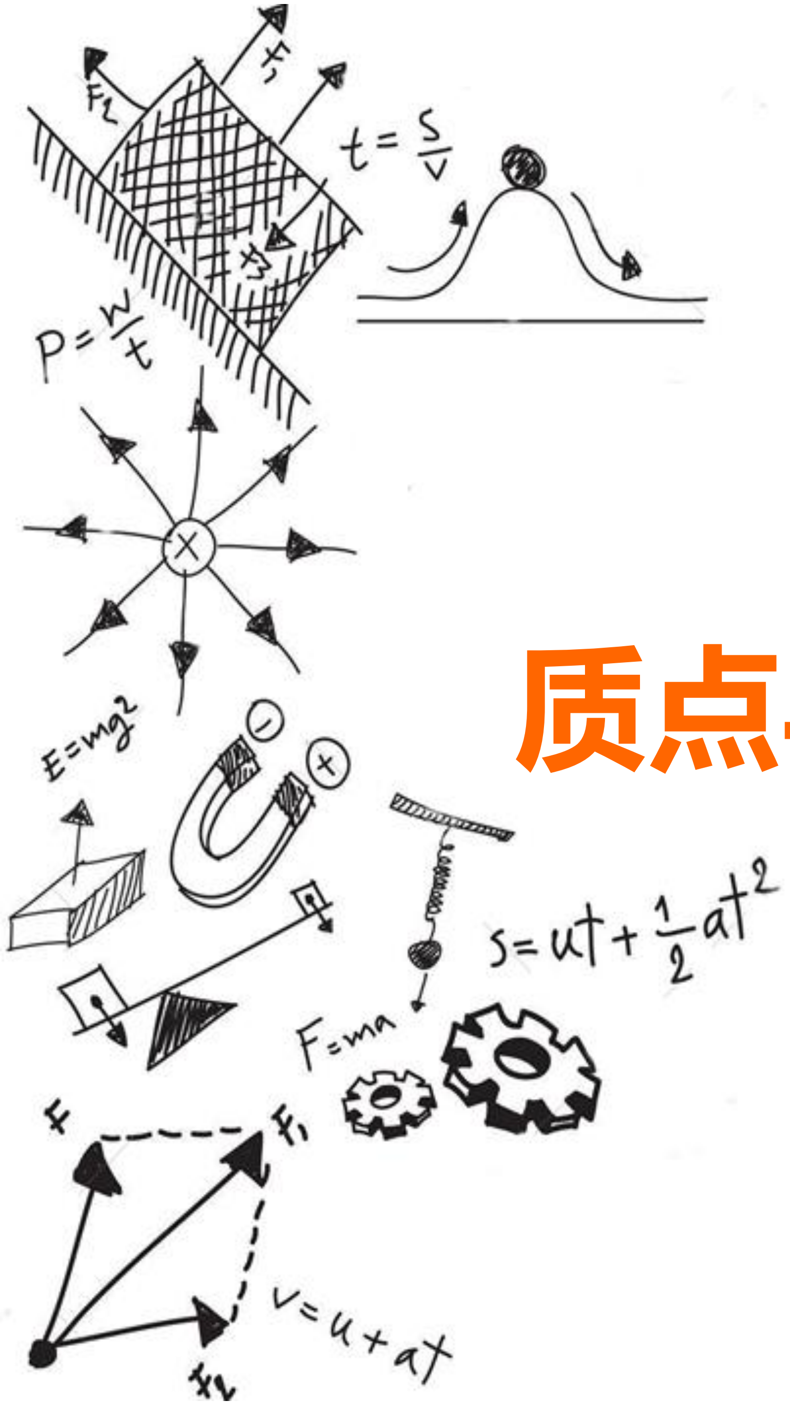
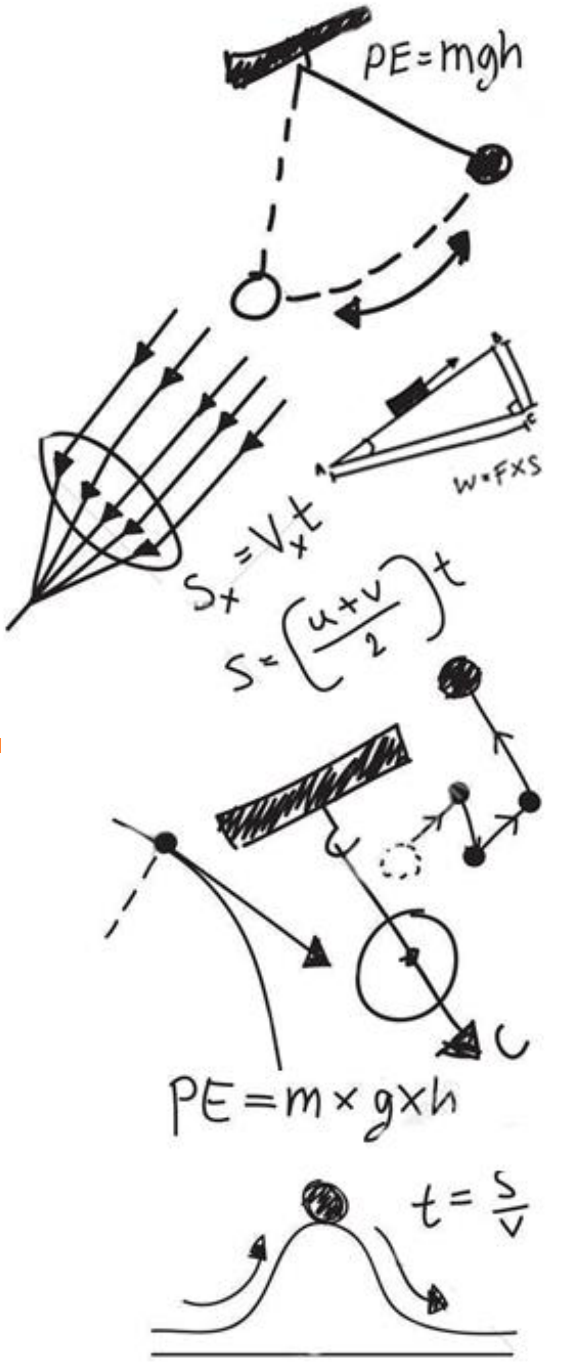
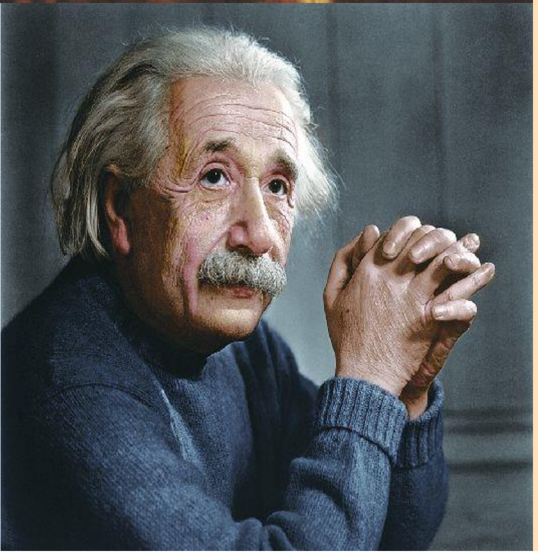


