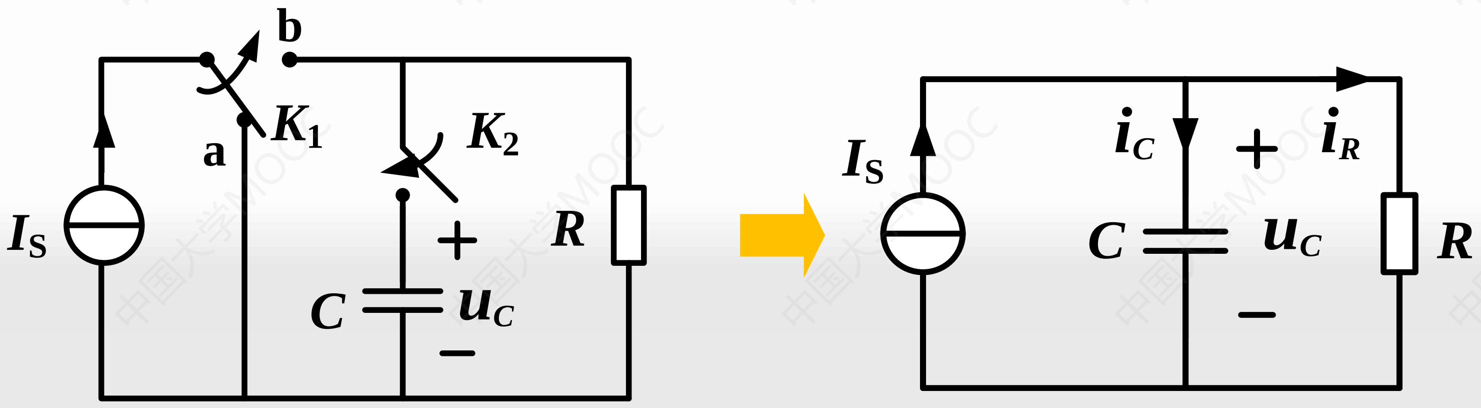
电路原理

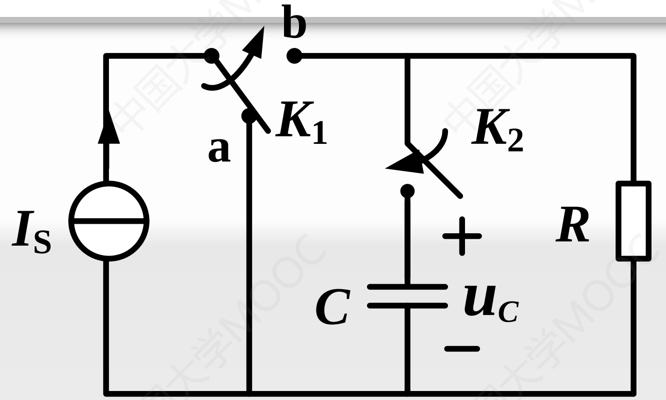
一阶电路全响应

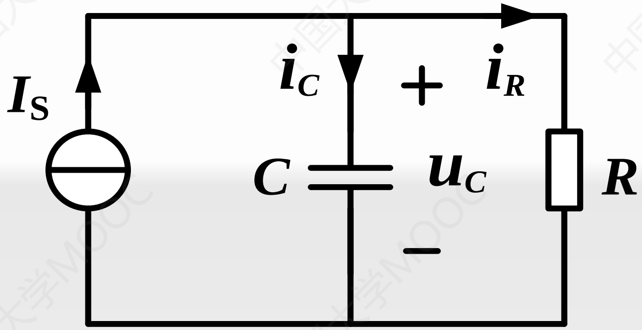
全响应：电路的初始状态不为零，同时又有外加激励源作用时电路中产生的响应。



(a) (b)

$u_C(0_-)=U_0$，t=0时开关K_1由a倒向b端，同时K_2闭合。换路后电路如图 (b)所示。





$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=RI_S \qquad (t \geqslant 0)$$ —— 一阶线性非齐次微分方程。

其解为：$u_C(t)=u_{Ch}(t)+u_{Cp}(t)=K\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}+RI_S$

