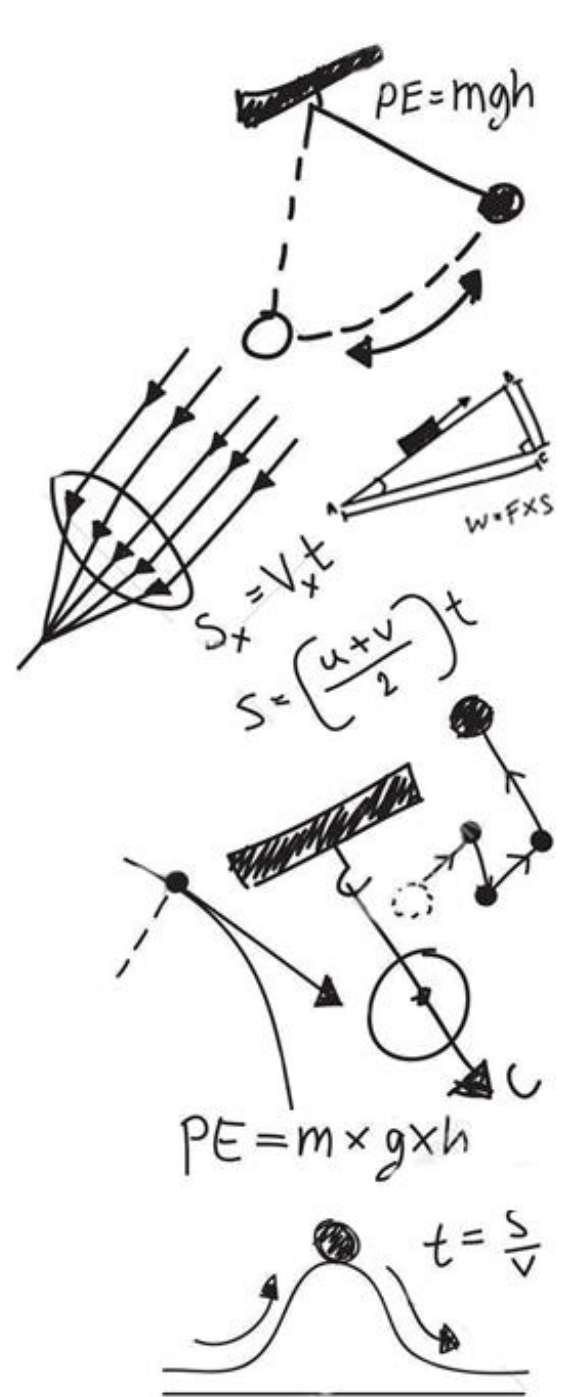


速度 加速度





一、速度

1. 平均速度

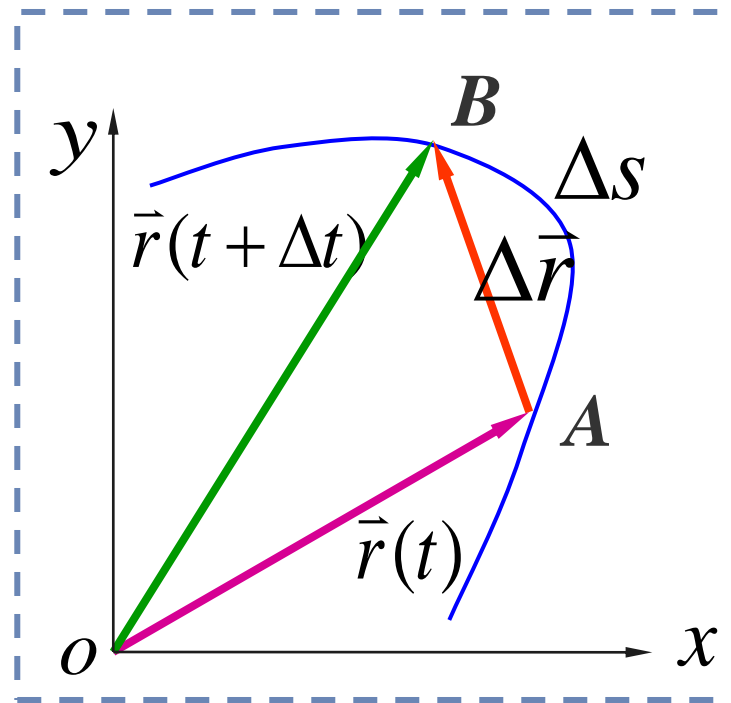
在 Δt 时间内, 质点从点 A 运动到点 B , 其位移为

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) \\ &= \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}\end{aligned}$$

Δt 时间内, 质点的平均速度

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j}$$

