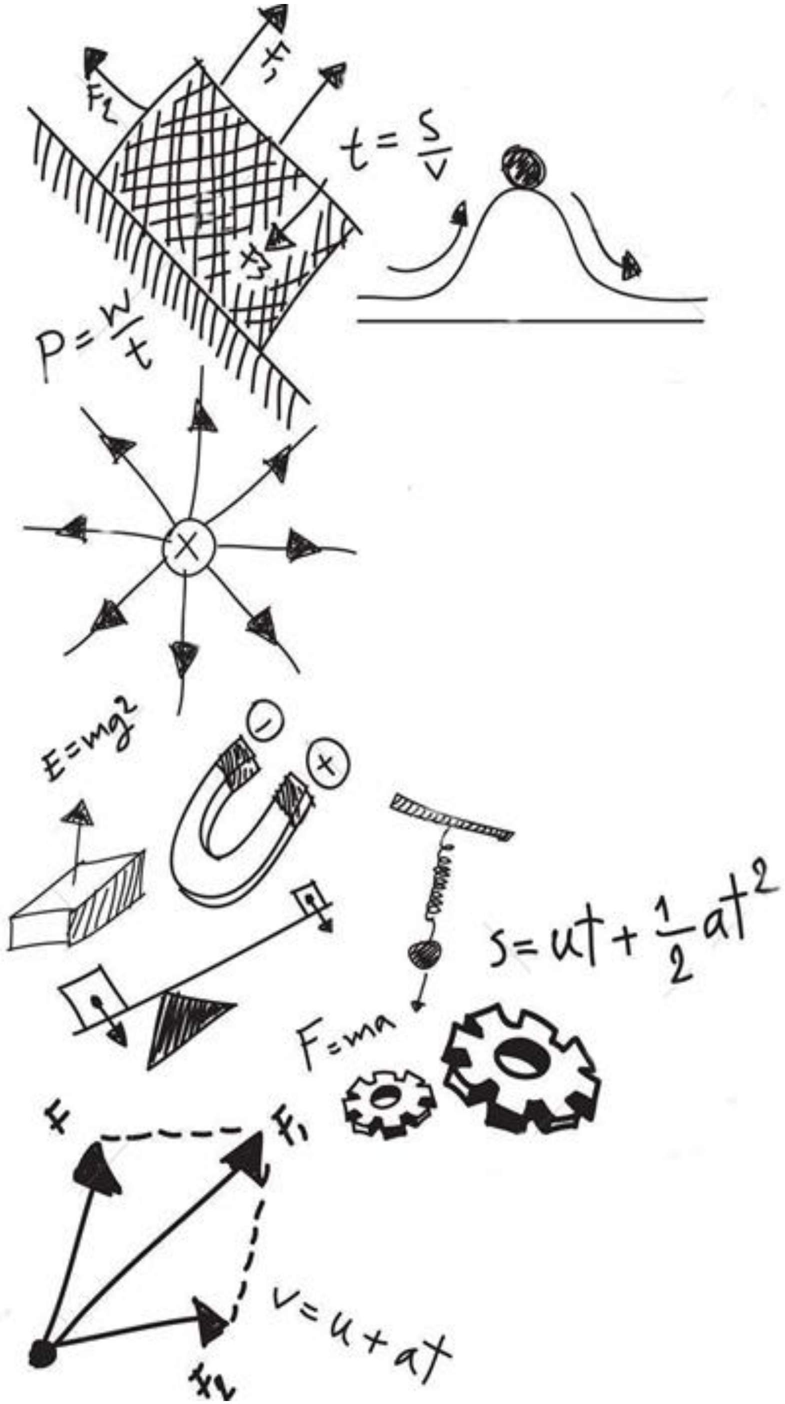
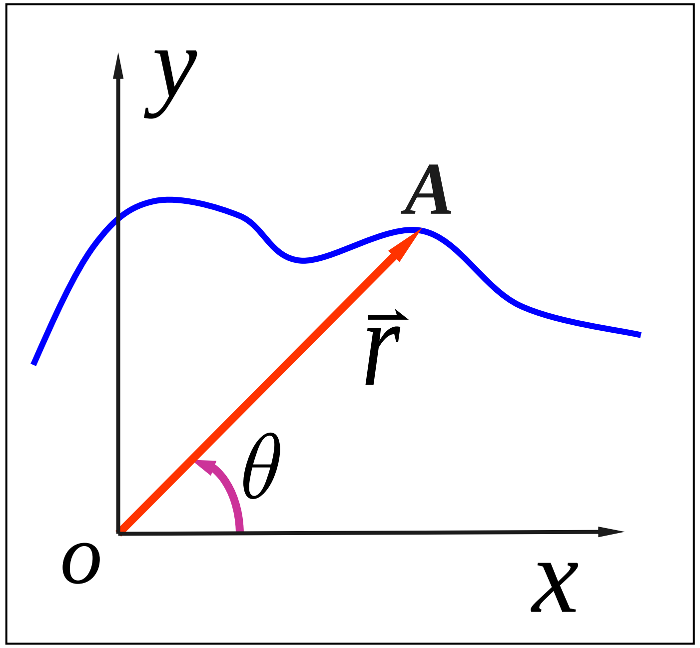