齐次通解　　非齐次特解

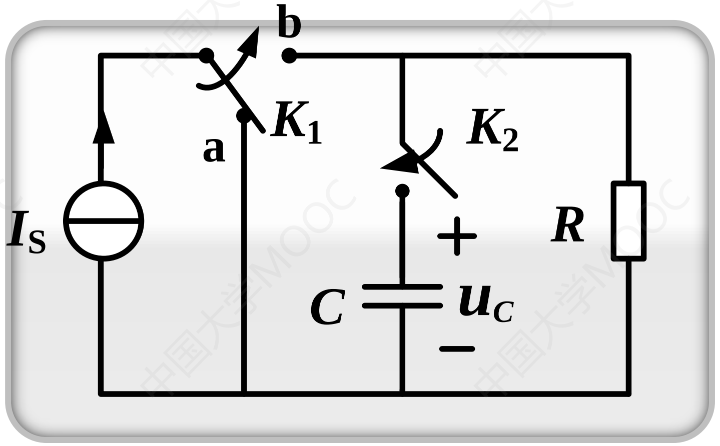
由换路定律和初始条件得

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=K+RI_S=U_0 \Rightarrow K=U_0-RI_S$$

$$\boxed{u_C(t)=(U_0-RI_S)\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}+RI_S \quad (t\geq 0)}$$

1 全响应的两种表达方式

$$u_C(t)=(U_0-RI_S)e^{-\frac{t}{\tau}}+RI_S \qquad (t\geq 0)$$



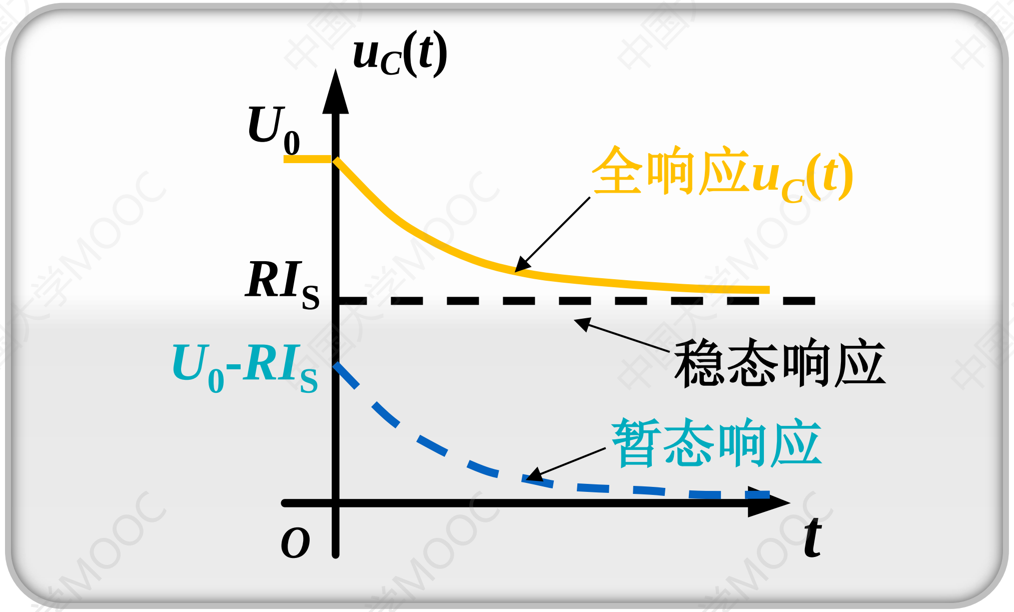
分析: 全响应的第一种表达式

$$u_C(t)=RI_S+(U_0-RI_S)e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$=\underline{u_C(\infty)}+\underline{\left[u_C(0_+)-u_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

