

2003年第四屆亞洲物理奧林匹亞競賽及 第三十四屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試

理論試題

2002年10月26日

13:30~16:30

考試時間：三小時

<<注意事項>>

- 1、本試題包括填充題三十格及計算題兩大題，合計總分為150分。
- 2、填充題請直接將答案填入指定之答案格內，未填入指定之位置者不予計分。
- 3、計算題請於答案卷上指定之位置作答。
- 4、可使用無程式之掌上型計算器。

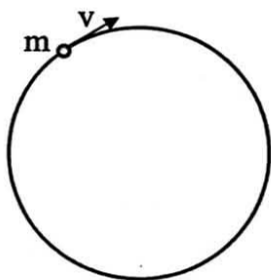
2003 年第四屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第三十四屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試試題

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

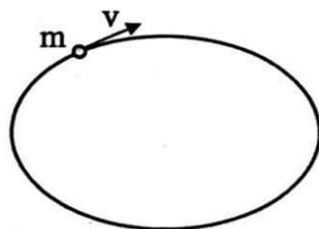
壹、填充題(每格四分，共三十格，合計 120 分)

一、某人手持攝影機在路旁拍攝一輛在平面的道路上，以等速度前進的馬車，車輪的半徑長為 0.75m ，共有 16 根輪幅。當時拍攝的速率為每秒 24 個畫面，今以同樣的速率放映，結果在影幕上看起來，馬車的車輪似乎靜止不轉動。由此結果推算馬車最可能的行進速率為 (1) m/s ，車輪的轉速為 (2) 轉/秒。

二、有一粒質量為 m 的貫孔小鋼珠，穿在一條形成封閉迴路的光滑鋼線上。鋼線置放在水平面上，其總長度為 L ，鋼珠以等速率 v 在鋼線上滑動。(a)若該鋼線迴路為圓形，如圖(i)所示，則鋼線作用於鋼珠的向心力的量值為 (3)；(b)若該鋼線迴路為橢圓形，如圖(ii)所示，則鋼線作用於鋼珠的力，其大小對時間的平均值為 (4)。



圖(i)



圖(ii)

三、在地球上的一位觀察者觀測太陽，測得太陽直徑張開的角度(張角) $\theta = 0.50^\circ$ ，已知地球的半徑為 $6.42 \times 10^6 \text{m}$ ，求

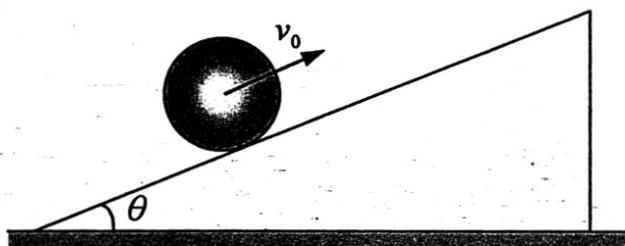
(a)太陽半徑 R_s 和地球至太陽距離 r 之比值： $\frac{R_s}{r} =$ (5)。

(b)地球與太陽平均密度之比值： $\frac{\rho_{\text{地球}}}{\rho_{\text{太陽}}} =$ (6)。

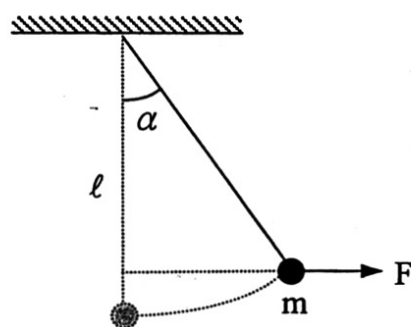
四、我們的太陽由於輻射而使其質量每年損失 ΔM 。假設地球可視為繞太陽的中心做圓軌道運動，且現在太陽的質量為 M_0 ，地球的軌道半徑為 R_0 ，公轉的角速率為 ω_0 ，則一年後，地球的軌道半徑約變為 (7) (以 R_0 ， M_0 及 ΔM 表示之，且取至

