电路原理

一阶电路的零输入响应

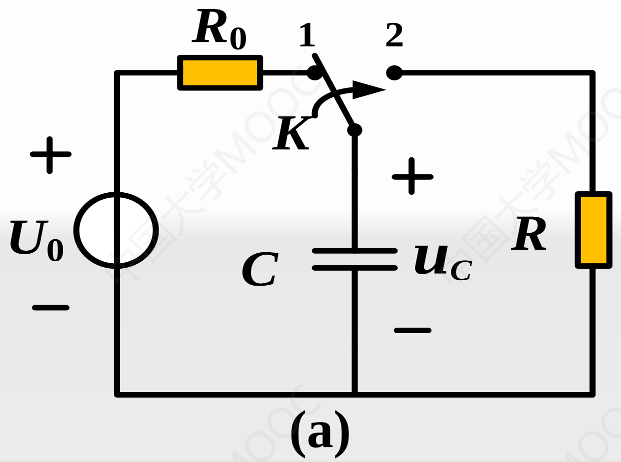
一阶电路：含一个储能元件的电路。

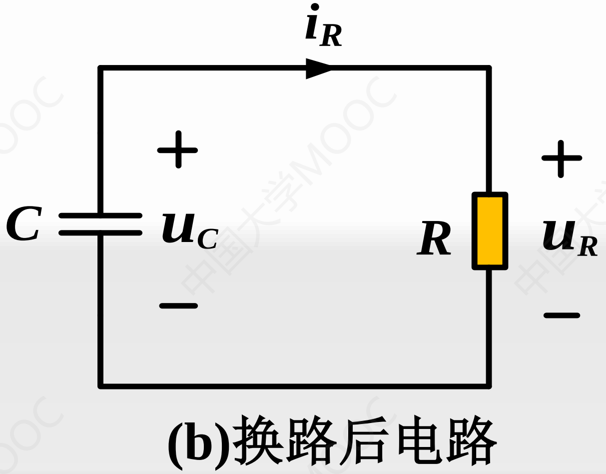
零输入响应(Zero–input response)：

换路后电路不含电源，响应是由储能元件所储存的能量产生。

分别讨论*RC*电路、*RL*电路的零输入响应。

*RC*电路的零输入响应





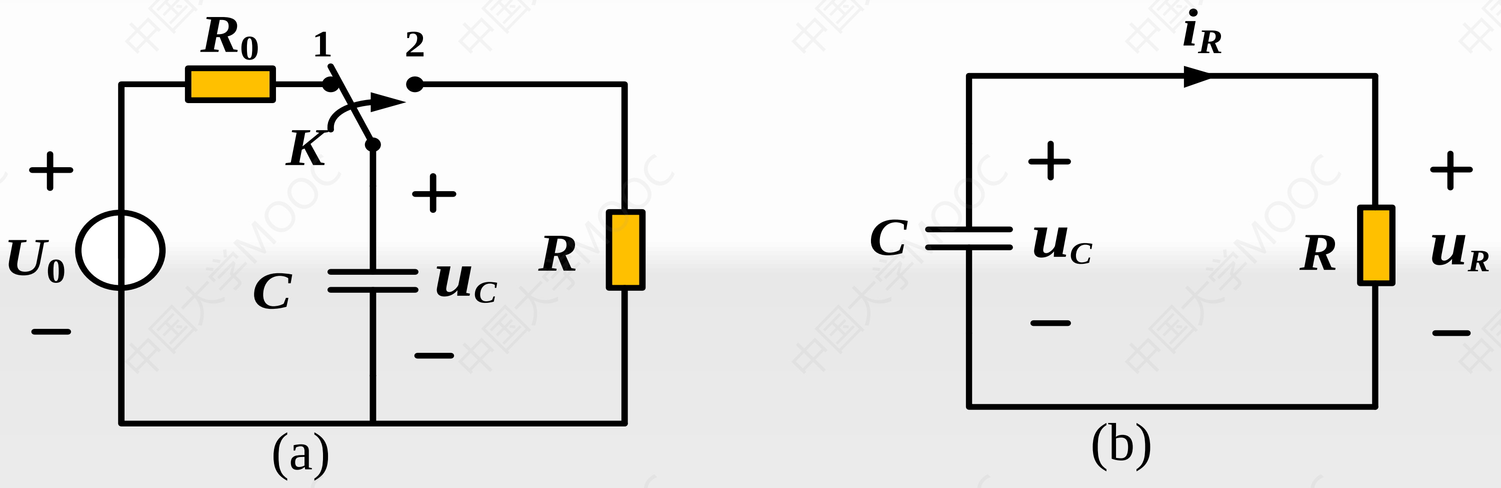
$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$ $\qquad i_R(0_+) = \dfrac{U_0}{R}$

