

2008年第九屆亞洲物理奧林匹亞競賽及 第三十九屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試

理論試題

2007年11月17日

13:30~16:30

考試時間：三小時

<<注意事項>>

- 1、本試題包括填充題三十格及計算題兩大題，合計總分為150分。
- 2、填充題部分，請直接將答案填入指定之答案格內，未填入指定之位置者不予計分。
- 3、計算題部分，請於答案卷上指定之位置作答。
- 4、可使用無程式功能之掌上型計算器。

2008 年第九屆亞洲物理奧林匹亞競賽
 及第三十九屆國際物理奧林匹亞競賽
 國家代表隊初選考試試題

※ 本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

壹、填充題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

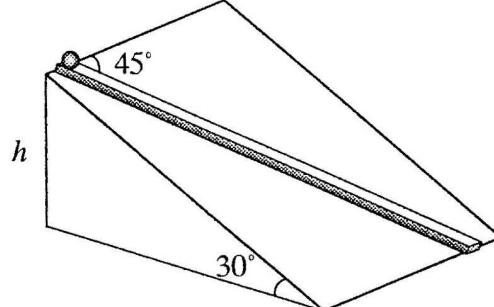
一、光每秒可繞地球赤道 7.5 圈，已知空氣中的光速為 $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，假設地球為圓球，已知水銀密度為 $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，據此估計地球大氣層的總質量為 (1) kg。

二、如圖一所示，一質量為 m 的子彈以初速 v_0 ，沿水平方向射入，並貫穿靜止在水平光滑面上的木塊(質量為 $2m$)。假設在射穿木塊的過程中，子彈和木塊所損失的總動能等於子彈入射動能的一半，則木塊的末速為 (2)。



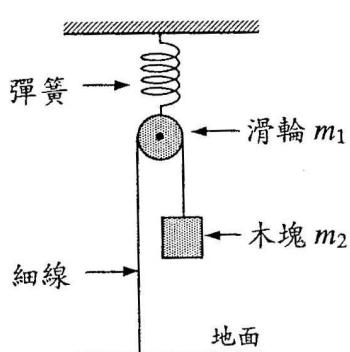
圖一

三、在一個傾角為 30° 的斜面上，有一個滑軌如圖二所示，滑軌與斜面上水平線的夾角為 45° 。有一個質量為 m 的質點，從斜面頂端距地高度為 h 處，自靜止開始沿滑軌滑下。如果質點和滑軌之間的摩擦力可忽略不計，則質點滑至斜面底邊時的速率為 (3)；所需的時間 (4)。又如果質點和滑軌之間的動摩擦係數為 $\mu_k = \frac{1}{\sqrt{24}}$ ，則質點滑至斜面底邊時的速率為 (5)；所需的時間為 (6)。



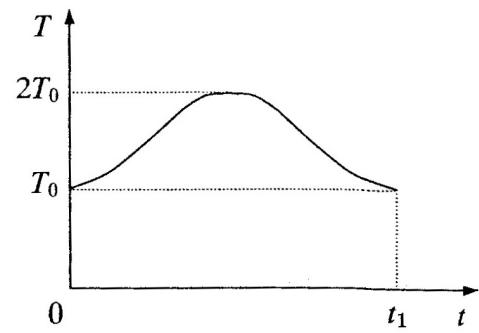
圖二

四、在如圖三所示的裝置中，力常數 k 的輕彈簧的一端懸掛在天花板上，另一端懸掛質量為 m_1 的光滑滑輪。有一條長度不可伸縮的細繩跨過滑輪，繩子的一端固定在地面上，另一端懸掛質量為 m_2 的木塊。起始時整個系統處於平衡狀態，若將木塊稍稍向下拉動後釋放，則木塊的振動週期為 (7)。