质点与刚体的角动量定理





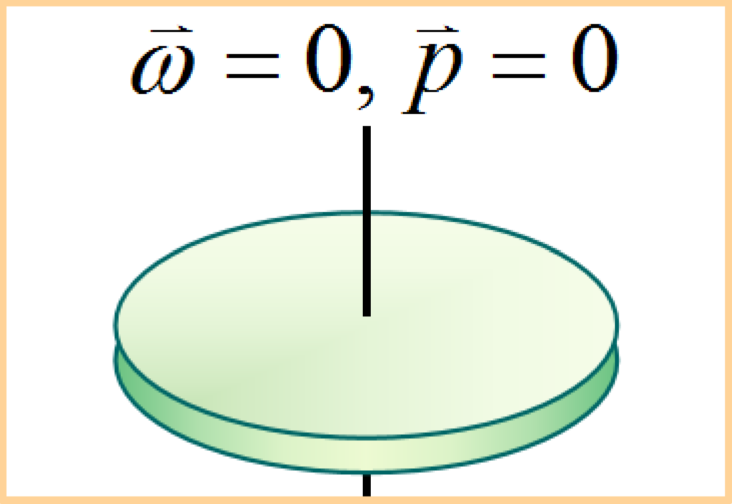
目录

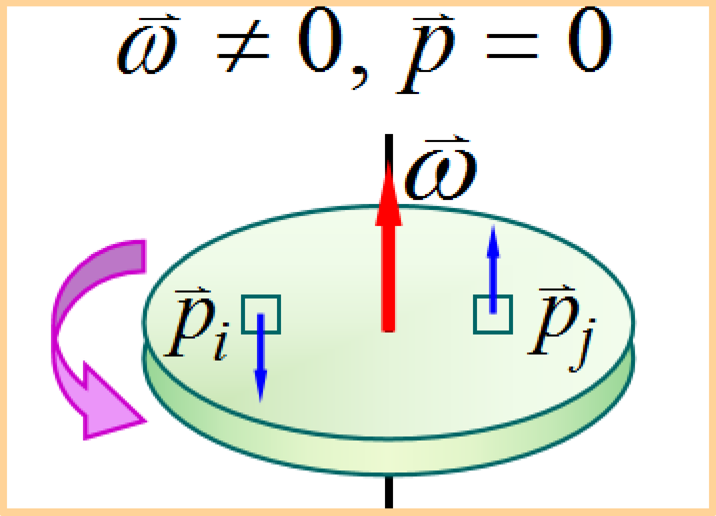
一、力矩的时间积累

力的时间积累效应	⟹	冲量、动量、动量定理。
力矩的时间积累效应	⟹	冲量矩、角动量、角动量定理。

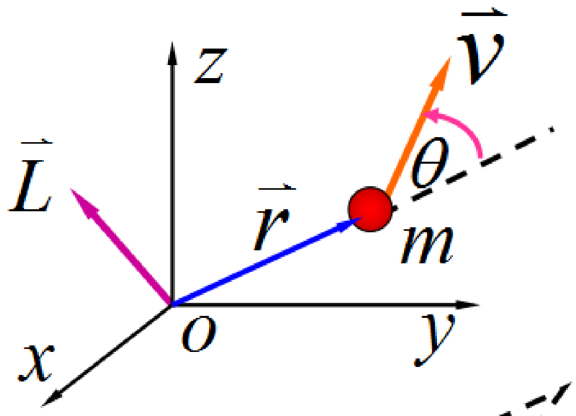
质点运动状态的描述　$\vec{p}=m\vec{v}\ ,E_{\mathrm{k}}=mv^2/2$

