

1999 年第 30 屆國際物理奧林匹亞競賽

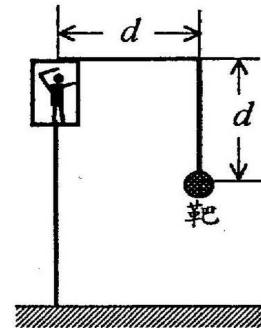
國家代表隊初選考試試題

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分。考試時間三小時。

壹、填充題(每格四分，共三十格，合計 120 分)

一、一小球以初速 6.0m/s 斜拋射入空中，已知歷經一秒後，其速度方向垂直於初速度方向，則該小球拋射一秒後的瞬時速度大小為 (1) m/s 。(設重力加速度 $g = 10.0\text{m/s}^2$ 。)

二、在一遊樂活動中，有人搭乘自由落下的滑車，如圖一所示。若搭車的人手持一球，在滑車自由落下的過程中，投中距起始位置的水平與垂直距離均為 d 的靶，就可獲獎。若球以初速 v 水平拋出，則投球者應在滑車開始下落多久時，拋出手中的球，才可擊中靶？(2) (以 v 、 d 、和重力加速度 g 表示之)。又球速 v 的最小值為何？(3)。

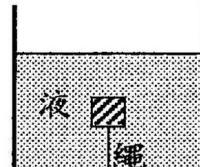


圖一

三、質量為 M 之木塊從距水平地面 h 高處自由下落，當木塊下落至距地面 $h/2$ 高處時，被一質量為 m 、速度為 u 之子彈從水平方向射中，子彈並嵌在木塊中。則木塊被射中後再經 (4) 秒後落至地面上，木塊之橫向位移為 (5)。

四、太陽的質量為 $2.0 \times 10^{30}\text{kg}$ ，環繞著距離為 $2.2 \times 10^{20}\text{m}$ 之遠的銀河系中心運動，週期為 2.5×10^8 年。假設銀河系內恆星的分布對其中心為球對稱，各恆星的質量約略等於太陽的質量，且太陽正好位在銀河系的邊緣，據此推算，銀河系中恆星的總數約為 (6) 個。
(萬有引力常數 $G = 6.67 \times 10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$)。

五、如圖二所示，一物體以細繩繫之於容器底部，使浮於某液體中(液體的密度大於物體的密度)。已知容器靜止時，繩上的張力為 T_0 ，則當此容器以加速度 a 垂直向上運動時，繩上的張力為 (7)。



圖二

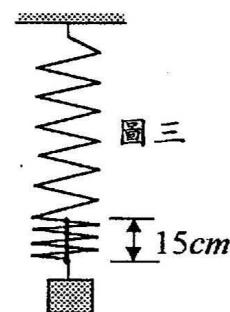
六、在一自然長度為 l_0 、力常數為 k 的彈簧下面，懸掛一重量為 W 的物體，令

其做上下的直線振動。設取重物處於平衡狀態時之彈簧的彈性位能為零，則彈簧的彈性位能與其長度 l 的關係式為 (8)。

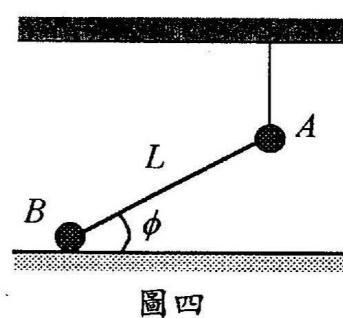
七、一質量為 M 、半徑為 R 的圓盤，在鉛直平面上繞其中心軸(沿水平方向)以角速率 ω 等速轉動，軸承間的摩擦損失可忽略不計。今以一秒鐘可發射 N 粒子彈的機槍，垂直圓盤面發射子彈。子彈的質量皆為 m ，子彈射中圓盤後嵌入盤內，其在盤面上的擊中處距中心軸的距離皆為 r ，則圓盤上第 n 及第 $n+1$ 粒子彈之間距為 (9)。當第 n 粒子彈擊中盤面後，系統(圓盤與子彈)的動能為 (10)。

(註：圓盤的轉動慣量為 $\frac{1}{2}MR^2$ 。)