$$\text{或 } \bar{\vec{v}} = \bar{v}_x \vec{i} + \bar{v}_y \vec{j}$$





一、速度

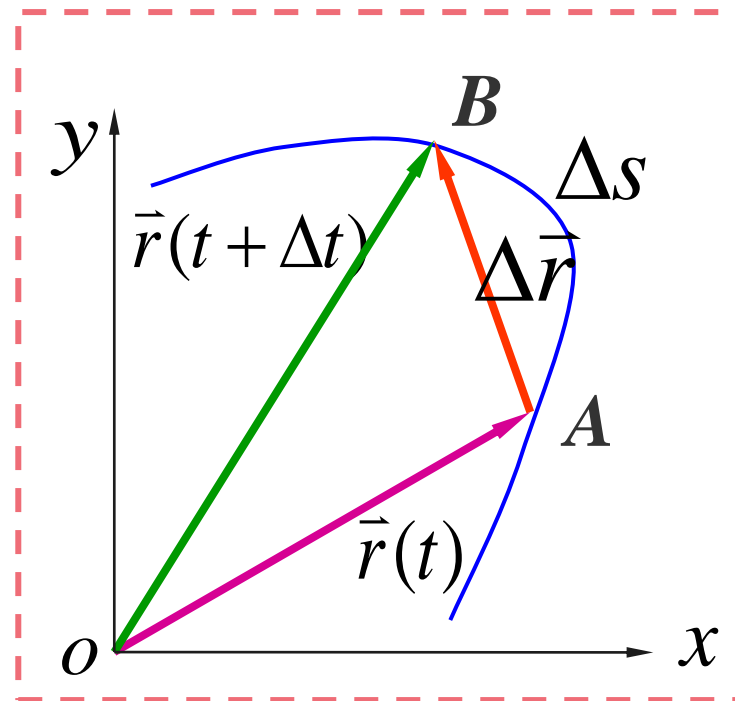
$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j}$$

或 $\bar{\vec{v}} = \bar{v}_x \vec{i} + \bar{v}_y \vec{j}$

平均速度**方向**：

$\bar{\vec{v}}$ 与 $\Delta \vec{r}$ 同方向.

平均速度**大小**： $|\bar{\vec{v}}| = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2}$



