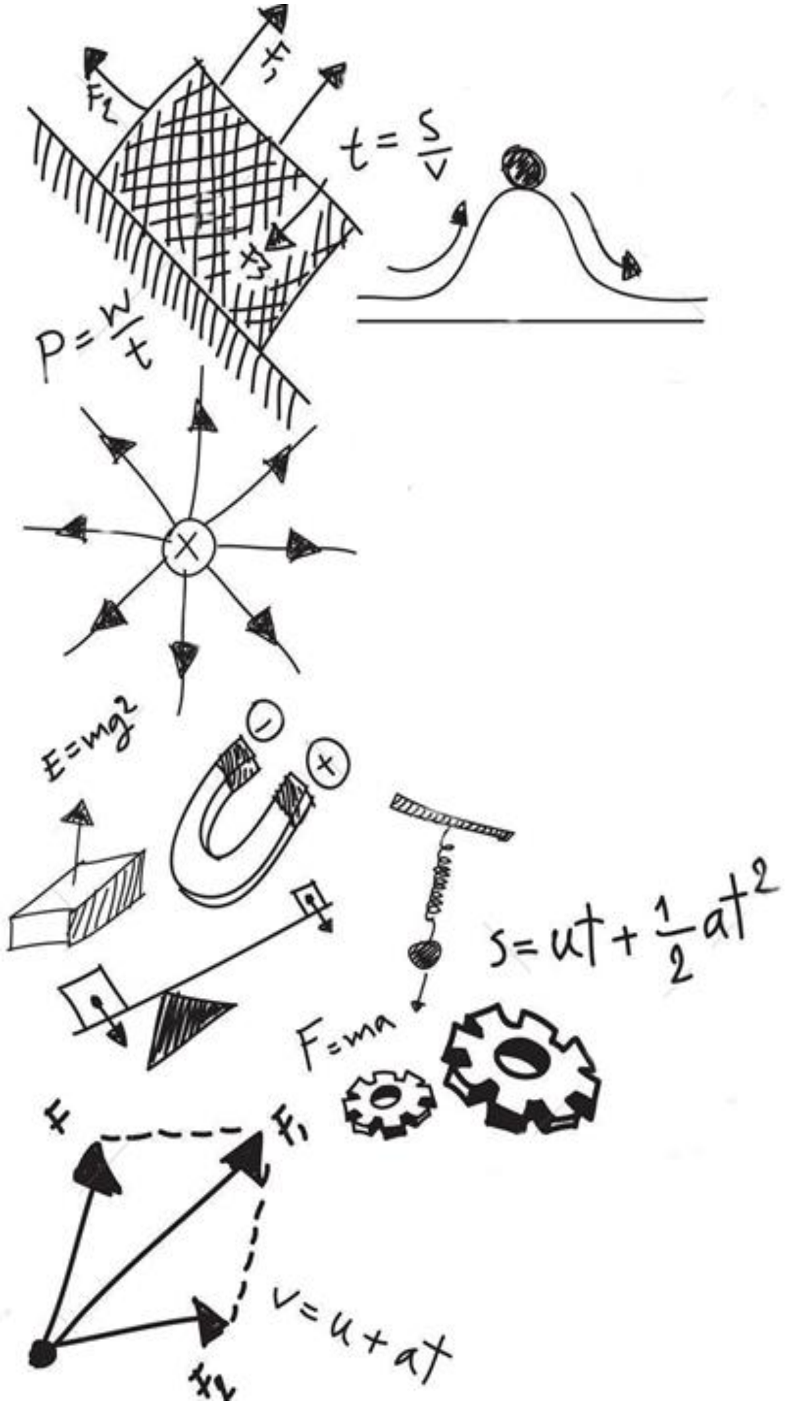
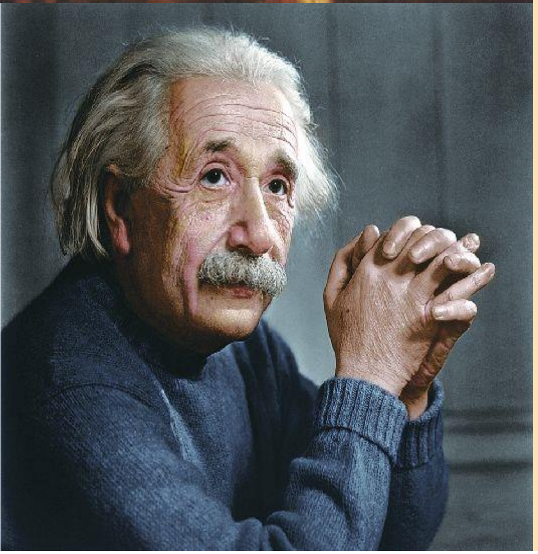


