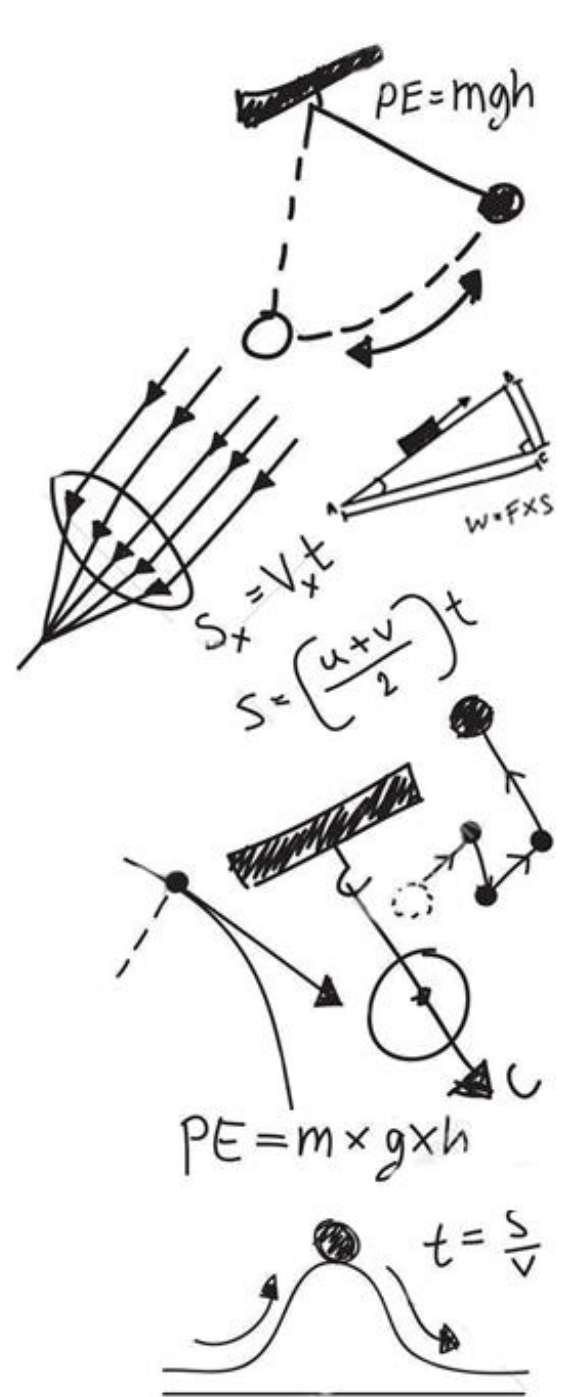


保守力、非保守力 和势能

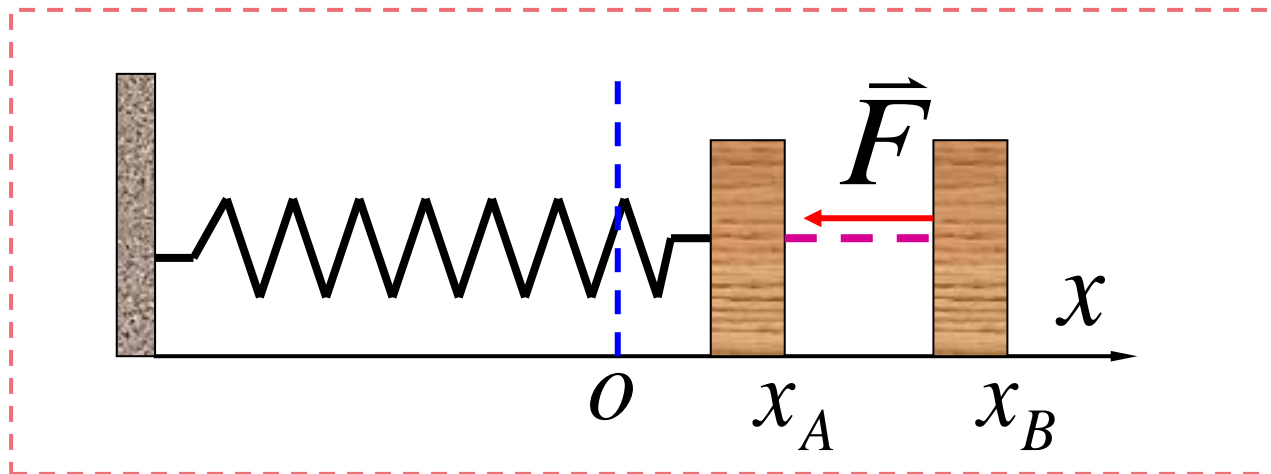




一、几种常见力做功的特点

(1) 弹性力做功

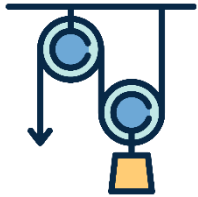
$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{x} = -kx\vec{i} \cdot dx\vec{i} = -kxdx$$

$$W = \int dw = \int_{x_A}^{x_B} -kxdx = -\left(\frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2\right)$$

