高等数学 A2

浙江理工大学期末试题汇编

（试卷册 下）

学校：________________________

专业：________________________

班级：________________________

姓名：________________________

学号：________________________

（此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行）

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose. ”风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这所城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦
2022 年 3 月 23 日

目 录

高等数学 A2 期末数学试卷所有版本：

（本人会在 5 月份发布试卷的第二次发行版本，之后大家可以直接访问网站下载，此网站目前正在开发中……）

高等数学 A2 期末试题册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

更多信息

试卷整理人：张创琦　　　　　　微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 4 月 30 日 第二版 第 1 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）》、《走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实》、《送给即将期末考试的你》、《那些你不曾在选课中注意到的事情》、《身为大学生，你的劳动价值是多少？》（荐读）、《如何找到自己的培养计划》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的高数老师，我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理高等数学考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

11 浙江理工大学 2014-2015 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 已知曲面 $2z = x^2 + y^2$ 上点 M 的切平面平行于平面 $x - y + z = 1$，则 M 的坐标为（　　）。

A. (-1, 1, 1)　　B. (-1, -1, 1)　　C. (1, -1, 1)　　D. (1, 1, 1)

2. 二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $f_x(x_0,y_0)$ 、 $f_y(x_0,y_0)$ 存在，是 $f(x,y)$ 在该点连续的（　　）。

A. 充分而非必要条件　　B. 必要而非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

3. 设 C 为闭区域 $D = \{(x,y)|x^2 + y^2 \le 1\}$ 的取正向的边界曲线，则积分 $\oint_C (-y)dx + xdy =$（　　）。

A. $-\pi$　　B. 0　　C. π　　D. 2π

4. 设曲面 Σ 是上半球面：$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ $(z \ge 0)$，曲面 Σ_1 是曲面 Σ 在第一卦限中的部分，则有（　　）。

A. $\iint_\Sigma xdS = 4\iint_{\Sigma_1} xdS$　　B. $\iint_\Sigma ydS = 4\iint_{\Sigma_1} ydS$

C. $\iint_\Sigma zdS = 4\iint_{\Sigma_1} zdS$　　D. $\iint_\Sigma xyzdS = 4\iint_{\Sigma_1} xyzdS$

5. 设 $f(x,y)$ 是定义在区域 $D = \{(x,y)|x^2 + y^2 \le 1\}$ 上的连续函数，则二重积分 $\iint_\Omega f(x,y)dxdy =$（　　）。

A. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 rf(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$　　B. $\int_0^1 rf(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$　　D. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r rf(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$

6. 设 $0 \le a_n < \frac{1}{n}$ $(n = 1,2,3,\ldots)$，则下列级数中肯定收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^\infty a_n$　　B. $\sum_{n=1}^\infty (-1)^n a_n^2$　　C. $\sum_{n=1}^\infty \sqrt{a_n}$　　D. $\sum_{n=1}^\infty (-1)^n a_n$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 过点 $P(1,2,-1)$ 与直线 L：$\begin{cases} 4x - y + 2z = 2; \\ 2x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$ 垂直的平面方程为____________.

2. 设 $f(x,y) = x^3\cos(1-y) + (y-1)\sin x$，则 $f_x(1,1) =$____________.

3. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛区间为____________.

4. 若 $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,d\sigma=\frac{16}{3}\pi$ ，其中积分区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le a^2\}$ ，则 $a=$____________.

5. 设 L 为圆周$x^2+y^2=ax$，则$\oint_L \sqrt{x^2+y^2}ds=$____________.

6. 将函数$f(x)=e^x$ 展开成 x 的幂级数：$e^x=$ ____________.

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分，应写出演算过程及文字说明）

1 设$z=e^{x^2+y^2}$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 以及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2 计算$\iint_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中 D 是圆周上$x^2+y^2=4$ 以及$x^2+y^2=1$ 所围成的闭区域。

3 计算曲线积分$\int_\Gamma \frac{(x-y)dy-(x+y)dx}{x^2+y^2}$，其中$\Gamma$：$x=a\cos t$，$y=a\sin t$上从$t=0$ 到$t=\pi$的一段弧。

4 计算曲面积分$\iint_{\Sigma} 2(1-x^2)dydz+8xydzdx-4xzdxdy$，其中$\Sigma$为曲线$x=e^y(0\le y\le a)$绕 x 轴旋转一周而成的旋转曲面的外侧。

2. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n+1}$的和函数。

3. 将函数 $f(x)=x^2(-\pi\le x\le\pi)$ 展开成傅里叶级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，满分 8 分）

1. 设函数$f(u)$是连续函数，Γ是xOy平面上一条分段光滑的闭曲线，证明；

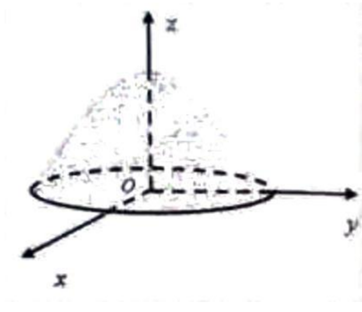
$$\oint_{\Gamma} f(x^2+y^2)xdx + f(x^2+y^2)ydy = 0.$$

2. 利用 $\frac{d}{dx}(\frac{e^x-1}{x})$ 在$x=0$ 处展开成的幂级数证明$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{(n+1)!}=1$.

五、数学建模题（本题 8 分，应写出具体建模和求解过程）

设有一高度为$h(t)$(t为时间)的雪堆在融化过程中，其侧面满足方程$z=h(t)-\frac{2(x^2+y^2)}{h(t)}$.设长度单位为厘米，时间单位为小时，已知体积减少的速率与侧面积成正比（比例系数为 0.9），问高度为 130cm 的雪堆全部融化需要多少小时？

（提示：设 t 时刻雪堆的体积为$v(t)$，侧面积为$S(t)$，则根据题意，有$\frac{d}{dt}v(t)=-0.9S(t)$；计算体积$v(t)$与侧面积$S(t)$时可将 t 看成常量）



12 浙江理工大学 2013-2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

（本试卷共四页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 若函数 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 P 处的两个偏导数存在，则它在 P 处（　　）

（A）　连续　　　（B）　可微　　　（C）　不一定连续　　　（D）一定不连续

2. 设 a 为常数，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[\dfrac{\sin(na)}{n^2}-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$ 的敛散情况是（　　）

