高等数学 A2

浙江理工大学期末试题汇编

（试卷册 上）

学校：______________________

专业：______________________

班级：______________________

姓名：______________________

学号：______________________

（此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行）

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose. ”风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这所城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦

2022 年 3 月 23 日

目 录

高等数学 A2 期末数学试卷所有版本：

（本人会在 5 月份发布试卷的第二次发行版本，之后大家可以直接访问网站下载，此网站目前正在开发中……）

高等数学 A2 期末试题册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

资料说明

试卷整理人：张创琦　　　　　　　　微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 4 月 30 日 第二版 第 1 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）》、《走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实》、《送给即将期末考试的你》、《那些你不曾在选课中注意到的事情》、《身为大学生，你的劳动价值是多少？》（荐读）、《如何找到自己的培养计划》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的高数老师，我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理高等数学考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、 选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $z=f(x,y)$ 为定义在点 (x_0,y_0) 的一个邻域上的函数，下列说法中正确的是：(　　)
(A) 若 $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)$ 与 $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0)$ 均存在，则 f 在 (x_0,y_0) 处可微。
(B) 若 f 在 (x_0,y_0) 处的各个方向的方向导数均存在，则 f 在 (x_0,y_0) 处可微。
(C) 若 f 在 (x_0,y_0) 处可微，则 f 在 (x_0,y_0) 处可求偏导。
(D) 以上说法都不对。

2. 设 $U\subset\mathbb{R}^2$ 为一个开区域，设 $f(x,y)$ 与 $\phi(x,y)$ 为定义在 U 上的光滑函数，考虑 f 在条件 $\phi(x,y)=0$ 下的极值问题，假设 $(x_0,y_0)\in U$ 为极值点，并设 f 与 ϕ 在 (x_0,y_0) 处的梯度均不为零，则下列说法中正确的是：(　　)
(A) $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2<0$.
(B) $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2>0$.
(C) f 在 (x_0,y_0) 处的梯度与 ϕ 的经过该点的等值线相切。
(D) f 在 (x_0,y_0) 处的梯度与 ϕ 的经过该点的等值线垂直。

3. 设 $\Omega=\{(x,y,z)|x+y+z\leqslant 1,x\geqslant 0,y\geqslant 0,z\geqslant 0\}$, 则 Ω 的体积等于：(　　)
(A) $\int_0^1 dy\int_0^{1-y}dx\int_0^{1-x-y}1dz$　　(B) $\int_0^1 dy\int_{1-y}^1 dx\int_{1-x-y}^1 1dz$
(C) $\int_0^1 dy\int_0^{1-y}dx\int_0^{1-x-y}\sqrt{3}dz$　　(D) $\int_0^1 dx\int_x^1 dy\int_{x+y}^1\sqrt{3}dz$

4. 设 $C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\}$, 方向取逆时针方向，下面积分中必为零的是：(　　)
(A) $\oint_C ye^y dx+xe^x dy$.　　(B) $\oint_C x^2dx+y^2dy$
(C) $\oint_C(xe^x+ye^y)ds$.　　(D) $\oint_C(x^2+y^2)ds$.

5. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin n}{2^n}$、$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n}$、$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$、$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2}{2^n}$ 中收敛的级数的个数为:(　　)
(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

6. 若已知幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}a_nx^n$ 在 $x=4$ 处收敛，则下面说法中正确的是(　　)
(A) 该幂级数必在 $x=-4$ 处收敛。　　(B) 该幂级数可能在 $x=-4$ 处收敛。
(C) 该幂级数不在 $x=-4$ 处收敛。　　(D) 以上说法都不对。

二、 填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. $\mathbb{R}^3$ 中的一个同时与 $\vec{a}=(1,2,3)$, $\vec{b}=(3,2,1)$ 垂直的单位向量为：______________ .
2. 函数 $z=x^y$ 在点 $(1,e)$ 处沿从点 $(2,1)$ 到点 $(3,2)$ 的方向的方向导数 = _____ .
3. 设函数 $x=g(y,z)$ 是由方程 $x^4+2y^4+xz^4=2$ 在点 $(-1,-1,-1)$ 附近所决定的隐函数，则 $g_z(-1,-1)=$ ______ .
4. 设 $f(x,y)$ 是定义在 $[0,1]\times[0,1]$ 上的连续函数，交换 $\int_0^1 dy\int_0^{y^2}f(x,y)dx$ 的积分顺序得到：__________________ .
5. 记平面区域 D 的边界为 ∂D, 设 ∂D 为分段光滑曲线，取 ∂D 的方向为相对于 D 的正向，记 D 的面积为 S, 则 $\oint_{\partial D}(3x+4y)dx+(6x+8y)dy=$ _____ .
6. 幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\left(2^n\sin\frac{\pi}{3^n}\right)x^n$ 的收敛半径为：______ .

三、 计算题（共 8 小题，每小题 6 分，满分 48 分，应写出演算过程与说明，否则零分）

1. 求由方程组 $\begin{cases} x^2+y^2+2z^2-4x=0 \\ x-2y+3z-2=0 \end{cases}$ 所决定的曲线在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程。

2. 用 Lagrange 乘数法求函数 $f(x,y)=\sqrt[3]{x^2+y^2}$ 在约束 $x+y-1=0$ 下的最小值点.