转动惯量



目录

01 转动惯量的定义

02 质量连续分布的刚体转动惯量的计算

03 平行轴定理

一、转动惯量的定义

（1）物理意义：转动惯性大小的量度，不仅和质量有关，也和质量分布及转动轴有关。

（2）转动惯量的计算方法：

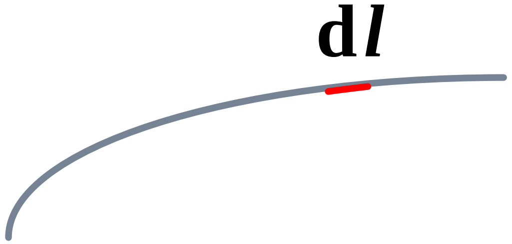
质量离散分布的刚体 $J=\sum_j m_j r_j^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots$

质量连续分布的刚体 $J=\int r^2 \mathrm{d}m$

二、 质量连续分布的刚体转动惯量的计算

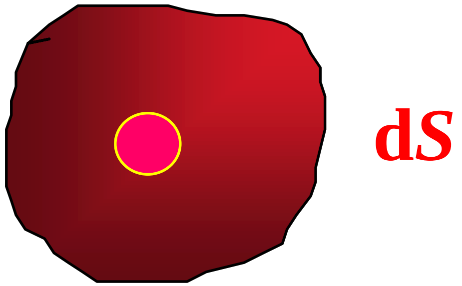
- 对**质量线**分布的刚体：$\mathrm{d}m = \lambda \mathrm{d}l$

  λ ：质量线密度



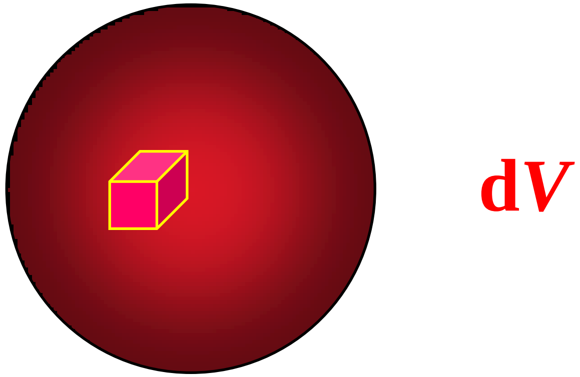
- 对**质量面**分布的刚体：$\mathrm{d}m = \sigma \mathrm{d}S$