圖三

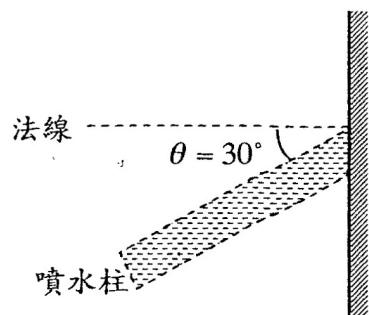
五、某生在一個垂直升降的電梯內，測量單擺的擺動週期。當電梯靜止時，他測得的單擺週期為 T_0 ；在電梯啟動後，他發現單擺的週期隨時間而變動，如圖四所示，最大值為 $2T_0$ 。在該生測量週期的期間（從 $t = 0$ 至 t_1 ），電梯是在(a)上升呢？還是(b)下降？(8)（填答 a 或 b）。在電梯移動的過程中，加速度的變化量幅度為(9)。



圖四

六、(a)若消防水管鉛直向上噴水時，水柱可達 12m 的高度，則在管口處的噴水初速 v 為何？(10) m/s 。

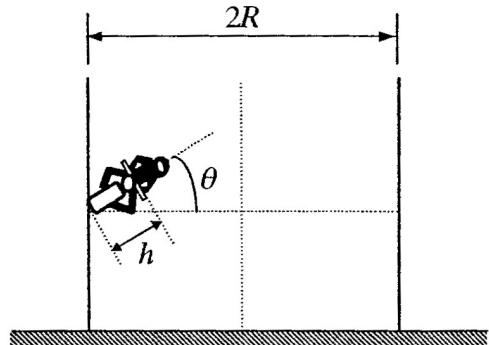
(b)若將該水管沿水平方向，以入射角 $\theta = 30^\circ$ 入射在一鉛直豎立的牆壁上，如圖五所示，假設水質點和牆壁的碰撞為完全彈性碰撞，設水的密度 $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，則牆壁所承受的壓力為何？(11) N/m^2 。



圖五

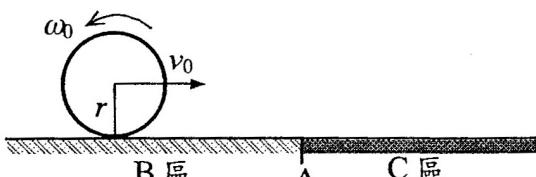
七、(a)一位表演特技的機車騎士，在一半徑為 R 的大型圓筒內壁上，沿一水平面穩定疾駛，其剖面如圖六所示。已知騎士連同機車的質量為 M ，其系統的質心位置和兩輪緣連線之間的垂直距離為 h ，機車繞行圓筒內壁的速率為 v ，重力加速度為 g ，不考慮車輪轉動的影響，試求該騎士和水平面之間的夾角 θ 應滿足的數學方程式為何？(12)。

(b)若 $R = 5.0\text{ m}$ ， $v = 8.5\text{ m/s}$ ， $h = 0.80\text{ m}$ ， $g = 9.8\text{ m/s}^2$ ， $M = 320\text{ kg}$ ，則 θ 值為何？(13)。圓筒內壁和車輪之間的靜摩擦係數至少應為何？(14)。



圖六

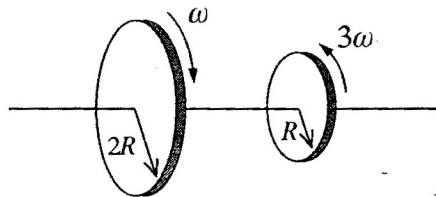
八、如圖七所示，一水平地面以通過 A 點的直線為界，分成 B 和 C 兩區：左側的 B 區是光滑地面，而右側的 C 區則是粗糙地面。現有一半徑為 r 的均勻圓環，起始時該圓環以角速度 ω_0 ，沿逆時鐘方向轉動；其質心以水平初速 v_0 ，沿一直線由 B 區向 C 區的方向移動前進。若 $v_0 = 2r\omega_0$ ，而且在圓環通過 A 點，再移動 d 的距離後，開始以角速度 ω 做純滾動，則 ω 的量值為(15)，又圓環在 C 區開始做純滾動時的加速度量值為(16)。



