电路原理

一阶电路的冲击响应

在前面的讨论中，我们用到的激励都是直流电源，应用三要素法求解电路的动态响应。初始值的求解的依据是换路定律，即在换路瞬间，电容电压和电感电流是连续变化的。

换路定律的适用条件是：非跃变电路。这一节我们介绍的冲击响应在求解时换路定律不再成立。本节介绍有关跃变电路的求解问题。

1 单位脉冲函数和单位冲击函数

- 单位脉冲函数

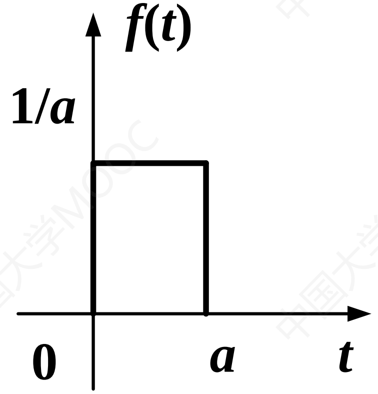
$$f(t)=\frac{1}{a}[1(t)-1(t-a)]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{d}t=1$$

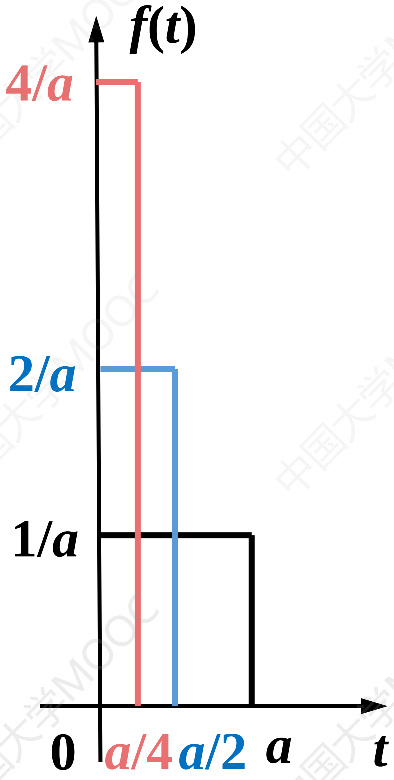
- 单位冲击函数 $\delta(t)$

$$a\to 0 \qquad \frac{1}{a}\to\infty$$

$$\lim_{a\to 0} f(t)=\delta(t)$$



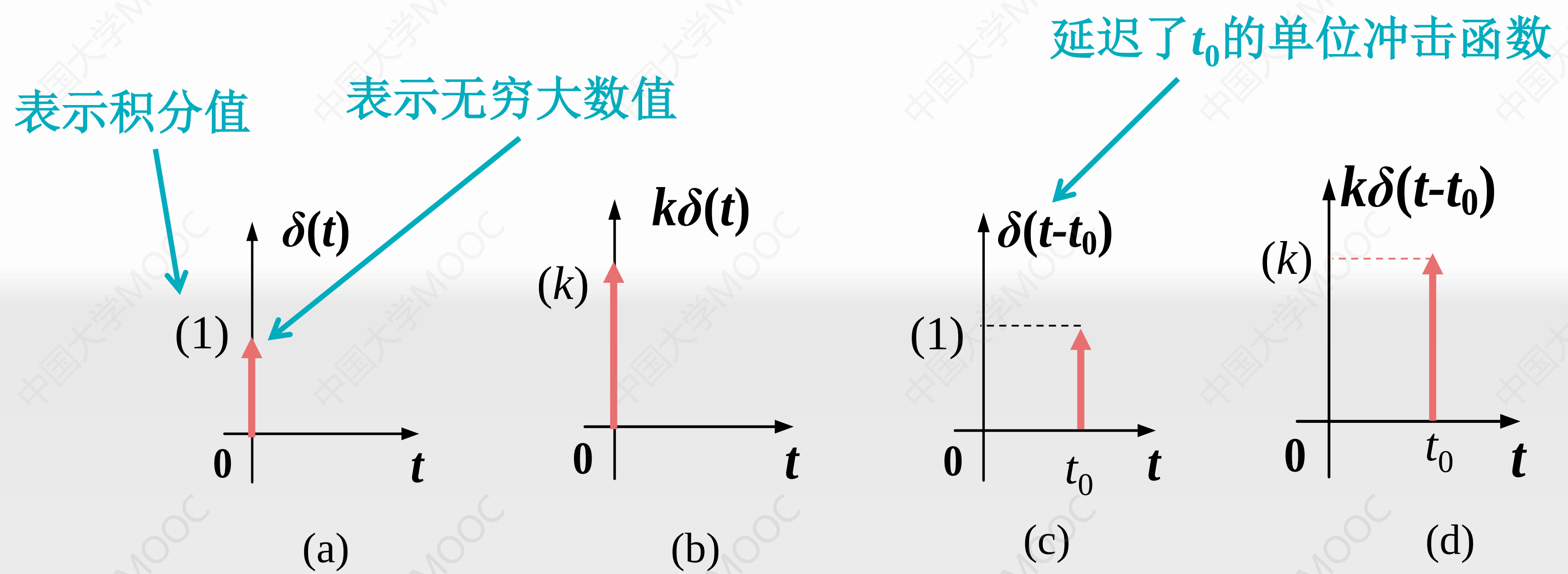
单位脉冲函数



单位冲击函数

$$\delta(t)=0 \qquad t\neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1$$



- $1(t)$ 与$\delta(t)$的关系

$$\begin{cases} f(t)=\dfrac{1}{a}[1(t)-1(t-a)] \\ \lim\limits_{a\to 0} f(t)=\delta(t) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\dfrac{\mathrm{d}1(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)}$$

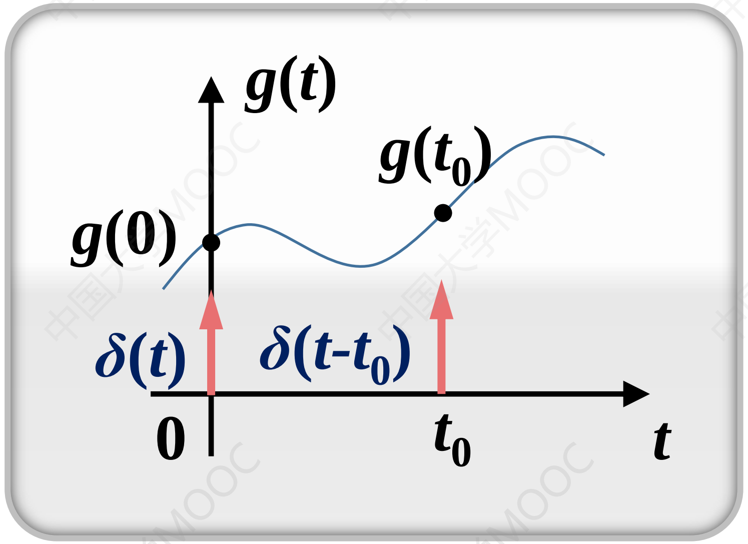