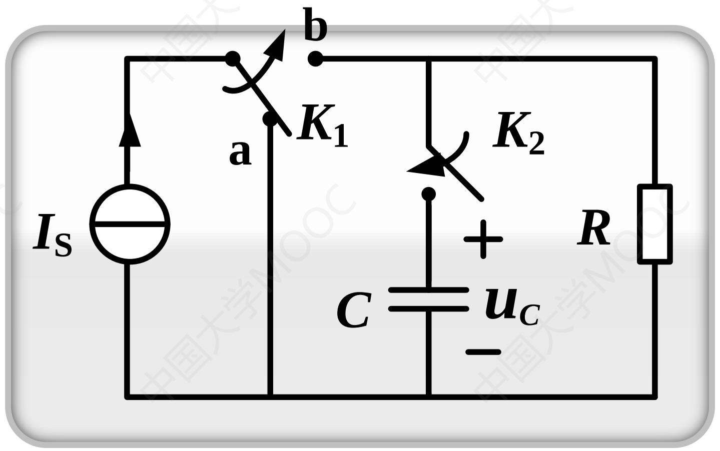
稳态(强制)响应

暂态(自由)响应

全响应 = 稳态响应 + 暂态响应



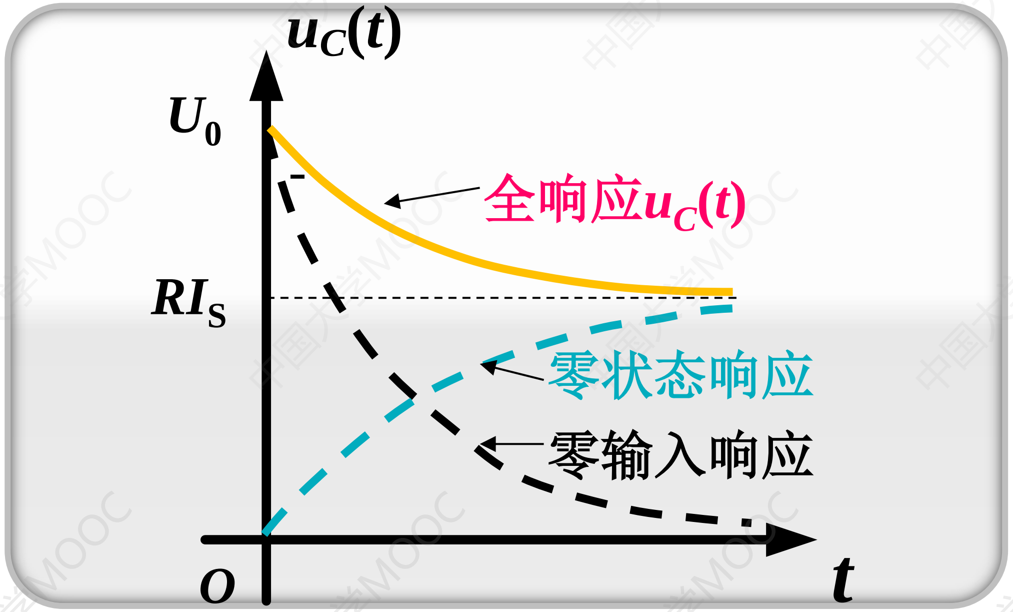
$$u_C(t)=(U_0-RI_S)e^{-\frac{t}{\tau}}+RI_S \quad (t\geq 0)$$



分析：全响应的第二种表达式

$$u_C(t)=U_0e^{-\frac{t}{\tau}}+RI_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$=\underbrace{u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{零输入响应}}+\underbrace{u_C(\infty)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}_{\text{零状态响应}}$$



全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

2. 一阶电路的三要素公式

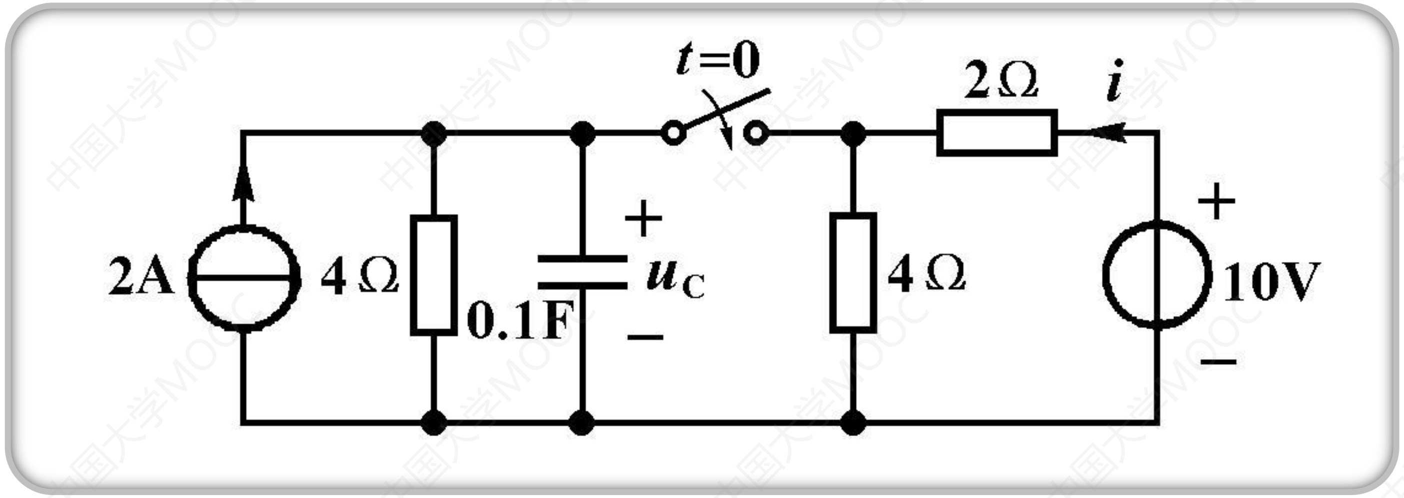
一阶电路中任意响应 $f(t)$ 的全响应为：

$$f(t)=f(\infty)+\left[f(0_+)-f(\infty)\big|_{t=0}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

