

# 2004年第五屆亞洲物理奧林匹亞競賽及 第三十五屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試

## 理論試題

2003年11月1日

13:30~16:30

考試時間：三小時

### <<注意事項>>

- 1、本試題包括填充題三十格及計算題兩大題，合計總分為150分。
- 2、填充題部分，請直接將答案填入指定之答案格內，未填入指定之位置者不予計分。
- 3、計算題部分，請於答案卷上指定之位置作答。
- 4、可使用無程式之掌上型計算器。

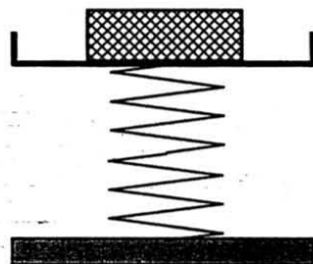
2004 年第五屆亞洲物理奧林匹亞競賽  
及第三十五屆國際物理奧林匹亞競賽  
國家代表隊初選考試試題

※本試題含填充題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

壹、填充題(每格四分，共三十格，合計 120 分)

一、一圓盤自靜止開始，以等角加速度旋轉。已知轉第一圈費時 5.0 秒，則轉第二圈所需的時間為 (1) 秒。

二、在圖一所示彈簧秤的秤盤上，放置一磚塊，當磚塊靜止時，彈簧秤顯示的讀數為磚塊的重量  $W$ 。若將此磚塊往上提離秤盤，使彈簧秤恢復原狀（即讀數歸零），再將此磚塊輕輕地放置在秤盤上，則彈簧秤在受力下壓的過程中，所顯示的最大讀數為 (2)。

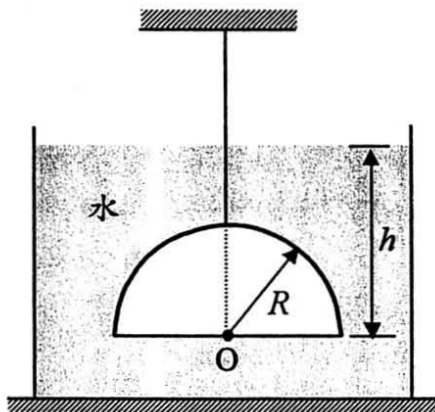


圖一

三、當大星球內部的原子核反應物質消耗殆盡時，由於重力的作用，星球最後會急速縮小形成密度很大、轉速很快的毫秒脈衝星，稱為中子星。已知一半徑 10km 的中子星是由半徑為  $10^6$  km 的星球縮小形成的，其轉速為每秒 6000 轉，假設星球在整個塌縮過程中，質量保持不變，且原來的大星球可視為密度均勻之固體模型，則大星球的轉速約為多少？ (3) rad/s。

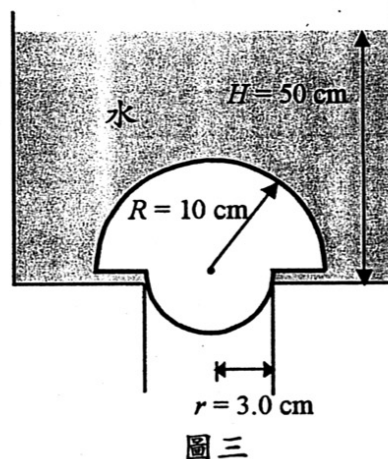
四、假想從地球的北極處，沿水平方向以初速  $v = \sqrt{\frac{4}{3}Rg}$  發射一物體，式中  $R$  為地球的半徑， $g$  為地球表面上的重力加速度。若不考慮大氣對物體運動的影響，則該物體的運動軌跡為何種形狀？ (4)。又該物體在運動過程中，離開地球表面的最大高度為何？ (5)。

五、一密度大於水、不透水的均質半球形物體以細繩懸之，使浸入水中，半球的平面部分平行於水面，如圖二所示。設半球的半徑為  $R$ 、重量為  $W$ ，細繩的延長線通過球心  $O$ ，半球的底面距水面的高度為  $h$ 。水的密度為  $\rho_0$ ，重力加速度為  $g$ ，則平衡時，繩上的張力為 (6)，水對半球的曲面部分的合力量值為 (7)。



