



高等数学 A2

浙江理工大学期末试题汇编

(试卷册 五套精装版)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行)

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose.” 风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这座城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦

2022 年 3 月 23 日

目录

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷	1
2 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷	5
3 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷	9
4 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷	13
5 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷	16

高等数学 A2 期末数学试卷所有版本：

（本人会在 5 月份发布试卷的第二次发行版本，之后大家可以直接访问网站下载，此网站目前正在开发中……）

高等数学 A2 期末试题册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

（五套精装版说明：将试题册上的前五套 A 卷截取下来。A 卷为正式考卷，B 卷为补考卷）

更多信息

试卷整理人：张创琦

微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 4 月 30 日 第二版 第 1 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了[《四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）》](#)、[《走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实》](#)、[《送给即将期末考试的你》](#)、[《那些你不曾在选课中注意到的事情》](#)、[《身为大学生，你的劳动价值是多少？》](#)（荐读）、[《如何找到自己的培养计划》](#)以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++ 语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“cq 数学物理学习群”，并同时转发到各个辅导员的手里。转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的高数老师，我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理高等数学考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1. 设 $z = f(x, y)$ 为定义在点 (x_0, y_0) 的一个邻域上的函数, 下列说法中正确的是: ()
(A) 若 $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ 与 $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$ 均存在, 则 f 在 (x_0, y_0) 处可微。
(B) 若 f 在 (x_0, y_0) 处的各个方向的方向导数均存在, 则 f 在 (x_0, y_0) 处可微。
(C) 若 f 在 (x_0, y_0) 处可微, 则 f 在 (x_0, y_0) 处可求偏导。
(D) 以上说法都不对。
2. 设 $U \subset \mathbb{R}^2$ 为一个开区域, 设 $f(x, y)$ 与 $\phi(x, y)$ 为定义在 U 上的光滑函数, 考虑 f 在条件 $\phi(x, y) = 0$ 下的极值问题, 假设 $(x_0, y_0) \in U$ 为极值点, 并设 f 与 ϕ 在 (x_0, y_0) 处的梯度均不为零, 则下列说法中正确的是: ()
(A) $f_{xx}(x_0, y_0)f_{yy}(x_0, y_0) - (f_{xy}(x_0, y_0))^2 < 0$ 。
(B) $f_{xx}(x_0, y_0)f_{yy}(x_0, y_0) - (f_{xy}(x_0, y_0))^2 > 0$ 。
(C) f 在 (x_0, y_0) 处的梯度与 ϕ 的经过该点的等值线相切。
(D) f 在 (x_0, y_0) 处的梯度与 ϕ 的经过该点的等值线垂直。
3. 设 $\Omega = \{(x, y, z) | x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$, 则 Ω 的体积等于: ()
(A) $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} dx \int_0^{1-x-y} 1 dz$ (B) $\int_0^1 dy \int_{1-y}^1 dx \int_{1-x-y}^1 1 dz$
(C) $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} dx \int_0^{1-x-y} \sqrt{3} dz$ (D) $\int_0^1 dx \int_x^1 dy \int_{x+y}^1 \sqrt{3} dz$
4. 设 $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$, 方向取逆时针方向, 下面积分中必为零的是: ()
(A) $\oint_C ye^y dx + xe^x dy$ (B) $\oint_C x^2 dx + y^2 dy$
(C) $\oint_C (xe^x + ye^y) ds$ (D) $\oint_C (x^2 + y^2) ds$
5. 级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{2^n}$ 、 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ 、 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 、 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{2^n}$ 中收敛的级数的个数为: ()
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
6. 若已知幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ 在 $x = 4$ 处收敛, 则下面说法中正确的是 ()
(A) 该幂级数必在 $x = -4$ 处收敛。 (B) 该幂级数可能在 $x = -4$ 处收敛。
(C) 该幂级数不在 $x = -4$ 处收敛。 (D) 以上说法都不对。

