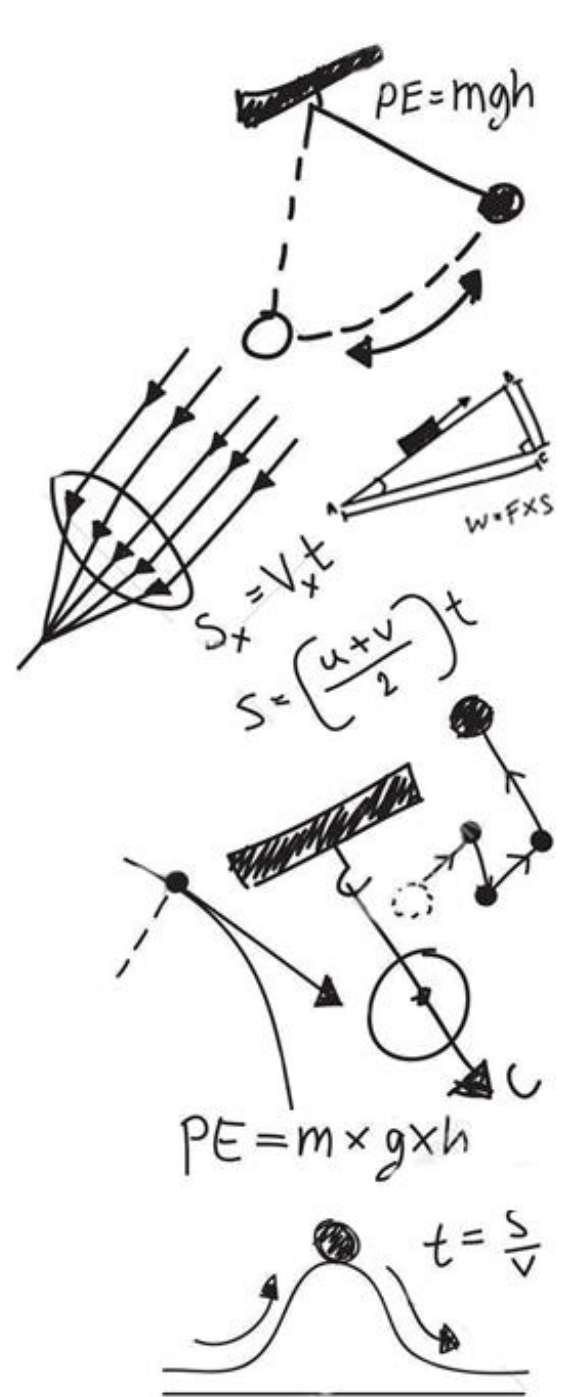


平面简谐波





一、平面简谐波的波函数

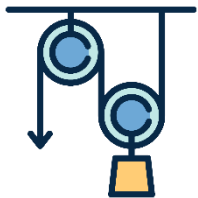
介质中任一质点（坐标为 x ）相对其平衡位置的位移（坐标为 y ）随时间的变化关系，即 $y(x, t)$ 称为**波函数**。

$$y = y(x, t)$$

各质点相对平衡位置的**位移**

波线上各质点位置

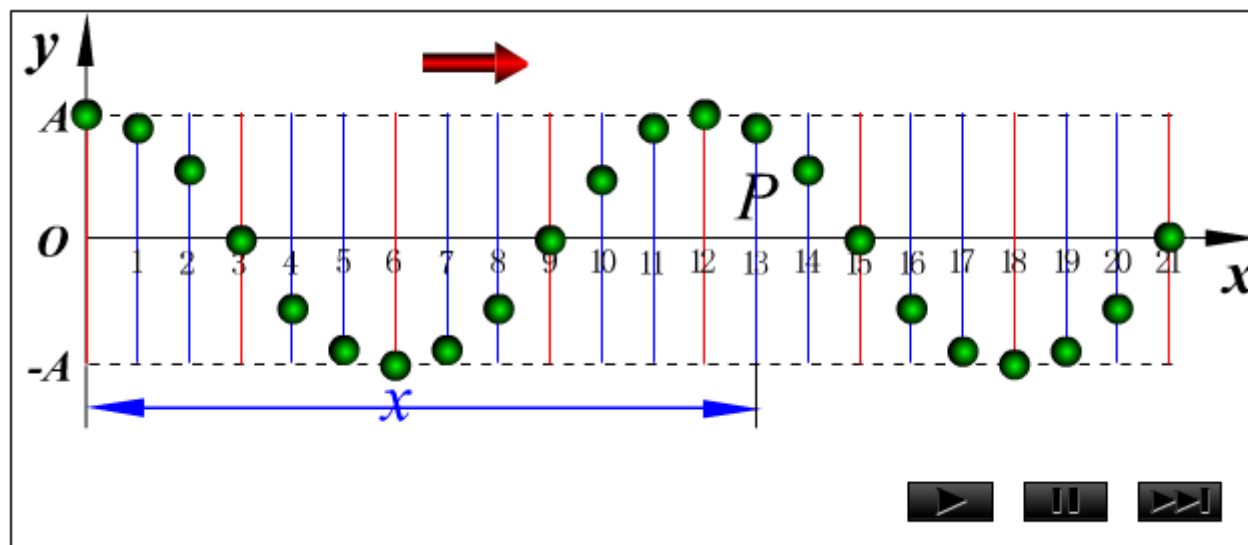
- **简谐波**：在均匀的、无吸收的介质中，**波源作简谐运动**时，在介质中所形成的波。
- **平面简谐波**：波面为平面的简谐波。