3. 试用曲线积分的方法求一个定义在 $\mathbb{R}^2$ 上的光滑函数 $f(x,y)$, 使 $df(x,y)=y^2\cos(xy^2)dx+2xy\cos(xy^2)dy$.

4. 设 a 为大于零的实数，设 L 为 $\mathbb{R}^2$ 上的从点 $(0,0)$ 到点 $(0,a)$ 的沿着圆 $x^2+y^2=ay$ 的第一象限部分的光滑曲线，试用格林公式计算：

$$\int_L (e^x \sin y - my)dx + (e^x \cos y - m)dy,$$

其中 m 为常数.

5. 试求马鞍面 $z=xy$ 被柱面 $x^2+y^2=a^2$ 所割下的曲面的面积 S.(其中 $a>0$)

6. 设 $R>0$, 求球体 $x^2+y^2+z^2 \leqslant R^2$ 与球体 $x^2+y^2+z^2 \leqslant 2Rz$ 的公共部分的体积 V.

7. 设 a, b, c 为大于零的实数，设 S 为上半椭球面 $\{(x, y, z) | \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, z \geqslant 0\}$ 的上侧，试用高斯公式求第二型曲面积分：$\iint_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$.

8. 试求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} nx^n$ 的和函数。(并指明其收敛区间）

四、（本题 4 分）设 C 为平面区域 D 的边界曲线，假设 C 是光滑的，对于 C 上的任意一个点 (x, y), 设 $\vec{n}(x, y)$ 为 C 在 (x, y) 处的指向 D 外部的单位法向量，设 $\vec{l} = (l_1, l_2)$ 为一个固定的向量，记 $\cos\theta(x, y)$ 为 $\vec{l}$ 与 $\vec{n}(x, y)$ 的夹角的余弦，证明第一型曲线积分 $\oint_C \cos\theta(x, y) ds$ 必等于零。

2 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、 选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $\vec{a}=(1,2,3)$ 为 $\mathbb{R}^3$ 中的向量，Γ 为 $\mathbb{R}^3$ 中由方程 $5x-3y-z=5$ 决定的平面，则下列说法中正确的是：（　）
   (A) $\vec{a}$ 与 Γ 垂直。
   (B) $\vec{a}$ 与 Γ 平行。
   (C) 向量 $(5,-3,-1)$ 与 Γ 平行，但是与 $\vec{a}$ 不平行。
   (D) 向量 $(7,16,-13)$ 与 $\vec{a}$ 垂直、与 Γ 平行。
2. 设 $U\subset\mathbb{R}^2$ 为 (x_0,y_0) 的一个邻域，设 $f(x,y)$ 为 U 上的光滑函数，设 $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)=\frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0)=0$，则下列说法中正确的是：（　）
   (A) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)>0$, 则 (x_0,y_0) 必为 f 的极小值点。
   (B) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2>0$, 则 (x_0,y_0) 必是 f 的极值点。
   (C) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2>0$, 则 (x_0,y_0) 必不是 f 的极值点。
   (D) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2>0$, 则 (x_0,y_0) 可能不是 f 的极值点。
3. 设 C 为平面内的指定了方向的曲线，下列积分中积分值只与曲线的起点与终点有关的是：（　）
   (A) $\int_C y\cos(xy)dx+x\cos(xy)dy$　　(B) $\int_C xdx+xydy$
   (C) $\int_C xdy-ydx$　　(D) $\int_C xdy$
4. 设 C 为平面内的封闭的定向曲线，下列积分中必为零的是：（　）
   (A) $\oint_C xdy-ydx$　(B) $\oint_C xdy$　(C) $\oint_C xdy+ydx$　(D) $\oint_C ydx$

5. 对于级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n}$，下列判断中正确的是：（　）
   (A) 收敛但不绝对收敛。　(B) 收敛且绝对收敛。
   (C) 不收敛。　(D) 以上说法均不对。

6. 若已知幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}a_nx^n$ 在 $x=4$ 处收敛，记该幂级数的收敛半径为 R, 则下面说法中正确的是（　）
   (A) $R>4$.　(B) $R\geqslant 4$.
   (C) $R<4$.　(D) 以上说法都不对。

二、 填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. $\mathbb{R}^3$ 中以 $(0,0,0)$,$(1,1,1)$,$(1,-1,1)$ 为顶点的三角形的面积为：______ .
2. 函数 $f(x,y)=x^y$ 在点 $(2,1)$ 处增长最快的方向为：________________ .
3. 设函数 $y=h(x,z)$, 是由方程 $x^4+2y^4+xz^4=2$ 在点 $(-1,-1,-1)$ 附近所决定的隐函数，则 $h_z(-1,-1)=$ ______ .
4. 设 $f(x,y)$ 是定义在 $[0,1]\times[0,1]$ 上的连续函数，交换 $\int_0^1dy\int_0^{y^3}f(x,y)dx$ 的积分顺序得到：________________ .
5. 设 $a>0$, $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant ay\}$, $f(x,y)$ 为 D 上连续函数，在极坐标变换 $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$ 下 $\iint_D f(x,y)dxdy=$ ________________________ .
6. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}nz^{n-1}$ 的和函数为 __________ .