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1. \mathbb{R}^3 中的一个同时与 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (3, 2, 1)$ 垂直的单位向量为: _____。
2. 函数 $z = x^y$ 在点 $(1, e)$ 处沿从点 $(2, 1)$ 到点 $(3, 2)$ 的方向的方向导数 = _____。
3. 设函数 $x = g(y, z)$ 是由方程 $x^4 + 2y^4 + xz^4 = 2$ 在点 $(-1, -1, -1)$ 附近所决定的隐函数, 则 $g_z(-1, -1) =$ _____。
4. 设 $f(x, y)$ 是定义在 $[0, 1] \times [0, 1]$ 上的连续函数, 交换 $\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x, y) dx$ 的积分顺序得到: _____。
5. 记平面区域 D 的边界为 ∂D , 设 ∂D 为分段光滑曲线, 取 ∂D 的方向为相对于 D 的正向, 记 D 的面积为 S , 则 $\oint_{\partial D} (3x + 4y) dx + (6x + 8y) dy =$ _____。
6. 幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} (2^n \sin \frac{\pi}{3^n}) x^n$ 的收敛半径为: _____。

三、计算题 (共 8 小题, 每小题 6 分, 满分 48 分, 应写出演算过程与说明, 否则零分)

1. 求由方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 - 4x = 0 \\ x - 2y + 3z - 2 = 0 \end{cases}$ 所决定的曲线在点 $(1, 1, 1)$ 处的切线方程与法平面方程。

2. 用 Lagrange 乘数法求函数 $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 + y^2}$ 在约束 $x + y - 1 = 0$ 下的最小值点.

3. 试用曲线积分的方法求一个定义在 \mathbb{R}^2 上的光滑函数 $f(x, y)$, 使 $df(x, y) = y^2 \cos(xy^2)dx + 2xy \cos(xy^2)dy$.

4. 设 a 为大于零的实数, 设 L 为 \mathbb{R}^2 上的从点 $(0, 0)$ 到点 $(0, a)$ 的沿着圆 $x^2 + y^2 = ay$ 的第一象限部分的光滑曲线, 试用格林公式计算:

$$\int_L (e^x \sin y - my)dx + (e^x \cos y - m)dy,$$

其中 m 为常数.

5. 试求马鞍面 $z = xy$ 被柱面 $x^2 + y^2 = a^2$ 所割下的曲面的面积 S . (其中 $a > 0$)

6. 设 $R > 0$, 求球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ 与球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2Rz$ 的公共部分的体积 V .

7. 设 a, b, c 为大于零的实数, 设 S 为上半椭球面 $\{(x, y, z) | \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, z \geq 0\}$ 的上侧, 试用高斯公式求第二型曲面积分: $\iint_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$.

8. 试求幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^n$ 的和函数。(并指明其收敛区间)

四、(本题 4 分) 设 C 为平面区域 D 的边界曲线, 假设 C 是光滑的, 对于 C 上的任意一个点 (x, y) , 设 $\vec{n}(x, y)$ 为 C 在 (x, y) 处的指向 D 外部的单位法向量, 设 $\vec{l} = (l_1, l_2)$ 为一个固定的向量, 记 $\cos \theta(x, y)$ 为 \vec{l} 与 $\vec{n}(x, y)$ 的夹角的余弦, 证明第一型曲线积分 $\oint_C \cos \theta(x, y) ds$ 必等于零。

2 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（共 24 分，每题 4 分）

1 若 $\vec{a} = (1, -1, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 3)$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} =$ ()

- A. $(-4, 1, 3)$ B. $(-4, -1, 3)$ C. $(4, 1, -3)$ D. $\sqrt{26}$

2 已知直线 $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$, 平面 $\Pi: 2(x-1) + 3(y-2) + 4(z-3) = 0$, 则直线 l 与平面 Π 具有何种关系 ()