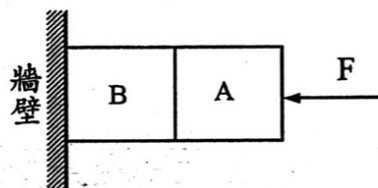
圖二

- 六、如圖三所示的水槽中，裝有深度為 50cm 的水，其下部有一半徑為 3.0cm 的排水孔。有一個均勻材質的塞子，由兩個半徑不同的半圓球所組成，其上半球的半徑為 10cm，下半球的半徑為 3.0cm，因此塞子恰可將排水孔堵住，而不讓水流出。設水的密度為  $1.0 \text{ g/cm}^3$ ，試問在此水深的情況下，若欲使塞子恰可將排水孔堵住，則塞子的最小密度為 (8)  $\text{g/cm}^3$ 。



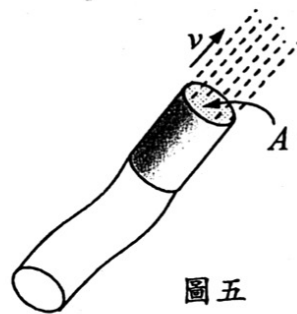
圖三

- 七、如圖四所示，以一水平力  $F$ ，將 A 和 B 兩木塊疊壓在鉛直牆壁上。已知 A 的重量為 1N，B 的重量為 3N，A 和 B 之間的靜摩擦係數為 0.2，B 與牆壁間的靜摩擦係數為 0.5，若欲使 A 和 B 皆不滑動，則  $F$  的最小值為何？(9) N。



圖四

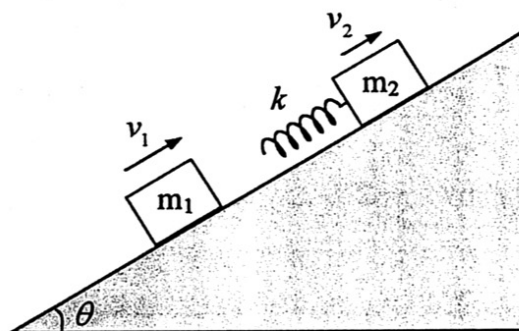
- 八、(a) 已知一消防水管的截面積為  $A$ ，水從管口噴出的速率為  $v$ ，水的密度為  $\rho$ ，如圖五所示，則每單位時間內從管口處噴出的水的動量為何（以已知量表示之）？(10)。



圖五

- (b) 設消防水管管口的半徑  $r = 2.54 \text{ cm}$ ，水噴出的速率  $v = 15.0 \text{ m/s}$ ，若以該水管垂直地噴射附近的一堵牆壁，假設水柱不分散，且入射在牆壁上的水珠不反彈，而沿著牆面散開，則牆壁上所承受的壓力為 (11)  $\text{N/m}^2$ 。又若欲將水噴出的方向轉動  $60^\circ$ ，則消防員需在握把處，施加多大的力？(12) N。

- 九、如圖六所示，在一固定且光滑的無限長斜面上，有一質量為  $m_1$  的木塊，由下往上追撞另一帶有輕彈簧且質量為  $m_2$  的木塊。若斜面的斜角為  $\theta$ ，且木塊的初速各為  $v_1$  與  $v_2$  ( $v_1 > v_2$ )，設重力加速度為  $g$ ，彈簧的力常數為  $k$ ，則在整個過程中，彈簧的最大壓縮量為 (13)。

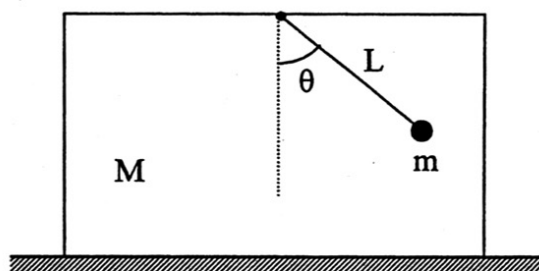


圖六

- 十、考慮由一個小行星和一個恆星所構成的系統，質量為  $m$  的小行星，在半徑為  $r$  的圓形軌道上，以速率  $v$  環繞恆星運行。今有一質量同為  $m$  的隕石，自無窮遠處以相同的速率  $v$  進入此系統。隕石通過此系統後，其趨近於無窮遠處的速率變為原來的一半。在隕石離開後，此系統的小行星仍以圓軌道環繞恆星運轉。上述所涉及的速度