$$\boxed{\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau = 1(t)}$$

- $\delta(t)$的采样性

$$g(t)\delta(t)=g(0)\delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)\delta(t)\mathrm{d}t = g(0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t = g(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = g(t_0)$$



2 冲击响应

冲击响应：冲击信号作用下电路的零状态响应。

单位冲击响应：单位冲击信号作用下电路的零状态响应。
用符号$h(t)$表示。

冲击激励 → 跃变电路

换路定律不成立！

$s(t)$ 与$h(t)$的关系：

由于单位脉冲函数为： $f(t)=\frac{1}{a}\left[1(t)-1(t-a)\right]$

$f(t)$对应的响应为： $\frac{1}{a}\left[s(t)-s(t-a)\right]$

$$\lim_{a\to 0} f(t)=\frac{\mathrm{d}1(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)$$

$$h(t)=\lim_{a\to 0}\frac{1}{a}\left[s(t)-s(t-a)\right]=\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$$

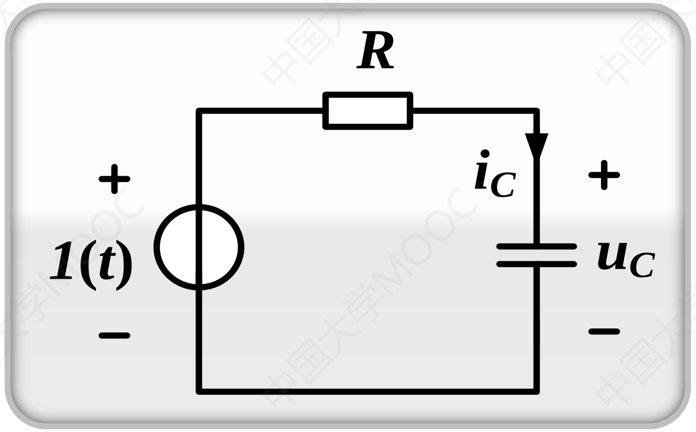
$$\boxed{h(t)=\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}}$$