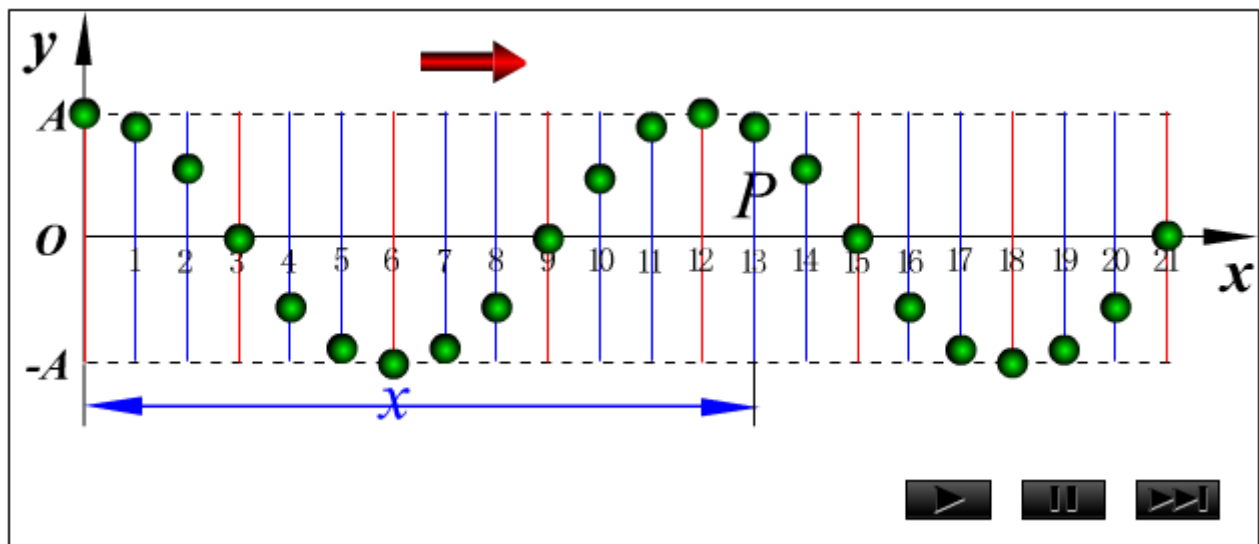
(1) 讨论

以速度 u 沿 x 轴正向传播的平面简谐波．令原点其
振动方程

$$y_O = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$



想要解决的问题：距离 O 为 x 的 P 点波函数？



(2) 方法一：时间推迟方法

$$\Delta t = \frac{x}{u}$$

$$y_O = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

点 P

$$t - \frac{x}{u}$$

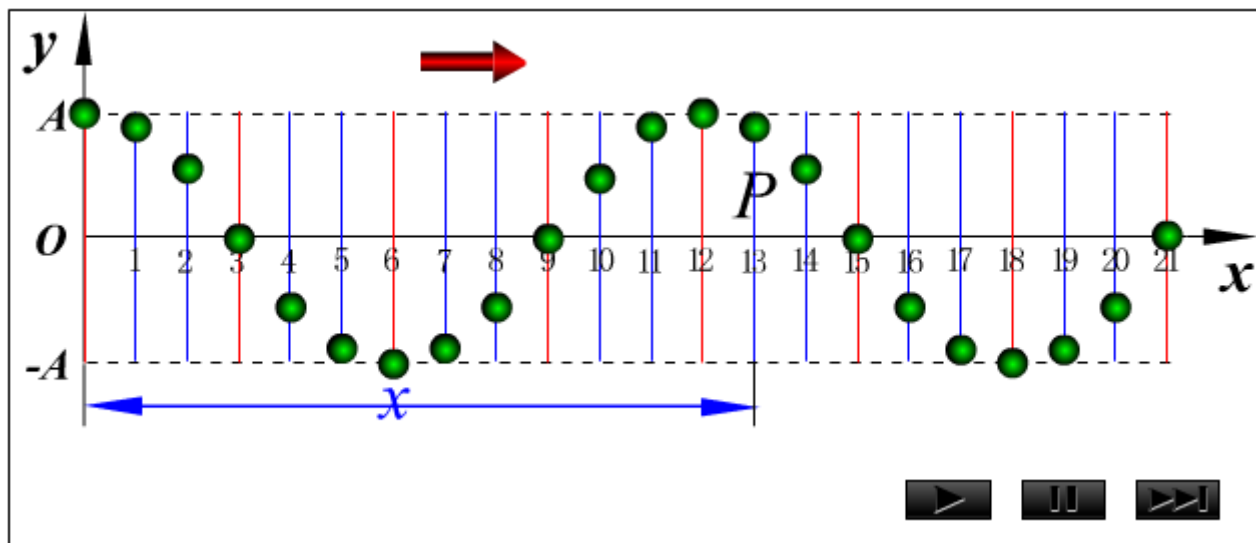
时刻点 O 的运动



t 时刻点 P 的运动

因此，点 P 振动方程

$$y_P = A \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{u} \right) + \varphi_0 \right]$$