圖七

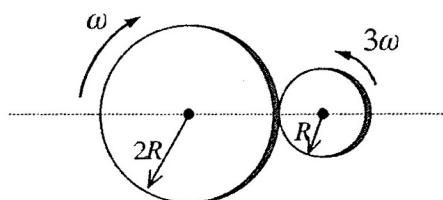
九、半徑分別為 $2R$ 和 R 的兩均勻圓盤，對繞垂直於盤面的中心軸的轉動慣量各為 $4I$ 和 I 。

- (a)若兩圓盤繞同一條中心軸轉動，其角速度大小各為 ω 和 3ω ，且反方向轉動，該轉動軸垂直於圓盤平面，如圖八所示。假設轉動軸和各圓盤之間沒有摩擦力，若使該兩圓盤面對面接觸，則兩圓盤因盤面之間的摩擦力作用，最後達到相同的轉速，其角速度的大小為 (17)。



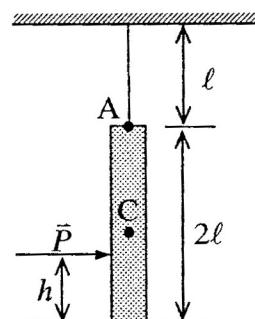
圖八

- (b)若兩圓盤各自繞垂直於其盤面的中心軸轉動，如圖九所示，這時有兩個隔開的轉動軸，並且兩轉軸互相平行。若使兩圓盤以邊緣接觸，則兩盤邊緣因有摩擦力的作用，最後達到穩定狀態時，左邊大圓盤和右邊小圓盤的轉速比值為 $\frac{\omega_{左}}{\omega_{右}} = \frac{(18)}{}$ 。



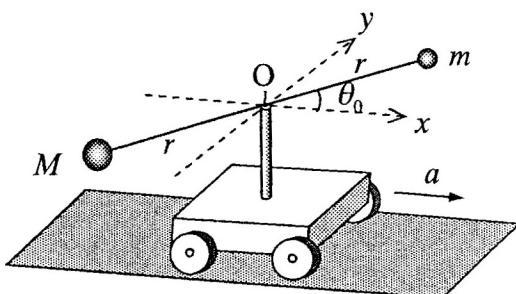
圖九

- △十、有一質量為 m 、長度為 2ℓ 的均勻木棒，以一長度為 ℓ 的細線懸掛在天花板的下方，如圖十所示。現以一作用時間極短的衝量 \bar{P} ，沿水平方向作用於距木棒底端高度為 h 的位置。已知木棒繞通過其質心，且垂直於棒身的轉軸的轉動慣量為 $\frac{1}{3}m\ell^2$ ，當衝量作用完成後的瞬間，木棒質心 C 的速度（相對於地面）量值為 (19)；又此時木棒頂端 A 點的速度（相對於地面）量值為 (20)。



圖十

- 十一、如圖十一所示，一小車以定值加速度 a 沿 x 軸的正方向前進。一長度為 $2r$ 的水平輕桿的兩端，分別連接有質量為 m 和 M 的小球 ($M > m$)。此連桿的中點 O 位在一固定於小車上的鉛直軸頂端，該輕桿可在水平面上繞鉛直軸自由轉動。當輕桿和 x 軸之間的夾角為 θ_0 時，將輕桿自靜止（相對於車）開始釋放，若 θ_0 甚小，可取 $\sin \theta_0 \approx \theta_0$ ，則經多久之後夾角會變為零？(21)。