功与路径无关，仅决定于相互作用质点的**始末**相对位置。



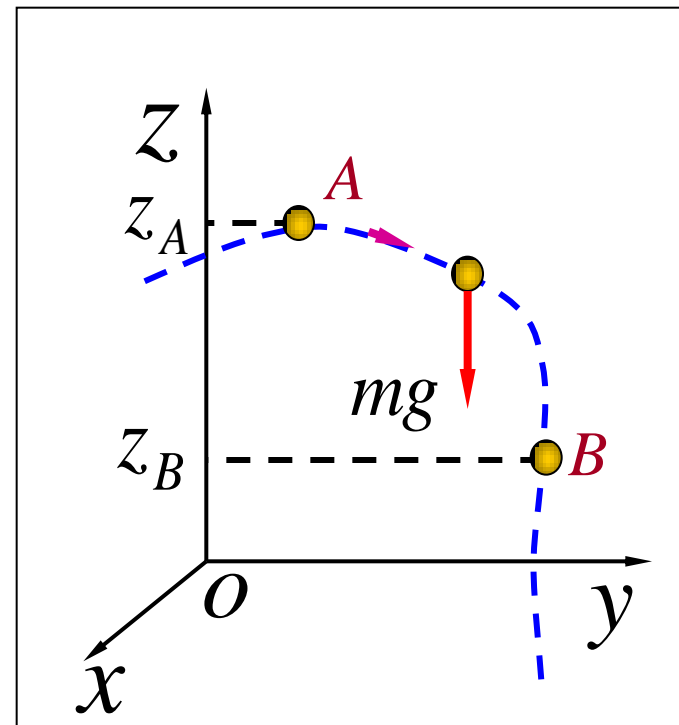
(2) 重力做功

$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

$$W = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{r} = \int_{z_A}^{z_B} -mg dz$$

$$= -(mgz_B - mgz_A)$$



功与路径无关，仅决定于相互作用质点的**始末**相对位置。



(3) 万有引力做功

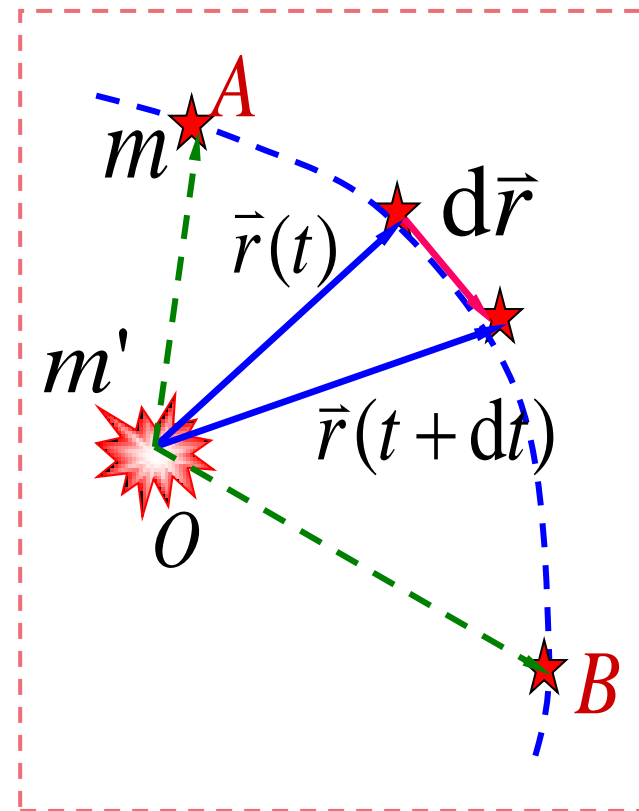
以 m' 为参考系, m 的位置矢量为 \vec{r} .