圆周运动

一、平面极坐标

设一质点在Oxy平面内运动，某时刻它位于点A.矢径$\vec{r}$与x轴之间的夹角为θ .
于是质点在点A的位置可由$A(r,\theta)$来确定 .



以(r,θ)为坐标的参考系为**平面极坐标系** .

它与直角坐标系之间的变换关系为

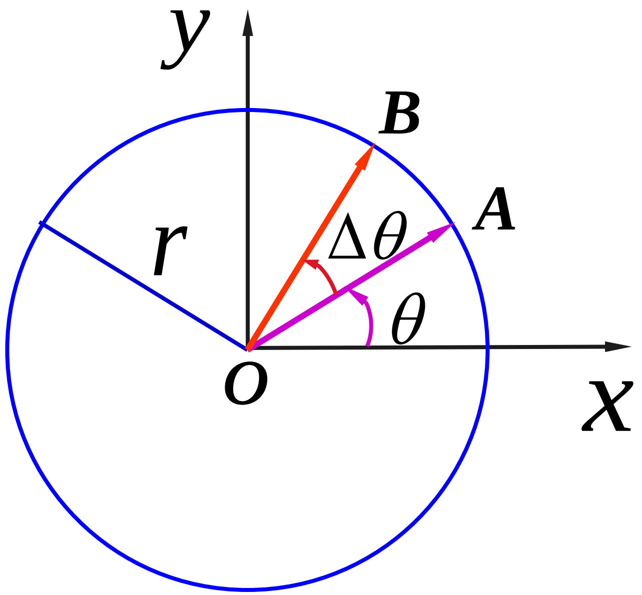
$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

二、 圆周运动的角速度和角加速度

（1）角位移： $\Delta\theta$

（2）平均角速度： $\overline{\omega} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

（3）角速度： $\omega(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{d\theta}{dt}$



角速度矢量：方向由质点运动方向决定。

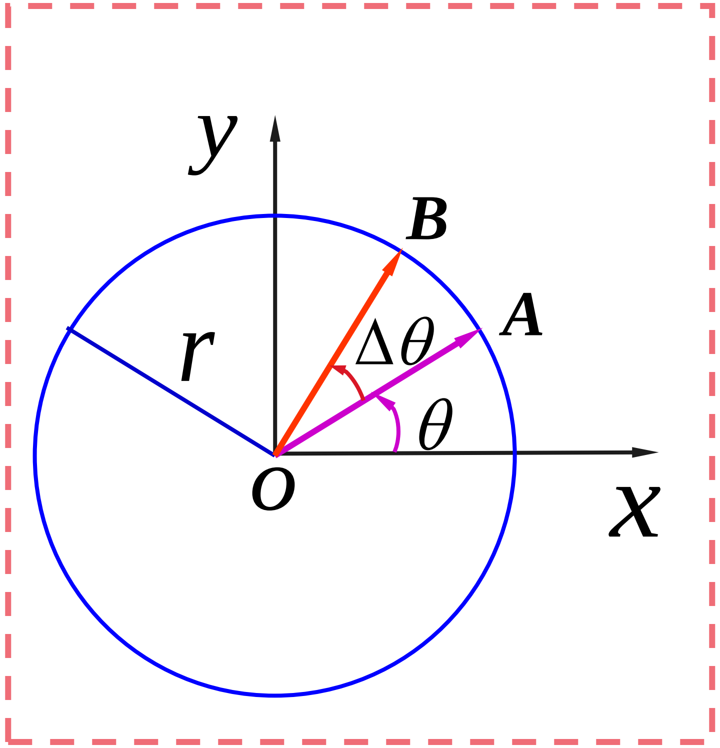
二、 圆周运动的角速度和角加速度

（4）平均角加速度:

$$\bar{\vec{\beta}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

（5）角加速度（瞬时角加速度）

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

二、 圆周运动的角速度和角加速度

类比一下

直线运动中：

速度： $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

加速度： $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

曲线运动中：

角速度： $\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\theta}}{dt}$

角加速度： $\vec{\beta} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$

物理的规律都是类似的，对称的。

三、圆周运动的切向加速度和法向加速度

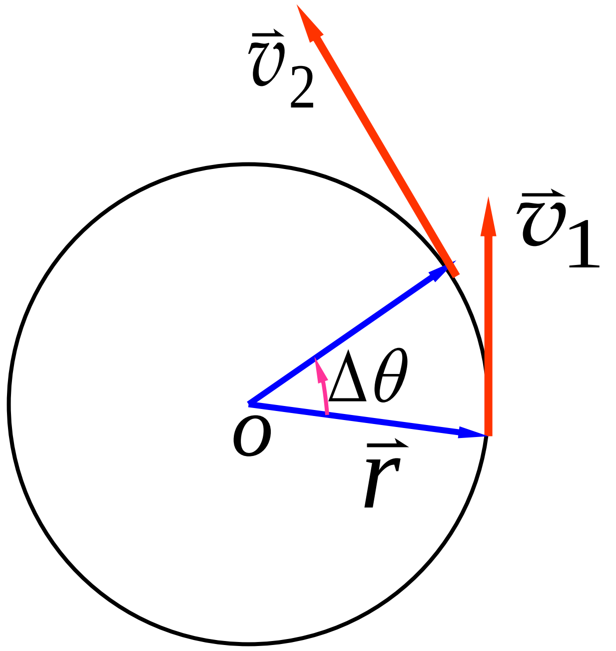
$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{t}}=v\vec{e}_{\mathrm{t}}$$

质点作变速率圆周运动时

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\boxed{\frac{dv}{dt}\vec{e}_t}+v\frac{d\vec{e}_{\mathrm{t}}}{dt}$$

第一项为切向加速度

$$a_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t=r\beta\vec{e}_t$$



说明：$\vec{v}=r\omega$

$$\beta=\frac{d\omega}{dt}$$

三、圆周运动的切向加速度和法向加速度

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{t}}=v\vec{e}_{\mathrm{t}}=r\omega\vec{e}_{\mathrm{t}}$$

质点作变速率圆周运动时

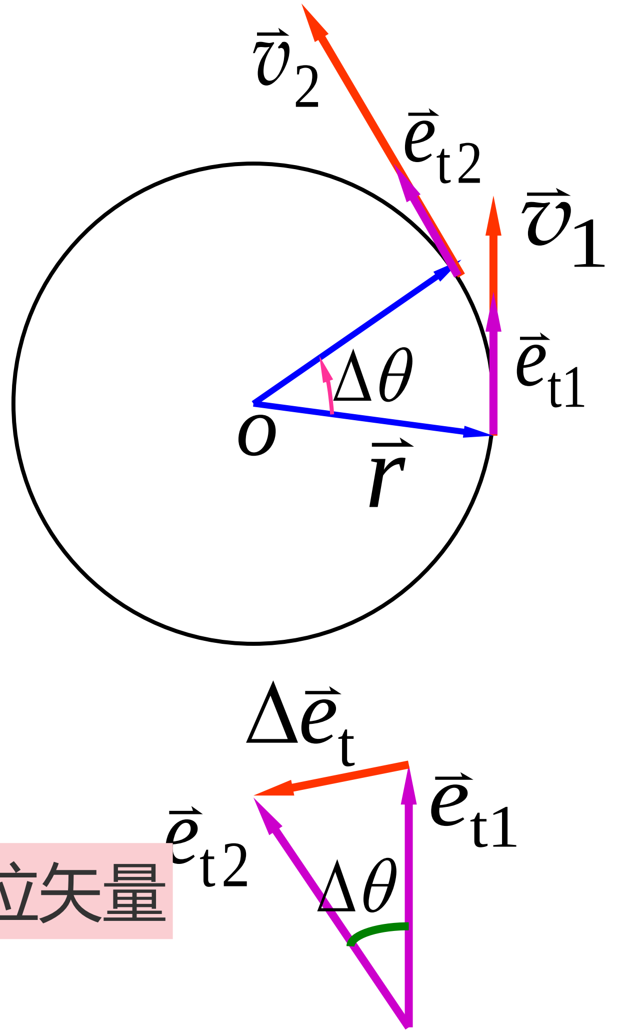
$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\boxed{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{t}}+\boxed{v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}}$$