三、 计算题（共 8 小题，每小题 6 分，满分 48 分，应写出演算过程与说明，否则零分）

1. 求由方程组 $\begin{cases} x^4+y^4+2z^2-4x=0 \\ x-2y+3z-2=0 \end{cases}$ 所决定的曲线在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程。

2. 计算二重积分 $\iint_D (x+y)dxdy$, 其中 D 是由 $y=x^2$ 与 $x=y^2$ 在第一象限围成的区域。

3. 试求原点到 $\mathbb{R}^3$ 中的曲面 $S=\{(x,y,z)|(x-y)^2+z^2=1\}$ 的最短距离。

4. 试求曲线积分 $\int_C ydx + x^2dy$, 其中 C 为先从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 再从 $(1,1)$ 到 $(0,2)$ 的折线段。

5. 试用格林公式计算椭圆 $D = \{(x,y)|\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leqslant 1\}$ 的面积。

6. 试求第一型曲面积分 $\iint\limits_S ((x+y)^{2021}+z)dS$, 其中 S 为上半球面 $x^2+y^2+z^2 = R^2, z \geqslant 0$.

7. 设 $h>0$, S 为旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 在平面 $z=h$ 以下的部分，试用高斯公式求第二型曲面积分：$\iint_S x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy$, 其中 S 取上侧。

8. 设 $f(x)=x^2, -\pi\leqslant x\leqslant\pi$, 试将 f 关于 $[-\pi,\pi]$ 上的正交函数系 $\{1,\sin nx,\cos nx\mid n=1,2,\cdots\}$ 展开为傅里叶级数。

四、（本题 4 分）试证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{\ln n}{(n+1)^2}$ 是收敛的。

3 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（共 24 分，每题 4 分）

1 若 $\vec{a}=(1,-1,1),\ \vec{b}=(2,1,3)$, 则 $\vec{a}\times\vec{b}=$（　　）

A.$(-4,1,3)$　　B. $(-4,-1,3)$　　C.$(4,1,-3)$　　D. $\sqrt{26}$

2 已知直线 $l:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$，平面 Π: $2(x-1)+3(y-2)+4(z-3)=0$，则直线 l 与平面 Π 具有何种关系（　　）

A.垂直　　B.平行　　C.夹角为锐角　　D.夹角为钝角

3 设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处具有一阶偏导数，则（　　）。

A. 当 $(x,y)\to(x_0,y_0)$ 时，$f(x,y)$ 的极限存在；　　B. $f(x,y)$ 在该点连续；

C. $f(x,y)$ 在该点沿 x 轴和 y 轴方向的方向导数存在；　　D. $f(x,y)$ 在该点可微；

4 $I_1=\iint\limits_{x^2+y^2\le1}(x^2+y^2)dxdy,\ I_2=\iint\limits_{|x|+|y|\le1}(x^2+y^2)dxdy,\ I_3=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(x^2+y^2)dxdy$，则

I_1,I_2,I_3 的大小关系为（　）

A. $I_1<I_2<I_3$　　B. $I_2<I_1<I_3$　　C. $I_3<I_2<I_1$　　D. $I_2<I_3<I_1$

5 设 L 是从 $A(1,0)$ 到 $B(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L(x+y)ds=$（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D.

6 下列级数中收敛的是（　　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n-1}{n^2+n}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\dfrac{\pi}{n}$　　D $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\ln n}{n}$

二 填空题（共 24 分，每题 4 分）

1 过点（1，2，3）且与平面 Π：$x+4y+6z-8=0$ 垂直的直线方程为______

2 已知 $z=\arctan(xy)$，则 dz=______

3 设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le4\}$，则积分 $\iint\limits_D\sqrt{x^2+y^2}\ dxdy=$__________

4 设 L 是圆周：$x^2+y^2=-2x$ 的负向，则 $\oint_L(x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$______________

5 设 $u=2xy-z^2+2x-2y+3z$，则 u 在原点沿 $(1,-1,1)$ 的方向导数为______________

6 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(x-3\right)^{n}}{\sqrt[2]{n}}$ 的收敛域为____________

三 计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

1 将曲线方程 $\begin{cases}\mathrm{x}^{2}+y^{2}+z^{2}=1\\2x+z=1\end{cases}$ 化为参数形式

2 设 $\mathrm{x}^{2}+\sin y+z^{2}-2z=0$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^{2}\mathrm{z}}{\partial x^{2}}$

3 计算三重积分 $\iiint_{\Omega}\frac{\mathrm{dxdy}dz}{1+x^{2}+y^{2}}$,其中 Ω 由抛物面 $\mathrm{z}=x^{2}+y^{2}$ 及 $\mathrm{z}=2$ 所围成

4 验证 $\mathrm{x}^2 ydx+\frac{1}{3}x^3dy$ 为某个函数的全微分，并求出这个函数

5 计算 $\iint_{\Sigma}\mathrm{x}^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中 Σ 为半球面 $\mathrm{z}=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧

6 将函数 $f\left(x\right)=x+2\left(0\le x\le \pi\right)$ 展开成正弦级数

四 综合题（本题 8 分）

已知平面上两定点 $A(1,3), B(4,2)$，试在圆周 $x^2+y^2=1,(x>0,y>0)$ 上求一点 C，使得 ΔABC 的面积最大。

五. 证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，总分 8 分）

1. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(1-\cos\frac{\alpha}{n})$ 绝对收敛（$\alpha \neq 0$ 常数）