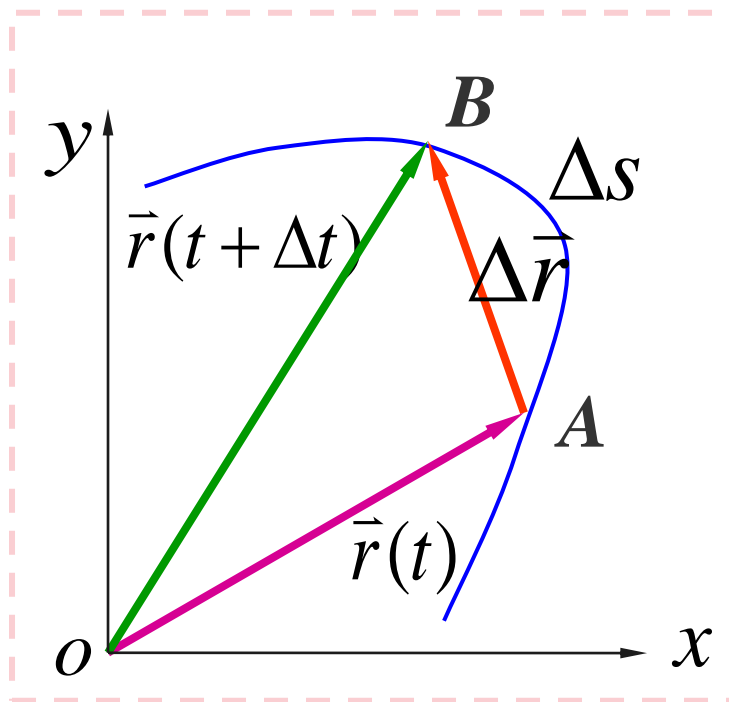


一、速度

2. 瞬时速度

平均速度

瞬时速度

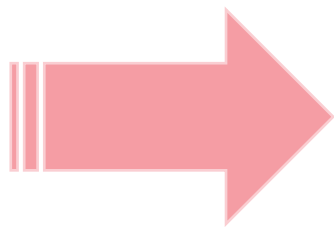
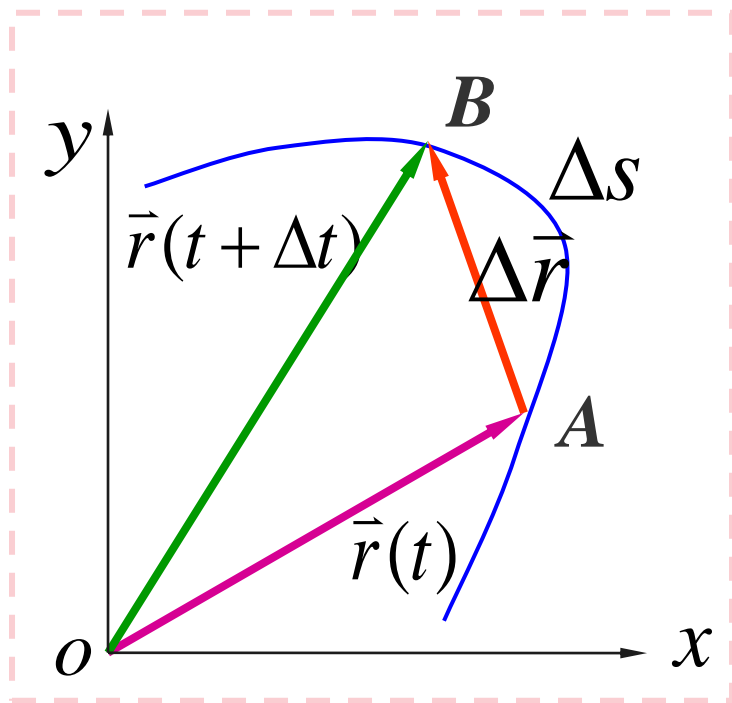