由KVL得到 $\qquad -u_R + u_C = 0$

又 $\qquad u_R = Ri_R = -RC\dfrac{du_C}{dt}$

所以 $\qquad RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = 0 \qquad (t \geq 0)$

——线性常系数一阶齐次微分方程



$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0 \qquad (t \geq 0)$$

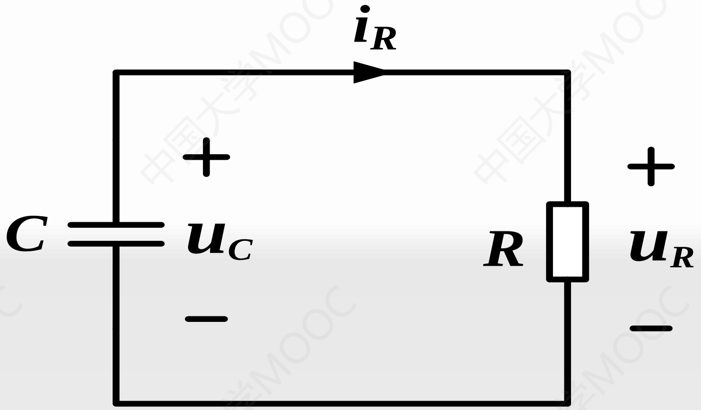
通解 $u_C(t)=Ke^{pt}$ 其中 $p=-\frac{1}{RC}$ 为特征根。

K 是待定常数，由初始条件确定。

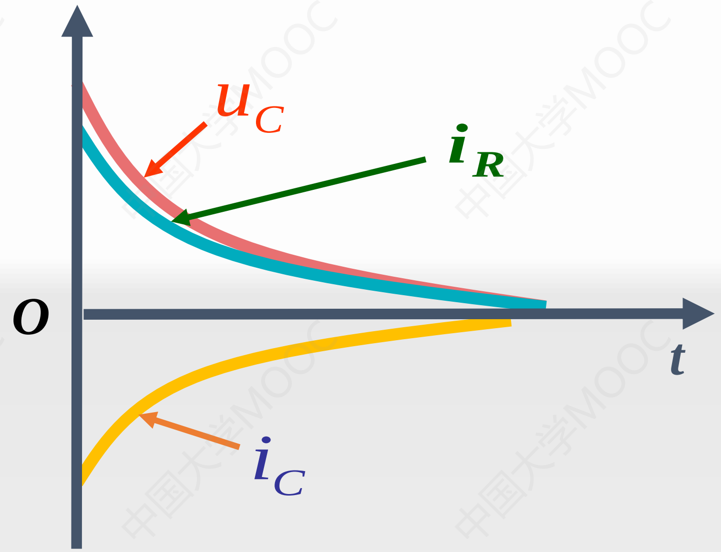
$$u_C(0_+)=Ke^{-\frac{t}{RC}}\Big|_{t=0}=K=U_0$$

$$u_C(t)=U_0e^{-\frac{t}{RC}}=u_C(0_+)e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (t \geq 0)$$

得到图 (b)换路后电路的零输入响应为



(b)



$$u_C(t)=u_C(0_+)e^{-\frac{t}{RC}}=U_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i_C(t)=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=-\frac{U_0}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

