

2001 年第二屆亞洲物理奧林匹亞競賽
 及第三十二屆國際物理奧林匹亞競賽
 國家代表隊初選考試試題

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

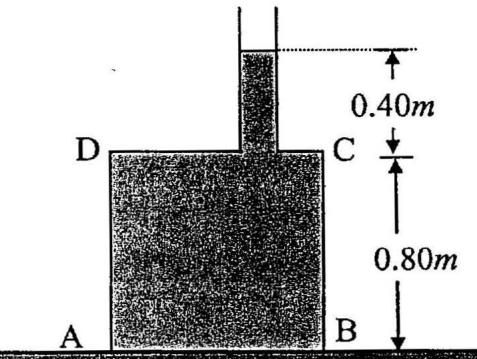
壹、填充題(每格四分，共三十格，合計 120 分)

一、一小山丘的頂部附近可視為一半徑為 50m 的球面。某人開車越過山頂時，車速必須小於 (1) km/h，才不致於在山頂飛離路面。

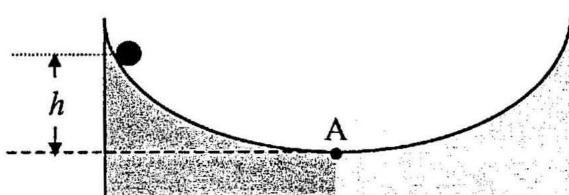
二、長為 10cm 的直尺放置在水波槽中，結果在銀幕上的投影長為 50cm。一脈衝在此水波槽中傳播，根據在銀幕上的觀察，測得該脈衝在 2 秒內移動了 1.6m 的距離。今以 10Hz 的振動起波器產生水波，則該水波的傳播速率為 (2) m/s，其波長為 (3) m。

三、質量為 150g 的小石子從高處以 10.0m/s 的速度沿水平方向拋出，落地時的速率為 20.0m/s。若不計空氣阻力的影響，則小石子的落地處與拋出處之間的水平距離為 (4) m。若落地處為一平地，且小石子落地後靜止不動，則地面作用於小石子的衝量量值為 (5) 。

四、如右圖所示，在地面上有一邊長為 0.80m 的立方形水槽 ABCD，上方連有一截面積為 0.010m^2 的直管。將水槽充滿水直至水面在管內的高度為 0.40m。若水槽和直管的質量可忽略不計，則槽內的水施予水槽底面 AB 的力為 (6) N；地面施予水槽底面 AB 的力為 (7) N。

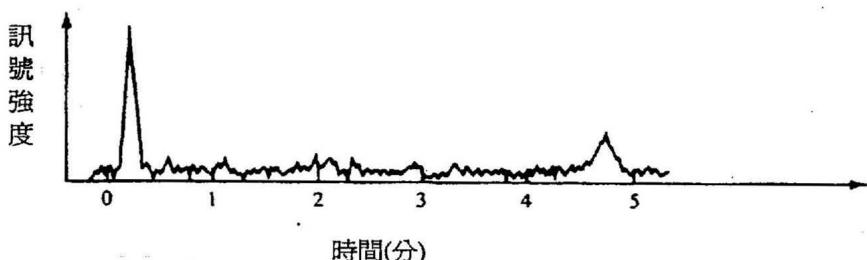


五、如右圖所示，一半徑為 R，質量為 M 的剛球，由左方高度為 h 處自靜止開始，順著曲面作純滾動而下，直至底面 A 處。若在底面 A 處的右方為光滑曲面，則此球在右方曲面上所能上升的最大高度為 (8) 。



【註】球對其中心的轉動慣量為 $\frac{2}{5}MR^2$ 。

六、現代測量長距離的方法是使用雷達波的測距技術。利用此技術，我們可以準確地測出金星公轉軌道的半徑。當金星最靠近地球時，從地球上發射一短脈衝的雷達波(波長約為 30cm 的無線電波)，然後量出該脈衝自發射以迄回收所需的時間。下圖為雷達波訊號的接收紀錄，根據此圖計算出金星公轉的半徑為 (9) m 。(已知地球公轉的軌道半徑為 $1.49599 \times 10^{11}\text{m}$ ；光速為 $2.99793 \times 10^8\text{m/s}$ 。)