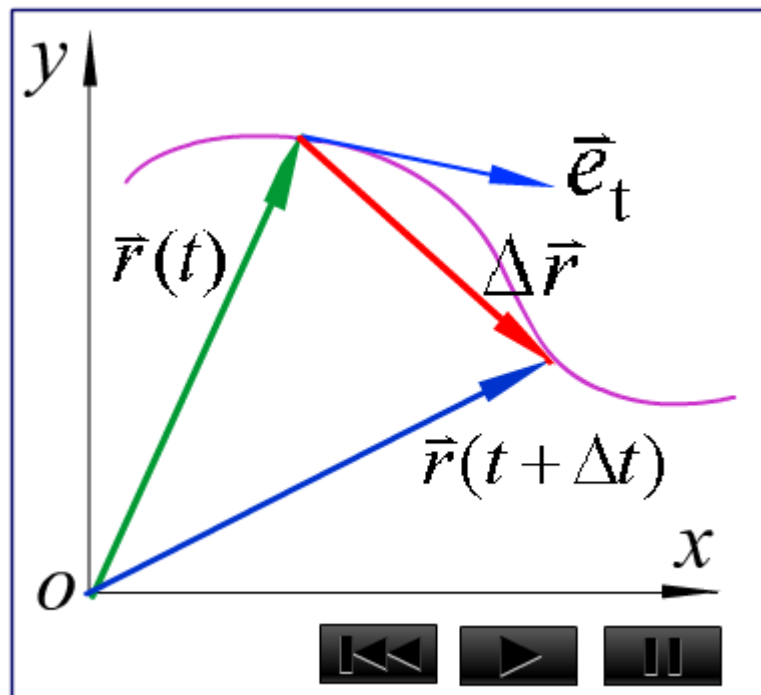
一、速度

2. 瞬时速度

平均速度



瞬时速度





一、速度

2. 瞬时速度

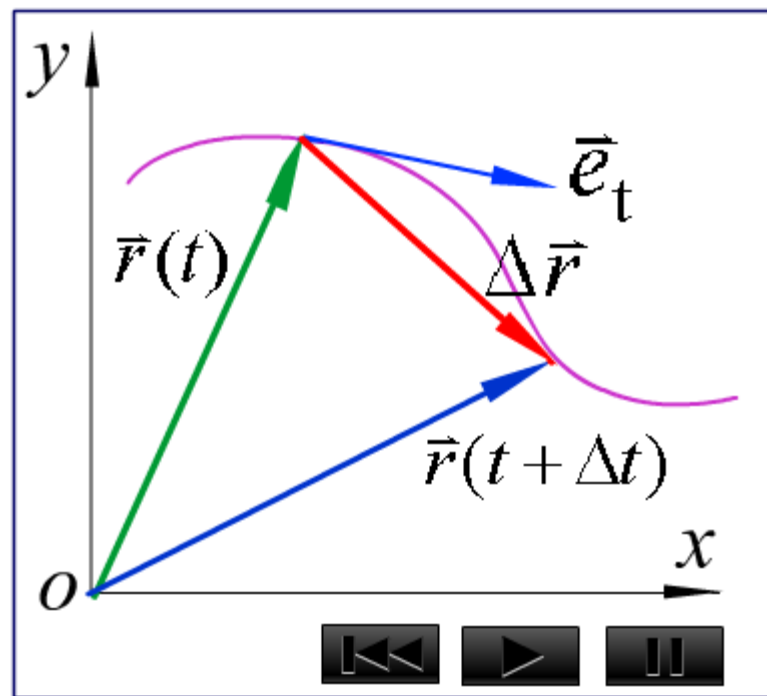
当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时平均速度的极限值叫做**瞬时速度**, 简称**速度**

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $|d\vec{r}| = ds$

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t \quad \text{自然坐标系}$$

当质点做曲线运动时, 质点在某一点的速度方向就是沿**该点曲线的切线方向**.





一、速度

2. 瞬时速度

$$\Delta \vec{r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

若质点在**三维**空间中运动,其速度为

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

瞬时速率：速度 \vec{v} 的大小称为**速率**

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$



二、加速度

(反映速度变化快慢的物理量)