2. 设 $F(t)=\iiint_{\Omega(t)} f(x^2+y^2+z^2)dxdydz$, $G(t)=\iint_{D(t)} f(x^2+y^2)dxdy$ 其中 $\Omega(t)=\{(x,y,z)\,|\,1\le x^2+y^2+z^2\le t^2\}$, $D(t)=\{(x,y)\,|\,1\le x^2+y^2\le t^2\}$，若函数 f 连续且恒大于 0，试证当 $t>1$ 时，$F(t)>G(t)$。

4 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一 选择题（共 24 分，每题 4 分）

1 函数 $f(x,y)=x^2-y^2+x^2y^2$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分 $df(1,1)$ 为 （ ）

A.0　　B. $dx+dy$　　C.$4dx$　　D. $2dx-dy$

2 已知直线 $l_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$，$l_2$:$\dfrac{(x-1)}{-3}=\dfrac{3(y-2)}{5}=4(z-3)$，则直线 l_1 与直线 l_2 有何种关系 （ ）

A.垂直且相交　　B.平行　　C.夹角为锐角　　D.垂直且不相交

3 设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，则下列叙述错误的是（ ）。

A. 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续；　　B. 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可导；

C．函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处存在方向导数；

D. 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处偏导数连续

4 设 Ω_1 由 $x^2+y^2+z^2, z\ge 0$ 确定，Ω_2 由 $x^2+y^2+z^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$ 确定 ,则（ ）

A. $\iiint_{\Omega_1} xdxdydz=4\iiint_{\Omega_2} xdxdydz$　　B. $\iiint_{\Omega_1} ydxdydz=4\iiint_{\Omega_2} ydxdydz$

C. $\iiint_{\Omega_1} zdxdydz=4\iiint_{\Omega_2} zdxdydz$　　D. $\iiint_{\Omega_1} xyzdxdydz=4\iiint_{\Omega_2} xyzdxdydz$

5 设 L 是从 $A(1,0)$到 $B(-1,2)$的直线段，则 $\int_L xdy+ydx=$ （ ）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. -2　　D. 0

6 下列级数中收敛的是（ ）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln(1-\dfrac{1}{n^2})$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n-1}{n^2+n}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{\pi}{n}$　　D $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\ln n}{n}$

二 填空题（共 24 分，每题 4 分）

1 $\vec{a}=(1,1,1),\vec{b}=(0,2,-1)$,则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为______

2 已知 $z=(x^2+y^2)\sin xy$，则 dz=______

3 设 $D=\{(x,y)|\ x^2+y^2\le 4\}$，则积分 $\iint\limits_D xydxdy=$__________

4 设 L 是半周：$x^2+y^2=-2x, y>0$ 的负向，则 $\int_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$__________

5 设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(1,-1,1)$ 处的梯度为__________

6 设幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-2)^n$ 在 $x=-1$ 处发散，在 $x=5$ 处收敛，则该幂级数的收敛半径 $R=$_

三 计算题（**本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分**）

1. 判别级数$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin\frac{\pi}{2^n}$ 的敛散性

2. 求函数 $f(x,y)=(y+\frac{x^3}{3})e^{x+y}$ 的极值.

3. 计算二重积分$\iint_D (x^2+xye^{x^2+y^2})dxdy$,其中 $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\right\}$

4. 计算 $I=\oint_L \frac{(x+y)dx-(x-y)dy}{x^2+y^2}$，其中 L 为 $|x|+|y|=1$ 的顺时针方向

5.计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} \mathrm{zdx}dy$，其中 $\sum$ 为 $\mathrm{x}^2+y^2+z^2\leq 1$ 的内测位于第一和第八卦限的部分

6. 将 $\frac{1}{1\text{-}\mathrm{x}^2}$ 展开成 x 的幂级数

四 综合题（本题 8 分）

求曲面 $z=2x^2+\dfrac{y^2}{2}$ 上平行于平面 $2z+2y-4x+1=0$ 的切平面方程，并求切点处的法线方程

五 证明题（本题 8 分）

设函数 $\mathrm{f}(x)$ 在 $(-\infty,\infty)$ 内具有连续的一阶偏导数，L 为上半球面内的有限光滑函数，起点为（1，2），终点为（2，1），记

$$\mathrm{I}=\int_L \frac{1}{y}[1+y^2 f(xy)]dx+\frac{x}{y^2}[y^2 f(xy)-1]dy$$

证明 I 与积分路径无关，并求出 I 的值。

5 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 过点$M(1,-2,1)$, 且与直线 $x=y-1=z-1$ 垂直的平面方程是（　　）。

A. $x+y+z=0$　　　　B. $x+y-z=-2$

C. $x-y-z=2$　　　　D. $x-y+z=4$

2. 函数$f(x,y)\ =2x^2+3y^2$ 在 $P\,(1,1)$处沿（　　）方向增长最快。

A. (-3,2)　　B. (3,-2)　　C.(2,3)　　D. (-2,-3)

3. 设$f(x,y)$ 是连续函数，则$\int_0^a dx\int_0^x f(x,y)dy$ ＝（　　）。

A. $\int_0^a dy\int_0^y f(x,y)dx$　　　　B. $\int_0^a dy\int_y^a f(x,y)dx$

C. $\int_0^a dy\int_a^y f(x,y)dx$　　　　D.$\int_0^a dy\int_0^a f(x,y)dx$

4. 设 Ω 是由球面$x^2+y^2+z^2=4$ 所围成的闭区域，则利用球面坐标计算，有$\iiint_\Omega\ x^2+y^2+z^2\,dv$ ＝（　　）。