刚体定轴转动运动状态的描述　$\vec{L}=J\vec{\omega}\ ,E_{\mathrm{k}}=J\omega^2/2$





二、质点的角动量

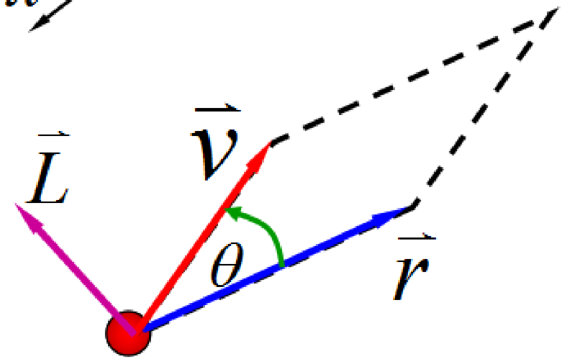


质量为 m 的质点以速度 $\vec{v}$ 在空间运动，

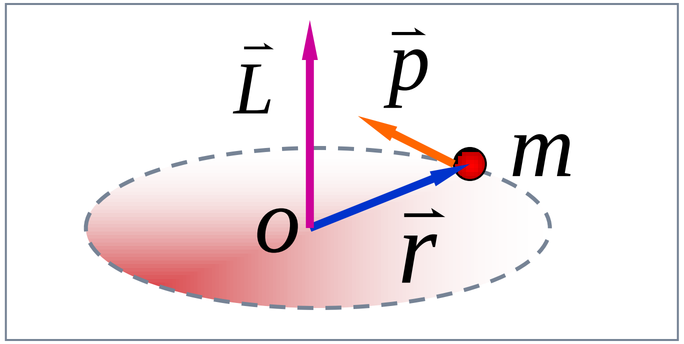
某时刻相对原点 O 的位矢为 $\vec{r}$，

质点相对于原点的角动量 $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v}$

大小 $L=rmv\sin\theta$



角动量的方向符合右手法则



质点运动方向时刻与半径方向垂直，

则质点相对圆心的角动量

$$L=mr^2\omega=J\omega$$

三、质点的角动量定理

$$\boxed{\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}} \qquad \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\vec{F}\,, \qquad \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}=?$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{r}\times\vec{p})=\vec{r}\times\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\times\vec{p}$$

$$\because \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\vec{v}, \quad \vec{v}\times\vec{p}=0 \qquad \therefore \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}=\vec{r}\times\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\vec{r}\times\vec{F}$$

$$\boxed{\vec{M}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}$$

作用于质点的合力对参考点 O 的力矩，
等于质点对该点 O 的角动量随时间的变化率。

四、质点的角动量守恒

$$\boxed{\vec{M}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}\qquad \boxed{\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}\mathrm{d}t=\vec{L}_2-\vec{L}_1}$$

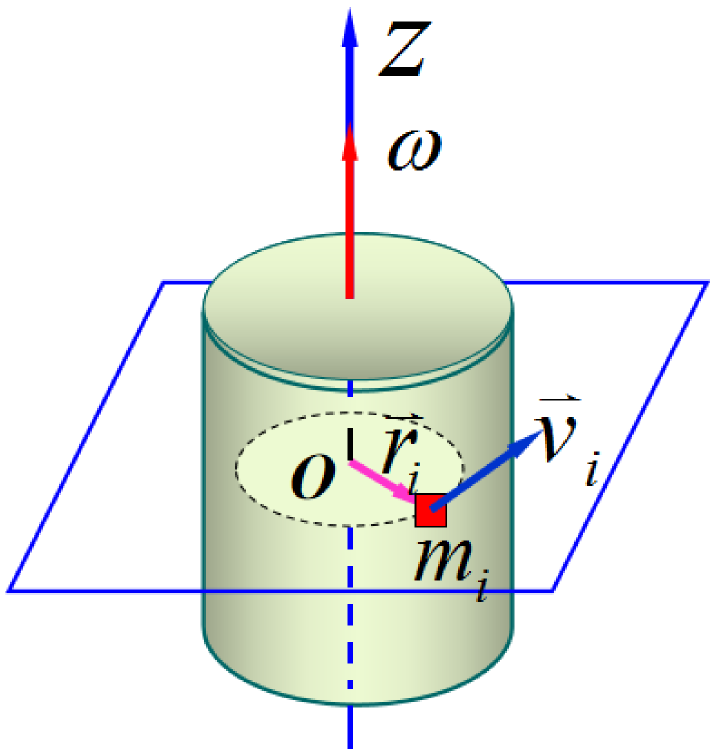
冲量矩 $\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}\mathrm{d}t$

