不能大於 (18)。

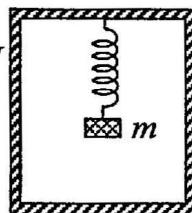


圖 7

十七、已知一星球以每秒 30 轉的角頻率旋轉，假設重力為唯一的力，使此星球得以維持近似的圓球形，而不致於分離，則此星球的最小密度為 (19) kg/m^3 。若此星球的質量與太陽相等，則其最大半徑為 (20) m。
($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$, $M_{\text{sum}} = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$)

十八、將一功率為 50W 的電湯匙放入盛有水的容器內，浸入水中加熱，水溫每分鐘上升 2°C 。若將一塊銅同時置於水中，以電湯匙加熱時，水溫每分鐘上升 1°C ，則銅塊的熱容量為 (21) J/K。

十九、氧氣瓶為避免混入其他氣體而需洗瓶，一般規定當氧氣瓶內壓力降至 10 大氣壓時，就得充氣。今有一容積為 20ℓ 的氧氣瓶，內有 110 大氣壓的氧氣，若每天需用一大氣壓的氧氣 400ℓ ，則此瓶氧氣可用 (22) 天。

二十、兩相同絕熱容器 A 及 B 中，各含有 n_1 及 n_2 莫耳的氮氣。兩容器間以閥門相連， A 容器中原子的方均根速率為 v_1 ， B 容器中原子的方均根速率為 v_2 ，今若將閥門打開，使 A 、 B 容器相通，則最後原子的方均根速率為 (23)。

二十一、一容器內有 n 莫耳的氮氣，當將此系統絕對溫度增高 ΔT 度時，其原子的方均根速率從 v_1 增至 $2v_1$ 。今若欲將該容器中氮原子的方均根速率從 v_1 增至 $3v_1$ ，則需把此系統絕對溫度增高 (24) K。

二十二、有一個可移動的活塞(質量為 m 、面積為 A)，將一裝有氣體，體積為 $2V$ 的容器分隔成相等的兩部分，如圖 8 所示。起始時兩邊的壓力均為 P ，假使容器壁及氣體均保持恆溫狀態，現將活塞移動少許，然後放手讓其自由運動，若活塞與容器壁的摩擦力可以不計，則活塞來回運動的週期為 (25)。

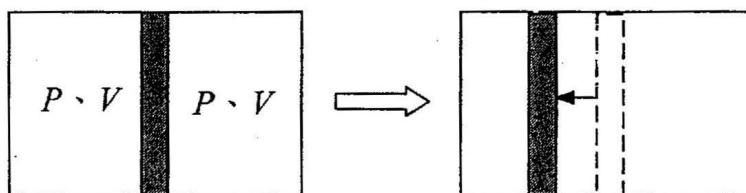


圖 8

二十三、有一個密閉的絕熱容器，內有一功率為 W 的電燈泡及 n 莫耳的某種氣體，該氣體每莫耳之比熱為 $\frac{5}{2}R$ 。若電燈泡的電源未接上時，氣體的壓力及溫度分別為 P 及 T 。在電燈接上電源 t 秒後關掉，設容器內最後的氣體壓力為 P_f ，則 $P_f/P = \underline{(26)}$ 。

二十四、房內的溫度為 $25^\circ C$ ，房外為 $5^\circ C$ ，由於熱能的流失，房內的溫度會逐漸下降。假設房內的溫度下降速率和房子內外的溫度差成正比，已知房內溫度從 $25^\circ C$ 降到 $20^\circ C$ 需要一小時，那麼使房內溫度從 $25^\circ C$ 降到 $15^\circ C$ 需要 (27) 小時。(註： $\int \frac{dx}{x} = \ln x + \text{常數}$)

二十五、如圖 9 所示，一絕熱氣缸的內部，以一具有閥門的固定隔板分成體積均為 V 的左、右兩室。起始時左室內裝有單原子理想氣體，右室為真空，今將閥門打開，讓氣體自由膨脹至整個氣缸內，等平衡後，再推動活塞將氣體完全壓縮回至氣缸之左室內。則氣體最後之內能與其起始內能之比為 (28)。

(註：在理想氣體的絕熱過程中，其壓力和體積的關係式為 $PV^\gamma = \text{常數}$ ，其中 γ 為定壓比熱和定容比熱的比值。)

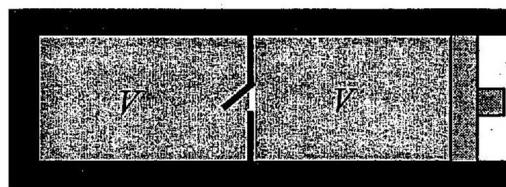


圖 9

二十六、如圖 10 所示，一外壁絕熱、直立開口的容器的內部，裝置有一固定且可以導熱的分隔板，與容器底面相距 h 的高度。容器上部有一質量為 M 的絕熱活塞。若初始時活塞與隔板也相距 h ，隔板上下的空間各裝有相同莫耳數的單原子理想氣體，但溫度各為 T_1 和 T_2 ($T_1 < T_2$)，經過一段時間，整個系統會趨於同一溫度而達成平衡。設當時的大氣壓力為 P_0 ，則此平衡溫度為何？(29)，又活塞移動了多少距離？(30)。

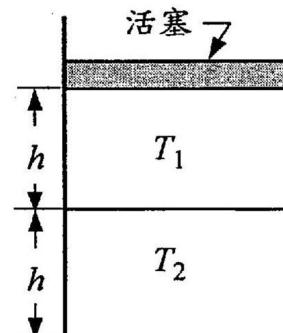


圖 10

貳、計算題（每題十五分，共二題，合計 30 分）

一、一架飛機在高空以 180 km/h 的等速度，沿一直線水平飛行。機上搭載有兩名

跳傘員 A 和 B ，準備在空中表演特技。 A 先從飛機上自靜止跳落，兩秒後 B 接著跳落，但兩者的傘具暫時皆不張開，而在空中自由下降，回答下列問題（不考慮空氣阻力的影響，重力加速度 $g=10m/s^2$ ）：

- (1) 在 A 跳落 6 秒後， A 和 B 之間相距為多少公尺？
- (2) 當 B 剛跳落時， A 利用一彈射裝置將一球體以 $25m/s$ 的初速（相對於 A ）對準 B 射出，則經幾秒後， B 可以接到球？這時 A 和 B 之間相距多遠？
- (3) 承上題，若 A 將此球體以同速改向水平方向射出，則 A 所見該球體的運動軌跡為何？又 B 所見者為何？

二、如圖 11 所示，一具有 U 形凹槽之扁長木板置放於水平光滑桌面上，凹槽內另放有一小木塊，倚靠左方槽邊。設小木塊之質量為 m ，木板之質量為 M ，凹槽寬度為 L ，小木塊與木板間之滑動摩擦係數為 μ ，小木塊之寬度遠小於 L 。現快速用力撥動小木塊一下，使其在凹槽中滑動，由於小木塊之初速夠大，故得以在木板凹槽中來回碰撞木板槽邊。設小木塊與木板槽邊之碰撞皆為正面彈性碰撞，碰撞 n 次後停止在凹槽之中央位置，求此時木板之運動速度。

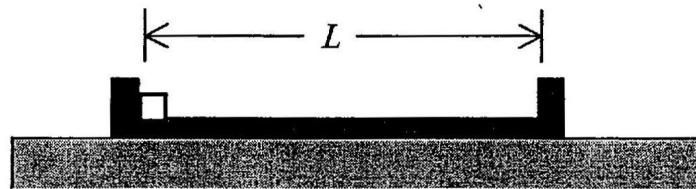


圖 11