2007 年第八屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第三十八屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試試題

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

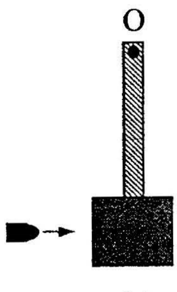
壹、填充題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

一、 某人的質量 60kg，每分鐘跳繩 120 次（跳上落下算一次）。假定在每一次跳躍中，腳和地面接觸的時間，佔跳躍上下一次所需時間的 1/5，人停留在空中的階段，可視為鉛直上拋運動。試問此人在跳繩時，全程所需克服重力作功的平均功率為 ___(1)___ W。（重力加速度 $g=10m/s^2$ ）

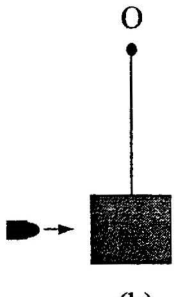
二、 各種運動比賽常以體重區分量級。已知某一種哺乳動物運動時，肌肉施力的大小與肌肉的截面積成正比，且肌肉伸縮的速率大致相同。若該種哺乳動物的形體雖有不同，但其密度則幾乎相等，且其運動的功率 P 與質量 M 的關係式可寫為 $P=kM^x$ ，式中 k 為一比例常數，則 $x=$ ___(2)___ 。

三、 如下左圖(a)所示，一顆質量甚小的子彈以高速射入一鉛塊內，鉛塊的中央以一金屬懸臂連接，鉛直懸掛在固定的支點 O 上。鉛塊被撞擊後，可在鉛直面上繞 O 點轉動。當該子彈射入鉛塊內的瞬間，下列定律何者可適用以處理鉛塊被撞擊後的運動問題？___(3)___（寫入正確選項的編號）。如果將金屬懸臂改用一條柔軟的細線連接，如下右圖(b)所示，則正確的選項為何？___(4)___ 。

(A) 動量守恆定律；(B)角動量守恆定律；(C)以上兩定律皆適用；(D)以上兩定律皆不適用。



(a)

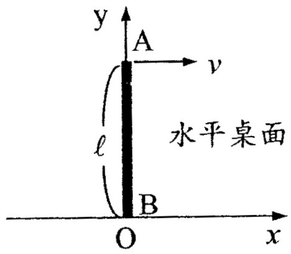


(b)

四、 質量為 m、面積為 A 的一片樹葉，被速率為 v 的一陣風吹向一面鉛直豎立的平牆，且使該樹葉平貼在牆面上。假設風的方向垂直於牆面，空氣的密度為 ρ ，重力加速度為 g，已知樹葉和牆面之間的靜摩擦係數為 μ_s ，不考慮空氣吹拂樹葉表面的阻力，若欲使樹葉停留在牆面上，則風速的最小值為何？___(5)___ 。

五、 一條彈性繩子的上端固定在支架上，其下端懸掛一個重物W_1。今在下端處另施一外力F，緩緩地增大F，將繩子拉長。當$F=F_b$時，該彈性繩斷裂。現考慮在原先掛有重物W_1的彈性繩子上，如果在其下端處，瞬時地突然再掛上另一個重物W_2，則為避免該繩子斷裂，W_2的最大值為何？__(6)__。

六、 如右圖所示，一長為ℓ的均勻木棍AB，靜止平放在光滑的水平桌面上，木棍與y軸重合且木棍的一端B點位在原點O。設在$t=0$時，迅速敲擊木棍的另一端點A，使其以初速v向$+x$方向運動，則當時刻為t時，A點的速率為__(7)__。(以已給量表示之)



七、 本題為有關高空跳傘的問題。一物體在空氣中運動時，所受到的空氣阻力可表之為$f_D=\dfrac{1}{2}C_D\rho Av^2$，式中$\rho$為空氣密度，$v$為物體在空氣中的運動速率，$A$為物體在垂直於其速度方向上的截面積，而$C_D$為空氣的風阻係數，與物體表面的幾何形狀有關。假設人體的形狀可近似為一個長方體，現有一人的尺度為$160\,\mathrm{cm}\times30\,\mathrm{cm}\times10\,\mathrm{cm}$，其平均密度為$\rho_m=1.0\times10^3\,\mathrm{kg/m^3}$。此人在4000m高度從等速度巡航的飛機上躍下（鉛直方向的初速為零）。本題僅考慮在鉛直方向上的運動，不必考慮水平方向運動的影響，回答下列問題：