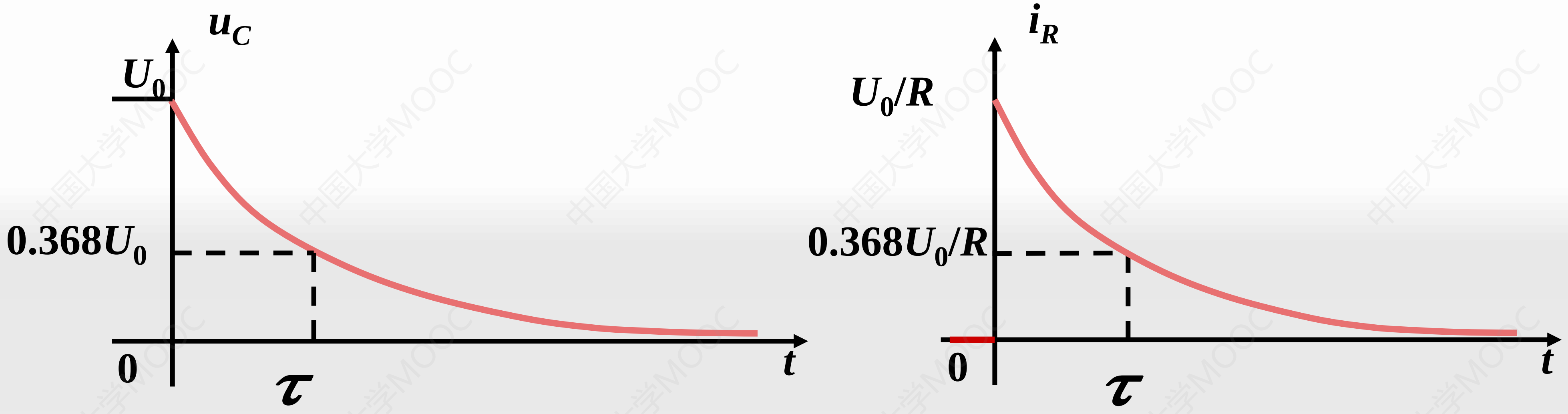
$$i_R(t)=-i_C(t)=\frac{U_0}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

时间常数

令 $\tau = RC$，称 τ 为 RC 电路的时间常数。

τ 的物理意义

当 $t = \tau$ 时 $\quad u_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 e^{-1} = 36.8\% U_0$



RC 放电电路的零输入曲线

理论上认为 $t \rightarrow \infty$、$u_C \rightarrow 0$ 电路达稳态 .

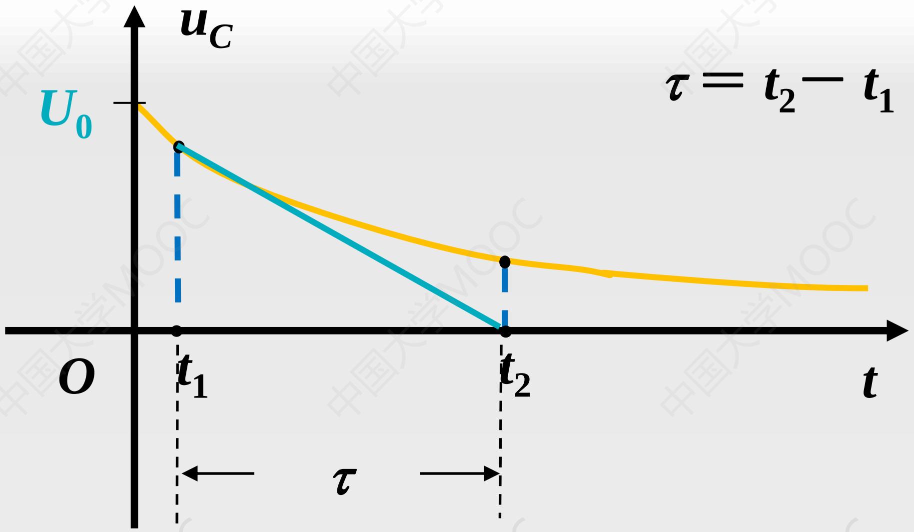
工程上认为 $t = (3\sim5)\tau$，$u_C \rightarrow 0$ 电容放电基本结束。