$\frac{\Delta M}{M_0}$ 的一次方項)；地球公轉的角速率約變為 (8) (以 ω_0 , M_0 及 ΔM 表示之，且取至 $\frac{\Delta M}{M_0}$ 的一次方項)。

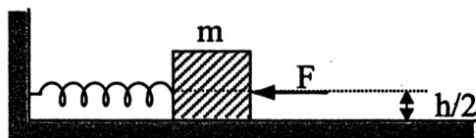
- 五、一質量為 m ，半徑為 r 的圓球，在一斜角為 θ 的粗糙長斜面上，以初速 v_0 向上坡作純滾動，如下圖所示。已知圓球繞直徑的轉動慣量 $I = \frac{2}{5}mr^2$ ，問該球從開始上坡至最後滾回原起始位置，所經歷的時間為何？ (9)。



- 六、如右圖所示，一質量為 m 的擺錘在開始時，鉛直懸吊在一條長度為 ℓ 的繩子下端。繩子的質量很輕，可忽略不計。現以外力 \vec{F} ，沿水平方向拉動擺錘，使其很緩慢地沿鉛直面上的一個半徑為 ℓ 的圓弧，移至新的平衡點，這時繩子和鉛直方向之間的夾角為 α ($\alpha < 90^\circ$)。試問在此過程中，外力 \vec{F} 共作功多少？ (10)。

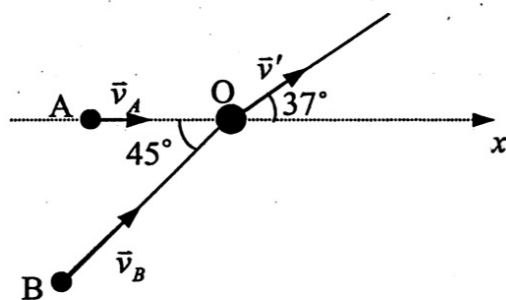


- 七、一密度均勻，質量為 m ，邊長為 h 的正立方體水平置放在桌面上，其左側輕觸一力常數為 k 的輕彈簧。現以外力 F 作用在物體的右側，因而壓縮此彈簧，使彈簧的長度縮短 $\Delta\ell$ ，並呈靜止(如右圖所示)。設物體與桌面之間的滑動摩擦係數為 μ ，則



- (a) 當外力除去時，物體離開彈簧之瞬間的速率為何？ (11)。
- (b) 在物體離開彈簧後，桌面作用於物體的正向力，對物體質心所施的力矩大小為何？ (12)。

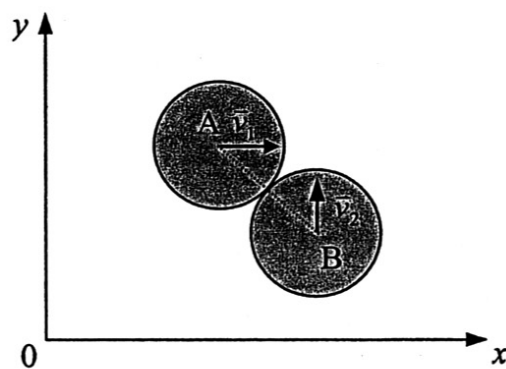
- 八、如右圖所示，A 和 B 兩質點的質量皆為 m ，在 O 點處相遇，發生完全非彈性碰撞。在碰撞前，A 質點的速度為 \vec{v}_A ，朝正 x 方向運動，B 質點的速度為 \vec{v}_B ，其運動方向和 x 軸夾成 45° 角。碰撞後，兩質點合而為一，總質量為 $2m$ ，其運動方向和 x 軸夾成 37° ($\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$)。問兩質點系統的總動能，在



碰撞後的量值 T_f 和碰撞前的量值 T_i 的比值為何？ $\frac{T_f}{T_i} = \underline{\hspace{2cm}} (13)$ 。