  σ ：质量面密度



- 对**质量体**分布的刚体：$\mathrm{d}m = \rho \mathrm{d}V$

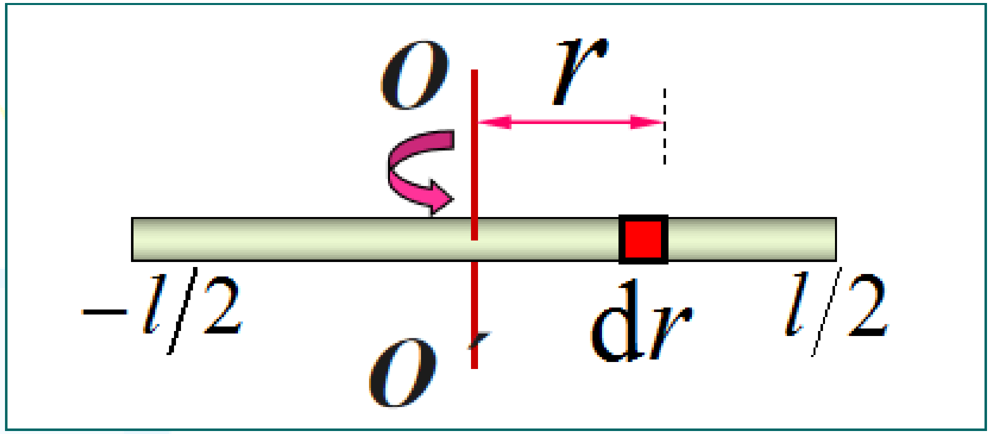
  ρ ：质量体密度

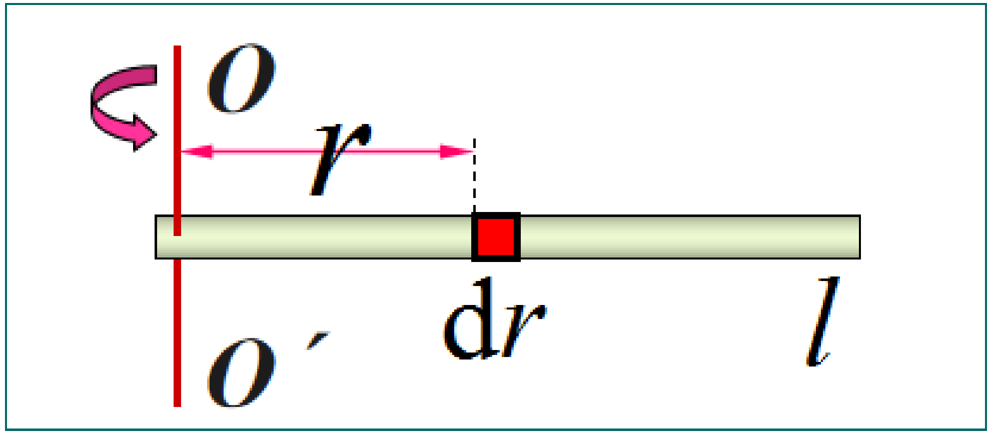


【例1】

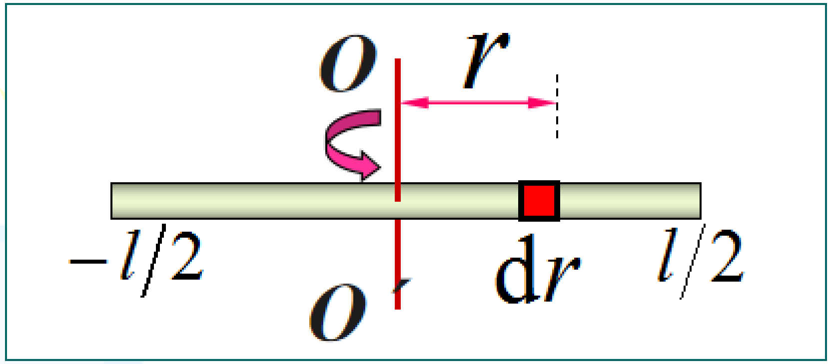
已知：一质量为 m，长为 l 的均匀细长棒，

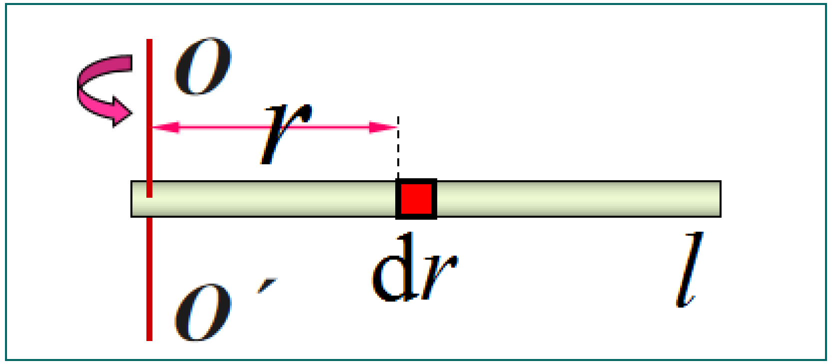
求：通过棒中心并与棒垂直的轴的转动惯量？





【例1】