为切向单位矢量的时间变化率

$$v\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{e}_{t}}{\Delta t}=v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_{t}}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{n}=v\omega\vec{e}_{n}$$

法向单位矢量

第二项为法向加速度。



三、圆周运动的切向加速度和法向加速度

第一项为切向加速度：**速度大小变化引起**

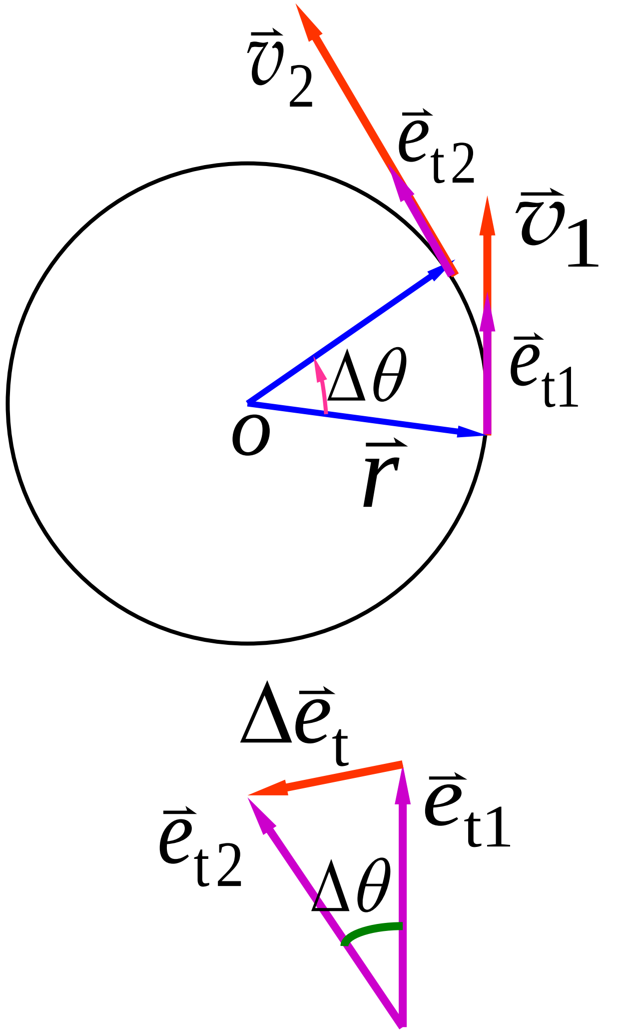
$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t=r\beta\vec{e}_t$$

第二项为法向加速度：**速度方向变化引起**

$$a_n=v\omega=\omega^2 r=\frac{v^2}{r}$$

圆周运动加速度

$$\vec{a}=a_t\vec{e}_t+a_n\vec{e}_n$$



四、例题

例 某发动机工作时，主轴边缘一点作圆周运动方程为

$$\theta = t^3 + 4t + 3 \quad (\mathrm{SI})$$

(1) 该点的角速度和角加速度为？

(2) 若主轴半径R，该点的加速度？

解: (1) 由运动方程得边缘一点的角速度和角加速度

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 3t^2 + 4$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = 6t$$

四、例题

例 某发动机工作时，主轴边缘一点作圆周运动方程为

$$\theta = t^3 + 4t + 3 \quad (\mathrm{SI})$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 3t^2 + 4$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = 6t$$