- 九、一質量為 m 的子彈，以初速 v_0 沿水平方向，射入一質量亦為 m ，靜置在光滑水平面上的木塊，在其內穿行 d 的厚度後，並以速度 v 沿同一方向穿出。若木塊被射擊後，僅在平面上滑動而不轉動，且假設木塊對子彈的阻力為固定不變的恆力，則在此過程中，子彈—木塊系統所損失的動能為 (14) ；子彈由射入到穿出木塊，所經歷的時間為 (15) ；在此時間內，木塊的位移為 (16) 。
- 十、有一個質量為 m 的圓盤平放在一水平面板上，圓盤中心放置一小塊質量可以忽略不計的烈性炸藥。當圓盤為靜止時，引燃炸藥，結果使圓盤炸成 n 個質量相等的小碎塊，每一碎塊皆循著圓盤中心的輻射方向，沿水平面射出。現在將同樣的圓盤以高速度 v_0 向正東方向水平地擲出，隨後迅速以前述的方式引爆火藥，爆炸後發現至少有一小碎塊向正西方向射出。由此一事實可以推論此火藥爆炸後，所釋放出的能量至少為 (17) 。

- 十一、有兩個大小及質量均相同的光滑剛體圓盤 A 和 B，在一光滑的水平面 (x - y 平面) 上運動。A 盤以 v_1 之速度向 $+x$ 方向滑動，而 B 盤以 v_2 之速度向 $+y$ 方向滑動，如右圖所示。當兩盤發生碰撞的瞬間，由 A 盤圓心指向 B 盤圓心的位置向量正比於 $\hat{x} - \hat{y}$ (\hat{x} 和 \hat{y} 分別為指向 $+x$ 和 $+y$ 方向的單位向量)，假設碰撞為完全彈性碰撞，則碰撞後 A 盤的速度為何？ (18) 。

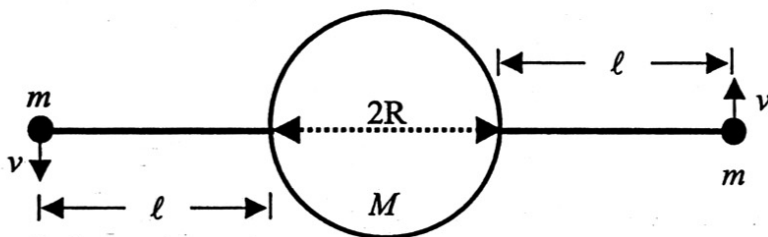


- 十二、十級風的平均風速約為 25m/s ，若正向吹在一塊面積為 $1\text{m} \times 1\text{m}$ 的招牌上，估算招牌所受的平均風力 $\bar{F} = \underline{\hspace{2cm}} (19) \text{ N}$ 。若招牌側邊固定在牆上，則相對於固定邊，估算風力作用在招牌上的平均力矩 $\bar{\tau} = \underline{\hspace{2cm}} (20) \text{ N} \cdot \text{m}$ (可用 \bar{F} 表示之)。
- 【註】：空氣的平均分子量為 28.8。

十三、在光滑無摩擦的水平面上，有一質量為 M ，半徑為 R 的圓盤，其直徑兩端繫結兩條質量可忽略，長度同為 ℓ 的細繩。起始時，細繩被拉直，且在繩端各繫有一質量 m 的質點，如下圖所示。某一瞬時，在垂直細繩的方向上，給予兩質點初速度 v ，則

(a) 當細繩最後纏繞圓盤，且其繩端所繫的兩質點緊貼在圓盤周緣時，求兩質點和圓盤繞盤中心的轉動角速率為何？(21)。

(b) 若 $\ell = 2R$ ，則欲達到(a)題中所述的情況， $\frac{M}{m}$ 的比值必須為何？(22)。



圓盤和兩質點之間以拉直的細繩相連接。

十四、(a) 營養專家建議青少年每人每天攝取的食物熱量約為 2200 大卡（一大卡等於 1000 卡），吃下的食物經消化及新陳代謝等作用後，最後轉換為熱能。據此計算人體的平均生熱功率為(23) W。