$\delta(t)$为激励时，冲击响应的求解方法

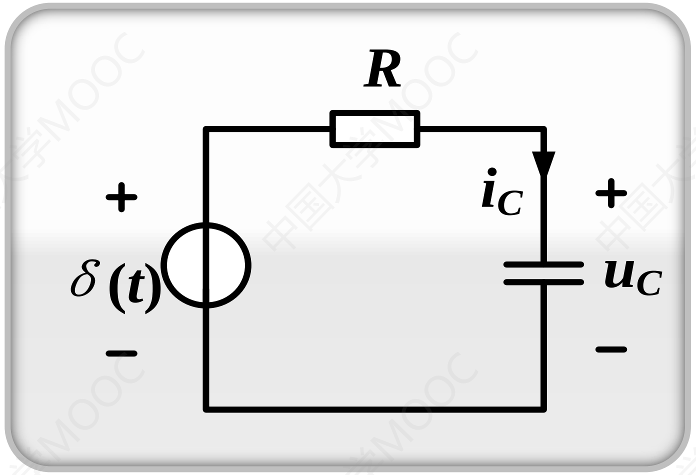
(1) 将电路的冲击激励换为$1(t)$，这时电路是非跃变电路，可以用前面所学过的方法求单位阶跃响应$s(t)$。

(2) 根据 $h(t)=\dfrac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$ ，求出单位冲击响应$h(t)$。

(3) 若激励为$k\delta(t)$，则所求响应为$k\,h(t)$。



$$s(t)=(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})1(t)$$



$\delta(t)$ 作用下

$$u_C(t)=\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$g(t)\delta(t)=g(0)\delta(t)$$

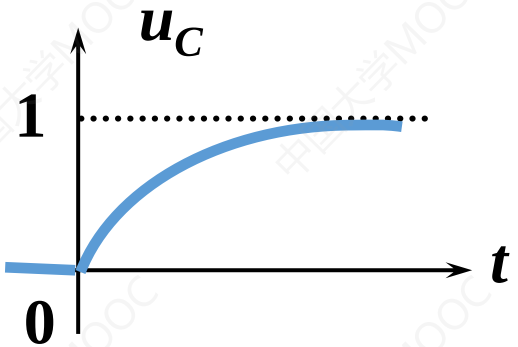
$$=\frac{1}{RC}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}1(t)+(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})\delta(t)$$

$$=\frac{1}{RC}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}1(t)$$

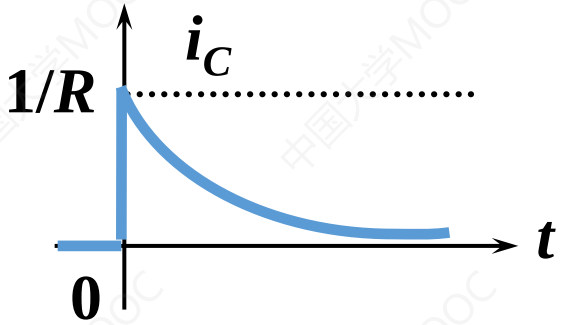
$$i_C(t)=C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{R^2C}e^{-\frac{t}{RC}}1(t)+\frac{1}{R}\delta(t)$$