解：设棒的线密度为 λ，

取一距离转轴 OO' 为 r 处的质量元 $\mathrm{d}m=\lambda \mathrm{d}r$，其中 $\lambda=\dfrac{m}{l}$

$$J=\lambda\int_{-l/2}^{l/2} r^2 \mathrm{d}r=\frac{1}{12}\lambda l^3$$

$$=\frac{1}{12}ml^2$$

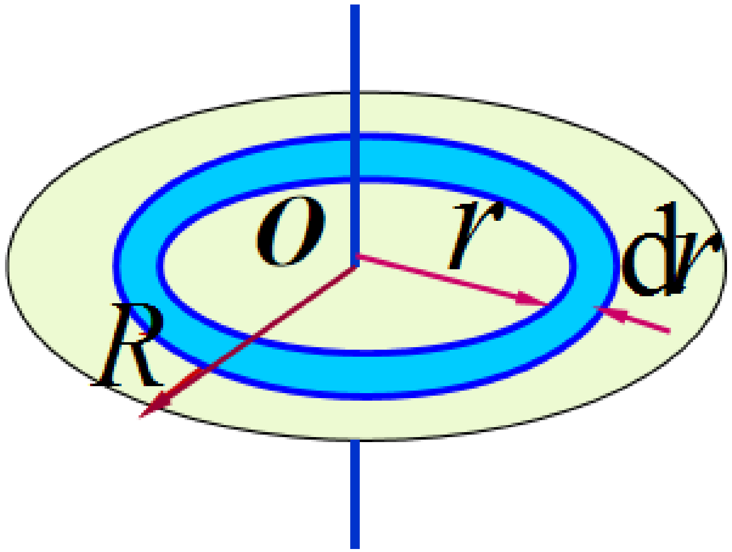
如转轴过端点垂直于棒

$$J=\lambda\int_0^l r^2 \mathrm{d}r=\frac{1}{3}ml^2$$