(3) 方法二：相位落后法

两步走：先正负，后大小

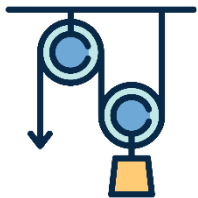
$$y_O = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

P 点比 O 点落后 相位

点 P 振动方程

$$\Delta\varphi = \varphi_P - \varphi_O = -2\pi \frac{x}{\lambda} = -\omega \frac{x}{u}$$

$$\varphi_P: y_P = A \cos(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi x}{\lambda}) = A \cos(\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0)$$



(4) 小结

方法一：时间推迟方法

方法二：相位落后法

u 沿 x 轴正向

$$y_p = A \cos(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi x}{\lambda}) = A \cos(\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0)$$

u 沿 x 轴负向

$$y_p = A \cos(\omega t + \varphi_0 + \frac{2\pi x}{\lambda}) = A \cos(\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_0)$$

波
函
数



二、波函数的物理意义

$$y = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right] = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

(1) 当 x 固定时，则 y 仅为时间的函数，表示该质点在不同时刻的位移，即波函数表示该点的简谐运动方程，并给出该点与点 O 振动的相位差。

$$\Delta\varphi = -\omega \frac{x}{u} = -2\pi \frac{x}{\lambda}$$

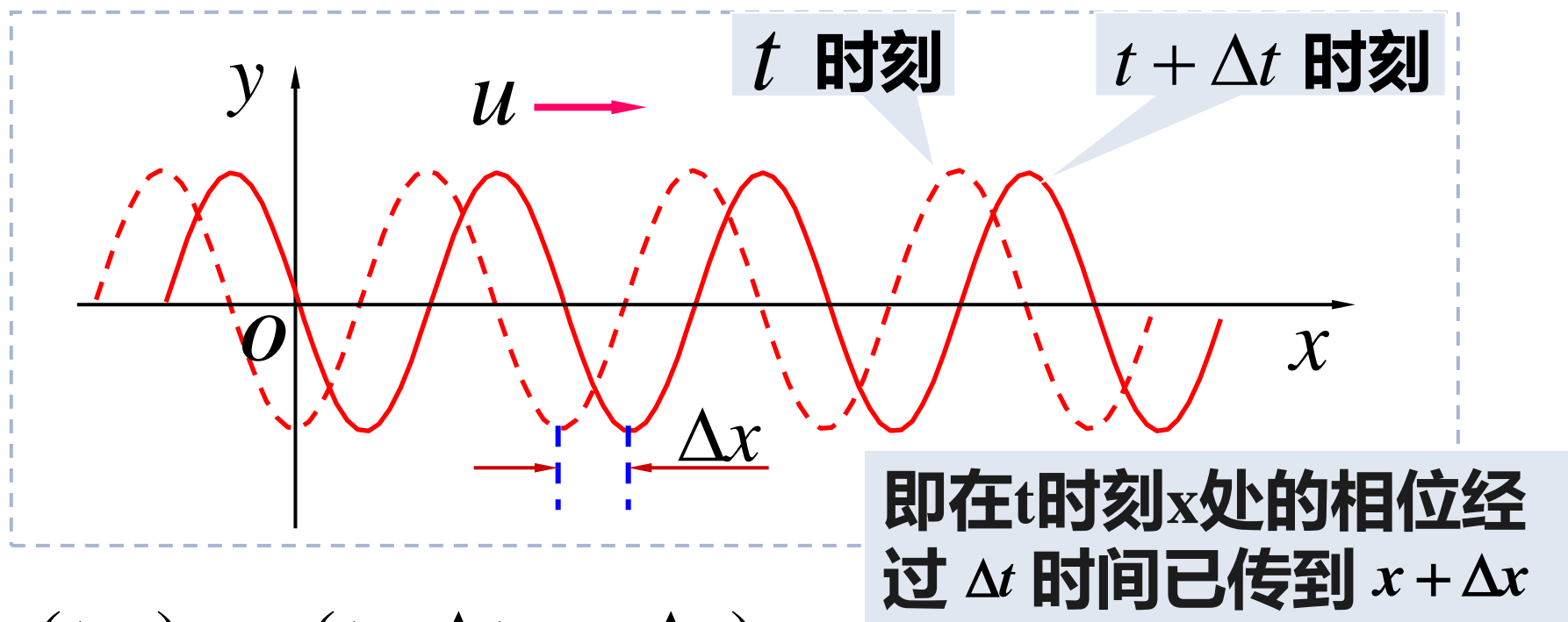
$$y(x, t) = y(x, t + T) \quad (\text{波具有时间的周期性})$$

$$y = A \cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi] = A \cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

