高等数学 A2

浙江理工大学期末试题汇编

五套精装版

（试卷册）

学校：____________________

专业：____________________

班级：____________________

姓名：____________________

学号：____________________

目 录

（此为**五套精装版**，如果需要全版，请联系张创琦，联系方式见下）

写在前面

当打开这套试题册时，你估计已经接近期末考试了。一本厚厚的试题册，满满的公式，瞬间让你有回到了高中的感觉。对于高中的我们来说，这十几套试题根本不算什么，但在大学，能把这十几套试卷认真做完真的不是一件很容易的事情。但我希望大家都能坚持下来，说近点的，高数还有 5 个学分呢！对吧？

能真正把这十几套试卷认真做完并学习透彻，确实很难。但当我们攻克一道道难题，刷完一套套试卷时，那种欣喜之感油然而生。以前有人说过，世界上有棵树很高很高，那棵树就是“高数”，很多人爬上去就下不来了。段子归段子，玩笑归玩笑，乐呵乐呵就过去了。调侃之余进行认真学习是很必要的，至少能证明我高数在大学是合格的。当然了，人各有志，每个人追求不同，追求多少分无所谓，在乎的是那种心态，无所畏惧，当我们看到那一堆堆积分符号时，看到那一个个微分符号时，我告诉自己，拿出纸笔，我要做出来这道题目，这种态度是令我最羡慕的，也是我认为最纯粹的。

很多人都会坚持不下来，这是一大困难，我们要试着克服。进入大学后，我们的生活更加丰富多彩，课外时间也更加充实了。可很多人对学习的态度变弱了。每次当我反思自己这一天有多少时间是在认真投入学习时，结果令我吃惊并且失望，学习时长竟然能用手指头数地过来，当我去想时间都去那儿了的时候，我又感到一丝空虚。我现在在写序言，想到了还有十多天 2021 届的考生们就要高考了，心里还是有很多感慨的。此时此刻，我的脑海里浮现的是我曾经追过的五点半的那缕阳光，为了背单词、背文科题目背到口干舌燥却浑然不知；中午饭过后总想着要在班里多学习一会儿，结果每次回宿舍午休都得迟到；刷数学、理综题目时刷到忘了时间，忘了身边的一切；和小伙伴们争论一道题争到面红耳赤……当我高考完过后再去看自己做过的题目时，发现那一张张卷子有过我青春的回忆。时间，带走的是少年的张扬与不羁，带不走的是少年们为了自己的理想而不顾一切地追求自己所热爱的一切的坚韧、不屈、执着与勇气。我和别人唠嗑时总是会说我高三那时候怎么怎么放松，怎么怎么不努力，我觉得我发扬了中国了一大精神：谦虚的精神。但真正的生活，没有走过怎又能知道呢？当高考结束铃声响起，当录取志愿书递送到你的手边，当拖着行李箱迈进校园，少年成熟了，敢于追求的梦也越来越清晰了，热爱学习，热爱生活，本就是一个 18 岁的花季少年身上最发光发亮的地方。

关于写高数试卷，我在这里给大家提几点建议哈。

1、重视课本。重视课本的知识点、习题、概念定理的应用辨析。课本是基础，是提升

的地基。做完试卷后你会发现，期末考点万变不离其宗，也有多道试题来源于课本。课本的每道题目存在都有其必然的道理，希望大家在期末考前不要扔掉课本；

2、学着去总结题型。总结题型是脱离题海游上岸的船舶，总结之后，你会发现考点也就只有那么些。总结时，大家要注意这个知识的应用背景、注意事项等等；

3、认真做题。这是我必须强调的，大学期末卷子没有高考难，想取得高分态度一定要端正，认真去学习每个类型的题目，去学习每个知识点。

于我而言，经历的人生最折磨的事情莫过于去把一行一行公式录入到 word 文档中（第一套、第三套、第五套、第六套试题以及第三套和第五套的答案是我一个字一个字、一个公式一个公式敲上去的），在这里希望大家可以认真做卷子，争取期末取得理想的成绩！

