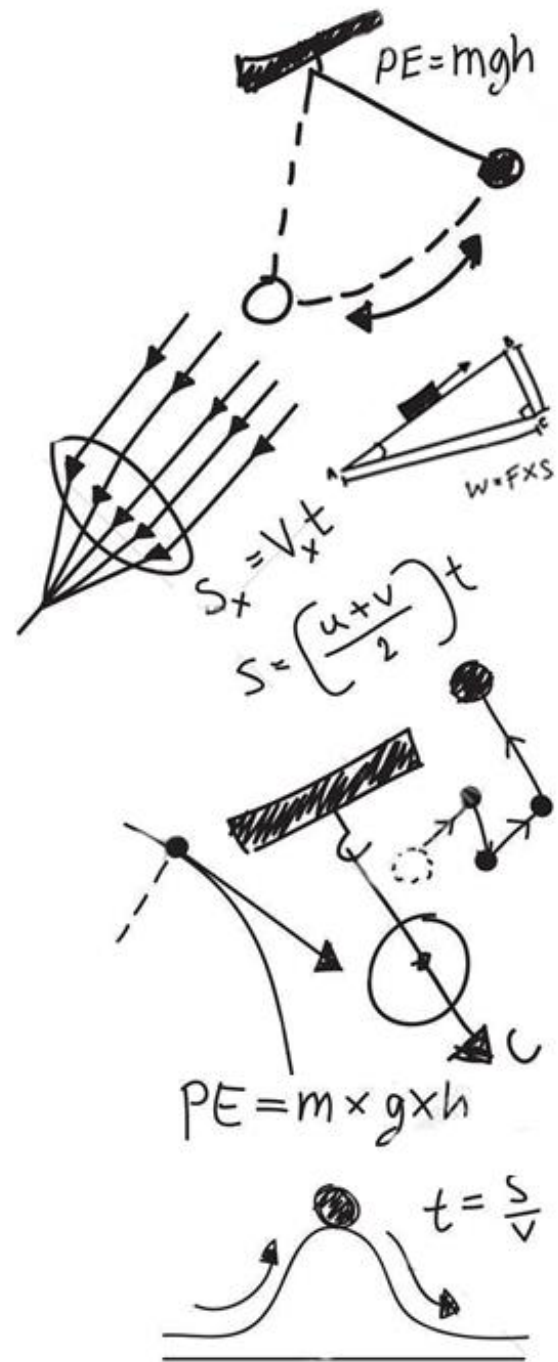
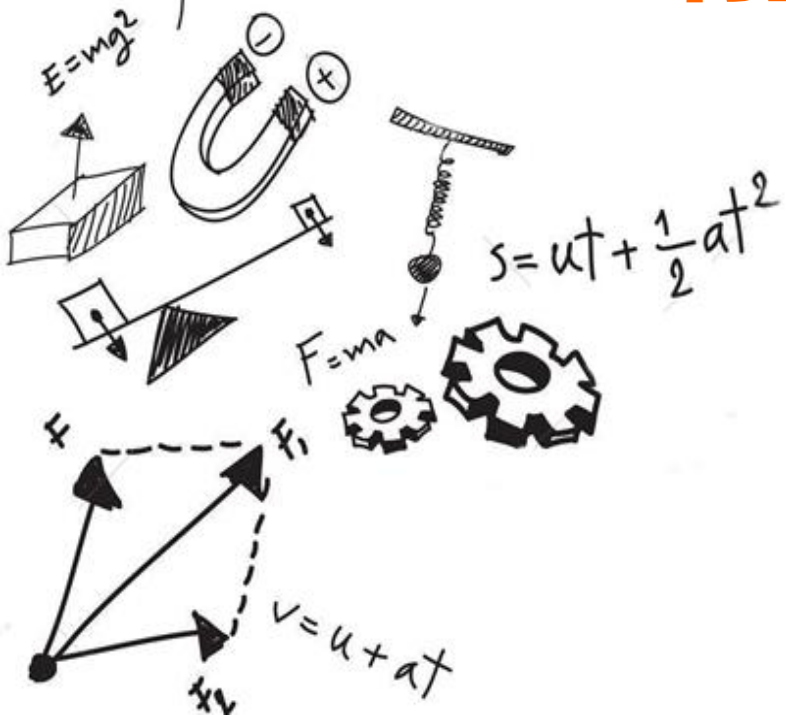
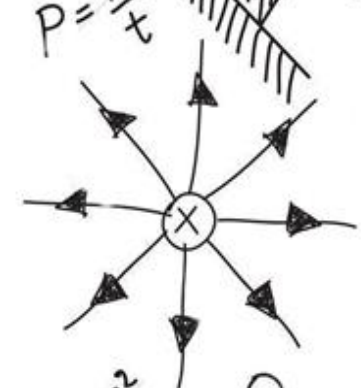