(2) 当 t 一定时，波函数表示该时刻波线上各点相对其平衡位置的位移，即此刻的波形图.

$$y(x, t) = y(x + \lambda, t) \quad (\text{波具有空间的周期性})$$

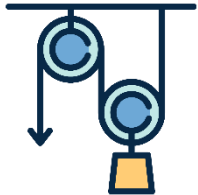
(3) 若 x, t 均变化, 波函数表示波形沿传播方向的运动情况. 所有质点位移随时间变化的整体情况。



$$\varphi(t, x) = \varphi(t + \Delta t, x + \Delta x)$$

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t + \Delta t}{T} - \frac{x + \Delta x}{\lambda} \right)$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta x}{\lambda} \quad \Delta x = u \Delta t$$

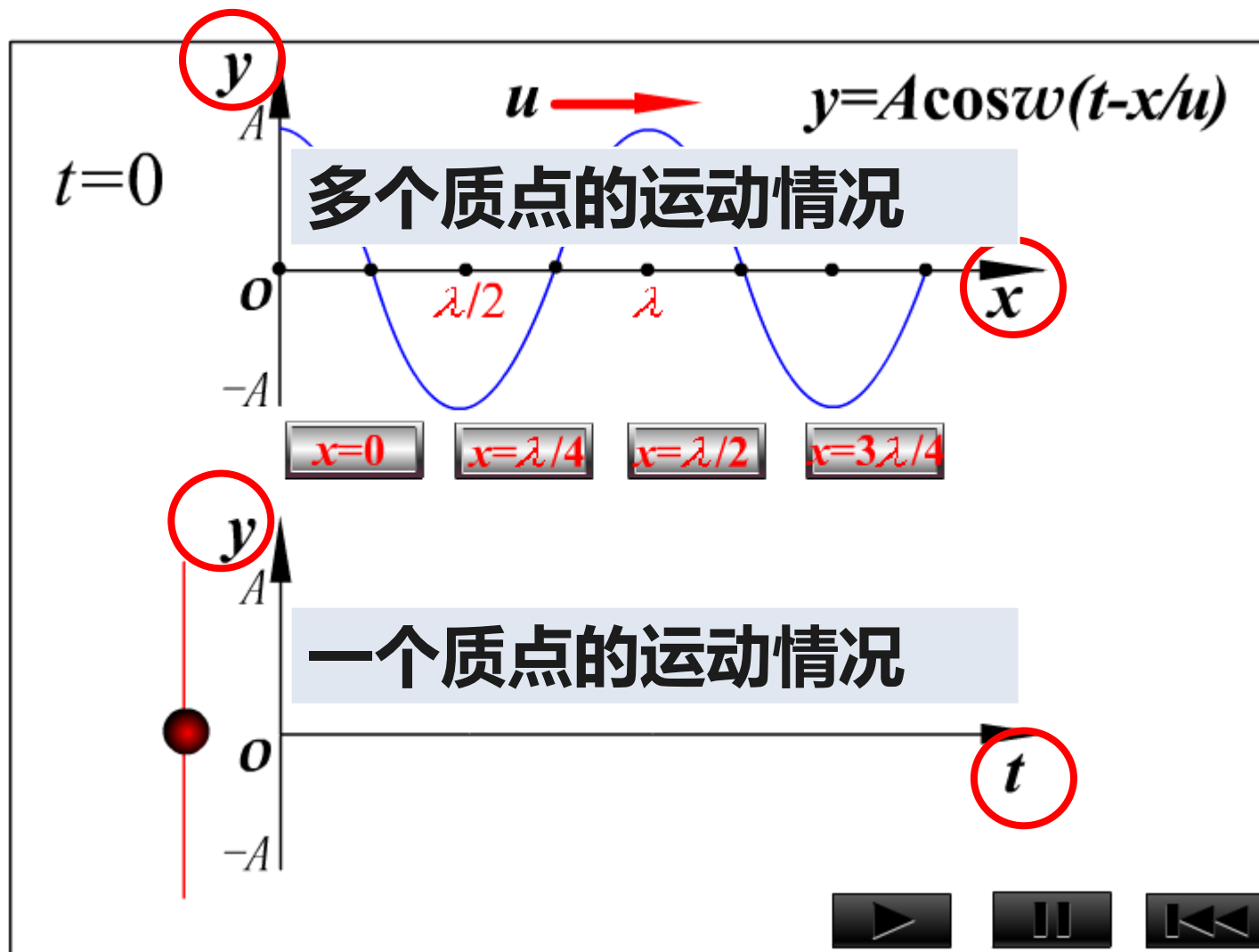