由于时间紧，录入时可能出现错误，也可能有其他大大小小的错误，恳请大家批评指正。

张创琦

2021 年 5 月 22 日

试卷整理人：张创琦

微信公众号：创琦杂谈

QQ 号：1020238657

微信号：asd15544827772

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）：749060380

微信公众号用于**提前告知资料更新内容，分享一些学习内容和一些优秀的文章**，我也会写一些文章，主要是**以大学生视角进行一些事情的审视批判**。

QQ 学习群用于**学习资料的分享**，一般会第一时间进行资料的分享的。群里也可以进行**学习内容的讨论**，群里大佬云集哦（我不是大佬，呜呜呜），大家有什么不会的题目发到群里就好了哈！可以**水群**哦~ 我们分享的资料只作为学习使用，**不得进行售卖等行为，否则后果自负**。

如果有任何问题可以联系我的 QQ 和微信哈，我的性格很开朗，喜欢结交更多的朋友，欢迎大家加我的联系方式哈~

1 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：__________ 学号：____________ 班级：____________任课老师：_______

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 过点$M(1,-2,1)$, 且与直线 $x=y-1=z-1$ 垂直的平面方程是（　　）。

A. $x+y+z=0$　　　　B. $x+y-z=-2$

C. $x-y-z=2$　　　　D. $x-y+z=4$

2. 函数$f(x,y)=2x^2+3y^2$ 在 $P\,(1,1)$处沿（　　）方向增长最快。

A. (-3,2)　　B. (3,-2)　　C.(2,3)　　D. (-2,-3)

3. 设$f(x,y)$ 是连续函数，则$\int_0^a dx\int_0^x f(x,y)dy$ =（　　）。

A. $\int_0^a dy\int_0^y f(x,y)dx$　　　　B. $\int_0^a dy\int_y^a f(x,y)dx$

C. $\int_0^a dy\int_a^y f(x,y)dx$　　　　D.$\int_0^a dy\int_0^a f(x,y)dx$

4. 设 Ω 是由球面$x^2+y^2+z^2=4$ 所围成的闭区域，则利用球面坐标计算，有$\iiint_\Omega x^2+y^2+z^2\,dv$ =（　　）。

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 r^2\,dr$　　　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 4\,dr$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 r^4\,sin\varphi dr$　　　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 4r^2\,sin\varphi dr$

5. 设 L 是平面内光滑的有向曲线弧段，则下列曲线积分中与路径无关的是（　　）。

A. $\int_L 3x^2\,ydx+2x^3ydy$　　　　B. $\int_L 2x\,ydx+x^2dy$

C. $\int_L (x^2+y^2)dx+(x^2-y^2)dy$　　　　D. $\int_L \frac{-ydx+xdy}{x^2+y^2}$

6. 下列级数中条件收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}(\frac{2}{3})^n$　　　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^2+1}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^3+1}}$　　　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

1. 圆柱螺旋线 $x=R\cos\theta, y=R\sin\theta, z=k\theta$在 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 对应点处的切线方程为

____________________.

2. 设$D=\{(x,y)|\,x^2+y^2\le R^2\}$，则$\iint_D\ (3x-5y+8)dxdy\ =$__________________.

3. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$，则$\iint_\Sigma \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}=$__________________.

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n^2}$ 的收敛域为 __________________.

5. 椭圆 $x^2+4y^2=4$ 上的点到直线 $2x+3y-6=0$ 的最短距离是 _________。

6. 将函数 $\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ 展开成 x 的幂级数：$\cosh x=$__________________.

