



# 高等数学 A2

浙江理工大学期中试题汇编

(试卷册)

学校: \_\_\_\_\_

专业: \_\_\_\_\_

班级: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

学号: \_\_\_\_\_

(此为 2022 年 第二版 第 2 次发行)

## 资料说明

试卷整理人：张创琦

版次：2022 年 3 月 26 日 第二版 第 2 次发行

微信公众号：创琦杂谈

QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）：967276102

微信公众号用于**提前告知资料更新内容**，分享一些学习内容和一些优秀的文章，我也会写一些文章，主要是以大学生视角进行一些事情的审视批判。

QQ 学习群用于**学习资料的分享**，一般会第一时间进行资料的分享的。群里也可以进行**学习内容的讨论**，群里大佬云集哦，大家有什么不会的题目发到群里就好了哈！cq 数学物理学习群专门进行数学物理相关的资料分享与讨论，这套试卷里不会的题目直接在群里问就好了哈~ 当然，科目不仅仅限于数学物理哈~ 有机会可以加一下，结交爱学习的朋友，你会有很多收获的~ 可以**水群**哦~ 我们分享的资料只作为学习使用，**不得进行售卖等行为，否则后果自负**。

如果有任何问题可以联系我的 QQ 哈，我的性格很开朗，喜欢结交更多的朋友，欢迎大家加我的联系方式哈~ 在这里感谢我的高数老师以及其他老师们对我的鼎力帮助！（高数老师不让我写上她的名字，那我就在这里默默感谢她吧）

**版权声明：**试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“cq 数学物理学习群”，转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

第 2 次发行说明：

新增 2014-2015 高等数学 A2 期中试卷：将解答题答题区域排版更加合理；修改试卷中比较明显的错别字。

**考试承诺：**

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

## 目录

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	1
2 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	4
3 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	7
4 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	10
5 浙江理工大学 2015—2016 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	14
6 浙江理工大学 2014—2015 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	18
7 浙江理工大学 2013—2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	22
8 浙江理工大学 2012—2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	26
9 浙江理工大学 2011—2012 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	30
10 浙江理工大学 2010-2011 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	34
11 浙江理工大学 2009-2010 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	38
12 浙江理工大学 2006-2007 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	41
13 浙江理工大学 2005-2006 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷.....	44

## 写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose.” 风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这座城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦

2022 年 3 月 23 日

## 1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. 设  $\vec{a} = (1, 2, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 3, 2)$  为  $\mathbb{R}^3$  中的两个向量, 则下列说法中正确的是: ( )  
 (A)  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  垂直. (B)  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  平行.  
 (C)  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  夹角大于 90 度. (D)  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  夹角小于 90 度.
2. 设  $f$  为一个一元函数, 假设下面各选项中的方程决定的  $\mathbb{R}^3$  中的点集均非空, 问哪个方程决定的点集具有绕  $y$  轴的旋转对称性: ( )  
 (A)  $f(x^2 + z^2) + y = 0$  (B)  $f(y^2 + x^2) + z = 0$   
 (C)  $f(y) + z = 0$  (D)  $f(z) + x = 0$
3. 设  $z = f(x, y)$  为定义在点  $(x_0, y_0)$  的一个开邻域上的函数, 下列说法中正确的是: ( )  
 (A) 若  $f$  在  $(x_0, y_0)$  处偏导数均存在, 则  $f$  在  $(x_0, y_0)$  处极限存在.  
 (B) 若  $f$  在  $(x_0, y_0)$  处偏导数均存在, 则  $f$  在  $(x_0, y_0)$  处连续.  
 (C) 若  $f$  在  $(x_0, y_0)$  处偏导数均存在, 则  $f$  在  $(x_0, y_0)$  处可微.  
 (D) 以上说法都不对.
4. 设  $z = f(x, y)$  为定义在点  $(x_0, y_0)$  的一个开邻域上的所有二阶偏导函数均连续的函数, 设  $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$ ,  $f_{xy}(x_0, y_0) = 0$ ,  $f_{xx}(x_0, y_0) = 2$ ,  $f_{yy}(x_0, y_0) = 0$ , 则下列说法中正确的是: ( )  
 (A)  $(x_0, y_0)$  必定为极小值点. (B)  $(x_0, y_0)$  可能为极小值点.  
 (C)  $(x_0, y_0)$  一定不是极值点. (D) 以上说法都不对.
5. 设  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1\}$ , 问下面哪个积分必为零: ( )  
 (A)  $\iiint_{\Omega} (xe^y + ye^x) dx dy dz$  (B)  $\iiint_{\Omega} 1 dx dy dz$   
 (C)  $\iiint_{\Omega} \cos x dx dy dz$  (D)  $\iiint_{\Omega} (x^2 - y^2) dx dy dz$
6. 设  $\Omega = \{(x, y, z) | x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ ,  $f$  为  $\Omega$  上的连续函数, 问下面哪个式子计算了  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$ : ( )  
 (A)  $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{x+y} f(x, y, z) dz$  (B)  $\int_0^1 dx \int_x^1 dy \int_{x+y}^1 f(x, y, z) dz$   
 (C)  $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} dx \int_0^{1-x-y} f(x, y, z) dz$  (D)  $\int_0^1 dy \int_{1-y}^1 dx \int_{1-x-y}^1 f(x, y, z) dz$