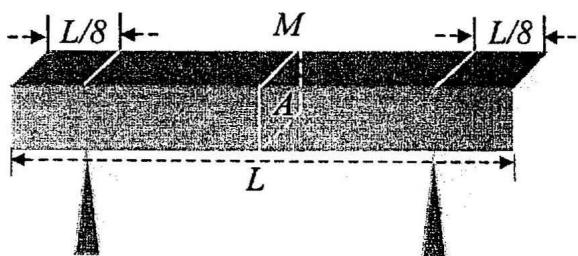


七、市內公車的行車速率限制為 40 公里/小時，而且公車從頭至尾的長度約為 10 公尺，比一般車輛長。當公車要通過十字路口之前，遇到黃燈變亮，司機有時候會覺得：想要踩煞車，但可能來不及在紅燈變亮之前，及時煞停在十字路口的界線；想要繼續以限速等速度通過路口，也可能來不及在紅燈變亮之前，及時使車尾通過十字路口對面的界線。造成這種令司機困擾的主要因素是黃燈變亮的時間和行車的速率兩者不搭配。假設某十字路口的寬度為 20 公尺，司機由踩油門改換成踩煞車的反應時間為 0.50 秒，而且公車在煞車時是以 8.0 m/s^2 的負值加速度，作等減速度運動。

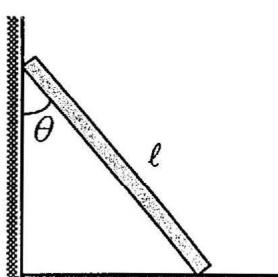
(a) 如果公車的行駛速率為 40 公里/小時，在離路口界線為 d 公尺時，司機看到黃燈變亮，就立即踩煞車，則欲使車子能煞停在路口的界線上， d 的最小值為何？(10) m 。

(b) 承(a)小題，如果車子離路口的距離小於上述 d 的最小值，這時要想煞車也來不及了，則欲使車子能夠在黃燈亮的時間內，以 40 公里/小時的限速安全通過路口，則黃燈亮的時間最短要維持幾秒？(11) s 。

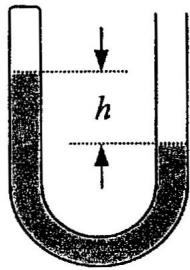
八、如右圖所示之均勻長方體剛體，質量為 M ，長度為 L ，在距離兩端 $L/8$ 處，各以一光滑的刀口支架將其頂住。當靜力平衡時，剛體右半邊透過中分垂直截面 A 施予左半邊的力矩量值為 (12) 。



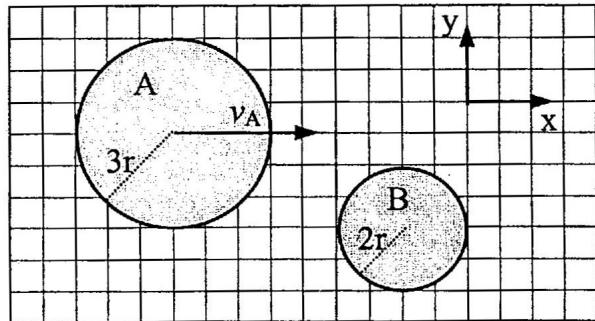
九、一長度為 ℓ 的均勻長桿，斜靠在一面光滑的鉛直牆壁上，如右圖所示。若桿子和地面之間的靜摩擦係數 $\mu = 0.5$ ，則欲使桿子保持平衡，不致於滑動，桿子和牆壁之間的夾角 θ 應在什麼範圍內？(13) 。



十、一端封閉，另端開口的 U 型管內裝有水銀，閉管內水銀面的上方可視為真空，平衡後左右兩管內水銀面的高度差為 h ，如右圖所示。當此系統以加速度 a ($a < g$) 鉛直向下運動時，兩管內水銀面的高度差為 h' ，則 $\frac{h'}{h} = \underline{(14)}$ 。