三、计算题（本题共 6 小题，每题 7 分，满分 42 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1. 设 $z=(x^2+y^2)e^{x+y}$,求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot n!}{n^n}$ 的收敛性。

3. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 被平面 $z=1$ 截出的上半部分，求曲面 Σ 的面积。

4. 计算 $\iint_S xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中 S 为 $x^2+y^2+z^2=a^2,\ z\geq 0$ 的上半球面的外侧。

5. 验证：在 xOy 面内，$(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12ye^y)dy$ 是某个函数的全微分，并求出这个函数。

6. 设$f(x)$以 2π为周期，在 $(-\pi,\pi]$ 上的表达式为

$$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x\leq 0,\\ x^2, & 0<x\leq\pi,\end{cases}$$

将函数 $f(x)$ 展开为傅里叶级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分）

1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，并设$\int_0^1 f(x)dx = A$，证明$\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy = \frac{A^2}{2}$.

2. 已知平面区域 $D=\{(x,y)\mid 0\le x\le \pi, 0\le y\le \pi\}$，$L$ 为 D 的正向边界，证明

$$\oint_L xe^{\sin y}dy - ye^{-\sin x}dx = \oint_L xe^{-\sin y}dy - ye^{\sin x}dx$$

2 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：____________ 学号：______________ 班级：_____________任课老师：________

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1、向量 $\vec{a}=(4,-3,4)$ 在向量 $\vec{b}=(2,2,1)$ 上的投影是（　　）。

A、2　　B、3　　C、6　　D、12

2、设$\vec{n}$是曲面 $2x^2+3y^2+z^2=6$ 在点 P(1,1,1)处的指向外侧的法向量，则函数$u=\frac{1}{z}(6x^2+8y^2)^{\frac{1}{2}}$在此处沿方向$\vec{n}$的方向导数为（　　）。

A、$\frac{\sqrt{14}}{7}$　　B、$-\frac{11}{7}$　　C、$\frac{11}{7}$　　D、 0

3、下面表达式中肯定不是某个二元函数的全微分的是（　　）。

A、$xdx+ydy$　　B、$xdx-ydy$

C、$ydx+xdy$　　D、$ydx-xdy$

4、设平面区域 D 由曲线$y^2=2x$和直线 $x=1$ 所围成，则$\iint_D y\sqrt{4-x^2}dxdy=$（　　）。

A、-1　　B、0　　C、1　　D、2

5、下列级数中条件收敛的是（　　）。

A、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(\frac{2}{3}\right)^n$　　B、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^2+1}}$

C、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{2n^3+1}}$　　D、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

6、若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-2)^n$在 x=3 处收敛，则此级数在 x=1 处（　　）。

A、条件收敛　　B、绝对收敛　　C、发散　　D、无法判断收敛性

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

1、旋转曲面 $3x^2+2y^2+3z^2=12$ 在点 $P(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$ 处指向外侧的单位法向量为____________。

2、设$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le R^2\}$，则$\iint_D (3x-5y+8)\,dxdy$=______________________。

3、设 L 是从 $A\,(1,0)$ 到 $B(-1,2)$的直线段，则曲线积分$\int_L\ (x+y)ds=$__________________。

4、设Ω是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$ 所围成的闭区域，则$\iiint_\Omega\ zdv=$ ________________。

5、幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n^2}$的收敛域是_______________。

6、设函数$f(x)$是周期为 2π的周期函数，它在$[-\pi,\pi)$ 上的表达式为$f(x)=x$。将 f(x)展开成傅里叶级数 $S(x)$，则$S(\pi)=$ ______________。

三、计算题（本题共 6 小题，每题 7 分，满分 42 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、通过交换积分次序计算$\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1\sqrt{1+x^3}dx$。

2、求二元函数$f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$的极值。

3、设$f(x,y)$连续，且$f(x,y)=xy+\iint_D\ f(x,y)dxdy$，其中 D 是由$y=0,y=x^2,x=1$ 所围成的区域，求$f(x,y)$。

4、计算曲线积分$\int_L (x^2+xy)dy$，其中 L 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 上由点 A (2,0)到点 B (-2,0)的弧段。