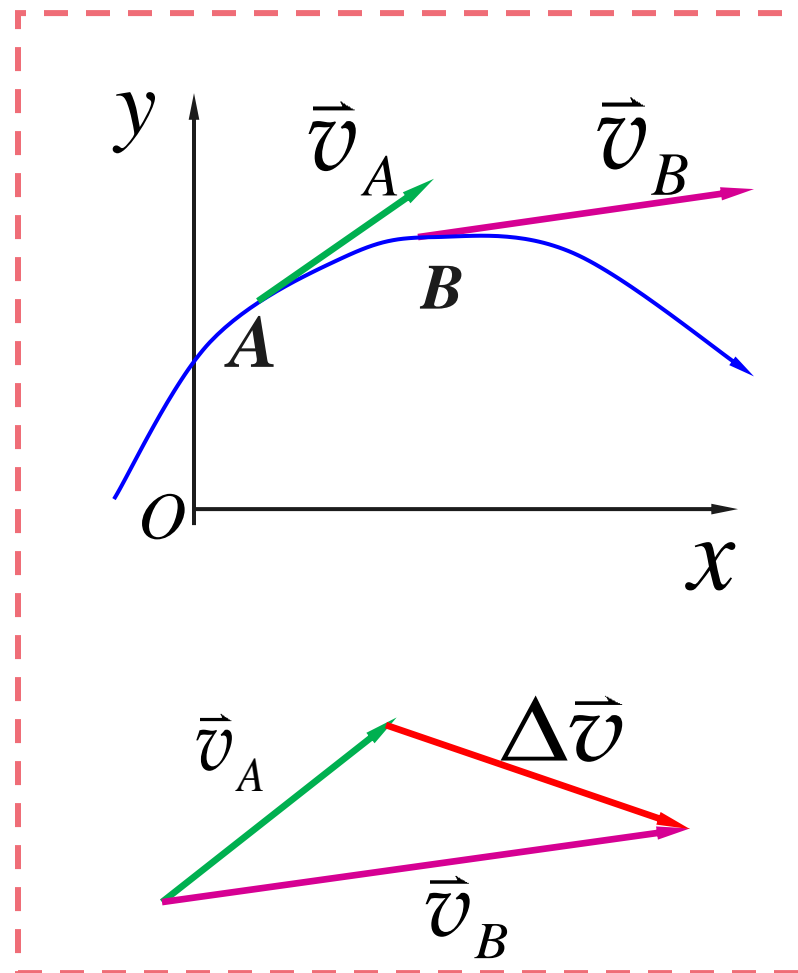
1. 平均加速度

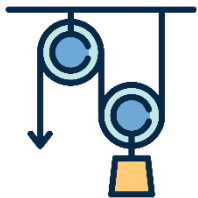
单位时间内的速度增量即

平均加速度

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

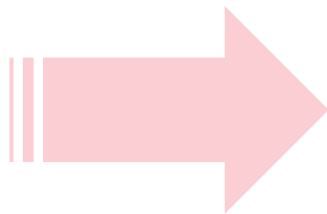
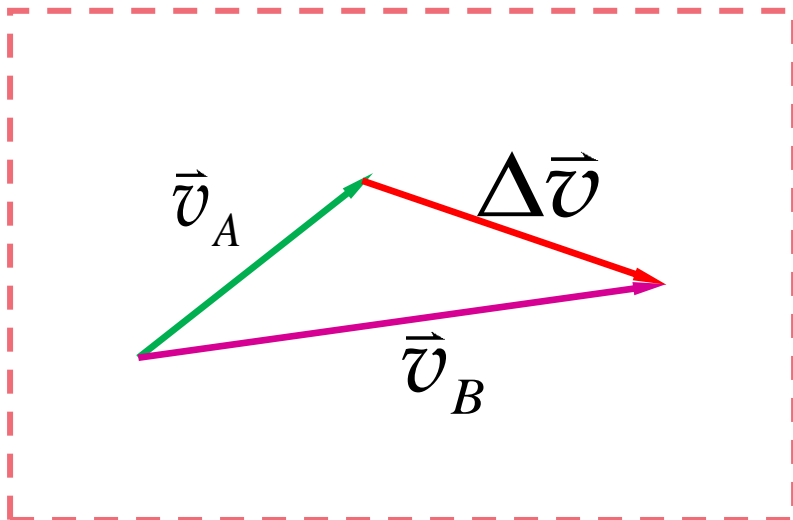
$\bar{\vec{a}}$ 与 $\Delta \vec{v}$ 同方向.