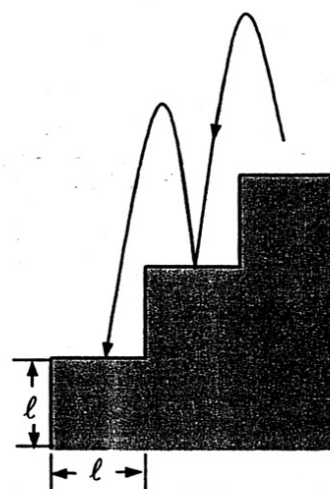
皆指相對於恆星而言。假設在本題中不考慮自轉的影響，則最後小行星的環繞週期為 (14)，軌道半徑為 (15)。(答案以已知量表示之)

- 十一、如圖七所示，一質量為  $m$  的小物體，以質量可忽略、長度為  $L$  的細繩，懸吊於質量為  $M$  的空箱頂部，此箱底部和水平地板之間有摩擦力。最初施力於物體和空箱，使細繩張緊，繩與鉛垂線之間的夾角  $\theta$  為  $90^\circ$ ，且物體與空箱均保持靜止。當施力除去後，小物體開始擺動。若空箱在  $\theta = 60^\circ$  時開始滑動，則此時繩上的張力為 (16)。(設重力加速度為  $g$ )



圖七

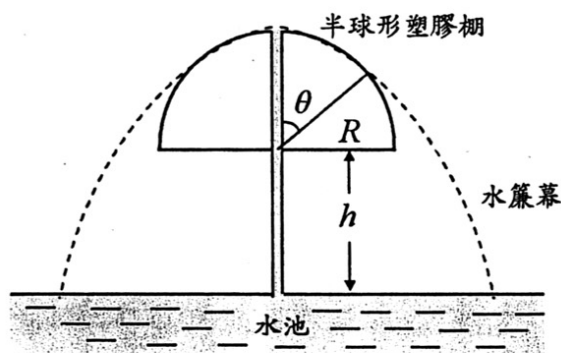
- 十二、如圖八所示，一小鋼珠順著樓梯台階彈跳而下，每次均落在每一台階的同一位置上，且反彈之高度相對於該台階均相等。已知每一樓梯的台階高度與寬度均為  $l$ ，鋼珠的恢復係數為  $e$ ，且忽略空氣阻力的影響，求小鋼珠的水平速度 (17) 和反彈高度 (18)。



圖八

【註】：恢復係數  $e$  定義為在物體碰撞後和碰撞前，沿鉛直方向的速度分量的比值。

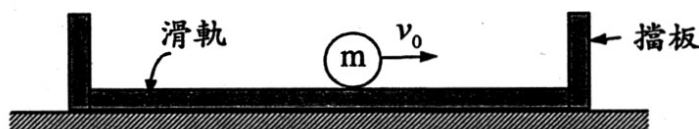
- 十三、如圖九所示的公園造景，水池中鉛直豎立一水管，上方的管口位於一半徑  $R = 1.35\text{ m}$ 、表面光滑的半球形塑膠棚的頂點，半球形塑膠棚的下方平面距池面的高度  $h = 2.10\text{ m}$ 。當水從管中向上流，自管口湧出後，會沿著圓弧面向下滑，流到水池中，形成類似傘面的水簾幕。假設水與塑膠圓弧面之間的摩擦力可忽略，且水自圓弧面頂點向下流的初速為零，則水在  $\theta = \text{ (19) }$  處脫離圓弧面，水簾幕在池面上形成的圓半徑為 (20) m。(設重力加速度  $g = 10\text{ m/s}^2$ )



圖九

- 十四、如圖十所示，起始時有一質量為  $M$  的滑軌，靜置在一光滑的水平地面上，滑軌上有一質量為  $m$  的小球，從滑軌的一端以初速  $v_0$  向另一端運動。假設小球與滑軌之間的摩擦力可以不計。滑軌兩端皆有一擋板，當小球與擋板碰撞時，其恢復係數為  $e$  (即小球與擋板碰撞後的相對速度與碰撞前的相對速度的比值)。當小球和擋板之

間經過  $n$  次碰撞後，而在第  $n+1$  次碰撞前，滑軌在水平面上的速度為 (21) (以已知量表示之)。



圖十

十五、將一定量的理想氣體封存於一個氣密的容器內，已知在絕對溫度  $T$  時，氣體佔有體積  $V$ ，今加熱使氣體的體積增加  $\Delta V$  ( $\Delta V \ll V$ )，且在加熱過程中，氣體的壓力維持一定，則氣體的膨脹係數為 (22)。