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 r^2\,dr$　　　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 4\,dr$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 r^4\,sin\varphi dr$　　　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 4r^2\,sin\varphi dr$

5. 设 L 是平面内光滑的有向曲线弧段，则下列曲线积分中与路径无关的是（　　）。

A. $\int_L\ 3x^2\,ydx+2x^3ydy$　　　　B. $\int_L\ 2x\,ydx+x^2dy$

C. $\int_L\ (x^2+y^2)dx+(x^2-y^2)dy$　　　　D. $\int_L\ \frac{-ydx+xdy}{x^2+y^2}$

6. 下列级数中条件收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}(\frac{2}{3})^n$　　　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^2+1}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^3+1}}$　　　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

1. 圆柱螺旋线 $x=R\cos\theta\,,y=R\sin\theta\,,z=k\theta$在 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 对应点处的切线方程为 ____________________.

2. 设$D=\{(x,y)|\,x^2+y^2\le R^2\}$，则$\iint_D\ (3x-5y+8)dxdy$ ＝ __________________.

3. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$，则$\iint_\Sigma \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}$ ＝ __________________.

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n^2}$ 的收敛域为 __________________.

5. 椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 上的点到直线 $2x+3y-6=0$ 的最短距离是 _________。

6. 将函数 $\cosh x = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$ 展开成 x 的幂级数：$\cosh x =$ ___________________.

三、计算题（本题共 6 小题，每题 7 分，满分 42 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1. 设 $z=(x^2+y^2)e^{x+y}$,求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n \cdot n!}{n^n}$ 的收敛性。

3. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 被平面 $z=1$ 截出的上半部分，求曲面 Σ 的面积。

4. 计算 $\iint_S\ xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中 S 为 $x^2+y^2+z^2=a^2,\ z\geq 0$ 的上半球面的外侧。

5. 验证：在 xOy 面内，$(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12ye^y)dy$ 是某个函数的全微分，并求出这个函数。

6. 设$f(x)$以 2π为周期，在 $(-\pi,\pi]$ 上的表达式为

$$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x\leq 0,\\ x^2, & 0<x\leq \pi,\end{cases}$$

将函数 $f(x)$ 展开为傅里叶级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分）

1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，并设$\int_0^1 f(x)dx = A$，证明$\int_0^1 dx \int_x^1 f(x)f(y)dy = \frac{A^2}{2}$.

2. 已知平面区域 $D = \{(x, y) \mid 0 \le x \le \pi, 0 \le y \le \pi\}$，$L$ 为 D 的正向边界，证明

$$\oint_L xe^{\sin y}dy - ye^{-\sin x}dx = \oint_L xe^{-\sin y}dy - ye^{\sin x}dx$$

6 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1、向量 $\vec{a}=(4,-3,4)$ 在向量 $\vec{b}=(2,2,1)$ 上的投影是（　　）。

A、2　　B、3　　C、6　　D、12

2、设$\vec{n}$是曲面 $2x^2+3y^2+z^2=6$ 在点 P(1,1,1)处的指向外侧的法向量，则函数$u=\frac{1}{z}(6x^2+8y^2)^{\frac{1}{2}}$在此处沿方向$\vec{n}$的方向导数为（　　）。

A、$\frac{\sqrt{14}}{7}$　　B、$-\frac{11}{7}$　　C、$\frac{11}{7}$　　D、 0

3、下面表达式中肯定不是某个二元函数的全微分的是（　　）。

A、$xdx+ydy$　　B、$xdx-ydy$

C、$ydx+xdy$　　D、$ydx-xdy$

4、设平面区域D由曲线$y^2=2x$和直线 $x=1$ 所围成，则$\iint_D y\sqrt{4-x^2}dxdy=$（　　）。

A、-1　　B、0　　C、1　　D、2

5、下列级数中条件收敛的是（　　）。

A、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(\frac{2}{3}\right)^n$　　B、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^2+1}}$

C、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{2n^3+1}}$　　D、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

6、若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-2)^n$在$x$=3 处收敛，则此级数在$x$=1 处（　　）。

A、条件收敛　　B、绝对收敛　　C、发散　　D、无法判断收敛性

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

1、旋转曲面 $3x^2+2y^2+3z^2=12$ 在点 P$(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$ 处指向外侧的单位法向量为___________。

2、设$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le R^2\}$，则$\iint_D (3x-5y+8)\,dxdy$=____________________。

3、设 L 是从 A (1,0) 到 B(-1,2)的直线段，则曲线积分$\int_L (x+y)ds=$__________________。

4、设Ω是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$所围成的闭区域，则$\iiint_\Omega zdv=$ ________________。

5、幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n^2}$的收敛域是_______________。

6、设函数$f(x)$是周期为 2π的周期函数，它在$[-\pi,\pi)$ 上的表达式为$f(x)=x$。将 f(x)展开成傅里叶级数 *S(x)*，则$S(\pi)=$ ______________。

三、计算题（本题共 6 小题，每题 7 分，满分 42 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、通过交换积分次序计算$\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1\sqrt{1+x^3}dx$。

2、求二元函数$f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$的极值。

3、设$f(x,y)$连续，且$f(x,y)=xy+\iint_D f(x,y)dxdy$，其中 D 是由$y=0,y=x^2,x=1$ 所围成的区域，求$f(x,y)$。