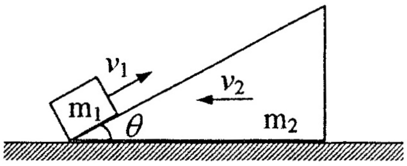
(1) 此人在鉛直方向上所能達到的最快和最慢速度的比值為何？__(8)__。

(2) 為了簡化計算，假設在此人達到終端速度之前，空氣的阻力可以不計，僅考慮重力的作用。若此人以最慢的方式下降，在到達1600m高度時，發現他的降落傘無法張開，立即以無線電通知飛機上的教練，教練立即以最快的方式自4000m高度跳傘下降來救他，則教練與他在空中會合時，距地面的高度為何？__(9)__。

【註】：空氣的密度$\rho=1.25\,\mathrm{kgm^{-3}}$，風阻係數$C_D=1.0$，重力加速度$g=10\,\mathrm{m/s^2}$。

八、 一太空船以火箭推動沿鉛直方向上升，其艙內底部裝有彈簧秤用於測量物體的重量。火箭啟動後，持續維持穩定的加速度$a=5\,\mathrm{m/s^2}$。當太空船升高至某一高度時，測重儀的讀數變為未啟動前讀數的$\dfrac{17}{18}$，已知地球半徑為6400km，設地面上的重力加速度$g=10\,\mathrm{m/s^2}$，則此時太空船離地面的高度為__(10)__km。

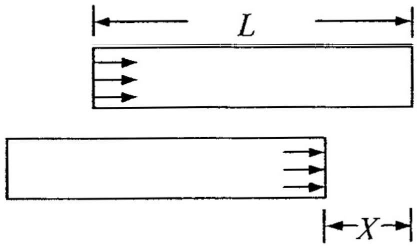
九、 如右圖所示，一質量為 m_2，斜角為 θ 的斜面置放在光滑水平面上，以速度 v_2 向左方滑動。今在斜面底部有一質量為 m_1 的木塊以**相對於斜面的速度** v_1，沿著平行於斜面的方向向上滑行。若木塊和斜面之間沒有摩擦力的作用，且 $m_2 = 2m_1$，$\theta = 45^\circ$，g 為重力加速度，又斜面夠長使得木塊一直在斜面上運動，則質點能達到的最大高度為 ___(11)___。(以已給量表示之)



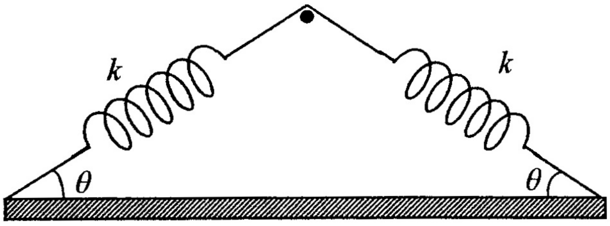
十、 愛因斯坦認為光是由許多微粒所組成，這些微粒稱為光子。光子在靜止時的質量為零，在運動時則具有質量，稱為動態質量。考慮下面所述的思考實驗：有一個長度為 L，質量為 M 的長方形盒子(含置於左端面的光源)，靜止放置在一無重力，也無其他外力作用的環境中。在某一時刻，從盒子左端面的光源，射出一總能量為 E 的光子束，沿著平行於盒子長軸的方向，射向右端面。當該光子束射抵右端面時，盒子向左方移動的總距離為 X，如下圖所示。已知光子束具有的動量為 E/c，式中 c 為光速，回答下列問題：