十一、如右圖所示，在光滑水平面上放置兩個密度相同的圓盤，A 和 B，其半徑分別為 $3r$ 和 $2r$ 。A 圓盤沿著圖示的方向，以速度 $v_A = 20\text{ m/s}$ 朝向 B 圓盤運動。若兩圓盤之間的摩擦可以忽略不計，則 B 圓盤被碰撞後的速度為 $\underline{(15)}$ 。



十二、邊長為 0.20m 的立方形木塊靜止浮在池面上，恰有一半露出水面。某人施力將木塊緩緩壓至 0.80 m 深的池底，則此人所作的功為 $\underline{(16)}$ J。

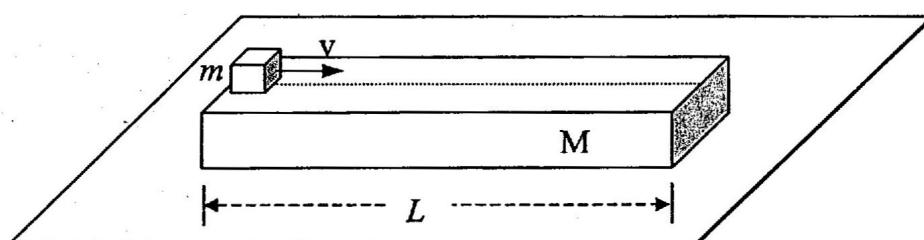
十三、一質量為 M ，速度為 v 的甲飛彈，在高空沿水平方向飛行途中，被一質量為 $M/2$ 、速度為 $2v$ 的乙飛彈，從正下方垂直入射擊中。擊中後的瞬間，兩飛彈共爆炸成四部份，其質量分別為 $m_1 = M/2$ 、 $m_2 = M/6$ 、 $m_3 = M/2$ 、和 $m_4 = M/3$ ，其中 m_1 仍沿甲飛彈原飛行的方向運動； m_2 沿甲飛彈原飛行方向的相反方向運動； m_3 沿鉛直方向向上運動； m_4 靜止不動。若飛彈爆炸時所釋放的總能量為甲飛彈未被擊中前動能的五倍，設 v_1 、 v_2 、 v_3 分別為 m_1 、 m_2 、 m_3 的速率，則 $v_1 : v_2 : v_3 = \underline{(17)}$ 。

十四、一挑夫肩挑一長度為 L ，重量為 W 的均勻剛性扁擔，前後兩端各挑重 $4W$ 及 W 的兩擔重物。起始時挑夫所挑的扁擔(連同重物)呈水平靜止，此時挑夫肩部所承受的力為 $\underline{(18)}$ 。今若扁擔後端的懸繩突然斷裂，則當懸繩斷開的瞬間，挑夫肩部所承受的力為 $\underline{(19)}$ 。

【註】已知一均勻直棒對通過棒上 O' 點的垂直軸的轉動慣量為 $I = \frac{1}{12}ML^2 + Mh^2$ ，

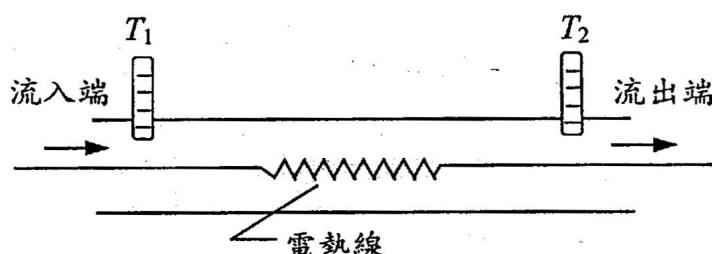
式中 M 為直棒的質量， L 為棒長， h 為 O' 點與直棒質心 O 點之間的距離。