4、计算曲线积分$\int_L (x^2+xy)dy$，其中 L 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 上由点 A (2,0)到点 B (-2,0)的弧段。

5、计算$\iint_S \ xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中 S 为$x^2+y^2+z^2=a^2, z\geq 0$ 的上半球的外侧。

6、将 $f(x)=\frac{x}{2+x-x^2}$ 展开成 x 的幂级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分）

1、设 L 是一条分段光滑的闭曲线，证明：

$$\oint_L (2xy^3 - y^2 \cos x)dx + (1 - 2y \sin x + 3x^2y^2)dy = 0。$$

2、若正项级数$\{x_n\}$单调增加且有上界，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(1 - \frac{x_n}{x_{n+1}})$ 收敛。

7 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 直线L：$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y+3z+4=0 \end{cases}$与平面$\pi$：$x-2y+2z=0$ 的位置关系为（　　）

A 直线在平面内　　　B 平行，但直线不在平面内　　　C 相交但不垂直　D 垂直

2 函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处的两个偏导数存在是函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处可微的（　　）

A 充分条件　　　B 必要条件　　　C 充分必要条件　　　D 既非充分也非必要条件

3 下列函数中，当$(x,y)\to(0,0)$时不存在极限的是（　　）

A $f(x,y)=\frac{x^2-xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$　　　B $f(x,y)=\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$

C $f(x,y)=\frac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$　　　D $f(x,y)=\frac{x^2y+xy^2}{x^2+y^2}$

4 设 D 是由直线$x+y=1,x+y=2,x=0,y=0$ 所围成的闭区域，记$I_1=\iint_\Omega \ln(x+y)dxdy$,$I_2=\iint_\Omega \ln^2(x+y)dxdy$,$I_3=\iint_\Omega \sqrt{x+y}dxdy$,则有（　　）

A $I_1<I_2<I_3$　　　B $I_2<I_1<I_3$　　　C $I_2<I_3<I_1$　　　D $I_3<I_2<I_1$

5 设曲面Σ的方程为$z=\sqrt{x^2+y^2}(0\le z\le 1)$，则曲面积分$\iint_\Sigma (x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}S$的值为（　　）

A $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$　　　B π　　　C $\sqrt{2}\pi$　　　D $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$

6 幂级数$x-\frac{x^3}{3}+\dots+(-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1}+\dots$的收敛域为（　　）

A $[-1,1]$　　　B $[-1,1)$　　　C $(-1,1]$　　　D $(-1,1)$

二 填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 已知$z=ln(x^2+xy+y^2)$，则$\mathrm{d}z|_{(1,0)}=$ ____________

2 交换二次积分的次序：$\int_0^1\mathrm{d}y\int_{y^2}^{y}f(x,y)\mathrm{d}x=$ ____________

3 曲面$z=2x^2+y^2+1$ 在点$M(1,-1,4)$处的切平面方程为 ____________

4 设Γ是从$A(1,0,2)$到$B(-1,2,3)$的直线段，则曲面积分$\int_\Gamma (x+2y)\mathrm{d}s=$ ____________

5 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^p}\sin\frac{1}{\sqrt{n}}$绝对收敛，则常数 p 的数值范围是 ____________

6 二阶线性微分方程 $y''+3y'-4y=0$ 的通解为 ____________

三 计算题（第 1-2 题，每题 6 分；第 3-5 题，每题 8 分；共计 36 分）

1 求函数$f(x,y)=x^2-y^2$在点$P(-1,1)$处沿点$P(-1,1)$到点 Q(0,0)的方向的方向导数。

2 设$z=f(x,y\sin x)$, 其中f具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3 求函数$f(x,y)=x^3+y^3-3x^2-3y^2$的极值。

4 求由曲面$z=x^2+2y^2$与曲面$z=6-2x^2-y^2$所围成立体的体积。

5 计算曲面积分$\iint_{\Sigma}(x^2-y)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(z^2-x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中$\Sigma$为曲面$z=x^2+y^2$被平面$z=1$截下的部分，其法向量与$z$轴正向的夹角为钝角。

四（本题满分 12 分）设二元函数$f(x,y)$连续，且满足$f(x,y)=x^2\oint_L f(x,y)ds+xy\iint_D f(x,y)dxdy-1$，其中 D 为圆周L：$x^2+y^2=1$所围成的闭区域。

（1）试求$f(x,y)$的表达式；

（2）试证明：$\oint_L yf(x,y)\mathrm{d}x+xf(x,y)\mathrm{d}y=\frac{\pi}{2}\oint_L f(x,y)\mathrm{d}s$，其中 L 为逆时针方向。

五 证明题（本题满分 4 分）设$\sum_{n=1}^{\infty}a_n{}^2$收敛，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$绝对收敛。

8 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点$(1,-1,-1)$处的切平面方程为（　　）。

A. $2x+4y-z=0$　　B. $2x-4y-z=4$

C. $2x+4y-z=4$　　D. $2x-4y-z=7$

2. $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dx$ 则交换积分次序后得（　　）。

A. $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$　　B. $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$

C. $\int_0^1 dx\int_y^1 f(x,y)dy$　　D, $\int_0^1 dx\int_1^x f(x,y)dy$

3. 下列级数收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{10^n}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n^2})$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n}(1+\frac{1}{n})^{n^2}$