(4) 波线上各点的简谐运动图

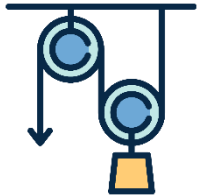
波动图像

区别

振动图像



$$\varphi_0 = 0$$

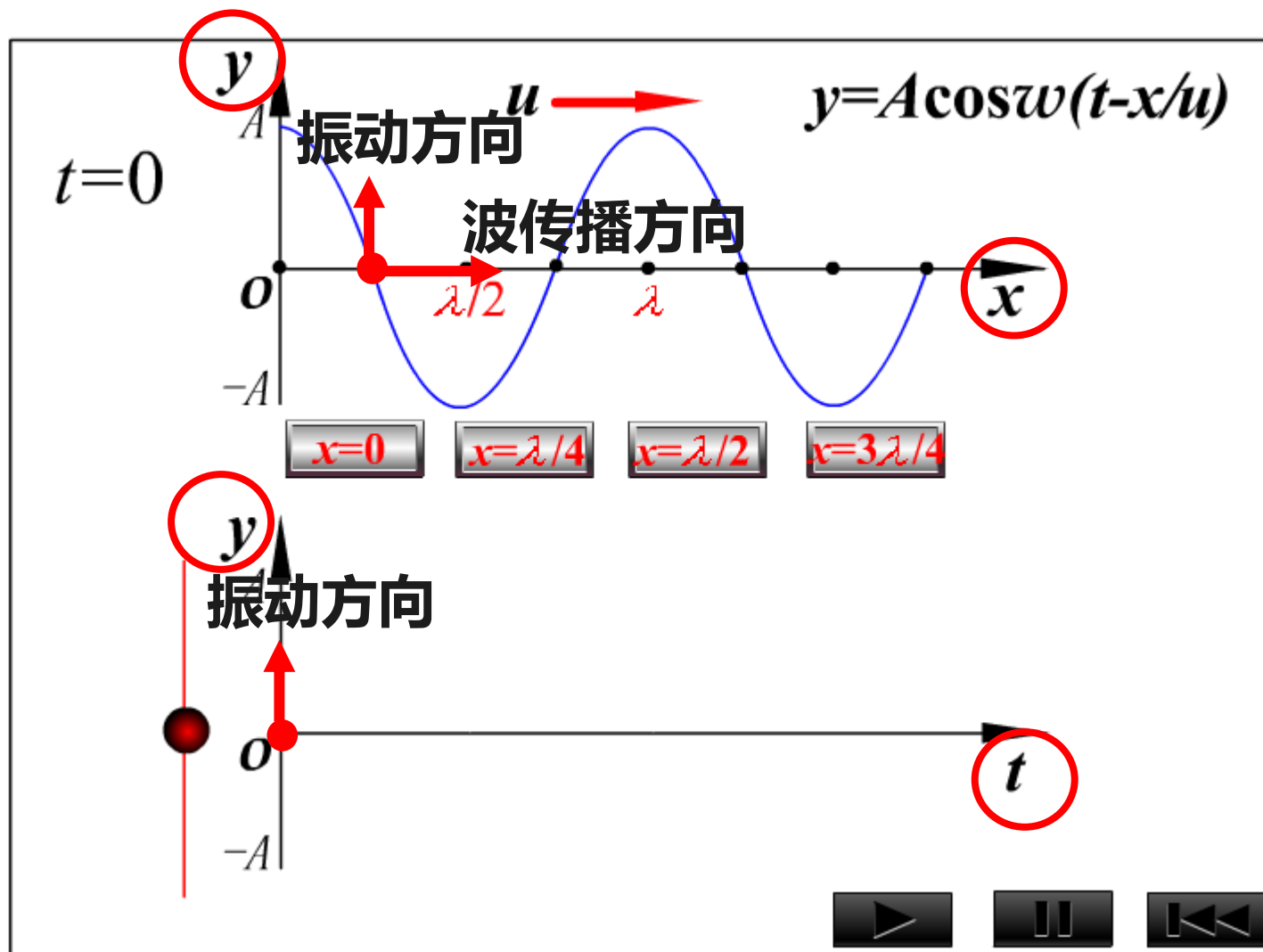


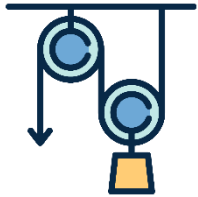
(4) 波线上各点的简谐运动图

波动图像

联系

振动图像





(4) 波线上各点的简谐运动图

波动图像

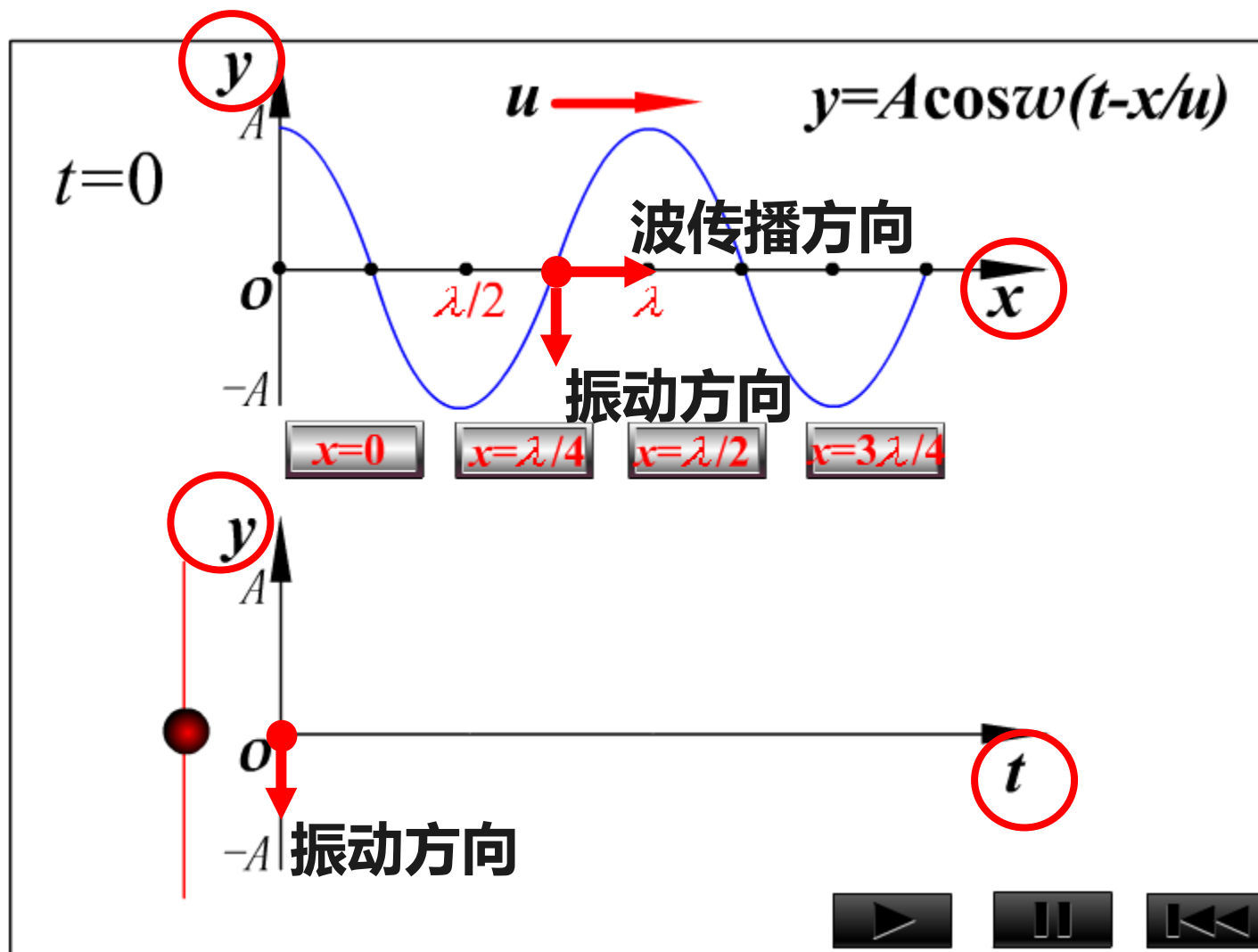
联系

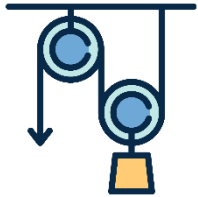
振动图像



联系

振动图像





(4) 波线上各点的简谐运动图

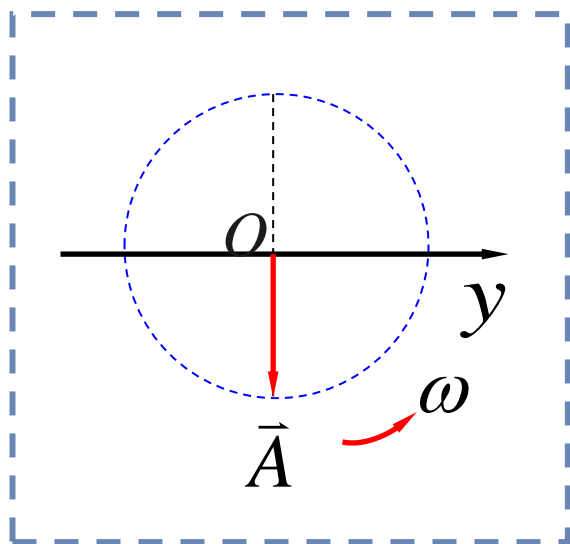
波动图像

联系

振动图像

例：一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播，已知振幅为 $A = 1.0\text{m}$ 周期为 $T = 2.0\text{s}$ ， $\lambda = 2.0\text{m}$ ，在 $t = 0$ 时坐标原点处的质点位于平衡位置沿 Oy 轴正方向运动，求：

1) 波动方程



解 写出波动方程的标准式

$$y = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

$$t = 0 \quad x = 0$$

$$y = 0, v = \frac{\partial y}{\partial t} > 0$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$y = (1.0\text{m}) \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2.0\text{s}} - \frac{x}{2.0\text{m}}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