(b) 利用下列的數據，估算人體（裸身時）的熱輻射淨功率：(24) W。

人體的表面積 $A = 1.5\text{m}^2$ ；

人體皮膚的溫度 $T_b = 31^\circ\text{C}$ ；

周圍環境的溫度 $T_e = 25^\circ\text{C}$ ；

史特凡-波茲曼常數 $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} (\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-4})$ ；

皮膚的發射率 $e \approx 1.0$ 。

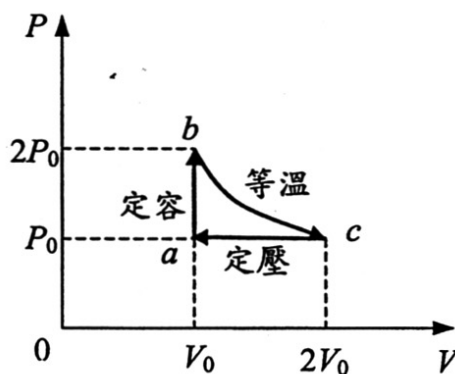
【註】：若一物體表面的絕對溫度為 T ，發射率為 e ，則該物體表面每單位面積在每單位時間內所輻射出的電磁波能量，稱為輻射能通量密度， $J = e\sigma T^4 (\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2})$ ，式中 $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} (\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-4})$ ，稱為史特凡-波茲曼常數。通常 $e < 1$ ，但對黑體而言， $e = 1$ （即為完全輻射）。如果物體周圍的環境溫度為 T_e ，則須考慮物體表面對入射輻射能的吸收。假定入射的輻射能通量密度為 σT_e^4 ， a 為物體表面的吸收率，則該物體表面所吸收的輻射能通量密度為 $J' = a\sigma T_e^4$ ，通常 $a < 1$ ，但對黑體而言， $a = 1$ （即為完全吸收）。因此物體表面對入射能量的反射率為 $r = 1 - a$ 。從理論上我們可以證明物體表面的放射率和吸收率相等，即 $e = a$ ，此稱為克希何夫定律 (Kirchhoff's Law)。我們可以說：容易輻射能量的物體，也容易吸收入射的能量。

十五、在無風時，以速度 v 跑步，則跑者所受到的空氣阻力為 $\frac{1}{2}C\rho Av^2$ ， C 為阻力係數、 ρ 為空氣的密度、 A 為跑者在垂直於運動方向上的截面積。已知某人於平地上等速跑步時，身體持續提供 80W 的功率。若此人 60 kg 重、 $A = 0.40\text{ m}^2$ 、 $C = 2.0$ 、 $\rho = 1.3\text{ kg/m}^3$ ，且跑步時沒有任何打滑，則此人的跑速為 (25) m/s 。若肌肉消耗熱量做功的效率為 25% ，則此人跑步 30 分鐘消耗 (26) kcal 的熱量。若此人身體所能持續提供的最大功率為 150W ，則此人想以 2.0 m/s 的等速度沿一斜坡往上快走時，斜坡與水平面之間的夾角不能大於 (27)。

十六、線膨脹係數為 α 的金屬棒，在溫度為 T_0 時的長度為 L_0 。經加熱後，此棒正中央的溫度為 T_1 (T_1 稍大於 T_0)，溫度由中央往兩邊呈線性遞減，至兩端面時的溫度為 T_0 。加熱後，此棒的長度變為 (28)。

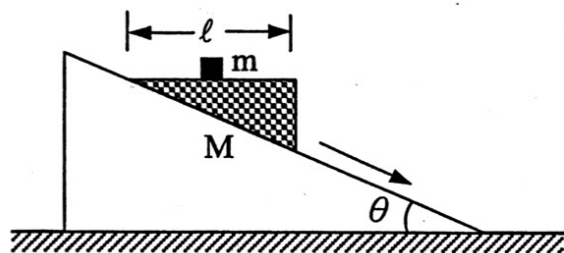
十七、某人用定容氣體溫度計量測一物體的熔點溫度。在下面的敘述中， P_3 代表溫度計內的氣體在水的三相點 (273.16 K) 時的壓力。他量得當 $P_3 = 286\text{ torr}$ 時 ($1\text{ torr} = 1\text{ mmHg}$)，在熔點之溫度計氣壓為 218 torr ；當 $P_3 = 162\text{ torr}$ 時，在熔點之溫度計氣壓為 128 torr ，根據 SI 單位制中絕對溫度的定義： $T = \lim_{P_3 \rightarrow 0} 273.16 \frac{P}{P_3}$ ，問此物體的熔點的絕對溫度應為何？ (29) K 。