时间常数τ的几何意义：

$$u_C = U_0 \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

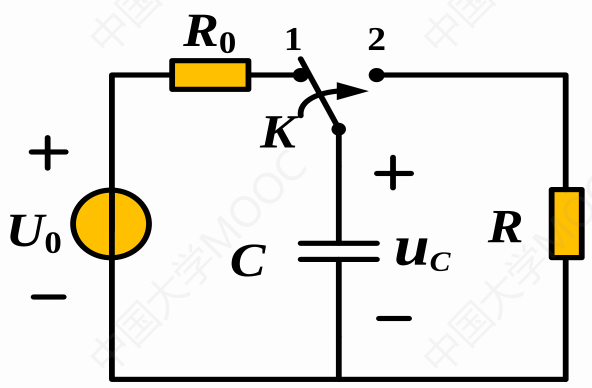
t_1 时刻曲线的斜率等于

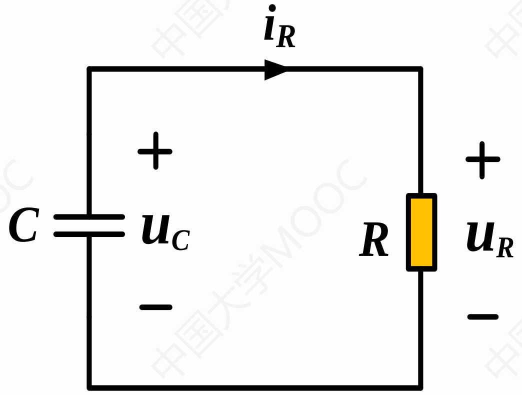
$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t_1} = -\frac{U_0}{\tau}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\Big|_{t_1} = -\frac{1}{\tau}u_C(t_1) = \frac{u_C(t_1) - 0}{t_1 - t_2}$$