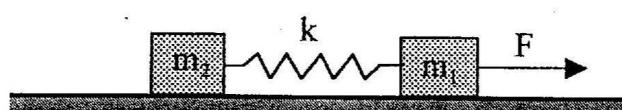
八、如圖三所示，一鉛直懸掛的輕彈簧下端掛有一重量為 $100N$ 的物體。已知彈簧的自然長度為 $60cm$ ，力常數為 $600N/m$ ，今將彈簧底部占三分之一全長的部分，以一 $15cm$ 的輕繩兩端分別扣住，使此部份的彈簧長度不能再行伸長，則在此情況下，彈簧的全長為 (11) cm，又繩子的張力為 (12) N。



九、如圖四所示，兩個完全相同的小銅球 A 和 B 以一質量很輕的均勻金屬桿連接在一起，兩球間的距離為 L ，球的半徑可忽略。起先 A 球以一細線懸吊在空中， B 球則靜止停在一光滑的水平桌面上，這時連桿與水平面之間的夾角為 ϕ 。現將懸線以火燒斷，當金屬桿的中心墜落至桌面時(即桿身平貼在桌面上時)， B 球共移動了多少距離？(13)。這時 B 球的速率為 (14)，又 A 球的速率為 (15)。



十、如圖五所示，兩木塊之質量分別為 m_1 及 m_2 ，以一力常數為 k 的輕彈簧相連接。此一彈簧—木塊系統被置放於水平桌面上，設彈簧的質量可以忽略不計，木塊與桌面間之滑動摩擦係數為 μ_1 ，靜摩擦係數為 μ_2 。今施一量值為 F 之水平力將整個系統向右拉動。設 F 之值夠大足以使 m_1 移動並使 m_2 所受摩擦力到達最大靜摩擦狀態，則在 m_2 開始移動之瞬間， m_1 之速度為多少？(16)。

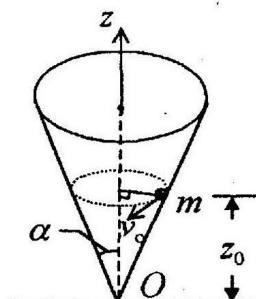


圖五

十一、有一質量為 m 之質點，在一鉛直倒立之光滑圓錐面上運動，如圖六所示。假設該質點的起始點距圓錐頂點的垂直距離為 z_0 ，其起始速度 v_0 只有水平方向的分量。圓錐的頂角為 α 。

(a)如果該質點的運動軌跡能一直維持在起始的水平面上，則 $v_0 = \underline{(17)}$ 。

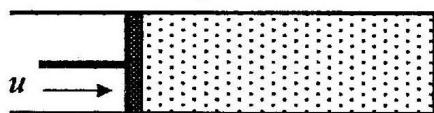
(b)如果該質點的起始速度小於(a)中之值，則該質點運動軌跡的最低點與圓錐頂點的垂直距離為 $z = \underline{(18)}$ 。



圖六

十二、有一物體在加熱的過程中，每單位時間內傳遞給物體的熱量保持定值。實驗結果顯示該物體的溫度 T 和加熱時間 t 的關係式為 $T \propto t^3$ ，則該物體的比熱 c 和溫度的關係式為 $\underline{(19)}$ 。

十三、如圖七所示，有一長度甚長的絕熱汽缸，在其左方配置有一內壁為鉛直平面的絕熱活塞，可沿水平方向做無摩擦的運動。當活塞靜止不動時，缸內氣體之壓力為 p ，氣體分子沿水平方向之熱運動速率均同為 v ，且活塞之質量與氣體分子相較，可視為無窮大，則當活塞以等速度 u 壓縮氣體時 ($u < v$)，每一氣體分子在與活塞內壁做彈性碰撞後，其在水平方向之速率將為 $\underline{(20)}$ ；又活塞內壁所受之壓力為 $\underline{(21)}$ 。