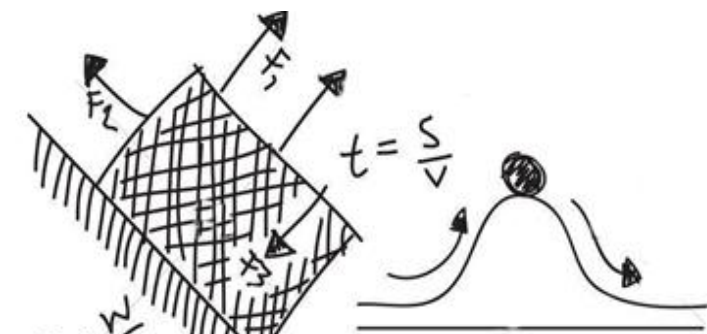
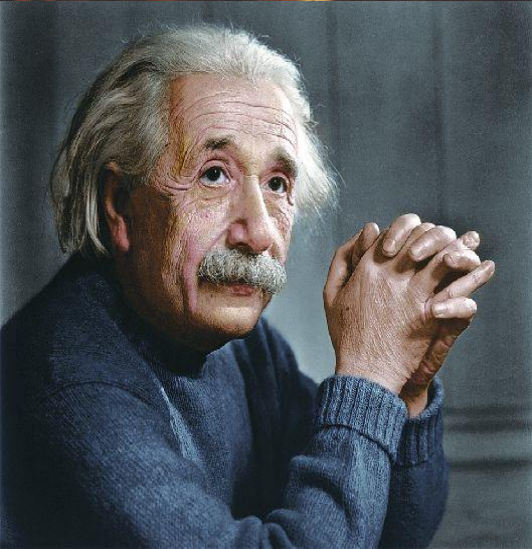