2. 瞬时加速度

平均加速度

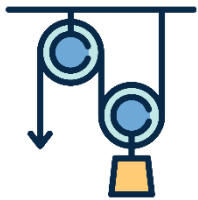


瞬时加速度

$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$



2. 瞬时加速度

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \\ &= \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j}\end{aligned}$$

三维情况 $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$

大小 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

说明：

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



三、例题

例1 设小田鼠在雪地里飞跑，身后留下一些脚印，已知用直角坐标表示的运动学方程为：

$$\begin{aligned}x &= -0.31t^2 + 7.2t + 28 \\y &= 0.22t^2 - 9.1t + 30\end{aligned}$$

T的单位为s, x, y的单位为m,求速度的表达式和加速度表达式？

解 (1)

速度在x、y轴的投影为：

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.31t^2 + 7.2t + 28) = -0.62t + 7.2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0.22t^2 - 9.1t + 30) = 0.44t - 9.1$$

速度为：

$$\vec{v} = (-0.62t + 7.2)\vec{i} + (0.44t - 9.1)\vec{j}$$

$$\vec{v} = (-0.62t + 7.2)\vec{i} + (0.44t - 9.1)\vec{j}$$

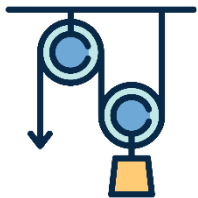
(2) 加速度在x、y轴的投影为：

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.62t + 7.2) = -0.62$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(0.44t - 9.1) = 0.44$$

加速度为：

$$\vec{a} = -0.62\vec{i} + 0.44\vec{j}$$

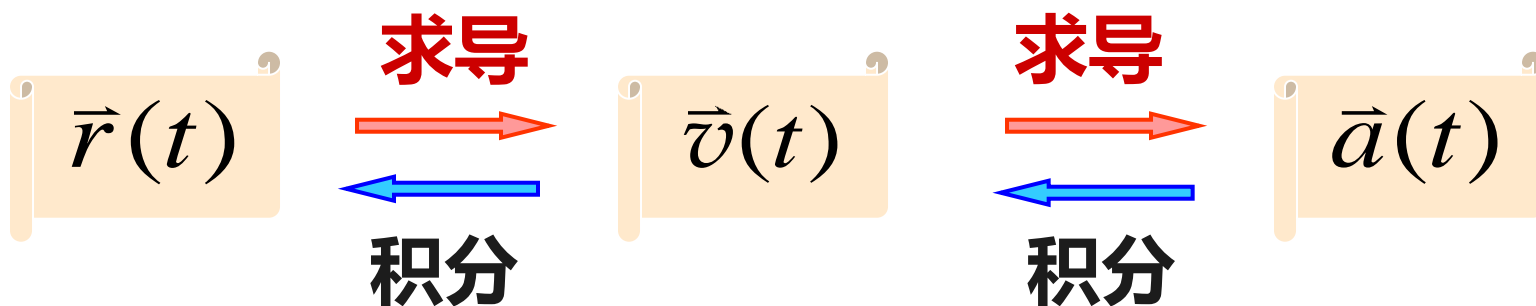


归纳

质点运动学两类基本问题

(1) 由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的速度和加速度；

(2) 已知质点的加速度以及初始速度和初始位置，可求质点速度及其运动方程。



例 2 已知质点作匀加速直线运动，加速度为 a ，求该质点的运动方程。 设 $t=0$ 时 $x=0$ v_0

解（1）速度的计算：加速度为：

$$a = \frac{dv}{dt} = C \quad \Rightarrow \quad dv = a dt \quad \Rightarrow \quad \int dv = \int a dt$$