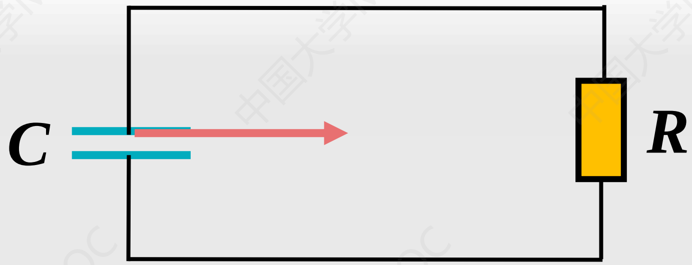
$\tau = t_2 - t_1$ → 次切距的长度

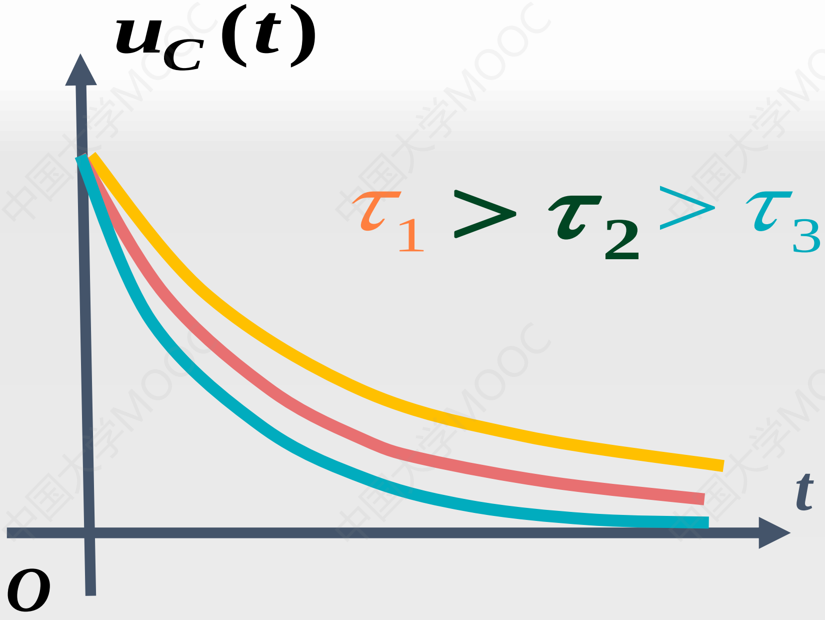
$$u_C(t_2) = 0.368\,u_C(t_1)$$





能量关系:

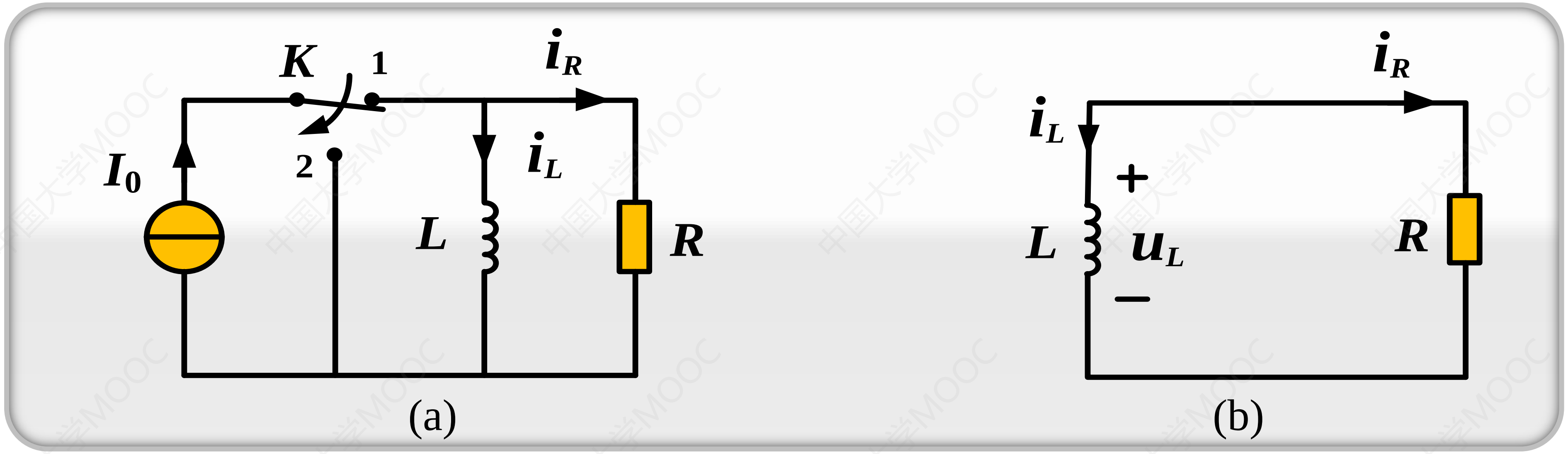




C储存的能量不断释放, 被R消耗,

直到全部储能消耗完毕。

*RL*电路的零输入响应



换路前 $i_L(0_-) = I_0$

换路后 $Ri_L + u_L = 0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{L}{R}\dfrac{di_L}{dt} + i_L = 0$