刚体定轴转动的描述





目

录

01

如何描述刚体的定轴转动

02

定轴转动有何特点

03

匀变速转动公式（角加速度恒定）

04

角量和线量的关系



一、如何描述刚体的定轴转动？

角坐标 $\theta = \theta(t)$

约定：沿逆时针方向转动 $\theta > 0$

沿顺时针方向转动 $\theta < 0$

角位移

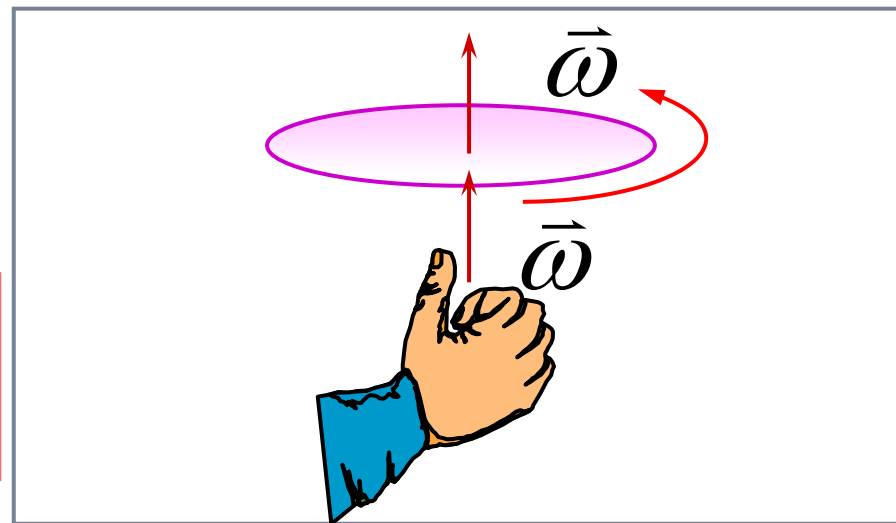
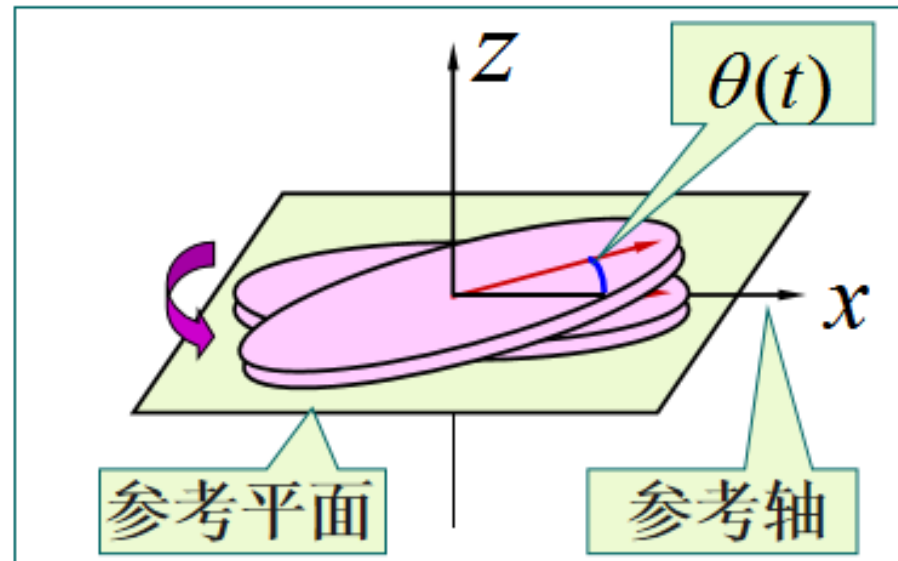
$$\Delta\theta = \theta(t + \Delta t) - \theta(t)$$

角速度矢量

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

角加速度

$$\beta = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$





二、定轴转动有何特点？

- (1) 每一质点均作圆周运动，圆面为转动平面。
- (2) 任一质点运动 $\Delta\theta, \vec{\omega}, \vec{\beta}$ 均相同，但 \vec{v}, \vec{a} 不同，
角量相同，线量一般不同。
- (3) 运动描述仅需一个坐标。



三、匀变速转动公式（角加速度恒定）

质点匀变速直线运动	刚体绕定轴作匀变速转动
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \beta t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \omega = \int \beta dt \Rightarrow \omega = \omega_0 + \beta \int_0^t dt_1 = \omega_0 + \beta t$$