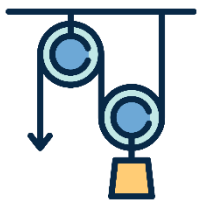
m' 对 m 的万有引力为

$$\vec{F} = -G \frac{m' m}{r^3} \vec{r}$$

m 移动位移元 $d\vec{r}$ 时引力做功为

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -G \frac{m' m}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{r}$$





(3) 万有引力做功

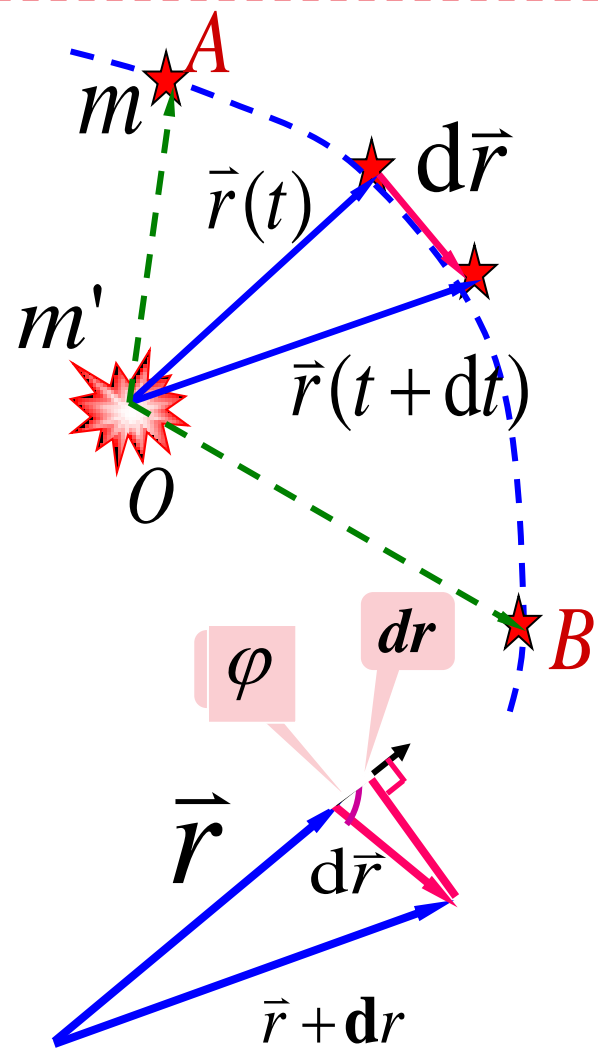
说明: $\vec{r} \cdot d\vec{r} = r |d\vec{r}| \cos \varphi = r dr$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -G \frac{m' m}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{r} = -G \frac{m' m}{r^2} dr$$

m 由 A 点移动到 B 点时 \vec{F} 做功为

$$\begin{aligned} W &= \int dW = \int_{r_A}^{r_B} -G \frac{m' m}{r^2} dr \\ &= - \left[\left(-G \frac{m' m}{r_B} \right) - \left(-G \frac{m' m}{r_A} \right) \right] \end{aligned}$$

功与路径无关，仅决定于相互作用质点的
始末相对位置。





一、几种常见力做功的特点

引力功

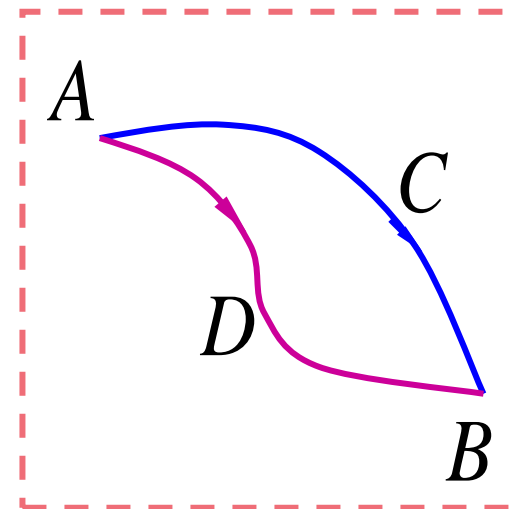
$$W = - \left[\left(-G \frac{m' m}{r_B} \right) - \left(-G \frac{m' m}{r_A} \right) \right]$$