圖七

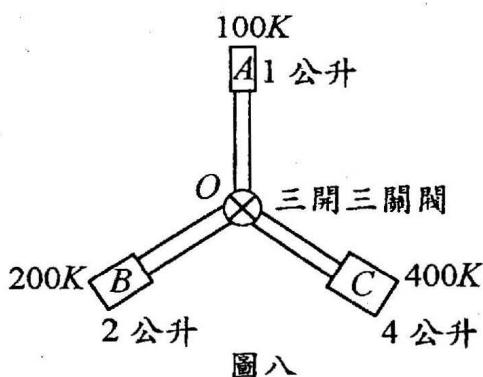
十四、有一個熱水袋，內部裝滿 $80^\circ C$ 的熱水，我們將熱水袋懸掛在空中，並用一支溫度計插入熱水中來量水溫，假設室溫維持在 $20^\circ C$ 不變，我們所量得溫度與時間的數據如下表：

t (分)	0	10	20	30	40	50	60
T ($^\circ C$)	80.0	56.4	42.1	33.4	28.1	24.9	23.0

試問當水的溫度由 $80^\circ C$ 降為 $30^\circ C$ 時，需時多久？ $\underline{(22)}$ 分。

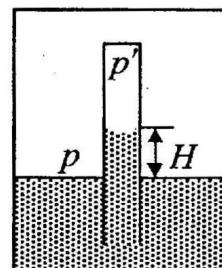
十五、若上題的答案為 x 分鐘，現另有一個熱水袋與上題的形狀相同，但是各方向的線尺度均為上題的兩倍。試問水溫由 $80^\circ C$ 降為 $30^\circ C$ 時，需時多久？ $\underline{(23)}$ 分。

十六、如圖八所示，三個容積各為 1 公升、2 公升及 4 公升的剛性容器 A 、 B 、 C 以三細管連結於 O 點。 O 處裝設有三開三關閥門以控制三個容器間的連通與否。開始時閥門打開使三個容器連通，此系統內裝滿理想氣體，然後將閥門封閉，且將 A 、 B 、 C 各置入 $100K$ 、 $200K$ 及 $400K$ 的熱庫中，使各自的溫度維持不變，並量得 B 中的氣壓為 $2atm$ 。此時若將閥門打開但卻維持各容器的溫度不變，則最後之平衡壓力為 (24) atm 。



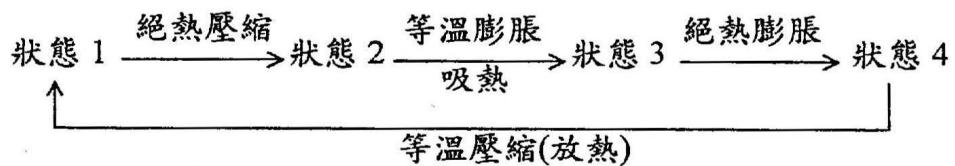
圖八

十七、一密閉容器內盛密度為 ρ 、表面張力為 S 的液體，液面上方為其蒸氣，而液體中則插有一內徑為 r 、上端為閉口的毛細管。已知毛細管內的液面呈半球形，且較管外液面高出 H 。若 p 與 p' 分別為容器液面與管內液面上的蒸氣壓，則 $(p - p')$ 等於 (25) (以 ρ 、 S 、 r 、 H 、及重力加速度 g 表示之。)



圖九

十八、熱機如蒸汽機、內燃機的一個循環過程，就是使工作物質從一個初始狀態歷經一系列的狀態變化，回復到初始狀態的過程。卡諾循環的過程是：



今有一理想氣體歷經一卡諾循環，在 $300^{\circ}C$ 等溫膨脹，在 $80^{\circ}C$ 等溫壓縮。已知在等溫膨脹時吸熱 $2100J$ ，並由理論知在兩個等溫過程中吸熱及放熱的熱量比等於當時絕對溫度之比值，即 $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ，求此卡諾循環，每一循環做出多少功？(26)。

十九、有一理想氣體系統由一莫耳的單原子分子氣體和二莫耳的雙原子分子氣體所組成。設 C_p 和 C_v 分別為氣體的莫耳定壓比熱和莫耳定容比熱，已知單原子分子理想氣體的 $\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$ ，而雙原子分子理想氣體的 $\frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5}$ ，則此氣體系統的 $\frac{C_p}{C_v}$ 比值為 (27)。