二 填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. 设直线  $L$  的方程为  $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x + y - z = 0 \end{cases}$ , 则一个与  $L$  的方向平行的向量为: \_\_\_\_\_
2. 设平面  $\Gamma$  的方程为  $2x - 3y - 4z = 5$ , 则  $\Gamma$  与  $xOy$  坐标平面的夹角的余弦为: \_\_\_\_\_
3. 求函数  $f(x, y) = x^y$  在点  $(2, 1)$  处的微分为: \_\_\_\_\_
4. 求函数  $f(x, y) = x^y$  在点  $(2, 1)$  处变化率为零的方向: \_\_\_\_\_
5. 设函数  $x = g(y)$ , 是在点  $(-1, -1)$  附近由方程  $x^4 + 2y^4 = 3$  所决定的隐函数, 则  $g'(-1) =$  \_\_\_\_\_
6. 设  $f(x, y)$  是定义在  $[0, 1] \times [0, 1]$  上的连续函数, 交换  $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$  的积分顺序得到: \_\_\_\_\_

三 计算题 (本题共 6 小题, 每小题 8 分, 共 48 分. 应写出必要的演算过程及文字说明, 直接写答案零分)

1. 求由方程组  $\begin{cases} x^2 + y^4 + 2z^2 - 4x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$  所决定的曲线在点  $(1, 1, 1)$  处的切线方程与法平面方程。

2. 设  $z = z(x, y)$  为由方程  $F(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2) = 0$  所局部决定的隐函数，其中  $F$  为连续可微函数，试求： $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。

3. 用 Lagrange 乘数法求函数  $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$  在条件  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  下的极大值与极小值。

4. 设  $D$  为  $xOy$  平面上由  $y = \pi - x, x = \pi, y = \pi$  所围成的区域，试求  $\iint_D \frac{\sin x}{x} dx dy$ 。

5. 设  $\Omega$  是以点  $(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1), (0, 0, 2), (0, 2, 2), (2, 2, 2)$  为顶点的棱台, 试求  $\Omega$  的体积  $V$ 。

6. 设  $a > 0$ , 试求锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被圆柱面  $x^2 + y^2 = ax$  所截下的部分的曲面的面积。

四 (本题 4 分)

考虑函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & \text{若 } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{若 } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$  证明:  $f$  在  $(0, 0)$  处不可微。

(注: 2019-2020 学年第二学期由于新冠疫情暴发等因素, 当时没有开学, 故没有期中考试试卷)

## 2 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 单选题（每小题 4 分，共 20 分）

1 点  $(-1, 0, 2)$  到平面  $x + \sqrt{2}y - z + 1 = 0$  的距离为 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

2 设有直线  $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$  及平面  $\pi: 4x-2y+z-2=0$ ，则直线 L ( )