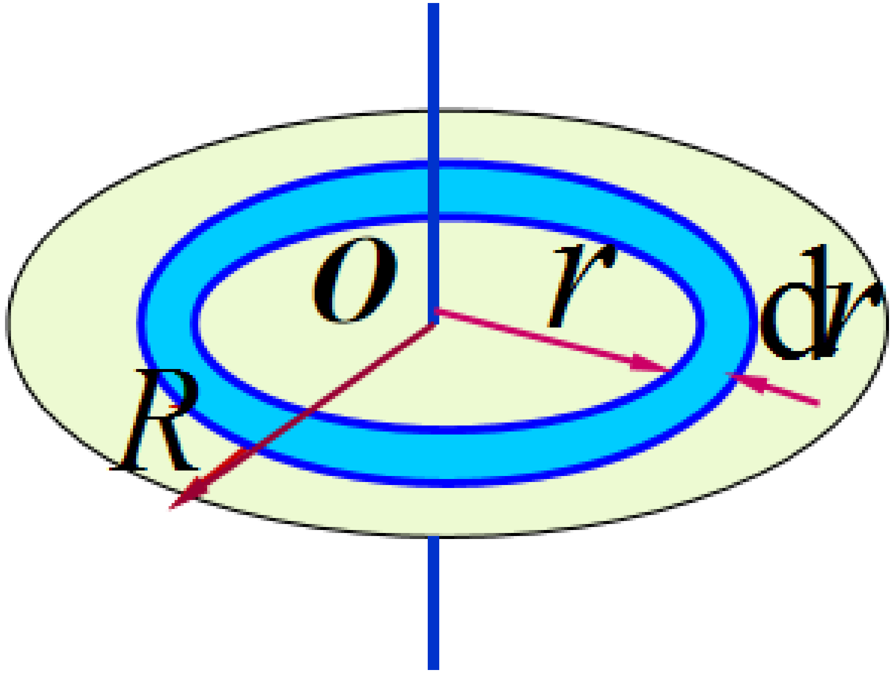
【例2】

已知：一质量为 m 半径为 R 的均匀圆盘，

求：通过盘中心 O 并与盘面垂直的轴的转动惯量？



【例2】



解： 圆环质量 $dm=\sigma 2\pi\, r dr$

圆环对轴的转动惯量：

$$dJ=r^2 dm=2\pi\,\sigma r^3 dr$$

$$\sigma=m/(\pi R^2)$$

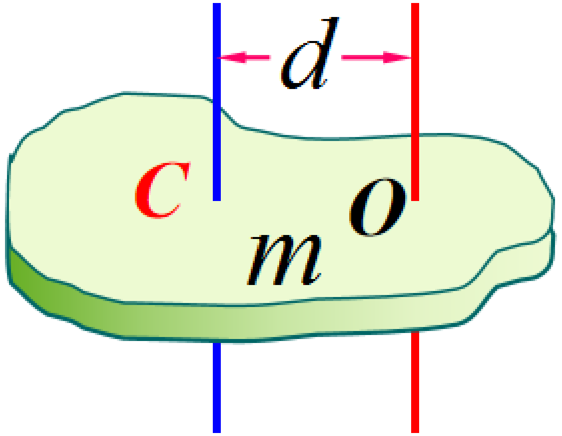
$$J=\int_0^R 2\pi\sigma r^3 dr=\frac{\sigma}{2}\pi R^4$$