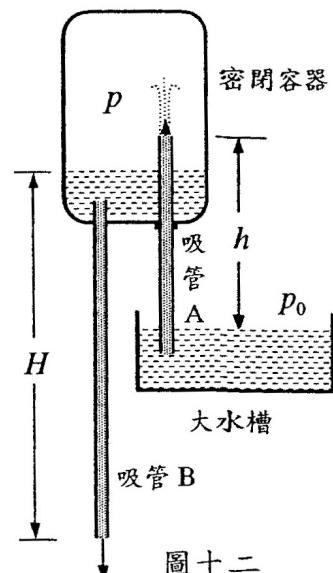


圖十一

十二、如圖十二所示的虹吸管噴泉裝置，密閉容器內有兩支不等長但半徑相同的吸管 A 和 B，吸管 A 和大水槽相連。吸管 A 頂端出口和大水槽液面之間的鉛直高度為 h ，密閉容器內的液面與吸管 B 底端之高度差為 H 。已知水槽內的液體密度為 ρ ，且液體為不可壓縮的流體，當時的大氣壓力為 p_0 ，假設吸管半徑和水槽的尺寸相比，可視為足夠小，則當系統達到穩定狀態時，也就是密閉容器內的水位保持不變時，回答下列各小題：

(a) 從吸管 A 的頂端噴出的液體速度為何？(22)。

(b) 密閉容器內的壓力 p 為何？(23)。



圖十二

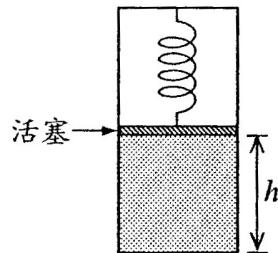
十三、冬天取暖時，若室內溫度從 -3°C 的穩定平衡狀態，升溫為 27°C 的穩定平衡狀態，則室內空氣的能量密度（每單位體積的空氣能量） ρ_E ，其在最後和初始溫度時的比值為何？ $\frac{\rho_E(27^{\circ}\text{C})}{\rho_E(-3^{\circ}\text{C})} = \underline{(24)}$ 。

十四、設地球表面的平均溫度為 300K ，假設地球和大氣的熱輻射皆可視為理想的黑體輻射，則在無月的夜晚，高空中的大氣溫度為(25) $^{\circ}\text{C}$ 。

【註】：若一物體表面的絕對溫度為 T ，則該物體表面每單位面積在每單位時間內所輻射出的電磁波能量，稱為輻射能通量密度， $J = e\sigma T^4 (\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2})$ ，式中 $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} (\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-4})$ ，稱為史特凡-波茲曼常數； e 為發射率，通常 $e < 1$ ，但對黑體而言， $e = 1$ （即為完全輻射）。如果物體周圍的環境溫度為 T_e ，則須考慮物體表面對入射輻射能的吸收。假定入射的輻射能通量密度為 σT_e^4 ， a 為物體表面的吸收率，則該物體表面所吸收的輻射能通量密度為 $J' = a\sigma T_e^4$ ，通常 $a < 1$ ，但對黑體而言， $a = 1$ （即為完全吸收）。因此物體表面對入射能量的反射率為 $r = 1 - a$ 。從理論上我們可以證明物體表面的放射率和吸收率相等，即 $e = a$ ，此稱為克希何夫定律 (Kirchhoff's Law)。我們可以說：容易輻射能量的物體，也容易吸收入射的能量。

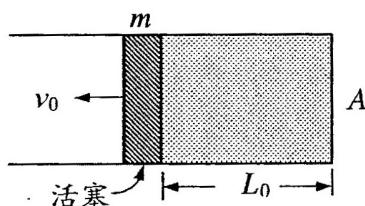
十五、在固定的溫度下，空氣中所能含有的水蒸氣密度有最大值，在一大氣壓下該水蒸氣密度所對應的水蒸氣壓力稱為水的飽和蒸氣壓。空氣溫度上升時，水的飽和蒸氣壓隨之增大；反之，則減小。某一除濕機利用上述的空氣性質，在兩種不同的溫度之間操作，使空氣中含有的水蒸氣凝結而得以除濕。已知當時室溫為 25°C ，空氣中的水蒸氣已達飽和，除濕機在 25°C 和 15°C 的兩個操作溫度之間運作除濕。若 25°C 和 15°C 空氣的飽和蒸氣壓各為 3130 Pa 和 1683 Pa ，除濕機每分鐘能處理的空氣量為 0.10 m^3 ，其集水箱的體積為 300 cm^3 ，則約需(26)小時集水箱可達滿水位。（氣體常數 $R = 8.31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$ ）