- A. 垂直于  $\pi$               B. 在  $\pi$  上              C. 平行于  $\pi$               D. 与  $\pi$  的夹角为锐角

3 函数  $z = xe^{2y}$  在点  $P(1, 0)$  处沿从点  $P(1, 0)$  到点  $Q(2, -1)$  的方向的方向导数等于 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $-\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4 已知点  $(-3, 2)$  为函数  $f(x, y) = x^3 + ay^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$  的极值点，则  $a =$  ( )

- A. 1                      B. -1                      C. 2                      D. -2

5 二元函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  在点  $M(0, 0)$  处 ( )

- A. 连续，偏导存在      B. 连续，偏导不存在  
C. 不连续，偏导存在      D. 不连续，偏导不存在

二 填空题（每题 4 分，共 20 分）

1. 曲线  $x = t, y = t^2, z = t^3$  在点  $(1, 1, 1)$  处切线的切向量  $\vec{T} =$  \_\_\_\_\_.

2. 设  $z = f\left(2x, \frac{x}{y}\right)$ ，则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知曲面  $z = 4 - x^2 - y^2$  上点 P 的切平面平行于平面  $2x + 2y + 2z - 1 = 0$ ，则点 P 的坐标为\_\_\_\_\_.

4. 函数  $u = xyz$  在点  $M(1, 1, 1)$  处的梯度  $\text{grad } u|_M =$  \_\_\_\_\_.

5. 求  $z = xy + \frac{x}{y}$  的全微分\_\_\_\_\_.

三 计算题（每小题 8 分，共 48 分）



1 已知两条直线的方程是

$$L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}, \quad L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$$

已知平面  $\pi$  过  $L_1$  且平行于  $L_2$ , 求平面  $\pi$  的方程.

2 设  $\begin{cases} xy^2 - uv = 1 \\ x^2 + y^2 - u + v = 0 \end{cases}$ ,  $w = e^{u+v}$ , 其中  $u, v$  是由上式确定的  $x, y$  的函数, 求  $\frac{\partial w}{\partial x}$ .

3 求  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{2 - e^{xy}} - 1}$ .

4 求函数  $f(x, y, z) = xyz$  在限制条件  $xy + yz + xz = 6$  下的最大值.

5  $z = f(e^x \sin y, x^2 + y^2)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

6 计算  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , 其中  $D$  为圆  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $x^2 + y^2 = 4y$  及直线  $x - \sqrt{3}y = 0$ ,  $y - \sqrt{3}x = 0$  所围成的平面闭区域.

四 证明题 (每小题 6 分, 共 12 分)

1 设  $z = xy + xF(u)$ , 而  $u = \frac{y}{x}$ ,  $F(u)$  为可导函数, 证明  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z + xy$ .

2 试证曲面  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a} (a > 0)$  上任意点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于  $a$ .

### 3 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1 微分方程  $y'' + 4y = \cos 2x$  的一个特解具有形式（ ）

- A  $a\cos 2x$       B  $a\cos 2x + b\sin 2x$       C  $ax\cos 2x$       D  $x(a\cos 2x + b\sin 2x)$

2 在  $yOz$  平面内的一条直线绕  $z$  轴旋转一周所得曲面的图形不可能是（ ）

- A 旋转单叶双曲面      B 圆柱面      C 圆锥面      D 平面

3 对函数  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$ ，点  $(0, 3)$ （ ）

- A 不是驻点      B 是驻点但非极值点      C 是极小值点      D 是极大值点

4 在下列命题中，不正确的是（ ）

- A 若函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微，则它在该点连续；  
B 若函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微，则它在该点沿任何方向的方向导数存在；  
C 若函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微，则它在该点的偏导数连续；  
D 若函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微，这曲面  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$  处的切平面存在

5 设  $D$  是由曲线  $y = x^2 - 1, y = \sqrt{1 - x^2}$  所围成的平面区域，则  $\iint_D (axy + by^2) dx dy$  的（ ）