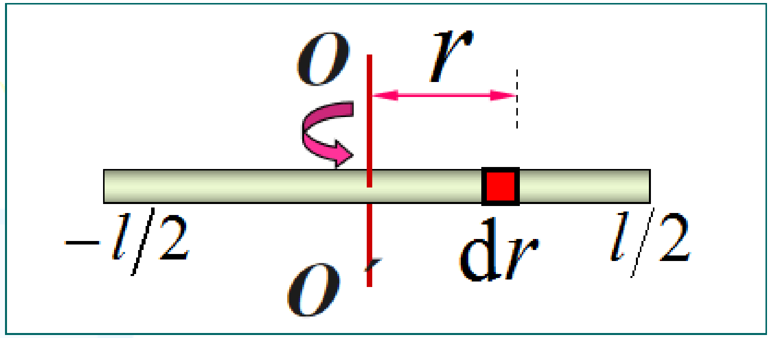
所以 $J=\dfrac{1}{2}mR^2$

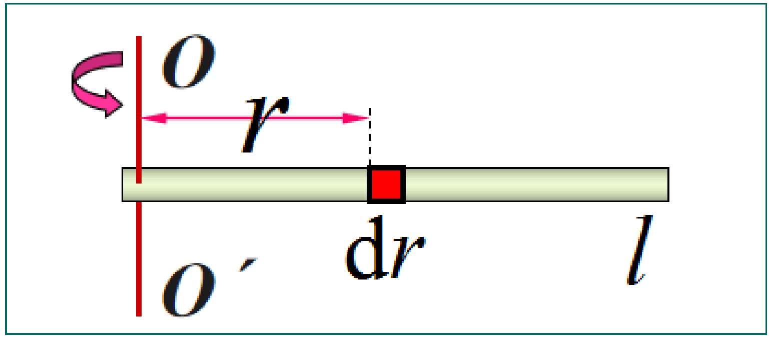
三、平行轴定理

质量为 m 的刚体，如果对其质心轴的转动惯量为 J_c，

则对任一与该轴平行，相距为 d 的转轴的转动惯量 $J_o = J_c + md^2$



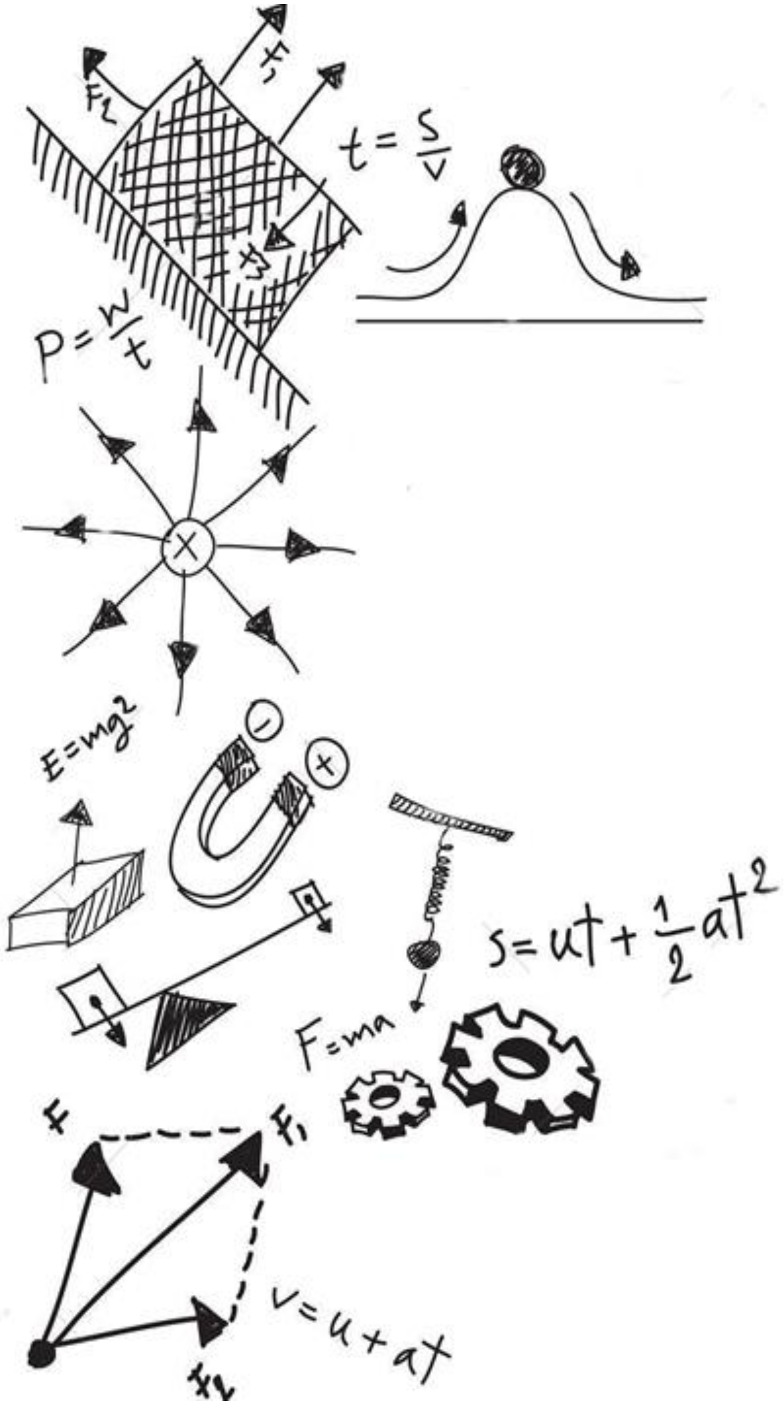




$$J_c = \frac{1}{12}ml^2$$

$$J_o = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{3}ml^2$$



Thanks!