十六、假設大氣壓力隨海拔高度  $y$  之遞減的關係式為  $P(y) = P_0 e^{-ky}$ ，式中  $P_0$  為海平面上的大氣壓， $k$  為常數。今有一密閉的氦氣球在海平面(絕對溫度為  $T_0$ )時的體積為  $V_0$ 。在下面的問題中，若氣球內的氣壓與溫度維持與外界相同，求

(a) 當氣球上升到海拔高度為  $H$ ，氣溫為絕對溫度  $T$  的高處時，其體積為何？

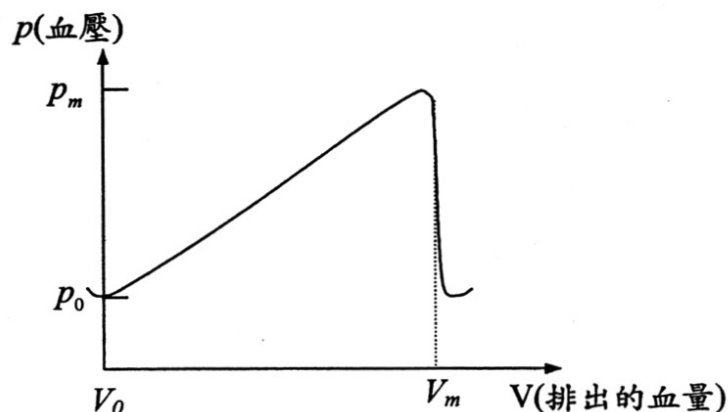
(23) (以已知量表示之)。

(b) 氣球所受的浮力在高度  $H$  處與在海平面處的差值為何？(24)。

十七、圖十一所示為常人心臟跳動一次的過程中，血壓  $p$  和從心臟中排出血量  $V$  的關係曲線。圖中  $p_m$  為心臟收縮時的血壓，稱為收縮壓； $p_0$  為心臟舒張時的血壓，稱為舒張壓。設  $p_m = 120 \text{ mmHg}$ ， $p_0 = 80 \text{ mmHg}$ ，心臟收縮和舒張時所排出的血量的差值為  $V_m - V_0 = 75 \text{ cm}^3$ ，則心臟跳動一次所作的功約為多少焦耳？(25) J；

心臟的跳動相當於一熱機的運作，若心臟每秒跳動一次，且其熱機效率為 15%，則每一天必須供應給心臟的熱能約為多少千卡？(26) kcal。

【註】： $1 \text{ mmHg} = 1.33 \times 10^2 \text{ N/m}^2$



圖十一

- 十八、將一功率為  $P = 500\text{ W}$  的加熱器置於裝水的碗中，經過  $2.0$  分鐘後，水溫從  $T_1 = 85^\circ\text{C}$  上升到  $T_2 = 90^\circ\text{C}$ 。之後將加熱器關掉  $1.0$  分鐘，發現水溫下降  $1.0^\circ\text{C}$ 。試估算碗中所裝水的質量為何？(27) kg。(設水的比熱  $s = 4.2 \times 10^3\text{ J/kg}\cdot\text{K}$ )

下兩題為有關熱輻射的問題，下面提供熱輻射的背景知識，作為解題時的參考。

【註】：若一物體表面的絕對溫度為  $T$ ，發射率為  $e$ ，則該物體表面每單位面積在每單位時間內所輻射出的電磁波能量，稱為輻射能通量密度， $J = e\sigma T^4$  ( $\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}$ )，式中  $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$  ( $\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-4}$ )，稱為史特凡-波茲曼常數。通常  $e < 1$ ，但對黑體而言， $e = 1$  (即為完全輻射)。如果物體周圍的環境溫度為  $T_e$ ，則須考慮物體表面對入射輻射能的吸收。假定入射的輻射能通量密度為  $\sigma T_e^4$ ， $a$  為物體表面的吸收率，則該物體表面所吸收的輻射能通量密度為  $J' = a\sigma T_e^4$ ，通常  $a < 1$ ，但對黑體而言， $a = 1$  (即為完全吸收)。因此物體表面對入射能量的反射率為  $r = 1 - a$ 。從理論上我們可以證明物體表面的放射率和吸收率相等，即  $e = a$ ，此稱為克希何夫定律(Kirchhoff's Law)。我們可以說：容易輻射能量的物體，也容易吸收入射的能量。

- 十九、利用人體熱輻射的變化，可以監測體溫的變化。正常人的體溫約為  $37^\circ\text{C}$ ，若欲能鑑別體溫的變化量至  $\Delta T = 0.10^\circ\text{C}$ ，則所需測溫儀器的熱輻射鑑別率  $\frac{\Delta H}{H} =$  (28) %，式中  $H$  為人體的熱輻射功率， $\Delta H$  為其變化量。