（A）　条件收敛　　　（B）绝对收敛　　　（C）发散　　　（D）敛散性与 a 的取值有关

3. 设 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 是正项级数，则部分和数列 $\left\{S_n\right\}$ 有界是数列 $\left\{a_n\right\}$ 收敛的（　　）

（A）充分非必要条件　　　（B）必要非充分条件

（C）充分必要条件　　　（D）既非充分也非必要条件

4. 设平面区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1\right\}$，$D_1=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1,x\ge 0,y\ge 0\right\}$，则 $\iint\limits_{D}(x^2+y^3)dxdy=$（　　）

（A）$4\iint\limits_{D_1}(x^2+y^3)dxdy$　　（B）$4\iint\limits_{D_1}x^2dxdy$　　（C）$4\iint\limits_{D_1}y^3dxdy$　　（D）. 0

5. 设函数 $f(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 的某领域内连续，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1$，则下述四个选项中正确的是(　　)

（A）点 $(0,0)$ 不是函数 $f(x,y)$ 的极值点；　（B）点 $(0,0)$ 是函数 $f(x,y)$ 的极大值点；

（C）点 $(0,0)$ 是函数 $f(x,y)$ 的极小值点；

（D）依所给条件无法确定点 $(0,0)$ 是否为函数 $f(x,y)$ 的极值点；

6. 已知 $\dfrac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$ 为某函数的全微分，则 a 等于（　　）

（A）　-1　　　（B）　0　　　（C）1　　　（D）2

二、填空题（本题共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分）

1. 曲线 $x=\dfrac{t}{1+t},y=\dfrac{1+t}{t},z=t^2$ 对应于 $t=1$ 的点处的法平面方程为____________；

2. 化二次积分 $\int_0^2dx\int_x^{\sqrt{3}x}f(\sqrt{x^2+y^2})dy$ 为极坐标形式________________；

3．设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=x$，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=3$ 处收敛于________，在 $x=\pi$ 处收敛于_______；

4．设 L 为连接 $(1,0)$ 与 $(0,1)$ 两点的直线段，则 $\int_L (x+y)ds=$____________；

5．设 $x^2=\sum_{n=0}^{\infty}a_n\cos nx,(-\pi\le x\le\pi)$, 则 $a_2=$__________________；

6．级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+5^n}{n}x^n$ 的收敛区间是________________；

7．函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿点 A 指向 $B(3,-2,2)$ 方向的方向导数为_______.

三、计算题（本题共 6 小题，每题 6 分，满分 36 分）

1． $z=f(u,x,y),u=xe^y$，其中 f 具有连续二阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

2．判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}n^2\sin\frac{\pi}{2^n}$ 的敛散性.

3．计算 $\int_L (2x-y+4)dx+(5y+3x-6)dy$，其中 L 为三顶点分别为 $(0,0)$，$(3,0)$ 和 $(3,2)$ 的三角形正向边界.

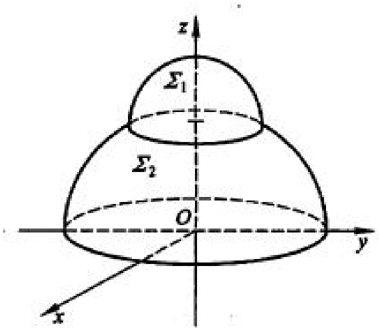
4 设 Σ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}\ (0\le z\le 1)$ 的下侧，计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz+2ydzdx+3(z-1)dxdy$.

5．将函数 $f(x)=\dfrac{1+x}{(1-x)^2}$ 展开为 x 的幂级数.

6．求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$的和函数.

四、应用题（本题满分 7 分）如图所示的是某一建筑物的屋顶，它由曲面Σ_1与Σ_2拼接而成，

Σ_1是半径为 1 的半球面，Σ_2是半径为 2 的半球面的一部分，请问屋顶的面积是多少？



五、证明题（本题满分 5 分）设$f(u)$具有二阶连续导数，且$g(x,y)=f(\dfrac{y}{x})+yf(\dfrac{x}{y})$，证

$$x^2\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}=\frac{2y}{x}f'(\frac{y}{x})$$

13 浙江理工大学 2013-2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1．已知 $f(x,y)=xy(1-x-y)$，则 $f(x,y)$ 在第一象限内的驻点为（　　）

(A) $(\frac{1}{5},\frac{3}{5})$　　(B) $(\frac{1}{3},\frac{1}{3})$　　(C) $(1,1)$　　(D) $(1,0)$

2．设平面区域 $\boldsymbol{D}$ 为半圆 $x^2+y^2\le R^2\,(x\le 0)$，则将 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 化为极坐标系下的累次积分结果为(　　)

(A) $\int_0^{\pi}d\theta\int_{-R}^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$　　(B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}d\theta\int_{-R}^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$

(C) $\int_0^{\pi}d\theta\int_0^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$　　(D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}d\theta\int_0^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$

3．设 $e^{xy}(1+xy)dx+x^2e^{xy}dy$ 是 $u(x,y)$ 的全微分，则 $u(x,y)=$（　　）

(A) $xe^{xy}+C$　　(B) $x^2e^{xy}+C$　　(C) $xye^{xy}+C$　　(D) $x^2ye^{xy}+C$

4．设曲线 L 为圆 $x^2+y^2=R^2$，取逆时针方向，则 $\int\limits_L(xy-2y)dx+(x^2-x)dy=$(　　)

(A) $-\pi R^2$　　(B) πR^2　　(C) $2\pi R^2$　　(D) $2\pi R$

5．若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 都发散，则(　　)

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 发散　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$ 发散　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|u_n|+|v_n|)$ 发散　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n^2+v_n^2)$ 发散

6．设 $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，则在原点 $(0,0)$ 处 $f(x,y)$（　　）

(A) 偏导数不存在　　(B) 不可微　　(C) 偏导数存在且连续　　(D) 可微

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1．$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to+\infty}}\dfrac{xy-2}{3y+1}=$______________；

2．曲面 $\dfrac{x^2+y^2}{2}-z^2=1$ 在点 $M(1,1,0)$ 处的切平面方程是____________________；

3．交换二次积分的积分次序 $\int_{-1}^{0}dy\int_{2}^{1-y}f(x,y)dx=$______________________；

4．设 l 为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1,$ 其周长为 $a,$ 则 $\int_l(2xy+3x^2+4y^2)ds=$___________；

