

2015 年第 16 屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第 46 屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試試題參考解答(暫定)

壹、填充題

一、(1) 4.2

二、(2) $2v$; ($\frac{2MV}{M+m}$ 給 2 分)

(3) $4\frac{mv^2}{\ell} + mg$

三、(4) $Mg = (M + m)a$

(5) $\tan\theta = (M + m)/M$

四、(6) 0.80

(7) 0.51

五、(8) 下降

六、(9) $P + \frac{mg}{\pi r^2}$

(10) $\left(P + \frac{mg}{\pi r^2}\right)\frac{\rho\pi r^2 l_i}{m} - \frac{mg}{\pi r^2}$

七、(11) 1.6

(12) 6.3×10^3

八、(13) $(\sqrt{10}/2)v$; $\left(\frac{-v}{2}, \frac{-3v}{2}, 0\right)$ 給 3 分

九、(14) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

十、(15) $2\pi\sqrt{\frac{1}{2gc}}$

(16) $4mgc^2x_0^2$

十一、 (17) $\underline{e^{(2n+1)\pi\mu}}$

十二、 (18) $\underline{\frac{9\pi^2 - 32}{36\pi^2}MR^2}$

(19) $\underline{\sqrt{\frac{2I_{C1}}{M}}}$

十三、 (20) $\underline{M\frac{F}{M+m}}$

(21) $\underline{\frac{3}{4}\frac{F-(M+m)g}{(M+m)L}}$

十四、 (22) $\underline{1/2}$

(23) $\underline{z_0\cos\left(\sqrt{\frac{3g}{\ell}}t\right)}$

十五、 (24) $\underline{2R}$

十六、 (25) $\underline{7}$

十七、 (26) $\underline{1,300,000}$

十八、 (27) $\underline{94.66\text{ }\mu\text{m}}$

(28) $\underline{12.75\text{ s}}$

十九、 (29) $\underline{\frac{m\omega^2}{k_BT}}$

(30) $\underline{\frac{m\omega^2}{2k_BT}(R^2-R_1^2)}$

貳、計算題

第 1 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
寫出摩擦力	寫出方塊與圓柱體之間的接觸面之動摩擦 f_k ， 即： $f_k = T v_k = 0.3T$ (1)	1 分	
	寫出方塊與地面的接觸面間的動摩擦力，即 f'_k 等於： $f'_k = (Mg - T v_k) \cdot \mu_k = 0.3Mg - 0.9T$ (2)	1 分	
寫出所有運動方程式，知道解方程式求解	寫出方塊質心的運動方程式為 $F - Mg\mu_k - T(1 - v_k \cdot \mu_k) = Ma$ 或將 $v_k = 0.3$ 和 $\mu_k = 0.3$ 代入，寫出 $F - 0.3Mg - 0.91T = Ma$ (3)	3 分	
	寫出圓柱體質心的運動方程式： $T - f_s = ma$ (4)	3 分	
	寫出圓柱體旋轉的運動方程式： $f_s \cdot r - f_k \cdot r = I\alpha$ ，即 $f_s \cdot r - T v_k \cdot r = \frac{1}{2}mr^2\alpha = \frac{1}{2}mra$ (5) 或 $f_s - 0.3T = \frac{1}{2}ma$ (6)	3 分	
	知道利用三個運動方程式求解 $T = f_s + ma$ $F - 0.3Mg - 0.91f_s = (M + 0.91m)a$ $0.7f_s = 0.8ma$ (6')	1 分	
(a)	解得 $a = \frac{F - 0.3Mg}{M + 1.95m}$	1 分	
(b)	解得 $f_s = \frac{8}{7}m \left(\frac{F - 0.3Mg}{M + 1.95m} \right)$	1 分	
(c)	解得 $T = \frac{15}{7}m \left(\frac{F - 0.3Mg}{M + 1.95m} \right)$	1 分	

第 2 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(a) 共 3 分	當地面的氣溫為 26°C ，相對濕度為 70% 時，利用相對濕度 $= \frac{\text{空氣中的水蒸氣壓}}{\text{當時氣溫的飽和蒸汽壓}} \times 100\%$ ，計算得空氣中的水蒸氣壓 $3.36 \times 10^3 \times 70\% = 2.35 \times 10^3 \text{ Pa}$	3 分	
(b) 共 8 分	寫出離地高度 h 處(及溫度為 T 位置)的水蒸氣分壓 P_{vapor} 為 $P_{\text{vapor}} = 2.35 \times 10^3 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5.23}$	1 分	
	寫出壓力 P 與高度 h 關係式 $P = P_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5.23}$	1 分	
	寫出聯結飽和蒸汽壓和水蒸氣壓的等式 $P_{\text{vapor}} = 2.35 \times 10^3 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5.23} = P_s(T_0) e^{5210 \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$	2 分	
	將飽和蒸汽壓和水蒸氣壓的等式化簡 $\frac{2.35}{3.36} \left(\frac{T}{299} \right)^{5.23} = 0.7 \left(\frac{T}{299} \right)^{5.23} = e^{5210 \left(\frac{1}{299} - \frac{1}{T} \right)}$	1 分	
	知道利用取自然對數，得方程式 $\ln T = 9.10 - \frac{966.18}{T}$	1 分	
	會利用數值解法，即代入數值之近似解法，可得 $T \cong 291 \text{ K}$ ，或 18°C 。	2 分	計算得 $18 \pm 1^{\circ}\text{C}$ 均給分。
(c) 共 4 分	寫出高度 $h = \frac{T_0 - T}{a}$	1 分	
	利用(b)數值代入，並得正確解： $h = \frac{T_0 - T}{a} = \frac{26.0 - (18 \pm 1)}{6.50 \times 10^{-3}} = 1310 \text{ 公尺}$	2 分	計算出 1080~1380 公尺，均可