- A. 垂直 B. 平行 C. 夹角为锐角 D. 夹角为钝角

3 设函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处具有一阶偏导数, 则 ()。

A. 当 $(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)$ 时, $f(x, y)$ 的极限存在; B. $f(x, y)$ 在该点连续;

C. $f(x, y)$ 在该点沿 x 轴和 y 轴方向的方向导数存在; D. $f(x, y)$ 在该点可微;

4 $I_1 = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (x^2 + y^2) dx dy$, $I_2 = \iint_{|x|+|y| \leq 1} (x^2 + y^2) dx dy$, $I_3 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (x^2 + y^2) dx dy$, 则

I_1, I_2, I_3 的大小关系为 ()

- A. $I_1 < I_2 < I_3$ B. $I_2 < I_1 < I_3$ C. $I_3 < I_2 < I_1$ D. $I_2 < I_3 < I_1$

5 设 L 是从 $A(1, 0)$ 到 $B(-1, 2)$ 的直线段, 则 $\int_L (x + y) ds =$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D.

6 下列级数中收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{n^2+n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

二 填空题（共 24 分，每题 6 分）

1 过点 $(1, 2, 3)$ 且与平面 $\Pi: x + 4y + 6z - 8 = 0$ 垂直的直线方程为_____

2 已知 $z = \arctan(xy)$, 则 $dz =$ _____

3 设 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$, 则积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy =$ _____

4 设 L 是圆周: $x^2 + y^2 = -2x$ 的负向, 则 $\oint_L (x^3 - y) dx + (x - y^3) dy =$ _____

5 设 $u = 2xy - z^2 + 2x - 2y + 3z$, 则 u 在原点沿 $(1, -1, 1)$ 的方向导数为_____

6 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{\sqrt[2]{n}}$ 的收敛域为_____

三 计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

1 将曲线方程 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$ 化为参数形式

2 设 $x^2 + \sin y + z^2 - 2z = 0$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

3 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{1+x^2+y^2}$, 其中 Ω 由抛物面 $z = x^2 + y^2$ 及 $z = 2$ 所围成

4 验证 $x^2ydx + \frac{1}{3}x^3dy$ 为某个函数的全微分，并求出这个函数

5 计算 $\iint_{\Sigma} x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy$ ，其中 Σ 为半球面 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧

6 将函数 $f(x) = x + 2$ ($0 \leq x \leq \pi$) 展开成正弦级数

四 综合题（本题 8 分）

已知平面上两定点 $A(1,3), B(4,2)$, 试在圆周 $x^2 + y^2 = 1, (x > 0, y > 0)$ 上求一点 C , 使得 $\triangle ABC$ 的面积最大。

五. 证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，总分 8 分）

1. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1 - \cos \frac{\alpha}{n})$ 绝对收敛 ($\alpha \neq 0$ 常数)

2. 设 $F(t) = \iiint_{\Omega(t)} f(x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, $G(t) = \iint_{D(t)} f(x^2 + y^2) dx dy$ 其中 $\Omega(t) = \{(x, y, z) | 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq t^2\}$, $D(t) = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq t^2\}$, 若函数 f 连续且恒大于 0, 试证当 $t > 1$ 时, $F(t) > G(t)$ 。

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n^2}$ 的收敛域为 _____.

5. 椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 上的点到直线 $2x + 3y - 6 = 0$ 的最短距离是 _____。

6. 将函数 $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 展开成 x 的幂级数: $\cosh x =$ _____.

三、计算题 (本题共 6 小题, 每题 7 分, 满分 42 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

1. 设 $z = (x^2 + y^2)e^{x+y}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$ 的收敛性。

3. 设 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 被平面 $z = 1$ 截出的上半部分, 求曲面 Σ 的面积。

4. 计算 $\iint_S xdydz + ydzdx + zdx dy$, 其中 S 为 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ 的上半球面的外侧。

5. 验证: 在 xOy 面内, $(3x^2y + 8xy^2)dx + (x^3 + 8x^2y + 12ye^y)dy$ 是某个函数的全微分, 并求出这个函数。

6. 设 $f(x)$ 以 2π 为周期, 在 $(-\pi, \pi]$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq \pi, \end{cases}$$

将函数 $f(x)$ 展开为傅里叶级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分）

1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，并设 $\int_0^1 f(x)dx = A$ ，证明 $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x)f(y)dy = \frac{A^2}{2}$.