(1)當光子束從盒子的左端面射出時，盒子因反衝而向左運動，其速度的量值為何，以已給量表示之？ ___(12)___。

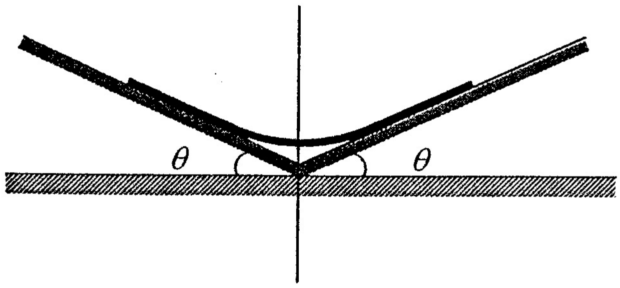
(2)當該光子束射抵右端面時，盒子向左方移動的總距離 X 等於 ___(13)___，以已給量表示之。



十一、 有兩根相同的輕彈簧和一根直桿合組成一懸吊系統，如下圖所示。兩彈簧的一端以細繩相連，懸掛在一支軸上；另一端則連結在直桿的兩端，且與水平懸吊的桿身形成 θ 的夾角。已知兩彈簧的力常數同為 k，直桿的質量為 m，細繩和支軸之間的摩擦力可忽略，且假設這兩根輕彈簧的自然長度很短，可視為零，現若在直桿的中點處稍微向下拉後放手，使該系統做小幅振盪，則其振動週期為 ___(14)___。

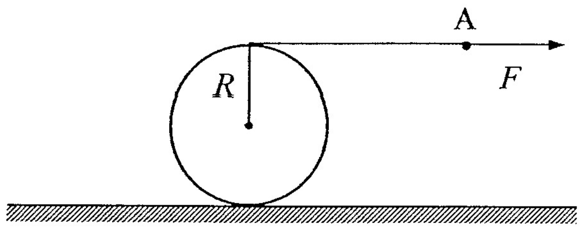


十二、 如下圖所示，兩個相對稱的斜面各和一水平面夾成θ角，一條密度均勻的柔軟繩子，左右對稱地靜放在兩斜面上。繩子和兩斜面之間的靜摩擦係數皆為μ。設繩子中間懸空部分（不與斜面相接觸）的長度佔全長的比值為f，試問當繩子平衡

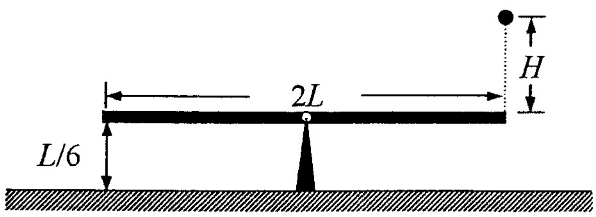


時，比值f和斜面角度θ之間的函數關係式為何？___(15)___。當斜面角度為某一值時，可得最大的f值，此最大值f_{max} = ___(16)___。

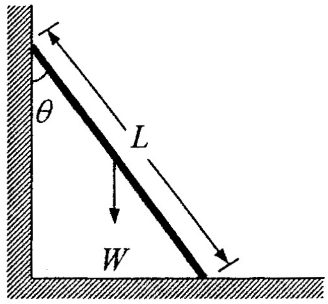
十三、 如下圖所示，一短圓柱的質量為 m，半徑為 R，繞其中心水平軸的轉動慣量為 $I=\frac{1}{2}mR^2$。今將細繩纏繞在圓柱表面上的中央細槽內，有一外力 F 作用於繩子的自由端 A，沿水平方向拉出。已知圓柱和水平地面之間的靜摩擦係數為μ，以 g 代表重力加速度，若欲將該圓柱自靜止開始拉離其原位置，使之運動，則所施外力 F 的最小值為何？___(17)___。



十四、 一均勻且可作無摩擦轉動的等臂蹺蹺板，質量為M，長度為 $2L$，繞通過其中心的水平軸的轉動慣量為$I_0=\frac{1}{3}ML^2$。當蹺蹺板處於靜止平衡時，板面離水平地面的高度為$\frac{1}{6}L$。今在其右端正上方距離板面高度為H處，有一質量為$\frac{1}{15}M$ 的質點，自靜止止墜落，擊中蹺蹺板的右端，碰撞後立即黏住在板面上。試問當質點剛黏住蹺蹺板時，整體的動能為何？___(18)___。又當蹺蹺板的右端觸地時，整體的動能為何？___(19)___。（以 g 代表重力加速度）