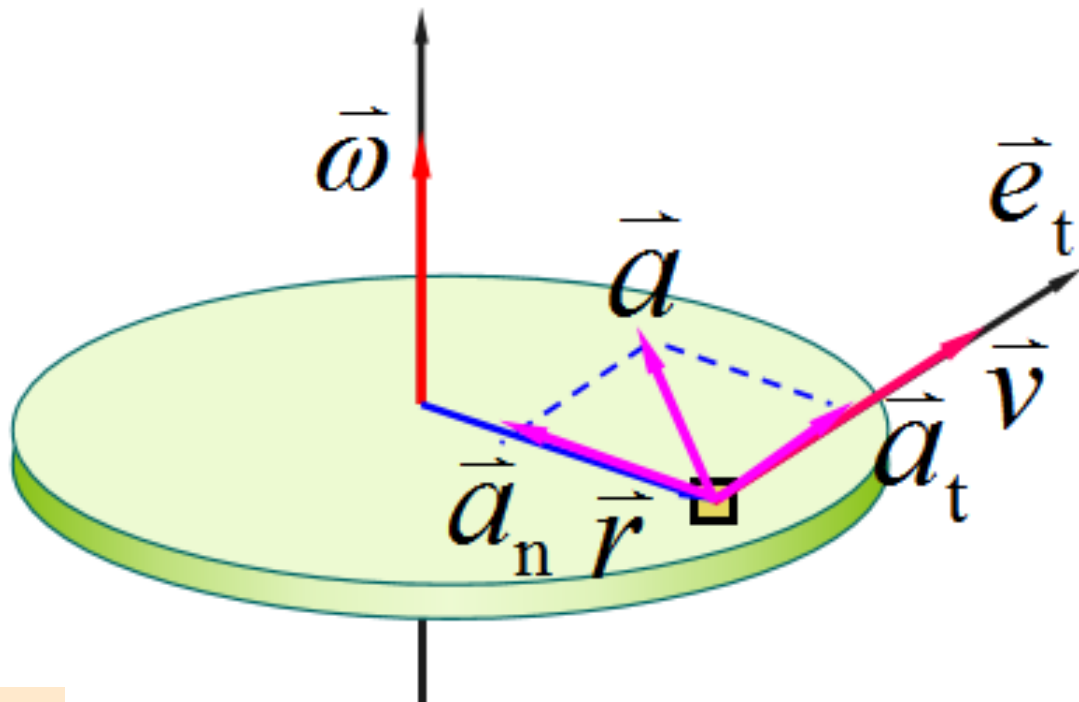
四、角量和线量的关系

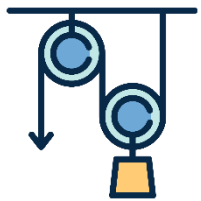
$$\vec{v} = r\omega\vec{e}_t$$

$$a_t = r\beta$$

$$a_n = r\omega^2$$

$$\vec{a} = r\beta\vec{e}_t + r\omega^2\vec{e}_n$$

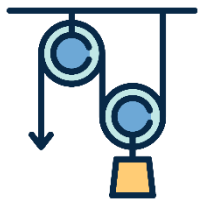




【例题】

已知： 一飞轮半径为 0.2m ，转速为 150r min^{-1} ，
因受制动而均匀减速，经 30s 停止转动。

试求： (1) 角加速度和在此时间内飞轮所转的圈数
(2) 制动开始后 $t = 6\text{s}$ 时飞轮的角速度；
(3) $t = 6\text{s}$ 时飞轮边缘上一点的线速度、
切向加速度和法向加速度。



【例题】

解: (1) $\omega_0 = \frac{2\pi \times 150}{60} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $t = 30 \text{ s}$ 时, $\omega = 0$.

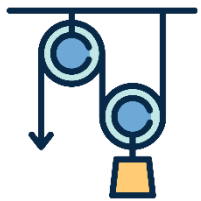
设 $t = 0 \text{ s}$ 时, $\theta_0 = 0$. 飞轮做匀减速运动

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 5\pi}{30} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = -\frac{\pi}{6} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

飞轮 30 s 内转过的角度

$$\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta} = \frac{-(5\pi)^2}{2 \times (-\pi/6)} = 75\pi \text{ rad}$$

转过的圈数 $N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{75\pi}{2\pi} = 37.5 \text{ r}$



【例题】

解: (2) $t = 6\text{s}$ 时, 飞轮的**角速度**

$$\omega = \omega_0 + \beta t = (5\pi - \frac{\pi}{6} \times 6) \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} = 4\pi \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