质点的角动量定理： 对同一参考点 *O* ，质点所受的冲量矩等于质点角动量的增量。

质点的角动量守恒定律： $\vec{M}=0,\quad \vec{L}=$ **恒矢量**

质点所受对参考点 *O* 的合力矩为零时，质点对该参考点 *O* 的角动量为一恒矢量。

五、刚体的角动量及角动量定理



刚体定轴转动的**角动量** $L_i = m_i r_i v_i = m_i r_i^2 \omega$

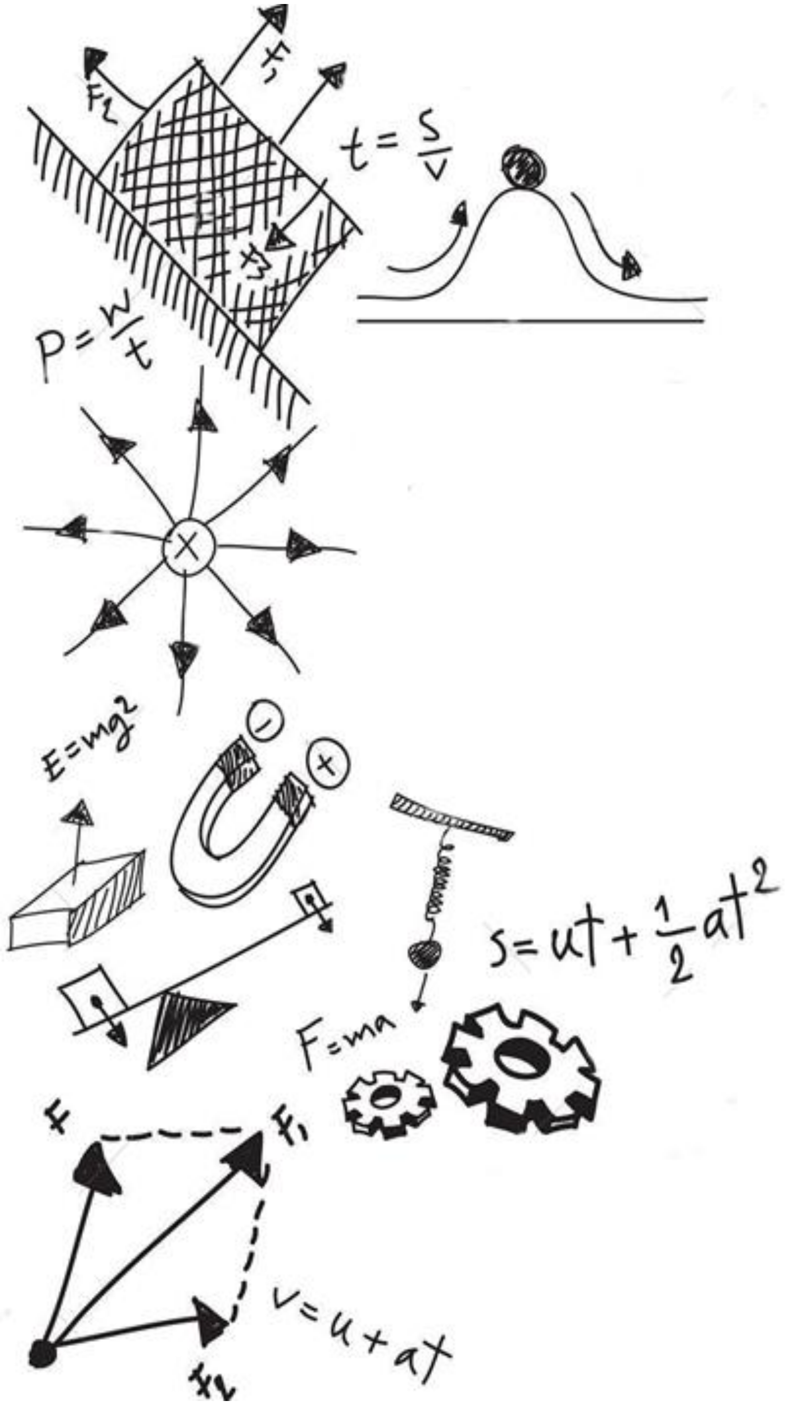
$$L = \sum_i m_i r_i v_i = (\sum_i m_i r_i^2)\omega \Rightarrow \boxed{L = J\omega}$$

刚体定轴转动的**角动量定理** $M = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(J\omega)}{\mathrm{d}t}$

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} M\mathrm{d}t = J\omega_2 - J\omega_1}$$

刚体转动的角动量定理：

刚体所受的冲量矩等于刚体转动角动量的增量。


t = S/V
P = W/t
E=mg2
s=ut+1/2at2
F=ma
v=u+at

Thanks!


PE=mgh
W=FxS
Sx=Vxt
S=((u+v)/2)t
PE=m×g×h
t = S/V