（三要素）

$$\begin{cases} f(0_+) & \text{----} \quad \text{初始值} \\ f(\infty) & \text{----} \quad \text{最终稳态值} \\ \tau & \text{----} \quad \text{时间常数} \end{cases}$$

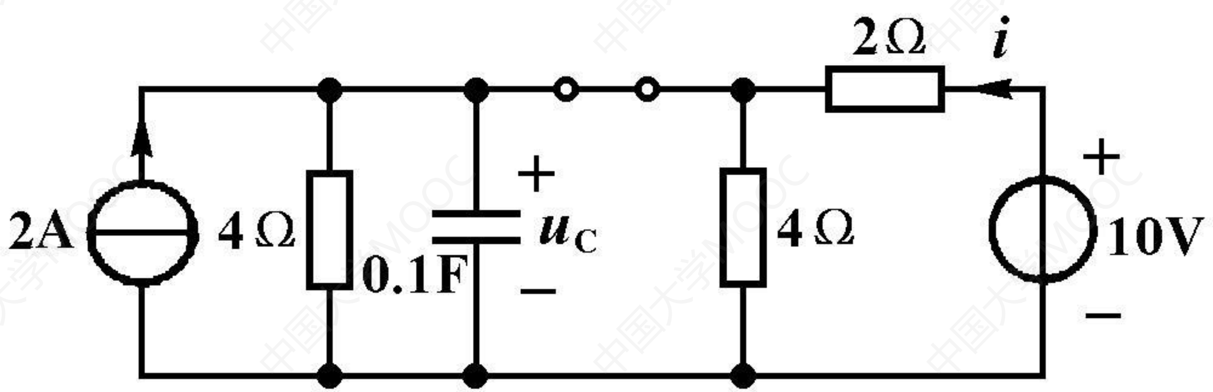
例 图所示电路原处于稳定状态。$t=0$时开关闭合，求$t\geq0$的电容电压$u_C(t)$和电流$i(t)$。



解：1. 计算初始值$u_C(0_+)$

$$u_C(0_-)=4\Omega\times2A=8V$$

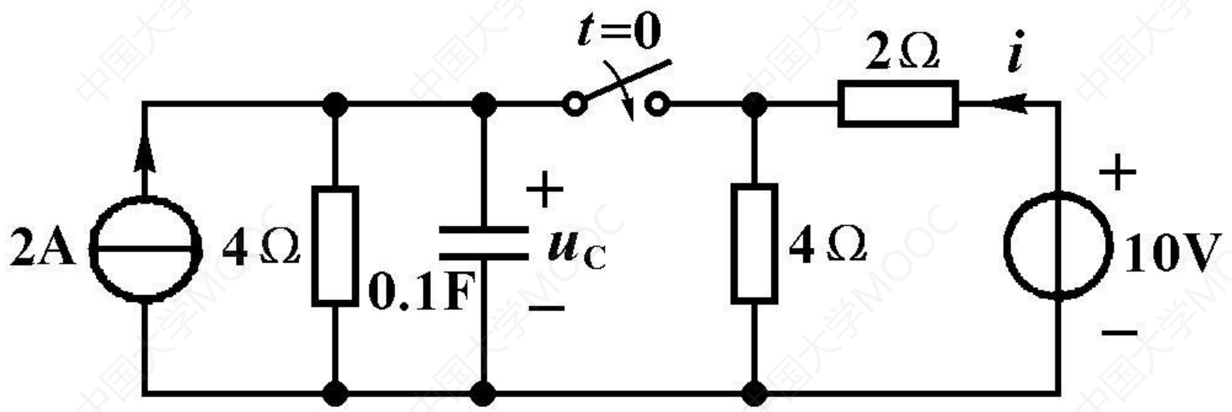
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=8V$$



2. 计算稳态值$u_C(\infty)$（节点法）$u_C(\infty)=\dfrac{2+\dfrac{10}{2}}{\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}}=7\text{V}$

3. 计算时间常数τ　$R_0=\dfrac{1}{\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}}\Omega=1\Omega$

$$\tau=R_0C=1\Omega\times0.1\text{F}=0.1\text{s}$$



$$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

4. 将$u_C(0_+)$=8V, $u_C(\infty)$=7V 和 τ=0.1s 代入三要素公式得

$$u_C(t)=[(8-7)\mathrm{e}^{-10t}+7]\mathrm{V}=[7+1\mathrm{e}^{-10t}]\mathrm{V} \qquad (t\geq 0)$$

$$i(t)=\frac{10\mathrm{V}-u_C(t)}{2\Omega}$$

$$=(1.5-0.5\mathrm{e}^{-10t})\mathrm{A} \qquad (t\geq 0)$$

谢谢