4. 设 L 沿$y=x^2$从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$，则$\int_L 2x\sin y dx+(x^2\cos y-3y^2)dy$ =（　　）。

A. 0　　B. $\sin 1$　　C. $\sin 1-1$　　D. $1-\sin 1$

5. 下列结论中，错误的是（　　）。

A. $x^2+y^2-z^2=0$ 表示圆锥面　　B. $x=y^2$表示抛物柱面

C. $x+2y^2+z^2=0$ 表示椭圆抛物面　　D. $x^2+2y^2-3z^2=1$ 表示双叶双曲面

6. 设 D 是由圆心在原点，半径为 1 的圆周所围成的闭区域，则$\iint_D e^{-x^2-y^2}dxdy$ =（　　）。

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}\rho d\rho$　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}d\rho$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-1}\rho d\rho$　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}\rho^2 d\rho$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1. 若向量 $(1,-1,3)$ 与向量 $(-2,2,a)$ 平行，则 $a=$______________.

2. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$，则$\oiint_\Sigma (x+\sin y+\arctan z)dS$ =______________.

3. 设$ax\cos y dx-(6y+x^2\sin y)dy$ 为某函数的全微分，则 $a=$______________.

4. 设 $\frac{y}{z}=\ln\frac{z}{x}$，则 $\frac{\partial z}{\partial y}$ =__________________________.

5. 点 $(1,2,1)$ 到平面 $x+2y+2z-10=0$ 的距离为__________________.

6. 曲线$x=t, y=-t^2, z=t^3$的所有切线中，与平面 $x+2y+z+4=0$ 平行的切线有

______条。

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 求三重积分 $\iiint_{\Omega} xdxdydz$ ，其中Ω为三个坐标面及平面 $x+2y+z=1$ 所围成的闭区域。

2、将函数 $\frac{1}{1+x^2}$ 展开为 x 的幂级数，并求其收敛区间。

3. 计算 $\int_L |y|ds$ ，其中 L 为右半个单位圆 $x=\sqrt{1-y^2}$.

4. 计算 $\oiint_{\Sigma} (x-y)dxdy$，其中$\Sigma$是圆柱体 $x^2+y^2 \le 1, 0 \le z \le 3$ 表面的外侧。

5. 求函数$f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$的极值点。

四、证明题（本题共 2 小题，第 1 题 4 分，第 2 题 6 分，满分 10 分，应写出详细证明和计算过程）

1. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{3^n-1}$ 绝对收敛。

2. 证明曲线积分 $\int_{(1,0)}^{(2,1)}(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$ 在整个 xOy 面上内与路径无关，并计算此积分。

9 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、 在曲线：$x=t, y=-t^2, z=t^2$的所有切线中，与平面Π：$x+2y+z+4=0$ 平行的切线（　　）

（A）只有 1 条　　（B）只有 2 条　　（C）至少有 3 条　　（D）不存在

2、$I=\int_0^1 dy\int_{1-y}^1 f(x,y)dx$，则交换积分次序后得（　　）

（A）$I=\int_0^1 dx\int_{1-x}^1 f(x,y)dy$　　（B）$I=\int_0^{1-y} dx\int_0^1 f(x,y)dy$

（C）$I=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy$　　（D）$I=\int_0^1 dx\int_0^{x-1} f(x,y)dy$

3、设$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$是正项级数，则部分和数列$\{s_n\}$有界是数列$\{a_n\}$收敛的（　　）

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既非充分也非必要条件

4、下列结论中错误的是（　　）

（A）$z+2x^2+y^2=0$ 表示椭圆抛物面　（B）$x^2+2y^2=1+3z^2$表示双叶双曲面

（C）$x^2+y^2-(z-1)^2=0$ 表示圆锥面　（D）$y^2=5x$表示抛物柱面

5、设 D 由$x^2+y^2=3$ 所围成，则$\iint_D (x^2+y^2)dxdy=$（　　）

（A）$3\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}} \rho d\rho$　　（B）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}} \rho^3 d\rho$

（C）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}} \rho^2 d\rho$　　（D）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{3} \rho^3 d\rho$

6、设 L 沿$y=x^2$从(0,0)到(1,1)，则$\int_L 2xsinydx+(x^2cosy-3y^2)dy=$（　　）

（A）0　　（B）$sin1$　　（C）$1-sin1$　　（D）$sin1-1$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、若向量(1,2,-1)与向量(1,*b*,-1)垂直，则 *b*=____________

2、设 Σ 是球面$x^2+y^2+z^2=a^2$，则$\iint_\Sigma (x^3+y^3+z^3)dS=$______________

3、设$axydx+(x^2+3y^2)dy$是某函数的全微分，则 $a=$ ______________

4、设$x^2+y^2+z^2-2z=0$，则$\frac{\partial z}{\partial y}=$_______________

5、设 L 是连接(1,0)和(0,1)的直线段，则$\int_L (x+y)ds=$___________________

6、 过点(0,2,4)，与两平面$x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 平行的直线方程为__________________

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1 求函数 $\mathrm{sh}x=\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$ 在$x=0$ 处的幂级数展开式，并确定收敛区间。

2 利用柱面坐标求三重积分$\iiint_{\Omega} zdv$,其中 Ω 是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$ 所围成的闭区域。

