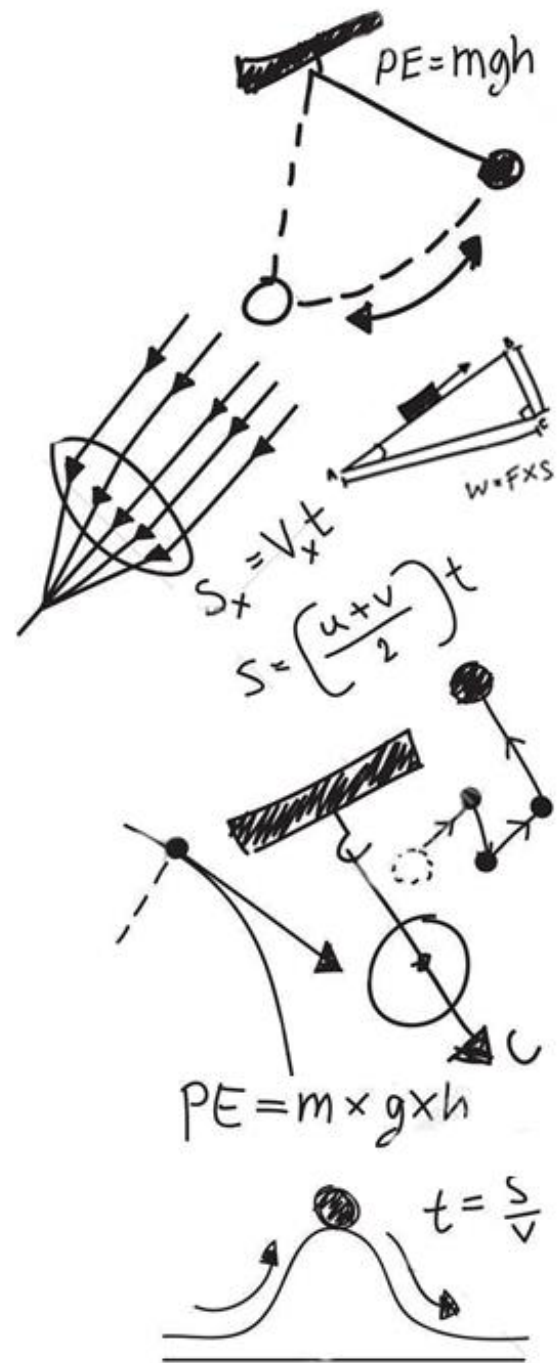


功





一、功的概念 — 力的空间累积效应

功：力对质点所作的功为力在质点位移方向的分量与位移大小的乘积。（功是标量，过程量）。

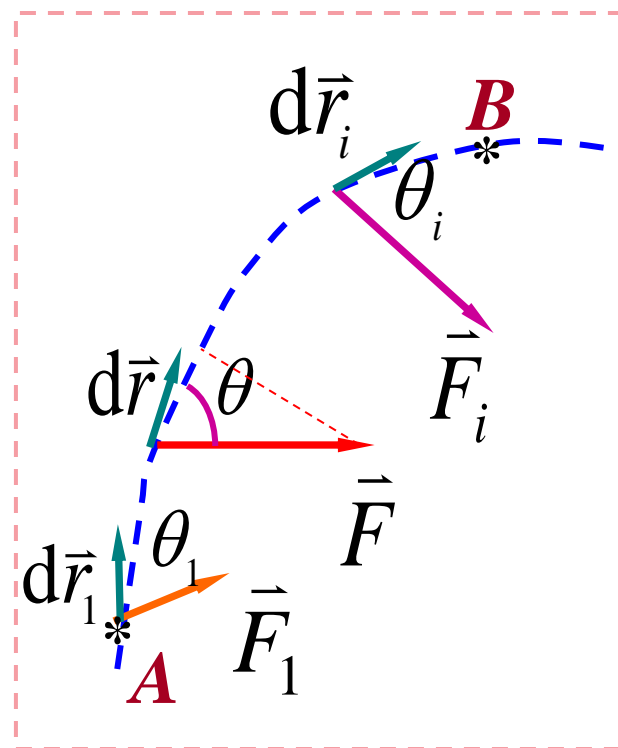
$$dW = F \cos \theta |d\vec{r}| = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ, \quad dW > 0$$