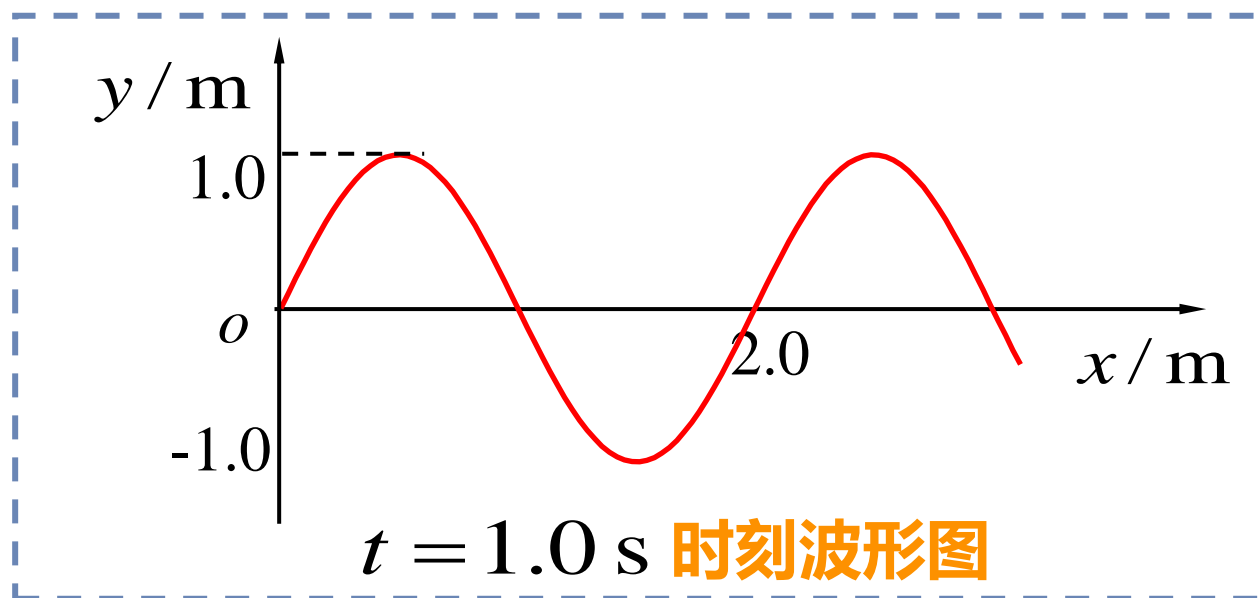
2) 求 $t = 1.0\text{s}$ 波形图.

$$y = (1.0\text{m}) \cos[2\pi(\frac{t}{2.0\text{s}} - \frac{x}{2.0\text{m}}) - \frac{\pi}{2}]$$

$t = 1.0\text{s}$

波形方程

$$\begin{aligned} y &= (1.0\text{m}) \cos[\frac{\pi}{2} - (\pi \text{m}^{-1})x] \\ &= (1.0\text{m}) \sin(\pi \text{m}^{-1})x \end{aligned}$$