$$v = at + C_1$$

设 $t=0$ 时，速度 $v = v_0 \therefore C_1 = v_0$

$$v = at + v_0$$

例 2 已知质点作匀加速直线运动，加速度为 a ，求该质点的运动方程。 设 $t=0$ 时 $x=0$ v_0

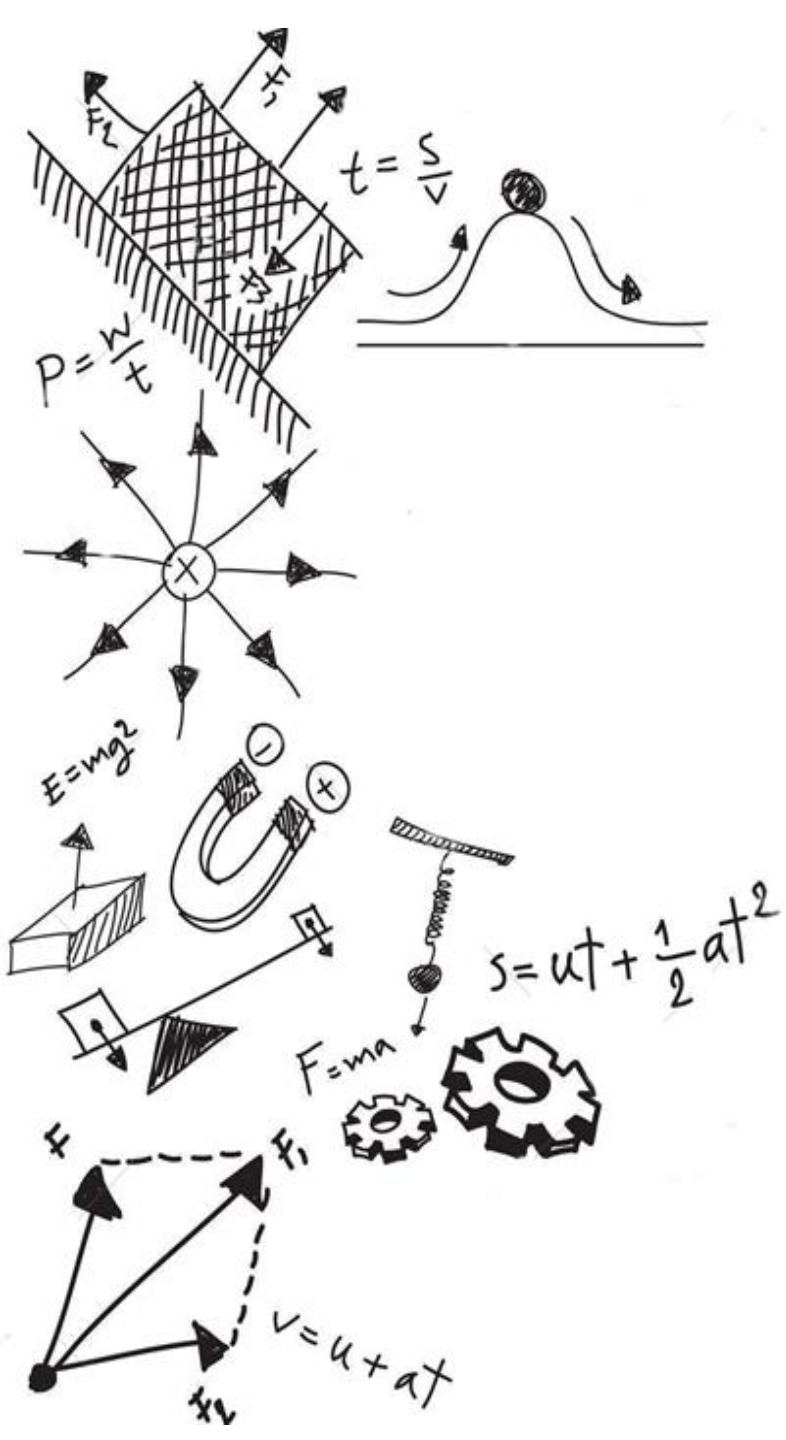
解（2）运动方程：速度为：

$$\because v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad dx = v_0 dt + at dt$$

$$\text{积分：} x = \int v_0 dt + \int at dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 + C_2$$

$$\text{设 } t=0 \text{ 时, } x=0 \quad \therefore C_2 = 0$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



Thanks!