重力功

$$W = -(mgz_B - mgz_A)$$

弹力功

$$W = - \left(\frac{1}{2} kx_B^2 - \frac{1}{2} kx_A^2 \right)$$



保守力： 力所作的功与路径无关，仅决定于相互作用质点的**始末**相对位置。

$$\int_{ACB} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{ADB} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



一、几种常见力做功的特点

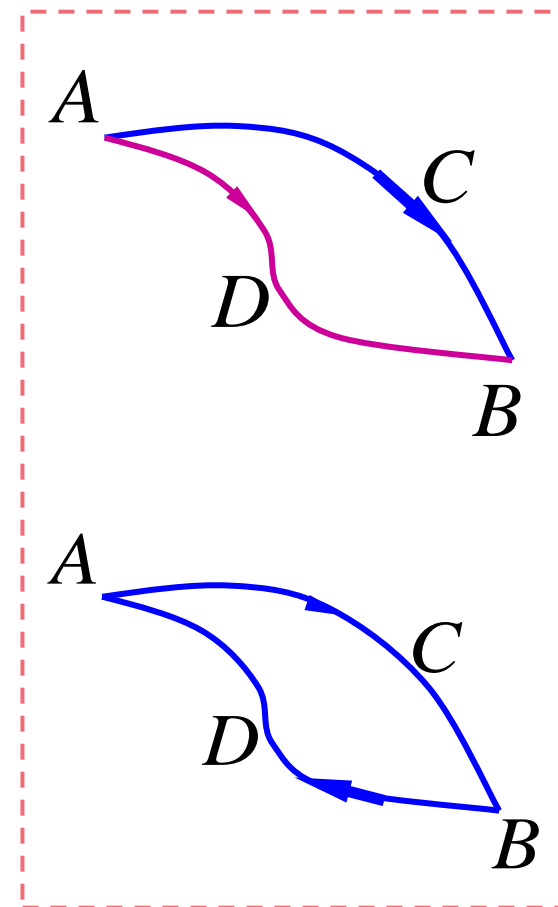
$$\int_{ACB} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{ADB} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\oint_l \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{ACB} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{BDA} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\oint_l \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

物体沿闭合路径运动一周时, **保守力**对它所作的功等于**零**。

非保守力: 力所作的功与路径有关。(例如摩擦力)





二、势能

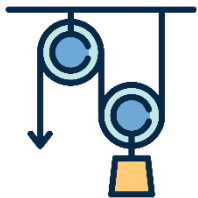
(1) 定义：

由物体间的相对位置所决定的能量，其改变量可以度量保守力所作的功。该能量称为**势(位)能**。

(2) 计算：

设保守力 \vec{F} 将质点 m 由 $a \rightarrow b$ ，其势能分别为

$$\begin{aligned} & E_{Pa} \quad E_{Pb} \\ \Delta E_P &= E_{Pb} - E_{Pa} \end{aligned}$$



(2) 计算

$$\Delta E_P = E_{Pb} - E_{Pa}$$

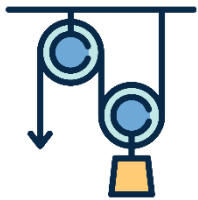
$$\text{则有： } E_{Pa} - E_{Pb} = -\Delta E_P = W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

~ 保守力对物体作的功等于物体势能增量的**负值**。

若选取b为零势能点, $E_{Pb} = 0$

则有：

$$E_{Pa} = \int_a^{(0)} \vec{F} \cdot d\vec{r} = E_P$$



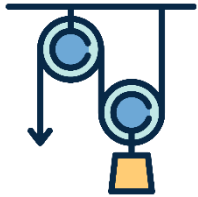
(3) 几点说明

- ◆ 势能是状态函数 $E_p = E_p(x, y, z)$
- ◆ 势能具有相对性，势能大小与势能零点的选取有关。
- ◆ 势能是属于系统的。
- ◆ 势能计算



$$E_{p0} = 0$$

$$E_p(x, y, z) = \int_{(x, y, z)}^{E_{p0}=0} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