3 求$\iint_{\Sigma} (x-y^2)dydz+(y-z^2)dzdx+(z-x^2)dxdy$，其中 Σ 为半球面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$的上侧。

4 计算$\iint_{D} \arctan\frac{y}{x}dxdy$，其中 D 是由圆周$x^2+y^2=4$，$x^2+y^2=1$ 及直线$y=0$，$y=x$所围成的在第一象限内的闭区域。

5 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{2n-1}$的和函数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分，应写出详细证明和计算过程）

1、试证曲面$f(x-ay,z-by)=0$ 的任一切平面恒与某一直线相平行（其中f为可微函数，a,b为常数）。

2、设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$和$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$都收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)^2$ 也收敛。

10 浙江理工大学 2015-2016 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设函数$z=z(x,y)$由方程$F(\frac{y}{x},\frac{z}{x})=0$ 确定，其中F为可微函数且$F_2'\neq 0$，则$xz_x+yz_y=$（　　）。

A. x　　B. z　　C. $-x$　　D. $-z$

2. 设有直线L_1：$\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+8}{1}$，$L_2$：$\begin{cases}x-y=6,\\2y+z=3,\end{cases}$ 则L_1与L_2的夹角为（　　）。

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

3. 设$f(x,y)$为连续函数，则$\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr=$（　　）。

A.$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_x^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$　　B. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$

C.$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_y^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$　　D. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

4. 设L_1：$x^2+y^2=1$，L_2：$x^2+y^2=2$，L_3：$x^2+2y^2=2$，L_4：$2x^2+y^2=2$ 为四条逆时针方向的平面曲线。记$I_i=\oint_{L_i}(y+\frac{y^3}{6})dx+(2x-\frac{x^3}{3})dy(i=1,2,3,4)$，则$\max\limits_{i=1,2,3,4}I_i=$（　　）。

A. I_1　　B. I_2　　C. I_3　　D. I_4

5. 设曲面Σ是上半球面：$x^2+y^2+z^2=R^2\ (z\geq 0)$，曲面$\Sigma_1$是曲面$\Sigma$在第一卦限中的部分，则有（　　）。

A. $\iint_\Sigma xdS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$　　B. $\iint_\Sigma ydS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$

C. $\iint_\Sigma zdS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$　　D. $\iint_\Sigma xyzdS=4\iint_{\Sigma_1}xyzdS$

6. 若级数$\sum_{n=1}^\infty a_n$条件收敛，则$x=\sqrt{3}$与$x=3$ 依次为幂级数$\sum_{n=1}^\infty na_n(x-1)^n$的（　　）。

A. 收敛点，收敛点　　B. 收敛点，发散点

C. 发散点，收敛点　　D. 发散点，发散点

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. $\mathbf{grad}\frac{1}{x^2+y^2}=$________________.

2. 交换积分次序$\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y}f(x,y)dx=$________________.

3. 设$\Omega=\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2\leq 1\}$，则$\iiint_\Omega x^2dv=$________________.

4. 设L为$y^2=x$上从点$A(1,-1)$到点$B(1,1)$的一段弧，则$\int_L xyds=$________________.

5. 设$\Sigma=\{(x,y,z)|x+y+z=1,x\geq 0,y\geq 0,z\geq 0\}$，则$\iint_{\Sigma} y^2dS=$________________.

6. 设 $f(x)=|x-\frac{1}{2}|$，$b_n=2\int_0^1 f(x)\,sin\,(n\pi x)dx(n=1,2,...)$，令$S(x)=\sum_{n=1}^{\infty} b_n\,sin\,(n\pi x)$，则$S(-\frac{9}{4})=$________________.

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 判断下列级数的收敛性。

（1）$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\frac{\pi}{3^n}$　　　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\sin\frac{n}{3^{n-1}}$

2.求函数$f(x,y)=(y+\frac{x^3}{3})e^{x+y}$ 的极值。

3. 计算二重积分$\iint_D (3x+2y)dxdy$，其中 D 是由两坐标轴及直线$x+y=2$所围成的区域。

4. 计算曲线积分$\int_L \ (e^x \sin y - 2y)dx + (e^x \cos y - 2\,)dy$，其中 L 为上半圆周

$(x-a)^2 + y^2 = a^2$，$y \geq 0$ 沿逆时针方向。

5. 计算曲面积分$\iint_\Sigma \ (y^2 - z)dydz + (z^2 - x)dzdx + (x^2 - y)dxdy$，其中$\Sigma$为锥面

$z = \sqrt{x^2 + y^2}\,(0 \leq z \leq h)$ 的外侧。

6. 设函数$f(x)$的周期为 2π 且$f(x) = 3x^2 + 1\,(-\pi \leq x \leq \pi)$，将$f(x)$展开成傅里叶级数。

三、综合题（本题 8 分）

已知函数$z = u(x, y)$的全微分为 $dz = (x + 2y)dx + (2x + y)dy$ 且 $u(0, 0) = 0$，

（1）求出这样的函数$u(x, y)$；

（2）求曲面$z = u(x, y)$在点$(1,1,3)$处的切平面和法线方程。

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分）

1. 证明：$\int_0^a dy \int_0^y e^{m(a-x)} f(x) dx = \int_0^a (a - x) e^{m(a-x)} f(x) dx.$

2. 设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$都收敛，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)^2$也收敛。