5．级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n(x+1)^n$ 的收敛域为________________；

6. 设 $f(x)=\begin{cases}2, & -1<x\le\pi\\ x^3, & 0<x\le 1\end{cases}$ 是以 2 为周期的函数，$s(x)$ 是其傅里叶级数展开式的和函数，则 $s(1)=$___________。

三、计算题（本题共 6 小题，每题 6 分，满分 36 分）

1．求函数 $z=\ln\left(1+x^2+y^2\right)$ 当 $x=1, y=2$ 时的全微分。

2．求 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dv$，其中 $\boldsymbol{\Omega}$ 是由 $x^2+y^2=2z$ 及平面 $z=2$ 所围成的闭区域。

3．计算曲面积分

$$I=\iint\limits_{\Sigma} 2xzdydz+yzdzdx-z^2dxdy$$

其中 Σ 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围立体表面外侧。

4．求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$的收敛域以及和函数。

5．将$f(x)=\dfrac{1}{x-1}$展开为$x-4$的幂级数，并指出其收敛域。

6．将函数$f\left(x\right)=\begin{cases}-1, & -\pi<x\le 0, \\ 1, & 0<x\le \pi,\end{cases}$展开为傅里叶级数。

四、应用题（本题满分 8 分）

求抛物面$z=x^2+y^2$到平面$x+y+z+1=0$的最近距离。

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分）

1．设$x=x\left(y,z\right),y=y\left(x,z\right),z=z\left(x,y\right)$都是由方程$F\left(x,y,z\right)=0$所确定的具有连续偏导数的函数，证明：$\dfrac{\partial x}{\partial y}\cdot\dfrac{\partial y}{\partial z}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x}=-1$

2．设$a_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n xdx$，计算$a_n+a_{n+2}$，并证明对任意常数$\lambda>0$，级数$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n}{n^{\lambda}}$收敛。

14 浙江理工大学 2012-2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

（本试卷共四页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $D:-1\le x\le 1,0\le y\le 1$，则 $\iint\limits_D \operatorname{sgn}(y-x)dxdy=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

2. 在点 (x,y) 处 $f(x,y)$ 可微的充分条件是（　　）

A. $f(x,y)$ 的所有二阶偏导数连续　　B. $f(x,y)$ 的所有一阶偏导数连续

C. $f(x,y)$ 连续　　D. $f(x,y)$ 连续且 $f(x,y)$ 对 x,y 的偏导数都存在

3. 设 $\int_C xy^2dx+y\varphi(x)dy$ 与路径无关，其中 $\varphi(x)$ 具有连续导数，且 $\varphi(0)=0$，则 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy^2dx+y\varphi(x)dy=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

4. 设 Σ 是界于 $z=0$ 及 $z=R$ 之间的圆柱面 $x^2+y^2=R^2$，则 $\iint\limits_\Sigma \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}=$（　　）

A. $\frac{\pi^2}{8}$　　B. $\frac{\pi^2}{4}$　　C. $\frac{\pi^2}{2}$　　D. π^2

5. 对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点 $(0,3)$（　　）

A. 是极小值点　　B. 是极大值点　　C. 是驻点但非极值点　　D. 不是驻点

6. 下列级数条件收敛的是（　　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{2^n}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n(n-1)}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{n+1}$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\frac{1}{\sqrt{n}}$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 曲线 $\begin{cases} z=x^2+2y^2 \\ x+2y+z=6 \end{cases}$ 在点 $(1,1,3)$ 处的一个切向量为____________________;

2. 已知 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2-u_n)$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin(\pi u_n)}{u_n}=$________________;

3. 方程$u=\varphi\left(u\right)+\int_{y}^{x}p\left(t\right)dt$确定了$u$是$x,y$的函数，其中$\varphi\left(u\right)$连续且可微，$\varphi'\left(u\right)\neq 1$，

则$p\left(y\right)\dfrac{\partial u}{\partial x}+p\left(x\right)\dfrac{\partial u}{\partial y}=$______________;

4. 设L为圆周$x^2+y^2=1$则$\int_{L}\left(x+1\right)^2 ds=$___________;

5. 设 Ω 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z=2$ 所围成的闭区域，则 $\iiint\limits_{\Omega}\left(y+z\right)dv=$______________;

6. 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\left(x-2\right)^n}{n\cdot 2^n}$的收敛域为________________。

三、计算题（本题共 4 小题，每小题 7 分，满分 28 分）

1．设$z=f(xy,\dfrac{x}{y})+\sin y$，其中$f$具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2. 计算$\iint\limits_{D}\arctan\dfrac{y}{x}dxdy$，其中$D$是由圆周$x^2+y^2=4,x^2+y^2=1$及直线$y=0,y=x$所围成的在第一象限内的闭区域。

3. 求$\iint\limits_{\Sigma}\left(x-y^2\right)dydz+\left(y-z^2\right)dzdx+\left(z-x^2\right)dxdy$，其中$\Sigma$为半球面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$的上侧。

4. 将函数$f(x)=\dfrac{1}{2-x}$展开为x的幂级数（注明收敛域）。

四、解答题（本题共 2 小题，第 1 小题 10 分，第 2 小题 8 分，满分 18 分）

1.（1）验证$\left(2xy^3-y^2\cos x\right)dx+\left(1-2y\sin x+3x^2y^2\right)dy$在整个 xoy 平面内为某个函数$F\left(x,y\right)$的全微分，并求$F\left(x,y\right)$；

（2）计算$I=\int_C\left(2xy^3-y^2\cos x+y\right)dx+\left(1-2y\sin x+3x^2y^2\right)dy$，其中 C 为单位圆$x^2+y^2=1$的正向。

2. 将函数 $f(x)=x$ 在 $[0,\pi]$ 上展开成余弦级数。

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 3 分，满分 6 分）

1. 设 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,a\right]$ 上连续，证明：$\int_0^a dy\int_0^y f\left(x\right)dx=\int_0^a\left(a-x\right)f\left(x\right)dx$ 。

2. 试证明定理：如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 绝对收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 必定收敛。

15 浙江理工大学 2012-2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设函数 $f\left(x\right)$ 为连续函数，$F\left(x\right)=\int_1^t dy\int_y^t f\left(x\right)dx$，则 $F'\left(2\right)=$（　　）