十五、 有一均勻的長木棒斜靠在鉛直的牆壁上，木棒和牆壁之間的夾角為θ，如右圖所示。木棒的重量和長度分別為W和L。若木棒對牆壁和水平地面之間的靜摩擦係數均為μ，則μ的最小值應為何，才能使木棒達到靜力平衡？$\mu_{\min}=$ __(20)__ 。



十六、 一密閉且對外完全絕熱的氣室內，充有n莫耳的單原子理想氣體，其溫度為T_1。今將一熱容量為 C、溫度為T_2（$T_2>T_1$）的小塊金屬移入氣室內，則氣室內的氣體最後達成熱平衡時的溫度為 __(21)__ 。（理想氣體常數為R）

十七、 在北極地區出現的冰山常對航運造成威脅，因此有數種想法被提出以除去冰山。其中之一是在冰山上撒上一薄層的煤灰，使冰山表面形成「黑體」，可完全吸收太陽光，藉以熔化冰山。已知在地球表面上每單位時間每單位面積所接受的平均太陽光能量為 198W/m^2，冰的熔化熱為 333kJ/kg，冰的密度為 920kg/m^3，冰山的厚度為 30m，其形狀不規則，大致為底部大頂部小的圓錐形，試問僅靠陽光的曝曬，在 0℃的海水中，需要多少天才可能將此冰山熔化？ __(22)__ 天。

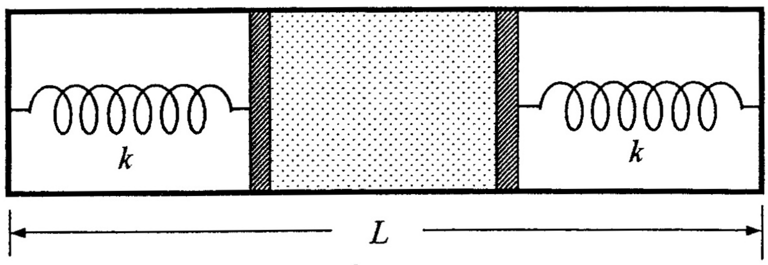
【註】：題中所述的平均太陽光能量已將白天和黑夜的不同日照量，平均計算在內。

十八、 冰箱內冷藏室的溫度一般設定為 4.0℃，冷凍室的溫度為-18.0℃。現將放置在冷藏室內多時的開口瓷杯，其內裝有 5.0cm 深的水，移入冷凍室內。已知水的凝固熱 $L=333kJ/kg$ ，水的密度為 $\rho=1.0\times10^3 kg/m^3$ ，冰的導熱係數為 $k=2.0WK^{-1}m^{-1}$，瓷杯壁的導熱係數很小，可以忽略通過杯壁傳導的熱量，試估計經多久分鐘後，杯內的水可完全冷凍成冰？ __(23)__ 分。（已凝固的冰層溫度可視為維持在-18.0℃）

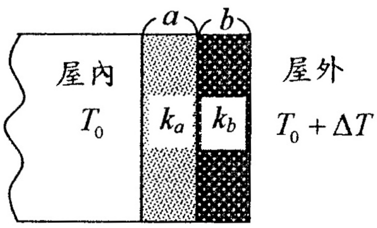
十九、 如下圖所示的絕熱容器，其總長度為L，截面積為A，內有兩個無摩擦的絕熱活塞和兩條力常數為 k 的輕彈簧。起始時，該絕熱容器等分成三個同體積的空間：中間的氣室內充有一莫耳的單原子理想氣體，兩邊的空腔均抽成真空。已知彈簧的自然長度為$L/2$，理想氣體常數為R，回答下列問題：