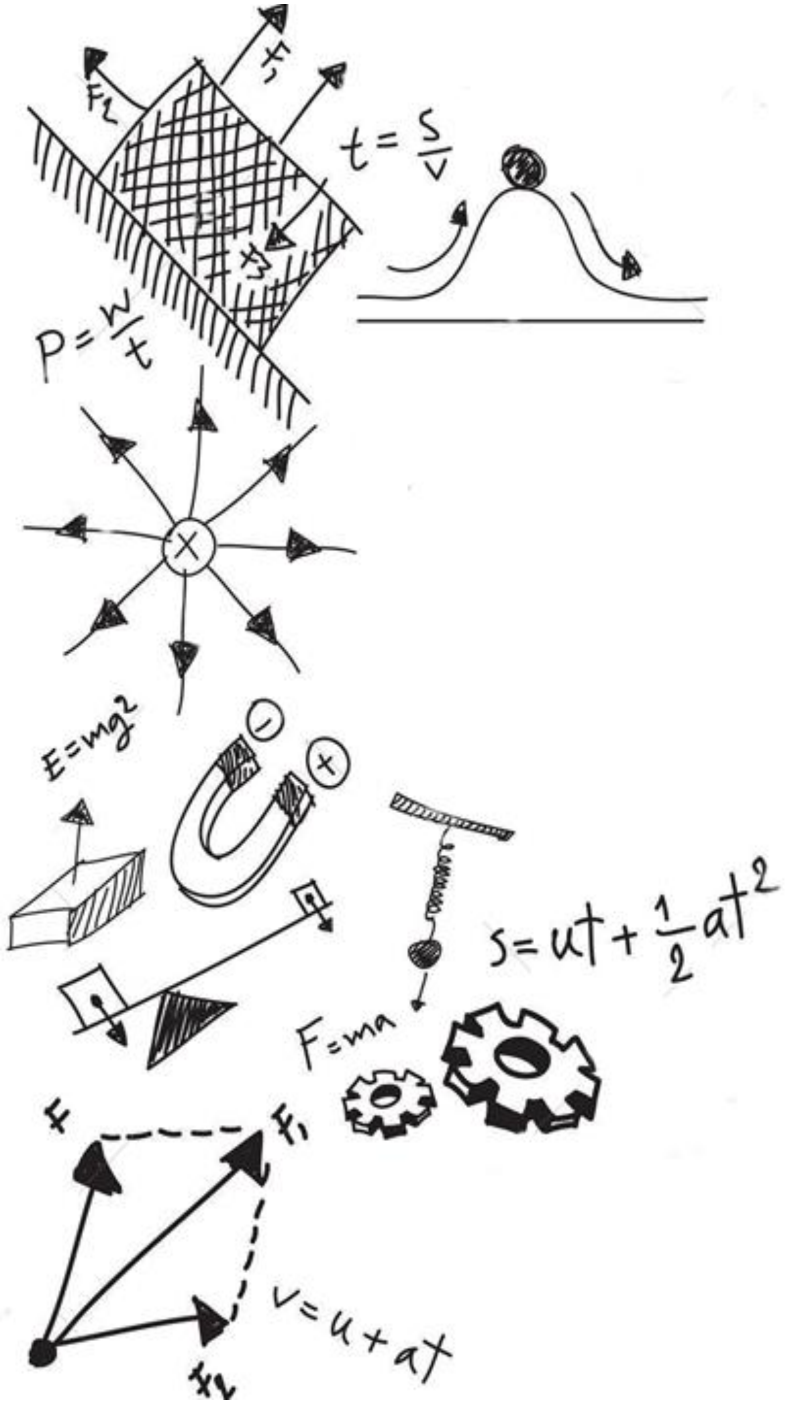
(1) 该点的角速度和角加速度为？

(2) 若主轴半径R，该点的加速度？

解: (2) 边缘一点的加速度

切向加速度： $\vec{a}_t = R\beta\vec{e}_t = 6Rt\vec{e}_t$

法向加速度： $\vec{a}_n = \omega^2 R\vec{e}_n = (3t^2+4)^2 R\vec{e}_n$



Thanks!