十六、如圖十三所示，一垂直豎立在地面上的圓柱形容器，其內部以一可自由移動的活塞隔成兩部分：在活塞的下方封有絕對溫度為 T 的理想氣體，氣柱的高度為 h ；上方抽成真空，以一力常數為 k 的彈簧（自然長度為容器的總長度）抵住活塞。假設活塞的質量以及活塞和器壁之間的摩擦力皆可忽略不計，今將氣體加熱至絕對溫度 $3T$ 時，則氣柱的高度將等於 (27) h 。



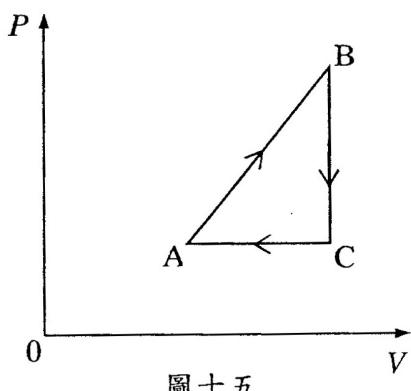
圖十三

十七、如圖十四所示，一端開口的圓柱形容器固定放置在水平地面上，其內部以質量 m 可自由移動的活塞，封住內充有 n 莫耳的單原子理想氣體。活塞和器壁之間有些微的摩擦。已知容器和活塞都以絕熱材料製作，容器的截面積為 A ，當時的大氣壓力為 P_0 ，起始時容器內氣體的絕對溫度為 T_0 ，氣柱長度為 L_0 。若將活塞突然用力往外拉動一極短的時間，使其獲得初速 v_0 ，則當容器中的氣體重新達到熱平衡時，氣柱的長度為何（設氣體常數為 R ）？(28)。



圖十四

十八、在一唧筒中封有定量的單原子理想氣體，此系統自起始狀態 A ，緩慢變至狀態 B ，再緩慢變至狀態 C ，然後緩慢回至狀態 A ，如圖十五的箭矢方向所示。已知 $V_C = 2V_A$ 及 $P_B = 3P_A$ ，在完整一次由 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 的變化過程中，由外界輸入系統的熱量為 (29)（以參數 P_A 和 V_A 表示之）。若以此熱量輸入該系統，自狀態 A 開始，但維持 $V = V_A$ ，則氣體在最後的絕對溫度和起始時絕對溫度的比值為 (30)。