A. $2f\left(2\right)$　　　　B. $-f\left(2\right)$　　　　C. $f\left(2\right)$　　　　D. 0

2. 函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处具有偏导数是它在该点存在全微分的（　　）。

A. 充分必要条件　　　　B. 必要条件而非充分条件

C. 充分条件而非必要条件　　　　D. 既非充分又非必要条件

3. 计算第一类曲面积分 $I=\iint\limits_S \dfrac{dS}{x^2+y^2+z^2}$，其中 S：$x^2+y^2+z^2=R^2$（　　）

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　　　B. 2π　　　　C. π　　　　D. 4π

4. 设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(2,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为（　　）

A. $2\sqrt{6}$　　　　B. 4　　　　C. $2\sqrt{2}$　　　　D. 24

5. 利用被积函数的对称性及区域的对称性，则 $\iiint\limits_\Omega\left(x+y+z\right)dv$ 的值（　　），其中 D 为 $x^2+y^2+z^2\le 4,z\ge 0$。

A. 大于 0　　　　B. 小于 0　　　　C. 等于 0　　　　D. 上述都不对

6. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则此级数在 $x=2$ 处（　　）

A. 条件收敛　　　　B. 绝对收敛　　　　C. 发散　　　　D. 敛散性不能确定

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 曲面 $z=xy$ 上点 M 处的法线垂直于平面 $2x-y-z=5$，则 M 的坐标是____________;

2. 已知 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2-u_n)$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin(\pi u_n)}{u_n}=$____________;

3. 已知 $z=f(x+y,xy)$，则 $dz=$____________;

4. 设 L 是从 A$(1,0)$ 到 B$(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L\left(x+y\right)ds=$____________;

5. 已知曲线积分$\int_L \frac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$与路径无关，则$a=$________________;

6. 设 $f(x)=\begin{cases} 1 & 0\le x<\frac{\pi}{2} \\ x-1 & \frac{\pi}{2}\le x<\pi \end{cases}$ 的正弦级数 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 的和函数为 $s(x)$，则

$s\left(\frac{3}{2}\pi\right)=$________。

三、计算题（本题共 4 小题，每小题 6 分，满分 24 分）

1. 已知$e^z+x^2+y^2=2$,求$\frac{\partial z}{\partial x}$及$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2. 计算$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中 D： $x^2+y^2\le 1$。

3. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z\ dxdydz$，其中闭区域$\Omega$为半球体：$x^2+y^2+z^2\le 1, z\ge 0.$

4. 将函数$chx=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$展开成$x$的幂级数。

四、解答题（本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分）

1. 求曲线积分$\int_L (x-2y)dx-(x+\sin^2 y)dy$，其中$L$是沿曲线$y=\sqrt{1-x^2}$由点$A\left(1,0\right)$到点$B\left(-1,0\right)$的弧段。

2. 求$\iint\limits_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdxdy$，其中$\Sigma$为半球面$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$的下侧。

3. 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}x^{n-1}$的收敛域、和函数以及数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$的和。

五、（本题满分 4 分）讨论级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln^p\left(\frac{n+1}{n}\right)$的敛散性，若收敛，是绝对收敛还是条件收敛？

16 浙江理工大学 2011-2012 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

（本试卷共五页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 的极值为（　　　）

A. 极大值为 8　　　　B．极小值为 0　　　　C. 极小值为 8　　　　D. 极大值为 0

2. 二元函数 $f(x,y)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 处 ①连续；②两个偏导数连续；③可微；④两个偏导数都存在，那么下面关系正确的是（　　　）

A. ③⇒①⇒④　　　　　　　　　　B. ③⇒②⇒①

C. ③⇒④⇒①　　　　　　　　　　D. ②⇒③⇒①

3. 曲线 $\begin{cases} x-y+z=2 \\ z=x^2+y^2 \end{cases}$ 在点（1，1，2）处的一个切线方向向量为（　　　）.

A. （-1，3，4）　　B.（3，-1，4）　C. （-1，0，3）　D. （3，0，-1）

4. 设 $I=\iint\limits_D e^{x^2+y^2}d\sigma$，$D:x^2+y^2\le 4$，则 $I=$（　　　）

A. $\frac{\pi}{2}(e^4-1)$　　　B. $2\pi(e^4-1)$　　　C. $\pi(e^4-1)$　　　D. πe^4

5. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$，则 $\iint\limits_\Sigma \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}=$（　　　）

A. $4\pi R^2$　　　　B. 4π　　　　C. πR^2　　　　D. π

6. 若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则此级数在 $x=2$ 处（　　　　）.

A. 条件收敛　　　B. 绝对收敛　　　C. 发散　　　D. 敛散性不能确定

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 曲面 $z=xy$ 上点 M 处的法线垂直于平面 $2x-y-z=5$，则 M 的坐标是____________;

2. 设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(2,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为________________;

3. 交换积分顺序，有 $\int_0^1 dy\int_{-y}^{\sqrt{2y-y^2}}f(x,\ y)dx=$__________________________;

4. 设椭圆 L：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的周长为 l，则 $\oint_L(\sqrt{3}x+2y)^2ds=$______________;

5. 设 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，它在区间 $(-1,1]$ 的定义为 $f(x)=\begin{cases}2 & -1<x\le 0\\ x & 0<x\le 1\end{cases}$ ，则

$f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=1$ 收敛于______________.

三、解答题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

1．求过点 M（4,-3,1）且与两直线：$\dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-3}$ 和 $\begin{cases}x+2y-z+1=0\\ 2x-z+2=0\end{cases}$ 都平行的平面方程.

2. 设 $z=f(xy,\dfrac{x}{y})+\sin y$ ，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\ \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 展开为 $x-3$ 的幂级数，并求收敛域.

4. 计算$\iiint\limits_{\Omega} xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由柱面$x^2+y^2=1$及平面$z=1, x=0, y=0$所围成且在第一卦限内的区域.

5. 求曲线积分$\int_L (x^2-2y)dx-(x+\sin^2 y)dy$，其中 L 是沿曲线$y=1-\sqrt{2x-x^2}$由点（0，1）到点（2，1）的弧段.

6. 计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} y^2dzdx+zdxdy$，其中$\Sigma$是球面$x^2+y^2+z^2=4(z\ge 0)$的上侧.