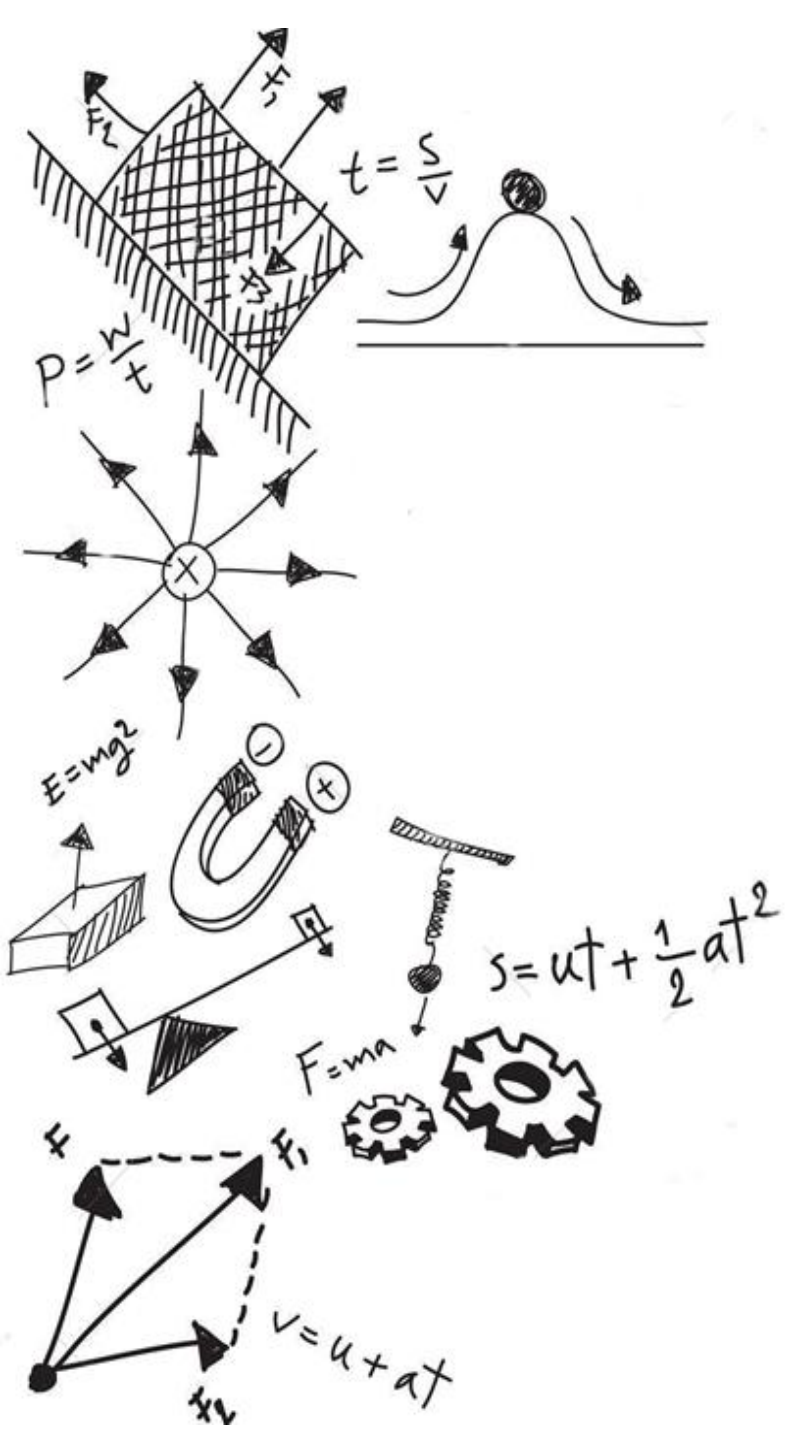
(3) $t = 6\text{s}$ 时, 飞轮边缘上一点的**线速度**大小

$$v = r\omega = 0.2 \times 4\pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

该点的**切向加速度**和**法向加速度**

$$a_t = r\beta = 0.2 \times (-\frac{\pi}{6}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = -0.105 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_n = r\omega^2 = 0.2 \times (4\pi)^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 31.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



Thanks!