5、计算$\iint_S\ xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中 S 为$x^2+y^2+z^2=a^2, z\geq 0$ 的上半球的外侧。

6、将 $f(x)=\frac{x}{2+x-x^2}$ 展开成 x 的幂级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分）

1、设 L 是一条分段光滑的闭曲线，证明：

$$\oint_L (2xy^3 - y^2 \cos x)dx + (1 - 2y\sin x + 3x^2y^2)dy = 0。$$

2、若正项级数$\{x_n\}$单调增加且有上界，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{x_n}{x_{n+1}}\right)$ 收敛。

3 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点$(1,-1,-1)$ 处的切平面方程为（　　）。

A. $2x+4y-z=0$　　B. $2x-4y-z=4$

C. $2x+4y-z=4$　　D. $2x-4y-z=7$

2. $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dx$ 则交换积分次序后得（　　）。

A. $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$　　B. $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$

C. $\int_0^1 dx\int_y^1 f(x,y)dy$　　D, $\int_0^1 dx\int_1^x f(x,y)dy$

3. 下列级数收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{10^n}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n^2})$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n}(1+\frac{1}{n})^{n^2}$

4. 设 L 沿$y=x^2$从 (0, 0) 到 (1, 1) ，则$\int_L 2x\sin y dx+(x^2\cos y-3y^2)dy$ =（　　）。

A. 0　　B. $\sin 1$　　C. $\sin 1-1$　　D. $1-\sin 1$

5. 下列结论中，错误的是（　　）。

A. $x^2+y^2-z^2=0$ 表示圆锥面　　B. $x=y^2$表示抛物柱面

C. $x+2y^2+z^2=0$ 表示椭圆抛物面　　D. $x^2+2y^2-3z^2=1$ 表示双叶双曲面

6. 设 D 是由圆心在原点，半径为 1 的圆周所围成的闭区域，则$\iint_D e^{-x^2-y^2}dxdy$ =（　　）。

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}\rho d\rho$　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}d\rho$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-1}\rho d\rho$　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}\rho^2 d\rho$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1. 若向量 (1, -1, 3) 与向量 (-2, 2, a) 平行，则 a = ______________.

2. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$，则$\oiint_\Sigma (x+\sin y+\arctan z)dS$ = ______________.

3. 设$ax\cos y dx-(6y+x^2\sin y)dy$ 为某函数的全微分，则 a = ______________.

4. 设 $\frac{y}{z}=ln\frac{z}{x}$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial y}$ = __________________________.

5. 点 (1, 2, 1) 到平面 $x+2y+2z-10=0$ 的距离为__________________.

6. 曲线$x=t, y=-t^2, z=t^3$的所有切线中，与平面 $x+2y+z+4=0$ 平行的切线有______条。

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 求三重积分 $\iiint_\Omega xdxdydz$ ，其中Ω为三个坐标面及平面 $x+2y+z=1$ 所围成的闭区域。

2、将函数 $\frac{1}{1+x^2}$ 展开为x的幂级数，并求其收敛区间。

3. 计算 $\int_L |y|ds$ ，其中L为右半个单位圆$x=\sqrt{1-y^2}$.

4. 计算 $\oiint_{\Sigma}(x-y)dxdy$ ，其中Σ是圆柱体 $x^2+y^2\leq 1, 0\leq z\leq 3$ 表面的外侧。

5. 求函数$f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$的极值点。

四、证明题（本题共 2 小题，第 1 题 4 分，第 2 题 6 分，满分 10 分，应写出详细证明和计算过程）

1. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{3^n-1}$ 绝对收敛。

2. 证明曲线积分 $\int_{(1,0)}^{(2,1)}(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$ 在整个 xOy 面上内与路径无关，并计算此积分。

4 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：____________ 学号：______________ 班级：_____________任课老师：________