十五、如下圖所示，在一光滑水平面上，靜置有一質量為 M ，長度為 L 的長方體。一質量為 m 、長度可忽略的小木塊，在長方體上面，由左端沿中線以水平初速 v 開始向右滑行。若木塊與長方體之間的動摩擦係數為 μ ，且木塊不會由長方體右端掉落，則木塊初速 v 之最大值為 (20)。



十六、已知 A 和 B 兩種理想氣體的定容(即體積保持一定)莫耳熱容分別為 C_1 及 C_2 ，若將 n_1 莫耳的 A 氣體和 n_2 莫耳的 B 氣體相混合，則其定容莫耳熱容為 (21)。

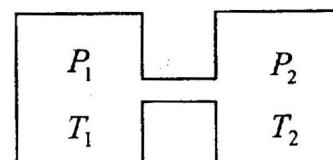
十七、下圖所示是一種測量液體比熱的卡計示意圖。密度為 0.80 g/cm^3 的液體以 $10.0 \text{ cm}^3/\text{s}$ 的流量速率流經卡計。卡計內裝有一 240 W 的電熱線加熱液體。已知在穩定狀態時，流入端與流出端的液體溫度分別為 20°C 及 35°C ，則在兩端之間中點處的溫度為 (22) $^\circ\text{C}$ ；若不計熱量的散失，此液體的比熱為 (23) $\text{J/g}^\circ\text{C}$ 。



十八、一開口的熱氣球以長繩繫住，使浮在一定高度的空中。熱氣球內的空氣由起始溫度 T_i 升溫至最後溫度 T_f 的加熱過程中，氣球的體積保持不變。試求當氣球內空氣的溫度分別是 T_i 和 T_f 時，其分子數的比值 $\frac{N_i}{N_f} = \underline{(24)}$ ；氣體分子總動能的比值 $\frac{K_i}{K_f} = \underline{(25)}$ ；氣體分子平均間距的比值 $\frac{d_i}{d_f} = \underline{(26)}$ 。

十九、如右圖所示的兩個大容器，內裝相同的理想氣體，其壓力和絕對溫度分別為 P_1 、 T_1 和 P_2 、 T_2 。連接兩容器之細管，其口徑遠較兩容器內氣體分子之平均自由路徑為小。若兩容器之溫度 T_1 與 T_2 固定不變，則達穩定態時，

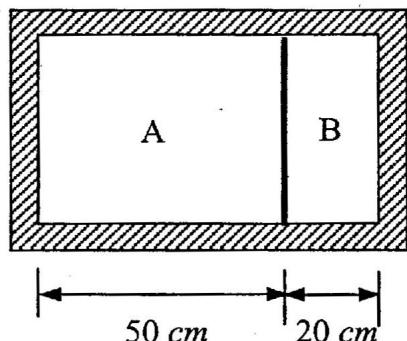
兩容器內氣體壓力的比值 $\frac{P_1}{P_2} = \underline{(27)}$ (以 T_1 與 T_2 表示之)。



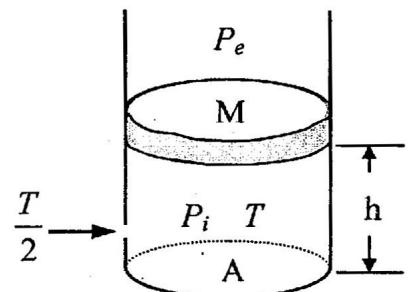
二十、一絕熱良好的密閉容器，以導熱良好的活塞隔成 A 和 B 兩氣室，其大小如右圖所示。活塞的截面積為 100cm^2 ，A 和 B 兩氣室裝有理想氣體，其起始的氣體壓力分別為 $P_A = 1.0 \times 10^5 \text{Pa}$ 和 $P_B = 2.0 \times 10^5 \text{Pa}$ 。

(a) 現釋放活塞，使其可以自由滑動，則達平衡狀態時，B 室的氣體體積為 (28) cm^3 。

(b) 若活塞改為由絕熱物質所製成，且起始時 A 和 B 兩室的氣體溫度相等，現使活塞可以自由滑動，則達平衡狀態時，B 室的體積比(a)小題中所得者變大或變小？(29)（寫大或小，且必須簡述理由）。