$$90^\circ < \theta < 180^\circ, \quad dW < 0$$

$$\theta = 90^\circ \quad \vec{F} \perp d\vec{r} \quad dW = 0$$

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F \cos \theta dr$$



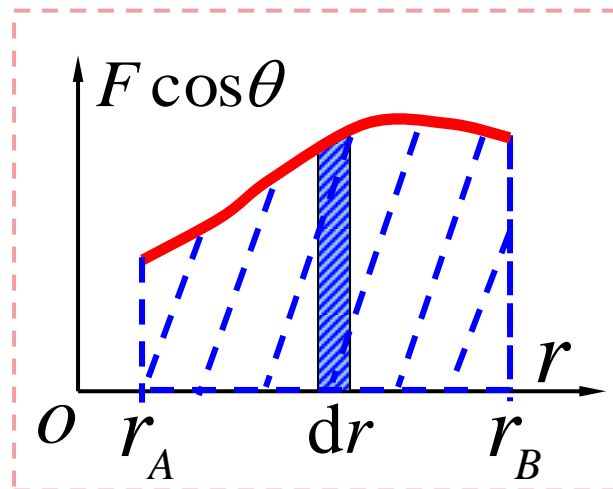


二、功的计算

(1) 变力的功

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F \cos \theta dr$$

围成曲面的面积



(2) 合力的功 = 分力的功的代数和

$$W = \int \sum \vec{F}_i \cdot d\vec{r} = \sum \int \vec{F}_i \cdot d\vec{r} = \sum_i W_i$$

(3) 分解为几个方向

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \\ d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k} \end{array} \right.$$

$$W = \int F_x dx + \int F_y dy + \int F_z dz = W_x + W_y + W_z$$



三、说明

(1) 功与运动过程有关。

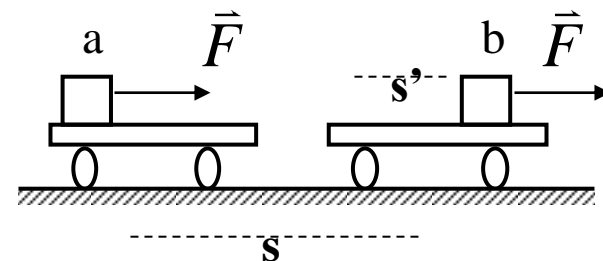
只有在质点的位置发生变动的过程才存在功。一般而言，功的值还和受力质点由初、末位置所经历的运动途径有关；即功是过程量。