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、 在曲线：$x=t,y=-t^2,z=t^2$的所有切线中，与平面Π：$x+2y+z+4=0$ 平行的切线（　　）

（A）只有 1 条　　（B）只有 2 条　　（C）至少有 3 条　　（D）不存在

2、$I=\int_0^1 dy\int_{1-y}^1 f(x,y)dx$，则交换积分次序后得（　　）

（A）$I=\int_0^1 dx\int_{1-x}^1 f(x,y)dy$　　（B）$I=\int_0^{1-y} dx\int_0^1 f(x,y)dy$

（C）$I=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy$　　（D）$I=\int_0^1 dx\int_0^{x-1} f(x,y)dy$

3、设$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$是正项级数，则部分和数列$\{s_n\}$有界是数列$\{a_n\}$收敛的（　　）

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既非充分也非必要条件

4、下列结论中错误的是（　　）

（A）$z+2x^2+y^2=0$ 表示椭圆抛物面　（B）$x^2+2y^2=1+3z^2$表示双叶双曲面

（C）$x^2+y^2-(z-1)^2=0$ 表示圆锥面　（D）$y^2=5x$表示抛物柱面

5、设 D 由$x^2+y^2=3$ 所围成，则$\iint_D (x^2+y^2)dxdy=$（　　）

（A）$3\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho d\rho$　　（B）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho^3 d\rho$

（C）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho^2 d\rho$　　（D）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{3}\rho^3 d\rho$

6、设 L 沿$y=x^2$从(0,0)到(1,1)，则$\int_L 2xsinydx+(x^2cosy-3y^2)dy=$（　　）

（A）0　　（B）$sin1$　　（C）$1-sin1$　　（D）$sin1-1$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、若向量(1,2,-1)与向量(1,b,-1)垂直，则 b=____________

2、设 Σ 是球面$x^2+y^2+z^2=a^2$，则$\iint_\Sigma (x^3+y^3+z^3)dS=$______________

3、设$axydx+(x^2+3y^2)dy$是某函数的全微分，则 a = ______________

4、设$x^2+y^2+z^2-2z=0$，则$\frac{\partial z}{\partial y}=$________________

5、设 L 是连接(1,0)和(0,1)的直线段，则$\int_L (x+y)ds=$____________________

6、 过点(0,2,4)，与两平面$x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 平行的直线方程为__________________

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1、求函数 $\mathrm{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 在$x=0$ 处的幂级数展开式，并确定收敛区间。

2、 利用柱面坐标求三重积分$\iiint_\Omega zdv$，其中 Ω 是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$ 所围成的闭区域。

3、 求$\iint_\Sigma (x-y^2)dydz+(y-z^2)dzdx+(z-x^2)dxdy$，其中 Σ 为半球面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$的上侧。

4、 计算$\iint_D \arctan\frac{y}{x}dxdy$，其中 D 是由圆周$x^2+y^2=4$，$x^2+y^2=1$ 及直线$y=0$，$y=x$ 所围成的在第一象限内的闭区域。

5、 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{2n-1}$的和函数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分，应写出详细证明和计算过程）

1、试证曲面$f(x-ay,z-by)=0$的任一切平面恒与某一直线相平行（其中f为可微函数，a,b为常数）。

2、设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$和$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$都收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)^2$ 也收敛。

5 浙江理工大学 2015—2016 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设函数$z=z(x,y)$由方程$F(\frac{y}{x},\frac{z}{x})=0$ 确定，其中F为可微函数且$F_2'\neq 0$，则$xz_x+yz_y=$（　　）。

A. x　　B. z　　C. $-x$　　D. $-z$

2. 设有直线L_1：$\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+8}{1}$，$L_2$：$\begin{cases}x-y=6,\\2y+z=3,\end{cases}$ 则L_1与L_2的夹角为（　　）。

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

3. 设$f(x,y)$为连续函数，则$\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr=$（　　）。