单位阶跃响应

$$u_C(t)=(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})1(t)$$

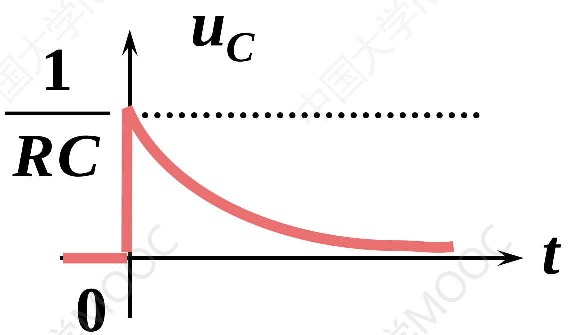


$$i_C=\frac{1}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}1(t)$$

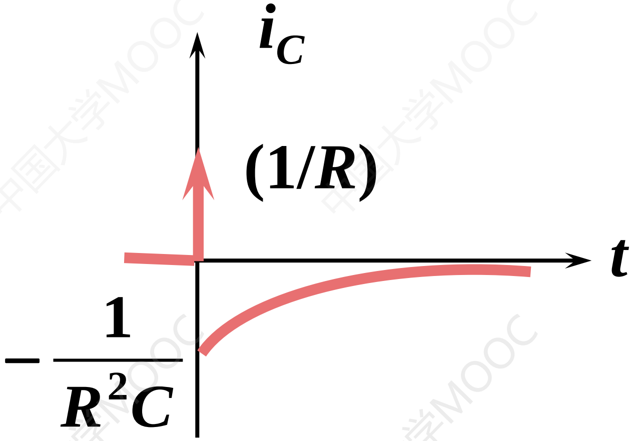


单位冲激响应

$$u_C=\frac{1}{RC}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}1(t)$$



$$i_C=\frac{1}{R}\delta(t)-\frac{1}{R^2C}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}1(t)$$

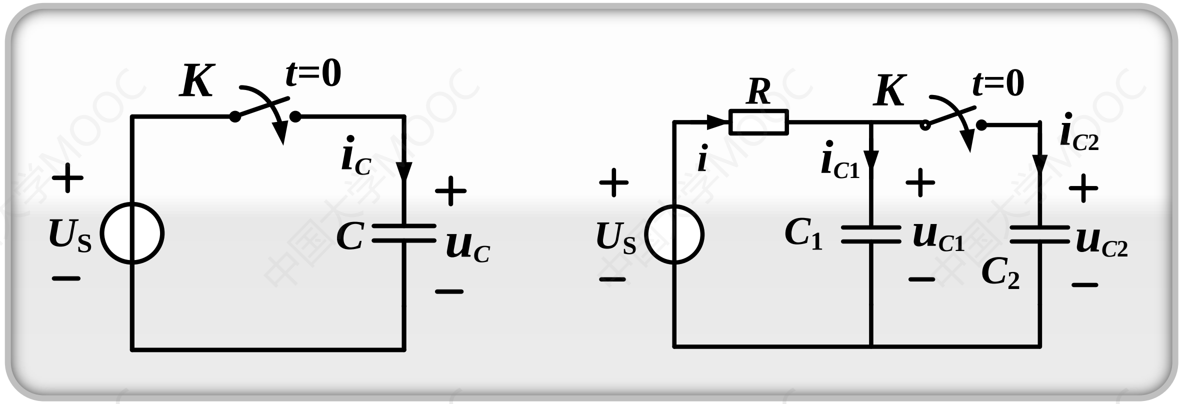


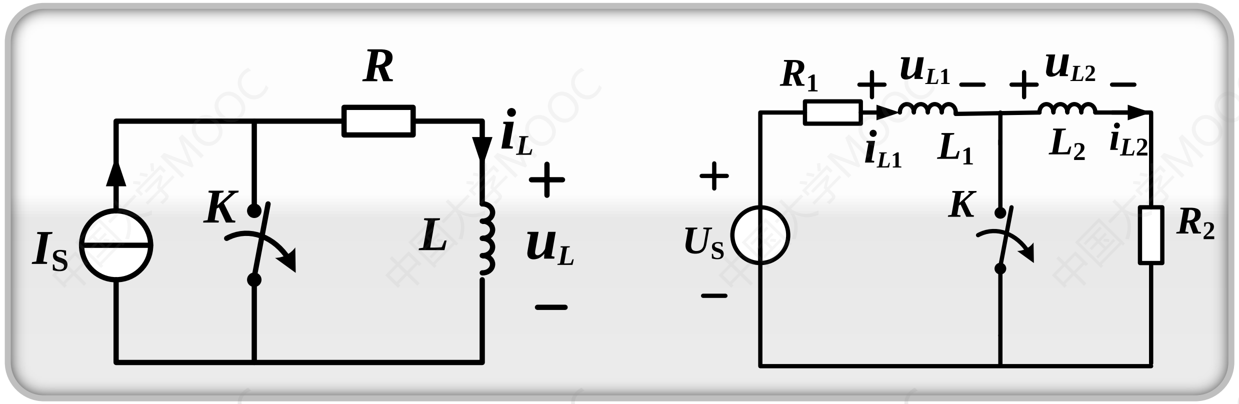
3 电容电压和电感电流的跃变

跃变电路的两种情况：
- (1) 电路的激励是冲击激励.
- (2) 跃变电路的结构.