二十、物體所受壓力的變化量 ΔP 對其體積 V 所產生的影響，可用壓縮係數 κ 來

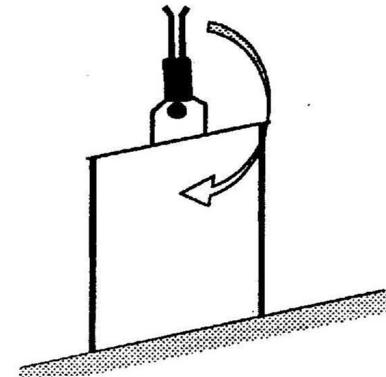
表示，即 $\kappa = \frac{\Delta V/V}{\Delta P}$ 。今在一密閉容器內裝滿了 $0^\circ C$ 的水，已知 $0^\circ C$ 時水的密度為 $1.00 g/cm^3$ ，冰的密度為 $0.92 g/cm^3$ ，水及冰的壓縮係數均約為 $0.51 \times 10^{-9} m^2/N$ ，則當水結成冰時，容器器壁所承受的壓力增加了多少？
(28) kgW/cm^2 。(註： $1N = 0.1kgW$)

二十一、一直立汽缸內的金屬活塞可沿鉛直方向運動，其質量為 $1kg$ ，截面積為 $2.0 cm^2$ 。汽缸內裝有定溫之飽和水蒸氣，現因汽缸有熱量的散失，致使汽缸內的水蒸氣凝結，活塞以 $0.3 cm/s$ 的速度下降。已知水蒸氣的密度為 $6.0 \times 10^{-4} g/cm^3$ ，大氣壓力為 $1atm$ ，試問該汽缸每秒內凝結出多少克的水？(29) g/s 。又其內能的變化率為何？(30) J/s 。(註： $1atm = 1.01 \times 10^5 N/m^2$)

計算題(每題十五分，共二題，合計 30 分)

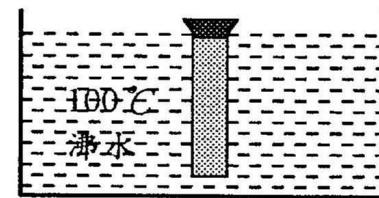
一、一體操選手在單槓上表演雙手直體大迴環，如圖十所示。當他轉至最高點時(即頭下腳上地垂直豎立在單槓上)，手掌感覺不需施力抓住槓身，而不致於使身體飛出。這時他鬆手離槓，盡量曲身收攏身體，在空中翻了若干圈的筋斗後，躍落至地面。假設單槓的高度為 $2.5m$ ，該選手的身長為 $1.70m$ ，質量為 $60kg$ ，其身體伸直時相對於質心的轉動慣量為 $I_0 = 20.0 \text{kgm}^2$ ，身體收攏時相對於質心的轉動慣量為 $I = 5.0 \text{kgm}^2$ ，又當其身體伸直時，質心的位置和槓身之間的距離為 $1.0m$ ；當其躍落地面時，質心離地的高度為 $0.5m$ 。掌心和槓身之間的摩擦力，以及空氣阻力的影響，皆可忽略不計，回答下列問題：

- 當此選手轉至最高點時，其速度為何(大小和方向)？
- 當此選手轉至最低點時，每一隻手所承受的拉力大小為何？
- 當此選手轉至最高點時，其身體相對於質心的角速度大小為何？
- 此選手在鬆手離槓後，在空中至多可翻多少圈的筋斗？



圖十

二、如圖十一所示，一支裝滿水的圓柱形玻璃管浸在 100°C 沸水中，管口上端有軟木塞封住，以阻止水蒸氣逃逸。已知玻璃管內的水的質量為 m ，初溫為 T_0 ，水的比熱為 c ；玻璃管的管壁厚度為 b (遠小於管口半徑)，總表面積為 A ，玻璃的熱傳導係數為 κ ，又玻璃管的熱容量遠小於管內水的熱容量，可忽略不計，回答下列問題：



圖十一

- 玻璃管內的水溫 T 和時間 t 的關係式為何？
- 已知如下的數據，則自玻璃管浸入水中的時刻算起，直至管內的水溫升高至 99°C 時為止，共需費時多少分鐘？(經由軟木塞的熱量損失可忽略不計。)

$$T_0 = 25^\circ\text{C}, c = 4200 \text{J/kg}^\circ\text{C}, b = 0.15 \text{cm}, \kappa = 0.80 \text{W/m}^\circ\text{C};$$

玻璃管內的水柱長度 $l = 10.0 \text{cm}$ ，

玻璃管的管口半徑 $r = 2.6 \text{cm}$ ，

水的密度 $\rho = 1000 \text{kg/m}^3$ 。

※ 你也許需要用到積分公式： $\int \frac{dx}{x+a} = \ln|x+a|$