(2) 功是标量，有正负之分。

其正负由力与位移夹角 θ 所决定。

(3) 功的值与参照系有关 ~ 相对性。

例：匀速前进车中，物体在 \vec{F} 作用下，
沿直线由a→b



车厢参照系 位移 s' 功 $w' = Fs'$

地面参照系 位移 s $w' = F(s' + s)$



四、功率

(1) 平均功率

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

(2) 瞬时功率

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$



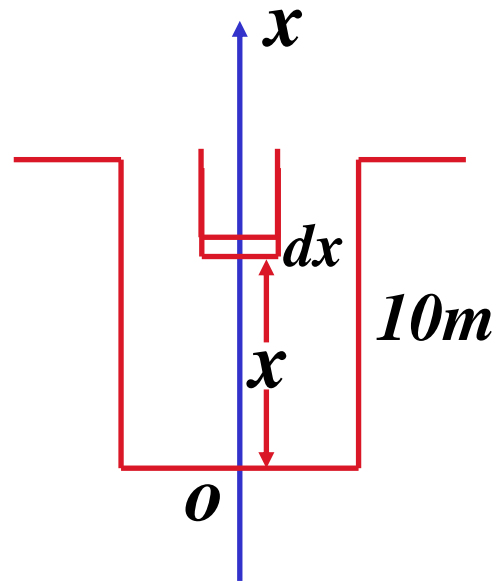
五、例题

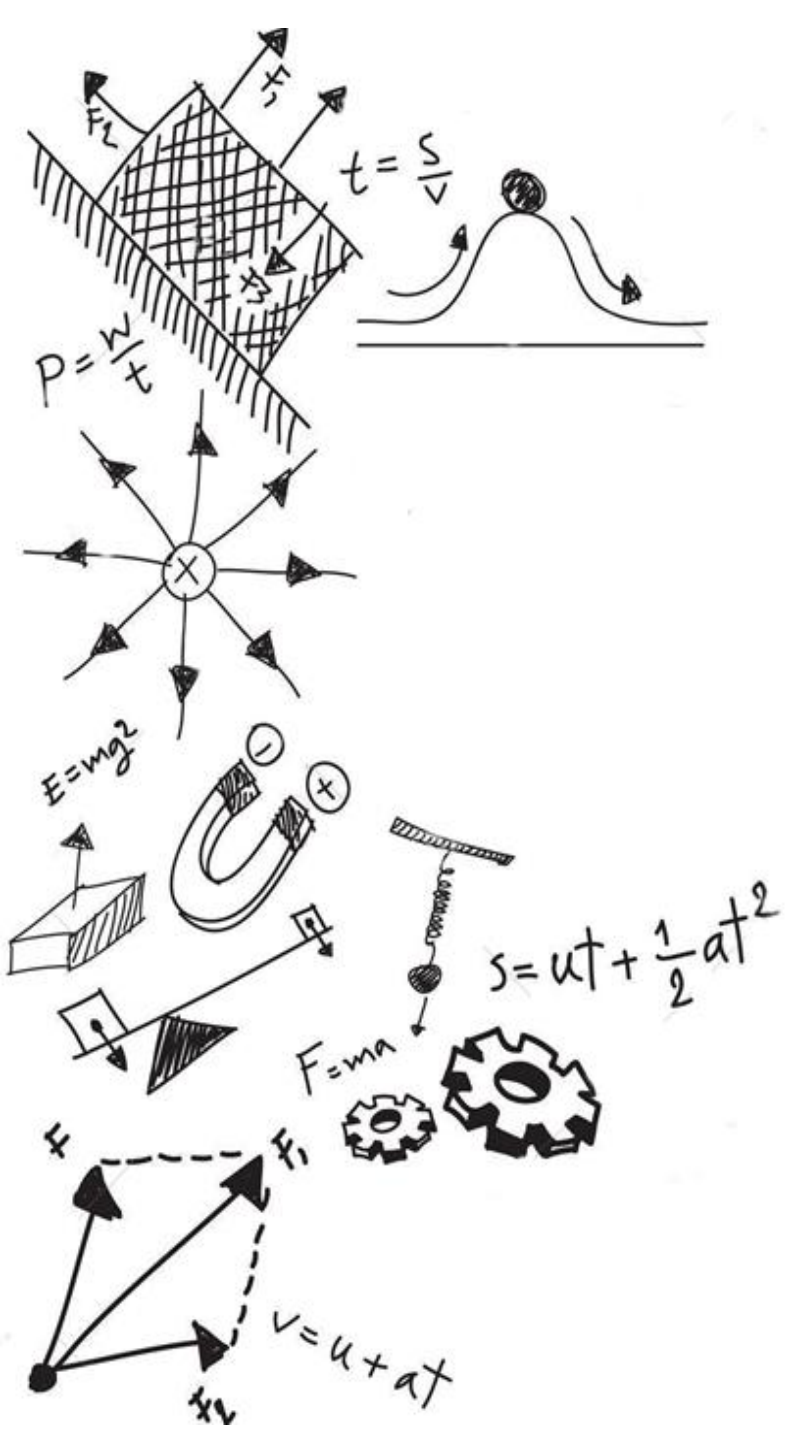
例 一人从10m深的井中提水，起始桶中装有水，一共10kg，由于水桶漏水，每升高1m要漏去0.2kg的水．求水桶被匀速地从井中提到井口，人所作的功．

解：以井底为坐标原点,竖直向上为 x 轴正方向:

$$\vec{F} = (10 - 0.2x)g\vec{i} \quad d\vec{r} = dx\vec{i}$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^{10} (10 - 0.2x)\vec{i} \cdot dx\vec{i} = 882(J)$$





Thanks!