(1)若欲使氣室內的氣體升高 1°C，則需要供應多少熱量？ __(24)__ 。

(2)若氣室內的氣體升高 1°C，則兩邊活塞各自移動的距離為何？ __(25)__ 。



二十、 如右圖所示的一面牆壁，屋內和屋外壁面的溫差固定為ΔT。該面牆壁由兩層不同導熱性質的隔層材料合成，其厚度分別為 a 和 b，導熱係數分別為k_a和k_b（$k_a > k_b$）。若牆壁內外的溫度分布維持不變，回答下列問題：

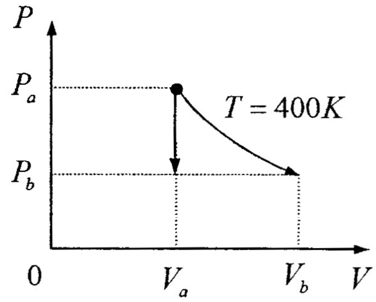


(1)此兩隔層的溫差分別為$\Delta T_a =$ __(26)__；$\Delta T_b =$ __(27)__。(以已給量表示之)

(2)若設定此牆壁的厚度 w 維持不變，即$w = a + b =$定值，但兩隔層的厚度 a 和 b 可以調整改變，且已知同面積的隔層材料，其每單位厚度的材料價格與其導熱係數成正比，則就隔熱效果的經濟效益而言，考慮每單位時間內經由牆壁傳導的熱量和建造該牆壁的材料總價的比值，亦即功能對價格的比值，則兩隔層的厚度比（a/b）為何時，該比值最小（若比值愈小，則隔熱的經濟效益愈大）？__(28)__。

【註】：熱傳導公式為$\dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$，式中$\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$代表截面積為$A$，長度$\Delta x$，兩端面的溫差為$\Delta T$的長方體，每單位時間內由高溫端面傳導到低溫端面的熱量。

二十一、在一密閉的氣缸內充有一莫耳的單原子理想氣體，氣缸可導熱，氣體在起始時的壓力、體積、和溫度分別為P_a、V_a、和 $400K$。參考右圖，回答下列問題：(理想氣體常數$R = 8.314$ J/K)



(1)若氣體以等溫過程，使其體積緩慢地從V_a增至$V_b = 2V_a$時，氣體需吸收多少熱量？__(29)__ J。

(2)若氣體以等體積過程，使其壓力緩慢地從P_a降至P_b，則氣體需放出多少熱量？__(30)__ J。

貳、計算題（每題 15 分，共二題，合計 30 分）

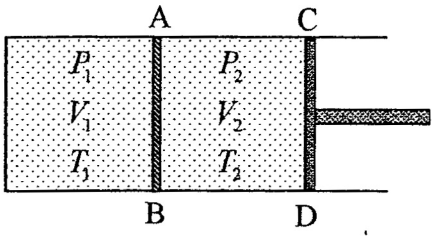
一、 1997 年 6 月 25 日俄羅斯的和平號太空站，因和一艘補給太空船碰撞，致使艙壁上破了一個小洞。艙內的氣壓在 8 分鐘內，從正常的 750mmHg 下降到 675mmHg。已知加壓艙內的體積為 390m^3，溫度為 24℃，利用已給的數據，估算艙壁破洞的大小。

【註】：波茲曼常數$= 1.38\times10^{-23}\,\text{JK}^{-1}$；空氣的平均莫耳分子量$= 28.8\times10^{-3}$kg

【提示】：利用白努利定律。

二、 如下圖所示，一氣缸以一片固定的隔板 AB 分隔為兩氣室，隔板為熱的良導體，其熱容很小可予忽略。左氣室由缸壁和隔板圍住，內有 1 莫耳的氦氣（He）。右氣室由隔板和一可移動的活塞 CD 圍住，內有 1 莫耳的氮氣（N_2）。假設整個氣缸和活

塞都是熱的絕緣體， 起始時兩室中的氣體溫度相等，若使活塞 CD 很緩慢地向右移動，使右室的體積增加，則其內氦氣的溫度 T_2 和體積 V_2 之間的關係式為何？



【註】：在本卷若干試題的計算中，你也許需要用到下列的積分式：

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + 常數$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + 常數$$