① 换路后，电容直接并联在恒压源或电容两端。

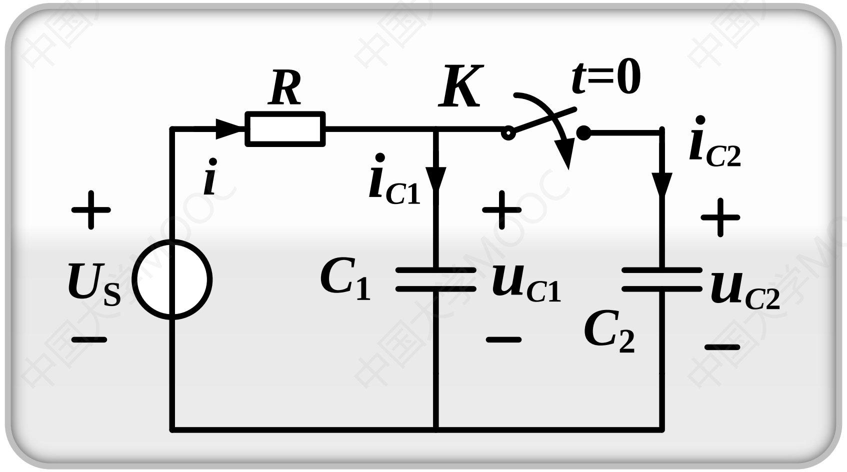
② 换路后，电感与恒流源串联，或电感与电感串联。





换路前 $u_{C1}(0_-)=U_S$

$u_{C2}(0_-)=0$



换路后

且 $q(0_+)=q(0_-)$

$$\begin{cases} u_{C1}(0_+)=u_{C2}(0_+) \\ C_1U_S=C_1u_{C1}(0_+)+C_2u_{C2}(0_+) \end{cases}$$

联立方程组，解得

$$u_{C1}(0_+)=u_{C2}(0_+)=\frac{C_1U_S}{C_1+C_2}$$

电容电压在0时刻发生跃变，电容电流在0时刻必是冲击电流。

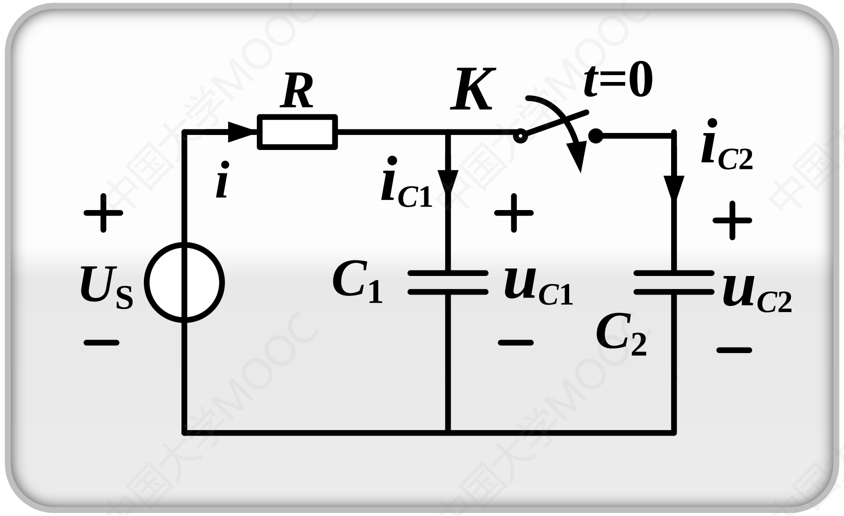
设 $i_{C1}=k_1\delta(t)$,$i_{C2}=k_2\delta(t)$

由 $u_{C1}(0_+)=u_{C1}(0_-)+\dfrac{1}{C_1}\int_{0_-}^{0_+}k_1\delta(t)\mathrm{d}t$

$$\rightarrow\quad k_1=-\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}U_S$$

同理 $u_{C2}(0_+)=u_{C2}(0_-)+\dfrac{1}{C_2}\int_{0_-}^{0_+}k_2\delta(t)\mathrm{d}t$

$$\rightarrow\quad k_2=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}U_S$$



所以 $i_{C1}(0)=-\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}U_S\delta(t)=C_1\left[u_{C1}(0_+)-u_{C1}(0_-)\right]\delta(t)$

$i_{C2}(0)=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}U_S\delta(t)=C_2\left[u_{C2}(0_+)-u_{C2}(0_-)\right]\delta(t)$

谢谢