2. 已知平面区域 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}$ ， L 为 D 的正向边界，证明

$$\oint_L xe^{\sin y} dy - ye^{-\sin x} dx = \oint_L xe^{-\sin y} dy - ye^{\sin x} dx$$

4 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1 直线 $L: \begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y+3z+4=0 \end{cases}$ 与平面 $\pi: x-2y+2z=0$ 的位置关系为 ()

A 直线在平面内 B 平行, 但直线不在平面内 C 相交但不垂直 D 垂直

2 函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数存在是函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微的 ()

A 充分条件 B 必要条件 C 充分必要条件 D 既非充分也非必要条件

3 下列函数中, 当 $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ 时不存在极限的是 ()

A $f(x, y) = \frac{x^2 - xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

B $f(x, y) = \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2}$

C $f(x, y) = \frac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

D $f(x, y) = \frac{x^2 y + xy^2}{x^2 + y^2}$

4 设 D 是由直线 $x+y=1, x+y=2, x=0, y=0$ 所围成的闭区域, 记 $I_1 = \iint_D \ln(x+y) dx dy, I_2 = \iint_D \ln^2(x+y) dx dy, I_3 = \iint_D \sqrt{x+y} dx dy$, 则有 ()

A $I_1 < I_2 < I_3$

B $I_2 < I_1 < I_3$

C $I_2 < I_3 < I_1$

D $I_3 < I_2 < I_1$

5 设曲面 Σ 的方程为 $z = \sqrt{x^2 + y^2} (0 \leq z \leq 1)$, 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS$ 的值为 ()

A $\frac{\sqrt{2}}{2} \pi$

B π

C $\sqrt{2} \pi$

D $\frac{4\sqrt{2}}{3} \pi$

6 幂级数 $x - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots$ 的收敛域为 ()

A $[-1, 1]$

B $[-1, 1)$

C $(-1, 1]$

D $(-1, 1)$

二 填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1 已知 $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$, 则 $dz|_{(1,0)} =$ _____

2 交换二次积分的次序: $\int_0^1 dy \int_{y^2}^y f(x, y) dx =$ _____

3 曲面 $z = 2x^2 + y^2 + 1$ 在点 $M(1, -1, 4)$ 处的切平面方程为 _____

4 设 Γ 是从 $A(1, 0, 2)$ 到 $B(-1, 2, 3)$ 的直线段, 则曲面积分 $\int_{\Gamma} (x + 2y) ds =$ _____

5 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$ 绝对收敛, 则常数 p 的数值范围是 _____

6 二阶线性微分方程 $y'' + 3y' - 4y = 0$ 的通解为 _____

三 计算题 (第 1-2 题, 每题 6 分; 第 3-5 题, 每题 8 分; 共计 36 分)

1 求函数 $f(x, y) = x^2 - y^2$ 在点 $P(-1, 1)$ 处沿点 $P(-1, 1)$ 到点 $Q(0, 0)$ 的方向的方向导数。

2 设 $z = f(x, y \sin x)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3 求函数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2$ 的极值。

4 求由曲面 $z = x^2 + 2y^2$ 与曲面 $z = 6 - 2x^2 - y^2$ 所围成立体的体积。

5 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x^2 - y)dydz + (z^2 - x)dxdy$, 其中 Σ 为曲面 $z = x^2 + y^2$ 被平面 $z = 1$ 截下的部分, 其法向量与 z 轴正向的夹角为钝角。