四、综合题（本题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

1. 验证 $(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12ye^y)dy$ 在整个 xoy 平面内是某一函数 $u(x,y)$ 的全微分, 并求这样的一个 $u(x,y)$.

2. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}x^{n-1}$ 的收敛域、和函数以及数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$ 的和.

五、证明题（4 分）设 $\sum_{n=1}^{\infty}{a_n}^2$ 收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ 绝对收敛.

17 浙江理工大学 2010-2011 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（本题共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分）

1、设函数 $f\left(x\right)$ 为连续函数，$F\left(x\right)=\int_1^t dy\int_y^t f\left(x\right)dx$ ，则 $F'\left(2\right)=$（　　）

A. $2f\left(2\right)$　　B. $-f\left(2\right)$　　C. $f\left(2\right)$　　D. 0

2、设 D 由 $x^2+y^2=3$ 所围成，则 $\iint\limits_D\left(x^2+y^2\right)dxdy=$（　　）

A. $3\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho d\rho$　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho^3 d\rho$　C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho^2 d\rho$　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{3}\rho^3 d\rho$

3、下列级数中，发散的是（　　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+n^2}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^n\frac{1}{\ln n}$

4、设 L 为从点 A（-R，0）到 B（R，0）的上半圆周 $x^2+y^2=R^2$，则 $\int_L ydx+xdy=$（　　）

A. 1　　B. -1　　C. -2　　D. 0

5、幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(x-5\right)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域为（　　）

A. $\left[4,6\right)$　　B. $\left[-1,1\right)$　　C. $\left[-5,5\right)$　　D. $\left(-1,1\right)$

6、设曲线积分 $\int_C\left[f\left(x\right)-e^x\right]\sin ydx-f\left(x\right)\cos ydy$ 与路径无关，其中 $f\left(x\right)$ 具有一阶连续导数，且 $f\left(0\right)=0$，则 $f\left(x\right)$ 等于（　　）

A. $\frac{1}{2}\left(e^{-x}-e^x\right)$　　B. $\frac{1}{2}\left(e^x-e^{-x}\right)$　　C. $\frac{1}{2}\left(e^x-e^{-x}\right)-1$　　D. $1-\frac{1}{2}\left(e^x-e^{-x}\right)$

7、级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛是 $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$ 的（　　）

A. 充分而非必要条件　　B. 既非必要又非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 必要而非充分条件

二、填空（每题 4 分，共 20 分）

1、设 l 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，则 $\oint_l\ (2xy+x^3+4y)\mathrm{d}s$______________

2、设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧，则 $\oiint\limits_{\Sigma}x^3dydz+y^3dxdz+z^3dxdy=$____________

3、将函数$shx=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$展开成 x 的幂级数，$shx=$____________

4、设积分区域 D 是由直线 y=0、x=1 及 y=2x 所围成的闭区域，则$\iint\limits_D xyd\sigma=$___________

5、曲面$e^z-z+xy=3$在点（2，1，0）处的切平面方程为_____________

三、简答题（每题 6 分，共 30 分）

1、判别级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\cos\dfrac{\pi}{n}\right)$的收敛性。

2、计算曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{dS}{z}$，其中$\Sigma$是球面$x^2+y^2+z^2=a^2$被平面$z=h\left(0<h<a\right)$截出的顶部。

3、求曲面积分$\oiint\limits_S \left(x+2y+3z\right)dxdy+\left(y+2z\right)dydz+\left(z^2-1\right)dxdz$，其中 S 为三坐标面与平面$x+y+z=1$所围成的四面体的外侧。

4、计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} zdxdydz$，其中 Ω：平面 x=1，x=2，y=x，z=0 及 2z=y 围成。

5、计算 $\int_L xydx+(y-x)dy$，L：是抛物线 $y=x^2$ 上从点 O（0，0）到点 A（1，1）的一段弧。

四、设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$，问：（1）函数 $f(x,y)$ 在点（0，0）是否连续？（2）求 $f(x,y)$ 在点（0，0）的偏导数 $f_x(0,0)$ 和 $f_y(0,0)$，在点（0，0）是否可微？说明理由。**（6 分）**

五、设 $f(x,y)$ 在闭区间 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le y,x\ge 0\right\}$ 上连续，且 $f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi}\iint\limits_D f(x,y)dxdy$，求 $f(x,y)$。**（6 分）**

六、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{n!}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 的和。**（6 分）**

七、设 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，证明：$2\int_0^a f(x)dx\int_x^a f(y)dy=\left[\int_0^a f(x)dx\right]^2$ **（4 分）**

18 浙江理工大学 2009-2010 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 24 分）

1.下列说法不正确的是（　　）

（A）若 $\lim\limits_{n\to\infty} nu_n = 1$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 必发散　　（B）若 $u_n \geq 0$，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

（C）若 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 u_n = \dfrac{1}{2}$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 必收敛

（D）若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n{}^2$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n{}^2$ 都收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 必绝对收敛

2.微分方程 $y'' + 2y' + 3y = e^{-x}\cos\sqrt{2}x$ 的特解应具有形式（　　）

（A）$e^{-x}\left(a\cos x + b\sin x\right)$　　（B）$e^{-x}bx\sin x + ae^{-x}\cos x$

（C）$xe^{-x}\left(a\cos\sqrt{2}x + b\sin\sqrt{2}x\right)$　　（D）$e^{-x}\left(a\cos\sqrt{2}x + b\sin\sqrt{2}x\right)$

3. $z = y + \ln\dfrac{x}{z}$ 在点 $\left(1,1,1\right)$ 处的法线方程为（　　）

（A）$x = y = \dfrac{3-z}{2}$　　（B）$x-1 = y-1 = \dfrac{z-1}{2}$

（C）$x-1 = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-2}$　　（D）$x-1 = y-1 = \dfrac{z-1}{-1}$

4.下列级数中收敛的是（　　）

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n$　（B）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n-1}{n^2+n}$　（C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{\pi}{n}$　（D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^n\dfrac{\ln n}{n}$

5. $I = \int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y}} 3x^2y^2dx$，则交换积分次序后得（　　）

（A）$I = \int_0^1 dx\int_0^{1+x^2} 3x^2y^2dy$　　（B）$I = \int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x}} 3x^2y^2dy$