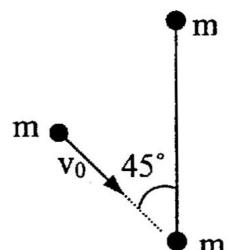
二十一、有一鉛直置放的絕熱唧筒，如右圖所示，內含 n 莫耳，溫度為 T 的單原子理想氣體，活塞的截面積為 A ，質量為 M ，唧筒外面的大氣壓力為 P_e ；唧筒內的氣體壓力為 P_i ，起始平衡時的活塞高度為 h 。活塞和唧筒內壁之間的摩擦可以忽略不計。現在打開唧筒底部的一小孔，緩慢地通入 n 莫耳，溫度為 $\frac{T}{2}$ 的相同氣體。當達成新平衡狀態時，活塞的高度變為 h' ，則 $\frac{h'}{h} = \underline{(30)}$ 。



貳、計算題(每題十五分，共二題，合計 30 分)

一、一質量可以忽略不計，長度為 l 的剛體細桿，其兩端各連結有一個質量為 m 的質點，靜止置放在一光滑的水平面上。現有一質量亦為 m 的質點，以初速度 v_0 ，沿與細桿成 45° 的方向，和桿上的一個質點發生完全彈性碰撞，如右圖所示。試問碰撞後：

- (1) 細桿旋轉的角速度為何？
- (2) 細桿如何運動？
- (3) 入射質點的運動方向為何？



二、本題考慮熱輻射的問題。有關熱輻射的背景知識敘述如下：

若一物體表面的絕對溫度為 T ，發射率為 e ，則該物體表面每單位面積在每單位時間內所輻射出的電磁波能量，稱為輻射能通量密度， $J = e\sigma T^4 (\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2})$ ，式中 $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} (\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-4})$ ，稱為史特凡-波茲曼常數。通常 $e < 1$ ，但對黑體而言， $e = 1$ （即為完全輻射）。如果物體周圍的環境溫度為 T_0 ，則須考慮物體表面對入射輻射能的吸收。假定入射的輻射能通量密度為 σT_0^4 ， a 為物體表面的吸收率，則該物

體表面所吸收的輻射能通量密度為 $J' = a\sigma T_0^4$ ，通常 $a < 1$ ，但對黑體而言， $a = 1$ （即為完全吸收）。因此物體表面對入射能量的反射率為 $r = 1 - a$ 。從理論上我們可以證明物體表面的放射率和吸收率相等，即 $e = a$ ，此稱為克希何夫定律(Kirchhoff's Law)。我們可以說：容易輻射能量的物體，也容易吸收入射的能量。

- (1) 有一金屬圓柱體的表面積為 S ，其內部裝有電熱絲，通電後可以生熱，供熱的功率為 P 。起始時圓柱體的表面以砂紙磨亮，其輻射發射率可視為零，經通電加熱後，利用熱電偶測得圓柱體表面達成熱平衡時的溫度為 T_1 。現利用蠟燭將該圓柱體表面燻黑，其輻射發射率可視為 1，以同樣的方式通電加熱，則圓柱體表面的熱平衡溫度為 T 。設當時金屬圓柱體周圍的環境溫度為 T_0 ，在實驗期間穩定不變。因熱傳導和對流而損失的熱量功率可合理假設為正比於圓柱體表面溫度和環境溫度的差值。試求 T 和上述的已知量，即 S 、 P 、 T_1 、和 T_0 之間的數學關係式為何？
- (2) 下列為已知量的數值：
電熱絲的供熱功率 $P = 15.0W$ ；
金屬圓柱體的表面積 $S = 24.8cm^2$ ；
金屬圓柱體表面磨亮時的熱平衡溫度 $T_1 = 212^\circ C$ ；
環境溫度 $T_0 = 25^\circ C$ 。
試求圓柱體表面燻黑時的熱平衡溫度 T 為何？