四 (本题满分 12 分) 设二元函数 $f(x, y)$ 连续, 且满足 $f(x, y) = x^2 \oint_L f(x, y)ds + xy \iint_D f(x, y)dxdy - 1$, 其中 D 为圆周 $L: x^2 + y^2 = 1$ 所围成的闭区域。

(1) 试求 $f(x, y)$ 的表达式;

(2) 试证明: $\oint_L yf(x, y)dx + xf(x, y)dy = \frac{\pi}{2} \oint_L f(x, y)ds$, 其中 L 为逆时针方向。

五 证明题 (本题满分 4 分) 设 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛, 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ 绝对收敛。

5 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 旋转抛物面 $z = x^2 + 2y^2 - 4$ 在点 $(1, -1, -1)$ 处的切平面方程为 ()。
A. $2x + 4y - z = 0$ B. $2x - 4y - z = 4$
C. $2x + 4y - z = 4$ D. $2x - 4y - z = 7$
2. $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$ 则交换积分次序后得 ()。
A. $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$ B. $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy$
C. $\int_0^1 dx \int_y^1 f(x, y) dy$ D. $\int_0^1 dx \int_1^x f(x, y) dy$
3. 下列级数收敛的是 ()。
A. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n} (1 + \frac{1}{n})^{n^2}$
4. 设 L 沿 $y = x^2$ 从 $(0, 0)$ 到 $(1, 1)$ ，则 $\int_L 2x \sin y dx + (x^2 \cos y - 3y^2) dy =$ ()。
A. 0 B. $\sin 1$ C. $\sin 1 - 1$ D. $1 - \sin 1$
5. 下列结论中，错误的是 ()。
A. $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ 表示圆锥面 B. $x = y^2$ 表示抛物柱面
C. $x + 2y^2 + z^2 = 0$ 表示椭圆抛物面 D. $x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 1$ 表示双叶双曲面
6. 设 D 是由圆心在原点，半径为 1 的圆周所围成的闭区域，则 $\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy =$ ()。
A. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 e^{-\rho^2} \rho d\rho$ B. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 e^{-\rho^2} d\rho$
C. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 e^{-1} \rho d\rho$ D. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 e^{-\rho^2} \rho^2 d\rho$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1. 若向量 $(1, -1, 3)$ 与向量 $(-2, 2, a)$ 平行，则 $a =$ _____。
2. 设 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，则 $\oint_{\Sigma} (x + \sin y + \arctan z) dS =$ _____。
3. 设 $ax \cos y dx - (6y + x^2 \sin y) dy$ 为某函数的全微分，则 $a =$ _____。
4. 设 $\frac{y}{z} = \ln \frac{z}{x}$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____。
5. 点 $(1, 2, 1)$ 到平面 $x + 2y + 2z - 10 = 0$ 的距离为 _____。
6. 曲线 $x = t, y = -t^2, z = t^3$ 的所有切线中，与平面 $x + 2y + z + 4 = 0$ 平行的切线有 _____。

_____条。

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 求三重积分 $\iiint_{\Omega} x dx dy dz$ ，其中 Ω 为三个坐标面及平面 $x + 2y + z = 1$ 所围成的闭区域。

2. 将函数 $\frac{1}{1+x^2}$ 展开为 x 的幂级数，并求其收敛区间。

3. 计算 $\int_L |y| ds$ ，其中 L 为右半个单位圆 $x = \sqrt{1-y^2}$ 。

4. 计算 $\oiint_{\Sigma} (x - y) dx dy$, 其中 Σ 是圆柱体 $x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 3$ 表面的外侧。

5. 求函数 $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极值点。

四、证明题（本题共 2 小题，第 1 题 4 分，第 2 题 6 分，满分 10 分，应写出详细证明和计算过程）

1. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n-1}$ 绝对收敛。

2. 证明曲线积分 $\int_{(1,0)}^{(2,1)} (2xy - y^4 + 3)dx + (x^2 - 4xy^3)dy$ 在整个 xOy 面上与路径无关，并计算此积分。