（C）$I = \int_0^1 dx\int_0^{1-x^2} 3x^2y^2dy$　　（D）$I = \int_0^{\sqrt{1-y}} dx\int_0^1 3x^2y^2dy$

6.微分方程 $y\ln xdx = x\ln ydy$ 满足 $y\big|_{x=1} = 1$ 的特解是（　　）

（A）$\ln^2 x + \ln^2 y = 0$　　（B）$\ln^2 x = \ln^2 y$

（C）$\ln^2 x + \ln^2 y = 1$　　（D）$\ln^2 x = \ln^2 y + 1$

二、填空题（每小题 4 分，满分 24 分）

1.微分方程 $xy'+y=\cos 2x$ 的通解是________________________________

2.计算 $\iint\limits_{\Sigma} x^3dydz+y^3dxdz+z^3dxdy=$______________，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 的外侧。（其中 $R>0$）

3.二元函数 $z=\ln\left(x+\frac{y}{2x}\right)$，则 $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,0)}=$____________________

4. 若 D 满足：$x^2+y^2\le 2x$，则 $\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}dxdy=$________________

5.函数 $f\left(x\right)=e^{-x^2}$ 关于 x 的幂级数展开为___________

6.幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(x-3\right)^n}{\sqrt[3]{n}}$ 的收敛域为___________

三、解答题（每小题 6 分，共 30 分）

1.设 $z=x^3+y^3-3xy^2$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2.计算 $\iint\limits_{D} e^{-\left(x^2+y^2\right)}dxdy$，其中 D：$x^2+y^2\le 1$。

3. 设 $z=x^{y}\left(x>0,x\neq 1\right)$，求证 $\frac{x}{y}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{\ln x}\frac{\partial z}{\partial y}=2z$

4.计算二重积分 $\iint\limits_{D}xyd\sigma$，其中 D 是由直线 $y=1$， $x=2$ 及 $y=x$ 所围成的闭区域。

5.计算第一类曲面积分 $I=\iint\limits_{S}\frac{dS}{x^{2}+y^{2}+z^{2}}$，其中 S： $x^{2}+y^{2}=R^{2},0\leq z\leq H$ 。

四、（7 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{n3^{n}}$ 的收敛域及和函数。

五、（7 分）将函数 $f\left(x\right)=x+1\left(0\leq x\leq \pi\right)$ 展开成余弦级数。

六、（8 分）证明题：（1）证明曲线积分与路径无关，并计算积分值

$$\int_{(1,0)}^{(2,1)}\left(2xy-y^{4}+3\right)dx+\left(x^{2}-4xy^{3}\right)dy$$

（2）证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^{n}\left(1-\cos\frac{\alpha}{n}\right)$ 绝对收敛（$\alpha\neq 0$ 常数）

19 浙江理工大学 2008-2009 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1、旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切平面方程为 （ ）

(A) $2x+4y-z=0$ (B) $2x-4y-z=4$

(C) $2x+4y-z=4$ (D) $2x-4y-z=7$

2、二重积分 $\iint\limits_D 2xydxdy$ （其中 $D:0\le y\le x^2,0\le x\le 1$）的值为 （ ）

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{4}$

3、微分方程 $y''+y'+y=e^{-x/2}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x$ 的特解应具有形式 （ ）

(A) $e^{-x}(a\cos x+b\sin x)$; (B) $e^{-x}bx\sin x+ae^{-x}\cos x$;

(C) $e^{-x/2}(a\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+b\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x)$; (D) $xe^{-x/2}(a\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+b\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x)$;

4、设 L 是从 A$(1,0)$ 到 B$(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L\left(x^2-2xy+y^2\right)ds=$（ ）。

(A) $-\frac{13}{3}$ (B) $\frac{14}{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 0

5、 设 $u_n=(-1)^n\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$，则下列说法正确的是（ ）。

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 都收敛 (B) $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 都发散

(C) $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛而 $\sum_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 发散 (D) $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散而 $\sum_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 收敛

6、$I=\int_0^1dy\int_0^{\sqrt{1-y}}f(x,y)dx$，则交换积分次序后得（ ）

(A) $I=\int_0^1dx\int_0^{1+x^2}f(x,y)dy$ （B）$I=\int_0^1dx\int_0^{1-x^2}f(x,y)dy$

（C）$I=\int_0^{\sqrt{1-y}}dx\int_0^1f(x,y)dy$ （D）$I=\int_0^1dx\int_0^{\sqrt{1-x}}f(x,y)dy$

7、设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(1,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为（ ）

（A）$2\sqrt{6}$ （B）8 （C）12 （D）$2\sqrt{3}$

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1、微分方程 $xy' + y = e^x$ 的通解是____________________

2、设 L 是圆周：$x^2 + y^2 = -6x$ 的正向，则 $\oint_L (x^3 - y)dx + (x - y^3)dy =$ _______________

3、设幂级数 $\sum_{0}^{\infty} a_n \left(x+1\right)^n$ 的收敛域为 $\left(-4,2\right)$，则幂级数 $\sum_{0}^{\infty} a_n \left(x-3\right)^n$ 的收敛区间为____

4、微分方程 $y'' + 2y' + y = 2$ 的一般解是___________________

5、$\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy =$ _______________

三、把下列积分化为极坐标的形式，并计算积分值，$I = \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}dy \qquad \left(a > 0\right)$。**（本题 5 分）**

四、1.计算 $\iint\limits_{\Sigma} x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$，其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 的外侧。**（本题 6 分）**

2.设 $f(x)$ 连续可微且 $f(0)=-2$，曲线积分 $\int_L \left[y\sin 2x - yf\left(x\right)\tan x\right]dx + f\left(x\right)dy$ 与路径无关，求 $f(x)$。**（本题 8 分）**

3.计算三重积分 $\iiint_\Omega \left(x^2+y^2\right)dv$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=2z$ 及平面 $z=2$ 所围成的闭区间。**（本题 8 分）**

五、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}x^{n-1}$ 的收敛域、和函数以及数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ 的和。**（本题 8 分）**

六、（本题满分 12 分，每小题 6 分） 1.求函数 $shx=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$ 在 $x=0$ 处的幂级数展开式，并确定收敛区间。

2.将函数 $f\left(x\right)=x+1$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上展开成余弦级数。