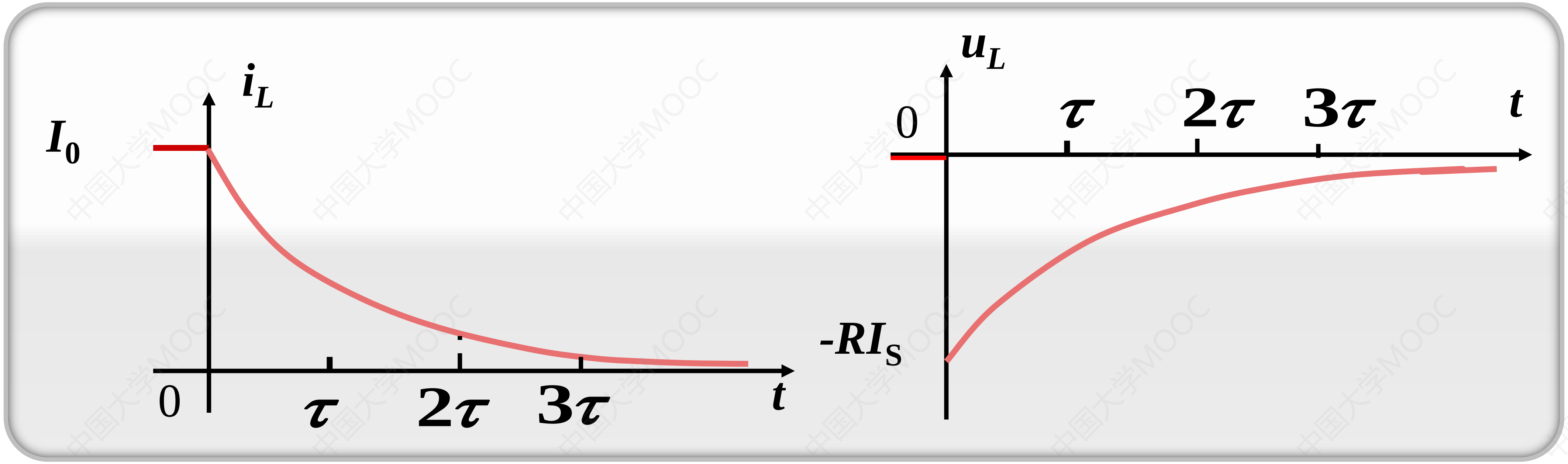
通解 $i_L(t) = Ke^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

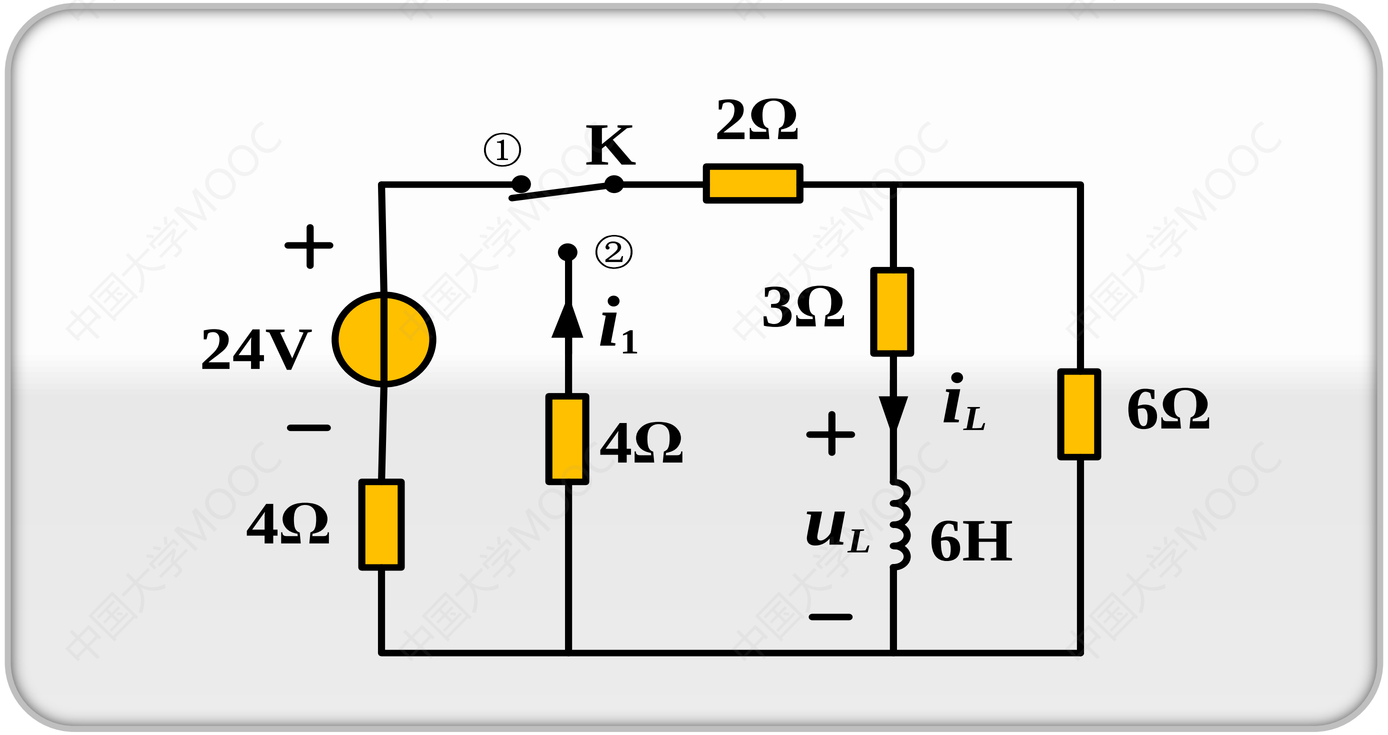
$$u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -RI_0 e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (t > 0)$$