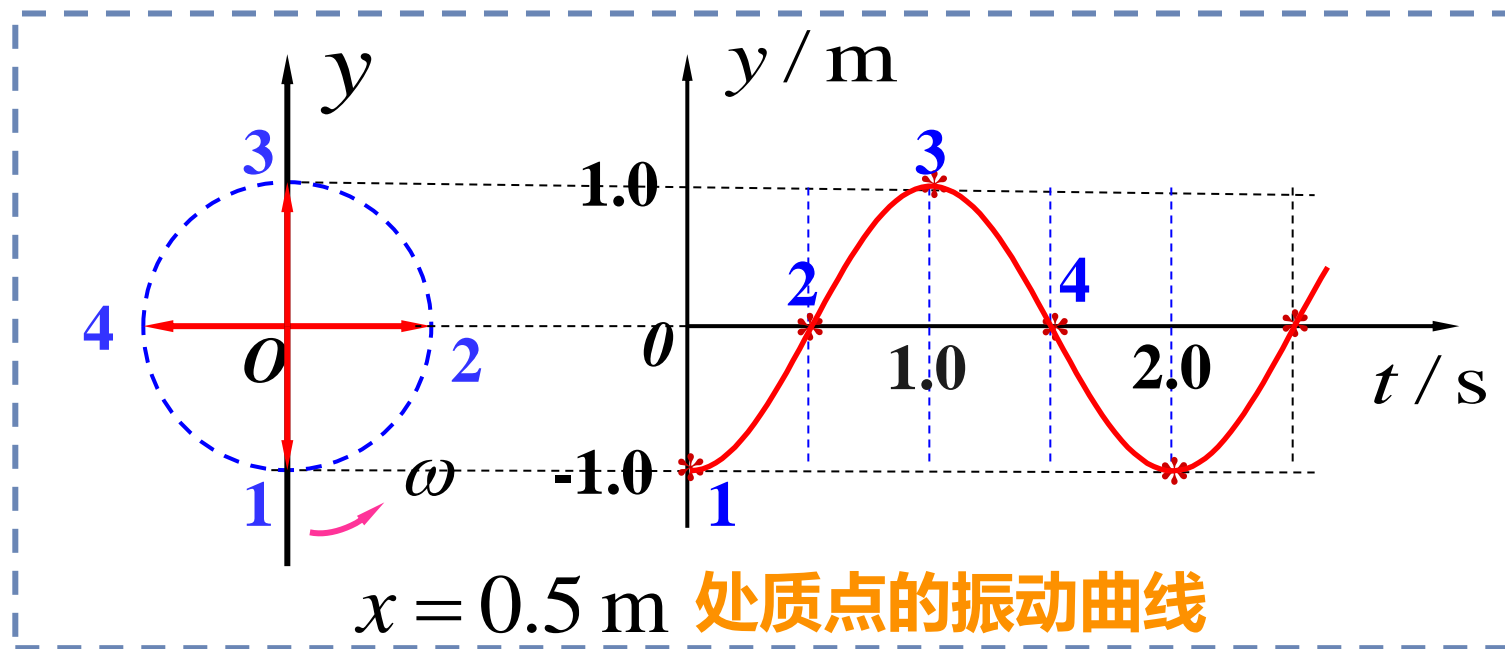


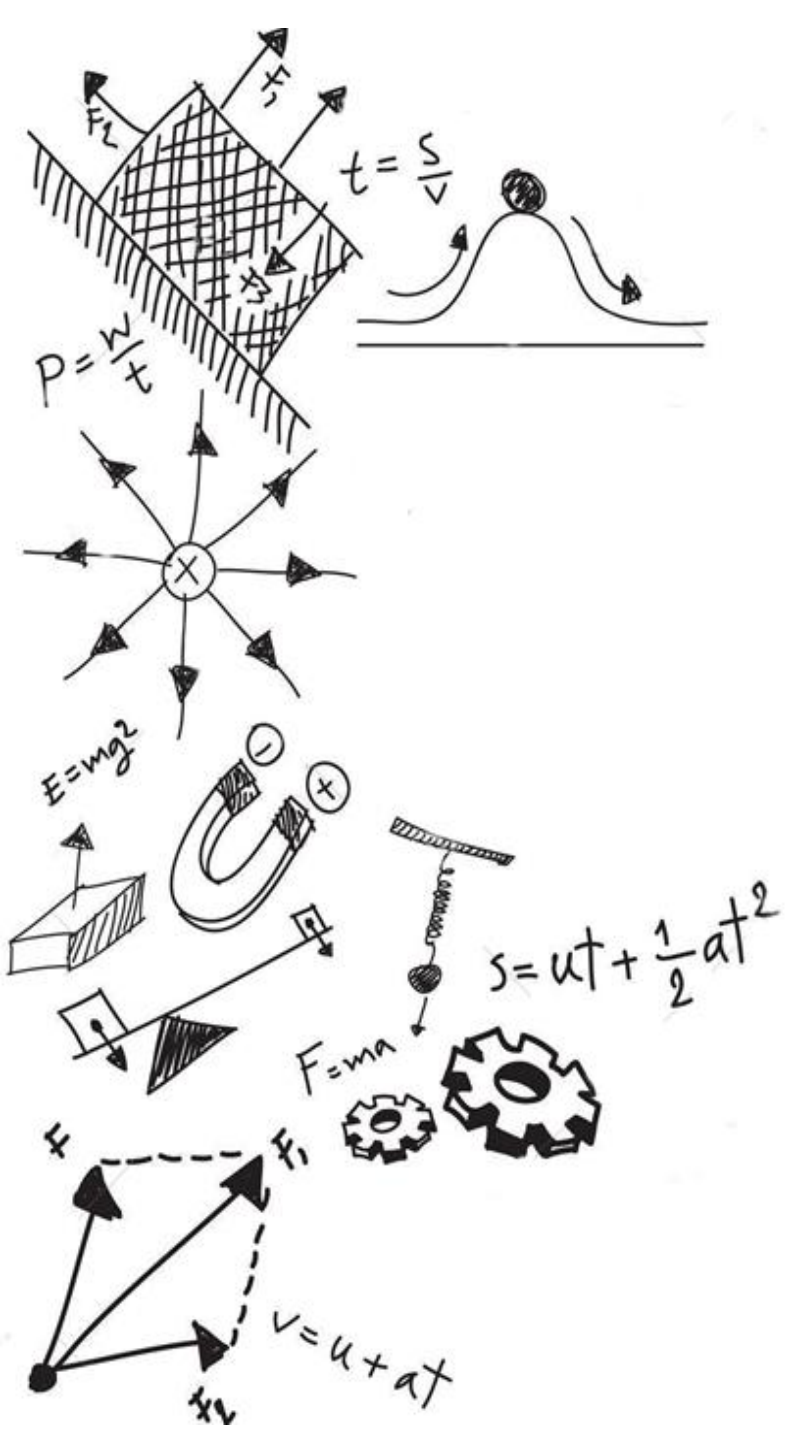
3) $x = 0.5\text{m}$ 处质点的振动规律并做图 .

$$y = (1.0\text{m}) \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2.0\text{s}} - \frac{x}{2.0\text{m}}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

$x = 0.5\text{m}$ 处质点的振动方程

$$y = (1.0\text{m}) \cos[(\pi\text{s}^{-1})t - \pi]$$





Thanks!