A.$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_x^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$　　B. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$

C.$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_y^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$　　D. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

4. 设L_1：$x^2+y^2=1$，L_2：$x^2+y^2=2$，L_3：$x^2+2y^2=2$，L_4：$2x^2+y^2=2$ 为四条逆时针方向的平面曲线。记$I_i=\oint_{L_i}(y+\frac{y^3}{6})dx+(2x-\frac{x^3}{3})dy(i=1,2,3,4)$，则$\max\limits_{i=1,2,3,4}I_i=$（　　）。

A. I_1　　B. I_2　　C. I_3　　D. I_4

5. 设曲面Σ是上半球面：$x^2+y^2+z^2=R^2$ $(z\geq 0)$，曲面Σ_1是曲面Σ在第一卦限中的部分，则有（　　）。

A. $\iint_\Sigma xdS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$　　B. $\iint_\Sigma ydS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$

C. $\iint_\Sigma zdS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$　　D. $\iint_\Sigma xyzdS=4\iint_{\Sigma_1}xyzdS$

6. 若级数$\sum_{n=1}^\infty a_n$条件收敛，则$x=\sqrt{3}$与$x=3$ 依次为幂级数$\sum_{n=1}^\infty na_n(x-1)^n$的（　　）。

A. 收敛点，收敛点　　B. 收敛点，发散点

C. 发散点，收敛点　　D. 发散点，发散点

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. $\mathbf{grad}\frac{1}{x^2+y^2}=$________________.

2. 交换积分次序$\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y}f(x,y)dx=$________________.

3. 设$\Omega=\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2\leq 1\}$，则$\iiint_\Omega x^2dv=$________________.

4. 设L为$y^2 = x$上从点$A(1,-1)$到点$B(1,1)$的一段弧，则$\int_L \; xyds =$________________.

5. 设$\Sigma = \{(x,y,z) | x+y+z=1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$，则$\iint_\Sigma \; y^2 dS =$________________.

6. 设 $f(x) = |x - \frac{1}{2}|$，$b_n = 2\int_0^1 f(x) sin\,(n\pi x)dx (n = 1,2,...)$，令$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n sin\,(n\pi x)$，则$S(-\frac{9}{4}) =$________________.

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 判断下列级数的收敛性。

（1）$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{3^n}$　　　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{n}{3^{n-1}}$

2.求函数$f(x,y) = (y + \frac{x^3}{3})e^{x+y}$ 的极值。

3. 计算二重积分$\iint_D \; (3x+2y)dxdy$，其中 D 是由两坐标轴及直线$x + y = 2$ 所围成的区域。

4. 计算曲线积分$\int_L \ (e^x \sin y - 2y)dx + (e^x \cos y - 2\,)dy$，其中 L 为上半圆周 $(x-a)^2 + y^2 = a^2$，$y \geq 0$ 沿逆时针方向。

5. 计算曲面积分$\iint_\Sigma \ (y^2 - z)dydz + (z^2 - x)dzdx + (x^2 - y)dxdy$，其中$\Sigma$为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}\,(0 \leq z \leq h)$ 的外侧。

6. 设函数$f(x)$的周期为 2π 且$f(x) = 3x^2 + 1\,(-\pi \leq x \leq \pi)$，将$f(x)$展开成傅里叶级数。

三、综合题（本题 8 分）

已知函数$z=u(x,y)$的全微分为 $dz=(x+2y)dx+(2x+y)dy$ 且 $u(0,0)=0$，

（1）求出这样的函数$u(x,y)$；

（2）求曲面$z=u(x,y)$在点$(1,1,3)$处的切平面和法线方程。

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分）

1. 证明：$\int_0^a dy\int_0^y e^{m(a-x)}f(x)dx=\int_0^a (a-x)e^{m(a-x)}f(x)dx.$

2. 设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$都收敛，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty} (u_n+v_n)^2$也收敛。