(4) 几种常见的势能

◆ 重力势能

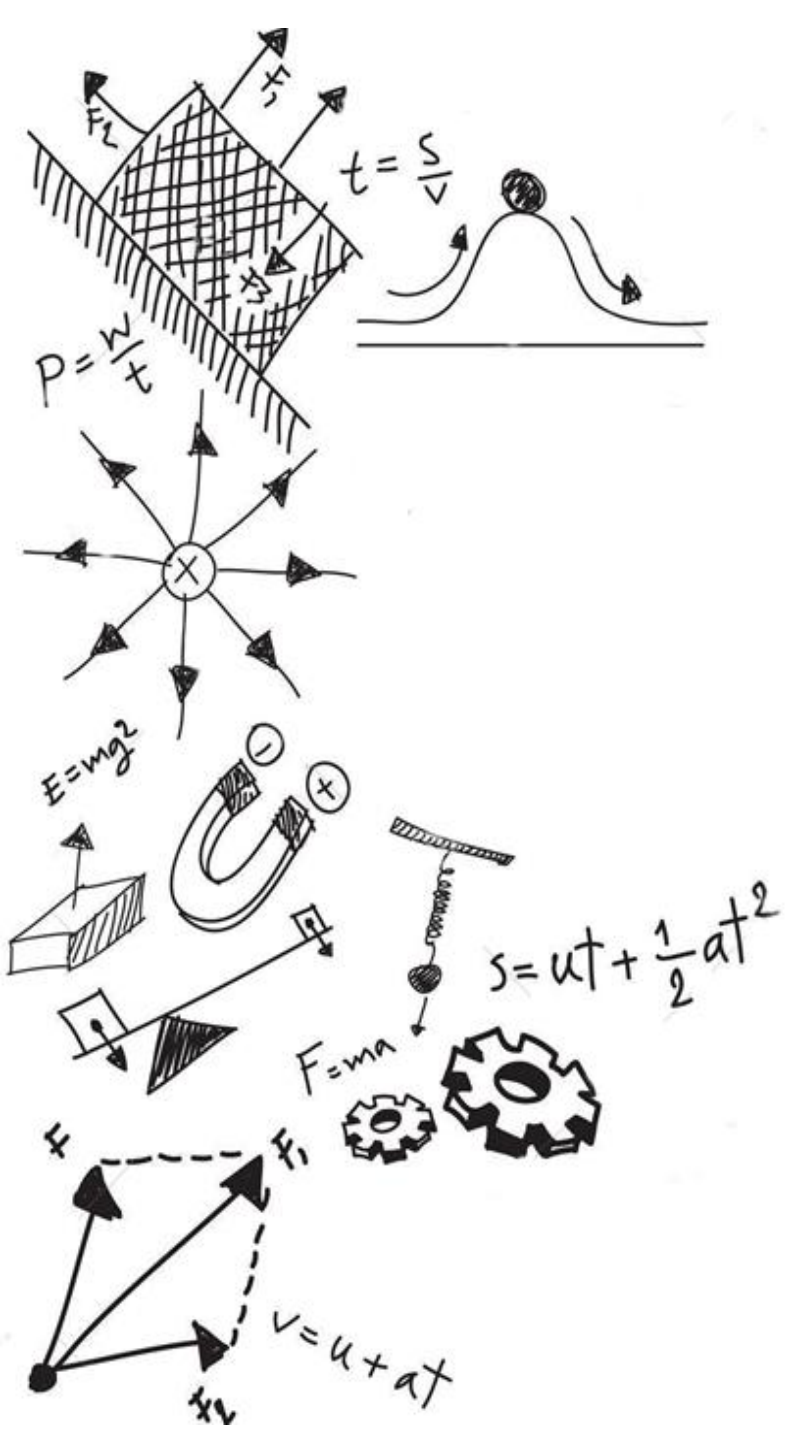
$$E_p = mgh$$

◆ 引力势能

$$E_p = -G \frac{m' m}{r}$$

◆ 弹性势能

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2$$



Thanks!