七、（本题满分 5 分）

试证曲面 $f(x-ay,z-by)=0$ 的任一切平面恒与某一直线相平行（其中 f 为可微函数，a,b 为常数）

20 浙江理工大学 2008-2009 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1、设力 $\vec{F}=(2,-1,2)$ 作用在一质点上，该质点从点 $M_1(1,1,1)$ 沿直线移动到点 $M_2(2,2,2)$ 力所作的功（　　）

(A)　2　　　(B)　-1　　　(C)　3　　　(D)　4

2 、$z=y+\ln\dfrac{x}{z}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的法线方程为（　　）

(A) $x-1=y-1=\dfrac{z-1}{-1}$　　　(B) $x-1=y-1=\dfrac{z-1}{2}$

(C) $x-1=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$　　　(D) $x=y=\dfrac{3-z}{2}$

3、微分方程 $y''+2y'+2y=e^{-x}\sin x$ 的特解应具有形式　（　　）

(A) $e^{-x}(a\cos x+b\sin x)$;　　　(B) $e^{-x}bx\sin x+ae^{-x}\cos x$;

(C) $xe^{-x}(a\cos x+b\sin x)$;　　　(D) $e^{-x}b\sin x+axe^{-x}\cos x$

4、设 L 是从 A $(1,0)$ 到 B $(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L(x+y)ds=$（　　）。

(A) 2　　　(B) $\sqrt{2}$　　　(C) $2\sqrt{2}$　　　(D) 0

5、下列说法不正确的是（　　）。

(A) 若 $u_n\ge 0$，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}<1$　　　(B) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=1$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 必发散

(C) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}n^2u_n=\dfrac{1}{2}$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 必收敛

(D) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 都收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$ 必绝对收敛

6、设 $D:x^2+y^2\le a^2$，若 $\iint\limits_D\sqrt{a^2-x^2-y^2}dxdy=\pi$，则 a 为（　　）

(A) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}}$　　　（B）$\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$　　　（C）1　　　（D）$\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$

7、已知曲线 $y=y(x)$ 过原点，且在原点处的法线垂直于直线 $y-3x=1$, $y=y(x)$ 是微分方程 $y''-y'-2y=0$ 的解，则 $y(x)=$（　　）

（A）$e^{-x}-e^{2x}$　　（B）$e^{2x}-e^{-x}$　　（C）$e^{x}-e^{-2x}$　　（D）$e^{-2x}-e^{x}$

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1、微分方程 $xy'+y=\sin 2x$ 的通解是____________________

2、设 L 是圆周：$x^2+y^2=-2x$ 的正向，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$_______________

3、设幂级数 $\sum_0^{\infty} a_n\left(x+1\right)^n$ 的收敛域为 $\left(-4,2\right)$，则幂级数 $\sum_0^{\infty} a_n\left(x+3\right)^n$ 的收敛区间为____

4、设函数 $f\left(x,y\right)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $\left(1,-1\right)$ 取得极值，则常数 $a=$_____________

5、设 xy^2dx+x^2ydy 在 xoy 平面上是某个二元函数的全微分，求这样一个二元函数

$u\left(x,y\right)=$_______________

三、计算下列积分（每小题 6 分，共 18 分）

1.计算二次积分 $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y}dy$

2.计算 $\iint\limits_{\Sigma} x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧。（其中 $a>0$）

3．计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)dv$，其中 Ω 是由 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的区域。（其中 $a>0$）

四、（本题满分 8 分）

设 $f(x)=\sin x-\int_0^x (x-t)f(t)dt$， f 为连续函数，试求 $f(x)$

五、（本题满分 7 分）

设函数 $F(u,v)$ 有二阶连续偏导数，证明由方程 $F\left(\frac{x-x_0}{z-z_0},\frac{y-y_0}{z-z_0}\right)=0$ 所确定的函数满足下列方程：$(x-x_0)\frac{\partial z}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial z}{\partial y}=z-z_0$

六、（本题满分 14 分）

1. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n-1}$ 的收敛区间及和函数

2. 将函数 $f(x)=x$ 在 $[0,\pi]$ 上展开成余弦级数

七、（本题满分 5 分）

设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 都收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)^2$ 也收敛

21 浙江理工大学 2007-2008 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1、函数 $f(x,y)=x^2-y^2+x^2y^2$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分 $df(1,1)$ 为　（　　）

(A)　0　　(B)　$dx+dy$　　(C)　$4dx$　　(D)　$2dx-dy$

2、设 L 是从 $A(1,0)$ 到 $B(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L (x+y)ds=$（　　）

(A) $2\sqrt{2}$　　(B)　$\sqrt{2}$　　(C)　2　　(D)　0

3、方程 $y''+2y'=3+4\sin 2x$ 的特解为　（　　）

(A) $y=-\frac{1}{2}(\cos 2x+\sin 2x)$;　　(B)　$y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\cos 2x$

(C) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\sin 2x$　　(D) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x.$

4、设 $f(x)$ 在 $(0,\ +\infty)$ 上有连续的导数，点 A $(1,\ 2)$，B $(2,\ 8)$ 在曲线 $y=2x^2$ 上。L 为由 A 到 B 的任一曲线，则 $\int_L [2xy-\frac{2y}{x^3}f(\frac{y}{x^2})]dx+[\frac{1}{x^2}f(\frac{y}{x^2})+x^2]dy=$（　　）。

(A) 20，　　(B)　30，　　(C)　35，　　(D)　40。

5、　设 b 为大于 1 的自然数，对幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^{bn}$，有 $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=a$，（$a>0,\ a\neq 1$），则其收敛半径 $R=$（　　）。

(A)　a，　　(B)　$\frac{1}{a}$，　　(C)　$\sqrt[b]{a}$，　　(D)　$\frac{1}{\sqrt[b]{a}}$。

6、下列级数收敛的是　（　　）

(A)　$\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$；（B）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{100^n}$；　（C）$\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n^2})$；（D）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n}(1+\frac{1}{n})^{n^2}$.