十八、一熱力系統內能的增加等於所吸收的熱能減去系統對外界所做的功。某一以氣體為介質的熱力系統的狀態方程式為 $PV = f(T)$ ，式中 P 為氣體壓力， V 為氣體體積， T 為氣體的絕對溫度， $f(T)$ 為絕對溫度的任意函數。若此熱力系統進行右圖所示的循環過程，則此系統經歷每一循環所吸收的熱能為 (30)。



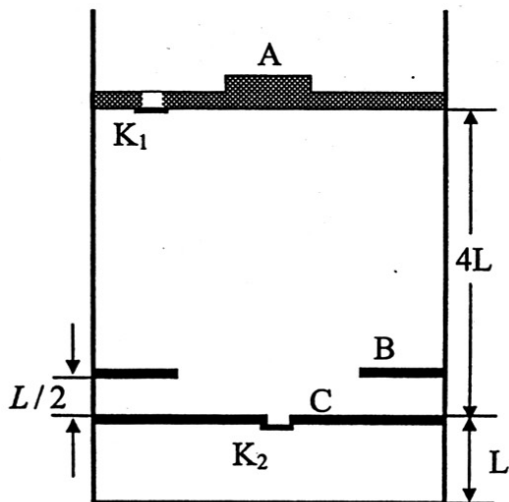
貳、計算題（每題十五分，共二題，合計 30 分）

- 一、一質量為 m 的質點放置在一塊質量為 M 的楔形木塊的上表面，此楔形木塊連同其上的質點，從靜止開始，沿著一斜角為 θ ，固定的光滑斜面上滑下來，如右圖所示。楔形木塊的上表面為水平面，寬度為 ℓ ，質點與此平面之間的動摩擦和靜摩擦係數皆為 μ ，且 $\tan \theta > \mu$ 。質點在起始時位於楔形木塊的中央位置，若在楔形木塊尚未到達斜面底端之前，質點早已滑離楔形木塊平面，則



- (a) 在楔形木塊的下滑過程中，質點所受的鉛直正向力為何？
 (b) 自楔形木塊開始下滑後，將歷時多少，質點才會離開楔形木塊的平面？（答案以 ℓ 、 g 、 θ 、和 μ 表示之。）。

- 二、如右圖所示，在內壁光滑的圓筒形氣缸內，有一活塞 A 緊密地與氣缸壁接觸，在此活塞上有一小孔，裝有只能向下打開的閥門 K_1 。氣缸的下部有一固定的隔板 C 和一固定在缸壁上的卡環 B，在隔板 C 的中心有一小孔，裝有只能向下打開的閥門 K_2 ，隔板 C 與氣缸底邊的距離為 L ，卡環 B 到隔板 C 的間距為 $L/2$ 。活塞 A 能夠達到的最高位置，離開隔板 C 的距離為 $4L$ 。外界的大氣壓力為 P_0 。開始時，活塞 A 在最高位置，氣缸內 A 到 C 之間，及隔板 C 下方的氣體壓力皆為 P_0 。回答下列問題：



- (a) 假設移動活塞的過程緩慢，且氣體溫度不變，今使活塞 A 從最高位置向下移動到最低位置 B 處，則隔板 C 下方的氣體壓力為何？
 (b) 承(a)題，當活塞 A 從 B 處往上拉回時，要拉到離隔板 C 多高時，才能使隔板 C 上方的氣體壓力等於 P_0 ？
 (c) 若活塞 A 從 B 處移動到最高位置，而後再次移動到 B 處，如此往復地進行，則隔板 C 下方的氣體壓力所能達到的最大值為何？