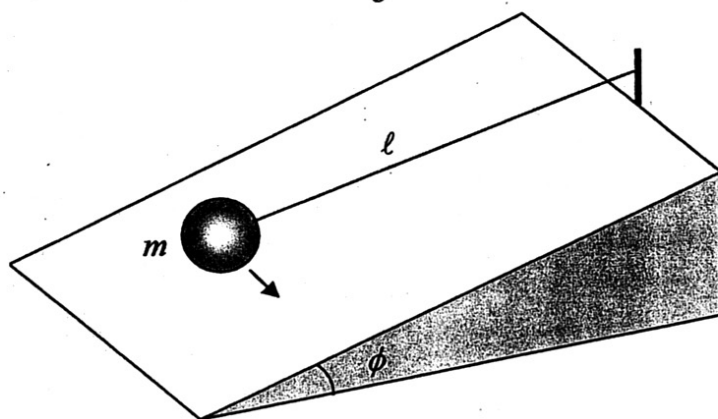
- 二十、到達地球大氣層外表的太陽輻射能，約有  $50\%$  可傳到地表。若在大氣層外表處的太陽能輻射強度  $S$  (即在垂直於射線的截面上，每單位面積通過的輻射功率) 為  $1.37\text{ kW/m}^2$ ，地面可視為黑體，且由地面所輻射出去的能量不再返回，則在穩定態時的地面溫度約為 (29) K；實際上由於自然溫室效應，地面溫度約為  $287\text{ K}$ ，由此可推知經由溫室效應而返回地面的熱輻射，其對地面的輻照度 (即照射至地面，每單位面積的熱輻射功率) 約相當於太陽能輻射強度  $S$  的 (30) %。

## 貳、計算題 (每題十五分，共二題，合計 30 分)

- 一、(1) 有一長度為  $\ell$ 、質量可忽略的細繩，其一端繫結一質量為  $m$  的質點，形成單擺，細繩和斜面平行。若將此單擺置於一斜角為  $\phi$  的光滑斜面上 (如圖十二所示)，使作小角度的擺動，則其週期為何？
- (2) 若將(1)小題中的質點，改換成質量為  $m$ 、半徑為  $R$  的剛球，仍然擺放在同樣的光滑斜面上，細繩的延線通過球心，且和斜面平行，使作小角度的擺動，則其週期為何？
- (3) 承(2)小題，若斜面不光滑，小球和斜面之間有摩擦力，已知剛球在斜面上的運動為純滾動，則當此單擺作小角度的擺動時，其週期為何？



【註】：剛球繞其球心的轉動慣量  $I = \frac{2}{5}mR^2$ 。



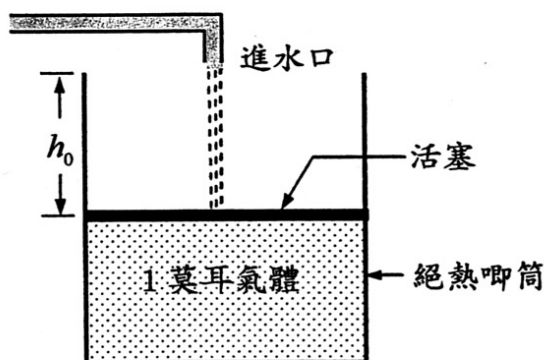
圖十二

二、如圖十三所示的絕熱唧筒，內裝有一截面積為  $A = 1000 \text{ cm}^2$  的活塞，其質量很小，可忽略不計。唧筒內充有一莫耳的單原子理想氣體，其起始溫度為  $0^\circ\text{C}$ ，唧筒內外的壓力均為 1 大氣壓。現從活塞的上方高度為  $h_0 = 120 \text{ cm}$  處，緩慢地注入總質量為  $M = 100 \text{ kg}$  的純水。當唧筒內的氣體達到靜止平衡後，其溫度為何？

【註】：(i) 一莫耳單原子理想氣體的內能為  $\frac{3}{2}RT$ ，式中  $R = 8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ ， $T$  為氣體的絕對溫度。

(ii) 本題中假設純水下落到活塞上而獲得的動能，最後都轉換成唧筒內氣體的內能；又水從進水口處流出的初速可視為零。

(iii) 一大氣壓  $= 101293 \text{ N/m}^2$ 。



圖十三