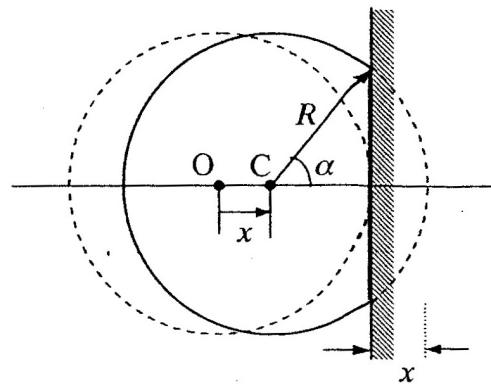


圖十五

貳、計算題（每題 15 分，共二題，合計 30 分）

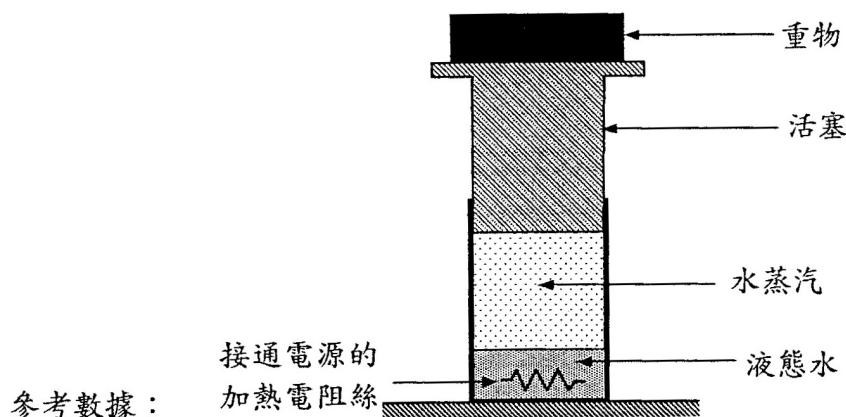
一、一薄壁橡皮球的質量為 m ，經充氣後，其半徑為 R ，球內部的空氣壓力高出大氣壓力的差值為 Δp 。考慮下述的情況：該橡皮球垂直投擲在一堵鉛直豎立的牆壁上，其和牆壁的接觸面積為 $A = \pi(R \sin \alpha)^2$ ，如右圖的實線所示。假設在整個碰撞過程中， α 都很小，可取 $\sin \alpha \approx \alpha$ ，且球皮的張力，相較於氣體壓力對球壁的作用力，可忽略不計，回答下列各題：

- (1) 設 \bar{x} 為球心的位移，證明橡皮球所受的力可寫成 $\bar{F} \approx -k\bar{x}$ ，並求 k 值，以 Δp 和 R 表示之。
- (2) 試求橡皮球中心位置 x 和時間 t 的函數關係式。若該球撞擊牆壁的初速為 v_0 ，則球心的最大位移為何？又球和牆壁的總接觸時間 t_0 為何？以 m 、 k 、和 v_0 表示之。
- (3) 求橡皮球所受的力 F 和時間 t 的函數關係式，以 m 、 k 、和 v_0 表示之。
- (4) 已知 $m = 5.67 \times 10^{-2} \text{ kg}$ ， $R = 3.175 \text{ cm}$ ，又測得 $k = 1.10 \times 10^4 \text{ N/m}$ ， $v_0 = 20.0 \text{ m/s}$ ，計算橡皮球和牆壁的接觸時間 t_0 和該球在碰撞期間所受平均力的量值。



二、本題用於估算利用水蒸氣推升重物所需輸入系統的熱量。如下圖所示固定在地面上的絕熱汽缸，起始時圓柱形汽缸的底部存水 250 cm^3 ，活塞的底面壓在水面上，其頂面置有一重物。假設當時的大氣壓力為 760 mmHg ，室溫為 25.0°C ，活塞的半徑為 10.0 cm ，活塞和重物的總質量為 1000 kg ，活塞和汽缸壁之間的摩擦力很小，可忽略不計，今欲將重物鉛直向上推升 1.00 m 的高度，回答下列各題：

- (1) 最後汽缸內的水蒸氣溫度為多少 $^\circ\text{C}$ ？汽缸內的液態水還剩下多少 cm^3 ？
- (2) 已知水在一大氣壓下的汽化熱為 $2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$ ，則每一克的水汽化時，僅用於克服水分子之間的吸引力，而使液態水轉變氣態水的能量為何？
- (3) 經由加熱電阻絲，輸入汽缸的熱量至少需要多少？



- (a) 水的密度為 $1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
 (b) 一大氣壓力為 $1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
 (c) 液態水的比熱為 $4.185 \times 10^3 \text{ J/(kg \cdot K)}$
 (d) 氣體常數 $R = 8.31 \text{ J/mol \cdot K}$
 (e) 水蒸氣在不同溫度的飽和蒸氣壓列表如下：

溫度(°C)	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
飽和蒸氣壓 (mmHg)	760	906	1075	1268	1489	1741	2026	2347	2711	3117	3570
溫度(°C)	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	
飽和蒸氣壓 (mmHg)	4076	4636	5256	5940	6694	7520	8423	9413	10489	11659	