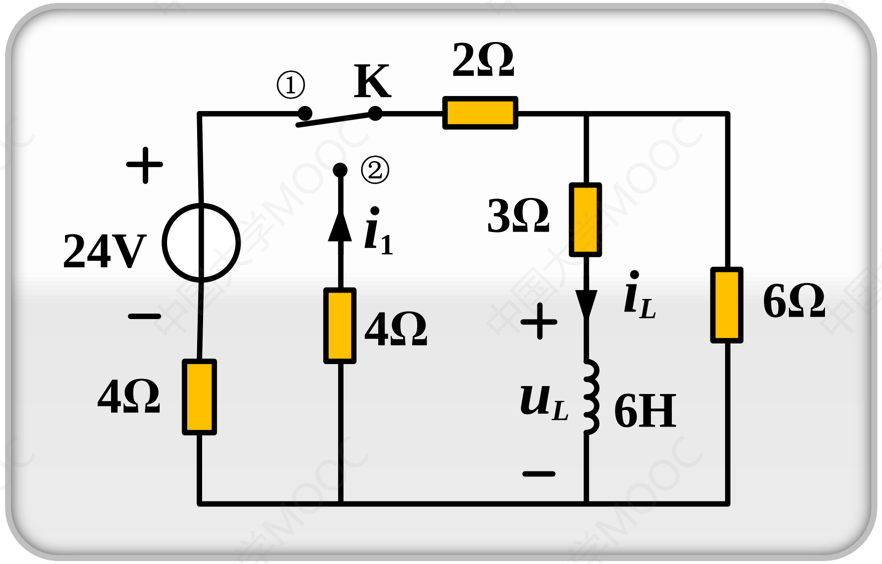
$$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t \geq 0)$$



*RL*放电电路的波形

例 电路如图7 - 12(a)所示，K合于①已很久， $t = 0$ 时K由① 合向②，求换路后的 $i_L(t)$, $u_L(t)$ 和 $u_{12}(t)$。





解　换路前电路已稳定，由换路定律得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\text{A}$$

换路后电路为零输入响应。

从L两端视入的等效电阻为　$R_0 = 6\Omega$ ➡ 时间常数为　$\tau = \dfrac{L}{R_0} = \dfrac{6}{6} = 1\text{s}$

零输入响应为

$$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 2e^{-t}\text{A} \quad (t \geq 0)$$

$$u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -12e^{-t}\text{V} \quad (t \geq 0)$$

$$u_{12}(t) = 24 + 4 \times i_1(t) = 24 + 4e^{-t}\text{V} \quad (t \geq 0)$$

谢谢