7、已知曲线 $y=f(x)$ 过原点，且在原点处的法线垂直于直线 $y-3x=1$, $y=y(x)$ 是微分方程 $y''-y'-2y=0$ 的解，则 $y(x)=$（　　）

（A）$e^{2x}-e^{-x}$　　（B）$e^{-x}-e^{2x}$　　（C）$e^{x}-e^{-2x}$　　（D）$e^{-2x}-e^{x}$

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1、设函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $(1,-1)$ 取得极值, 则常数 $a=$＿＿＿＿＿＿。

2、设 $D=\{(x,y)|\ x^2+y^2\le R^2\ \}$，则积分 $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\ dxdy=$＿＿＿＿＿＿＿。

3、设 L 是圆周：$x^2+y^2=-2x$ 的正向，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$______________

4、将函数 $chx=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ 展开成 x 的幂级数为______________________________________

5、设 $y=x^2e^x$ 是微分方程 $y''+ay'+y=be^x$ 的一个特解，则常数 $a=$_________，

$b=$________.

三、计算下列积分（每小题 6 分，共 18 分）

1．已知 $e^z+x^2+y^2=2$, 求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

2．求微分方程 $y''+y'-2y=2x$ 的通解

3．计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} z\ dxdydz$，其中闭区域 Ω 为半球体：$x^2+y^2+z^2\le 1, z\ge 0.$

四、（本题满分 8 分）

计算曲线积分 $\mathrm{I}=\oint\frac{xdy-ydx}{3x^2+y^2}$，其中 L 是以点（1，0）为中心，R 为半径的圆周（R>1），取逆时针方向。

五、（本题满分 7 分）

设函数 $f(x)$ 连续，且满足 $f(x)=e^x+\int_0^x tf(t)dt-x\int_0^x f(t)dt$， 求 $f(x)$.

六、（本题满分 14 分）

1．求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n+(-2)^n}\frac{x^n}{n}$ 的收敛区间，并讨论该区间端点处的收敛性。

2．将函数 $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}(0\le x\le\pi)$ 展开成正弦级数。

七、（本题满分 5 分）

设 $f(u)$ 具有二阶连续导数，且 $g(x,y)=f(\frac{y}{x})+yf(\frac{x}{y})$，求证

$$x^2\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}=\frac{2y}{x}f'(\frac{y}{x})$$

22 浙江理工大学 2004-2005 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（每小题 4 分，共 7 小题，满分 28 分）

1．设 $f(x,y)=x^2+xy-y^2$ 的驻点为 $(0,0)$，则 $f(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的 （　　）

(A)极大值；　　(B) 极小值；　　(C) 非极值；　　(D) 不能确定.

2．微分方程 $y''-y=e^x+1$ 的一个特解应有形式（　　）.

(A) ae^x+b　　（B）axe^x+bx　　（C）$ae^x+b\,\mathrm{x}$　　（D）axe^x+b

3．函数 $\boldsymbol{u=x^2+2y^2+3z^2+xy+3x-2y-6z}$ 在原点沿 $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}=\{1,2,1\}$ 方向的方向导数等于（　　）

(A) $-\frac{7}{2}$；　　(B) $\frac{1}{2}$；　　(C) $\frac{\sqrt{6}}{6}$；　　(D) $-\frac{7\sqrt{6}}{6}$

4. 两个圆柱体 $\boldsymbol{x^2+y^2\le R^2}$，　$\boldsymbol{x^2+z^2\le R^2}$ 公共部分的体积 V 为（　　）

(A) $2\int_0^R dx\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$；　　(B) $8\int_0^R dx\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$；

(C) $\int_{-R}^R dx\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$：　　(D) $4\int_{-R}^R dx\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$

5 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a^n-b^n}{a^n+b^n}x^n$ (0<a<b), 则所给级数的收敛半径 R 等于(　　)

(A) b;　　(B) $\frac{1}{a}$;　　(C) $\frac{1}{b}$;　　(D) R 的值与 a、b 无关.

6 下列级数中发散的是（　　）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$；　(B) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$；　(C) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$；　(D) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n(n+2)}$.

7 设 $\boldsymbol{AEB}$ 是由 A($\boldsymbol{-1,0}$) 沿上半圆 $\boldsymbol{y=\sqrt{1-x^2}}$ 经过点 E(0,1) 到点 B(1,0),则曲线积分

$\boldsymbol{I=\int_{AEB}x^2y^2dy=}$（　　）

（A） 0;　　(B) $2\int_{AE}x^2y^2dy$；　　(C) $\int_{EB}x^2y^2dy$；　　(D) $2\int_{BE}x^2y^2dy$.

二 填空题（每小题 4 分，共 7 小题，满分 28 分）

1 已知 $\sum_{n=1}^{\infty}(2-u_n)$ 收敛，则 $\lim_{n\to\infty}\frac{\sin(\pi u_n)}{u_n}=$ ______ .

2 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} n4^{n+1} x^{2n}$ 的收敛区间为________________ .

3 设积分区域 D 是由直线 $y=1$ 、 $x=2$ 及 $y=x$ 所围成的闭区域，则 $\iint_D xyd\sigma$ =________________.

4 设Σ是平面$x=0, y=0, z=0, x=1, y=2, z=3$所围成的立体的表面外侧，则

$\oiint_{\Sigma}(x+y+2z)dydz+(3y+z)dzdx+(z-3)dxdy$ =________________.

5 设函数$z=z(x,y)$由方程$xz-y+\arctan y=0$所确定，则$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$________ .

6 L 为三顶点分别为 (0,0),(3,0) 和(3,2)的三角形正向边界，则

$\oint_L (2x-y+4)dx+(5y+3x-6)dy=$___________ .

7 微分方程$y''-5y'+6y=xe^{2x}$的一个特解为______________ .

三（本题满分 10 分）、求曲面$z=2x^2+\dfrac{y^2}{2}$上平行于平面$2z+2y-4x+1=0$的切平面方程，并求切点处的法线方程.

四（本题满分 8 分）计算三重积分$\iiint_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$，其中$\Omega$是由柱面$x^2+y^2=R^2$ 与平面$z=a(a>0)$及$z=0$围成的区域.

五（本题满分 8 分）、将函数 $f(x)=2x+1(0\le x\le \pi)$ 展开成余弦级数。

六（本题满分 8 分）求 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz+ydzdx+zdxdy,$ 其中 Σ 为半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的下侧

七（本题满分 8 分）求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{4n+1}}{4n+1}$ 的和函数.

八（本题满分 4 分）设 $f(x)$ 是 $[a,b]$ 上的正值连续函数，试证 $\iint\limits_{D}\frac{f(x)}{f(y)}dxdy\ge (b-a)^2$.其中 D 为 $a\le x\le b, a\le y\le b$.