- A 值等于 0      B 符号与  $a$  有关，与  $b$  无关  
C 符号与  $a$  无关，与  $b$  有关      D 符号与  $a, b$  都有关

6 设  $\Omega$  是由球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2 (R > 0)$  所围成的闭区域，则三重积分  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dV$  的值为（ ）

- A  $\frac{4}{3}\pi R^3$       B  $\frac{4}{5}\pi R^3$       C  $\frac{2}{5}\pi R^3$       D 0

二 填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1 点  $P(1, -2, 3)$  关于  $x$  的对称点  $Q$  的坐标为\_\_\_\_\_

2 函数  $z = x^4 + \frac{y^2}{2}$  在点  $A(1, -3)$  处其函数值增加最快的单位方向向量为\_\_\_\_\_

3 设  $y = e^x(C_1 + C_2x)$  ( $C_1, C_2$  为任意常数) 是某二阶常系数齐次线性微分方程的通解，则该方程为\_\_\_\_\_

4 如果直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$  与直线  $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$  相交，那么常数  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_

5 已知  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{2}$ ，且  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ ，则  $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ \_\_\_\_\_

6 设  $D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ , 则  $\iint_D x^2 y dx dy =$  \_\_\_\_\_

三 计算题 (本题共 5 小题, 每题 8 题, 满分 40 分)

1 求微分方程  $y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$  的通解。

2 已知在球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 14$  上点 P 处的切平面与平面  $x - 2y + 3z = 0$  平行, 求点 P 的坐标及该平面的方程。

3 设函数  $z = z(x, y)$  是由方程  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$  确定, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

4 计算二次积分  $I = \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \ln(x^2 + y^2 + 1) dy$

5 求  $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dV$ , 其中  $\Omega$  是  $xOz$  平面上两条曲线  $z = x^2$  与  $z = 2 - x^2$  绕  $z$  轴旋转而成的闭区域。

四 应用题 (本题满分 6 分)

形状为椭球:  $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$  的空间探测器进入地球大气层, 其表面开始受热, 1 小时后在探测器表面点  $(x, y, z)$  的温度为  $T(x, y, z) = 8x^2 + 4yz - 16z + 600$ , 求探测器表面温度最高的点和温度最低的点。

五 证明题 (本题满分 6 分)

设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $\frac{x}{z} = \varphi(\frac{y}{z})$  所确定, 其中  $\varphi(u)$  具有二阶连续导数, 试证明:

(1)  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$ ;

(2)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2$ .

## 4 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分）

1 设直线  $L$  为  $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ ，平面  $\pi$  为  $4x-2y+z-2=0$ ，则（ ）

A  $L$  平行于  $\pi$                   B  $L$  在  $\pi$  上                  C  $L$  垂直于  $\pi$                   D  $L$  与  $\pi$  斜交

2 下列说法正确的是（ ）

A 两向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  平行的充要条件是存在唯一的实数  $\lambda$ ，使得  $\vec{a} = \lambda \vec{b}$

B 函数  $z = f(x, y)$  的两个二阶偏导数  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  在区域  $D$  内连续，则在该区域内两个二阶混合偏导数必相等

C 函数  $z = f(x, y)$  的两个偏导数在点  $(x_0, y_0)$  处连续是函数在该点可微的充分条件

D 函数  $z = f(x, y)$  的两个偏导数在点  $(x_0, y_0)$  处存在是函数在该点可微的充分条件

3 对函数  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$ ，点  $(0, 3)$ （ ）

A 不是驻点                  B 是驻点但非极值点                  C 是极大值点                  D 是极小值点

4 将三重积分  $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dv$ ，其中  $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ，化为球面坐标下的三次积分为（ ）

A  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r dr$                   B  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r dr$

C  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^4 \sin\varphi dr$                   D  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 \sin\varphi dr$

5 旋转抛物面  $z = x^2 + 2y^2 - 4$  在点  $(1, -1, -1)$  处的切平面方程为（ ）

A  $2x + 4y - z = 0$                   B  $2x - 4y - z = 4$

C  $2x + 4y - z = 4$                   D  $2x - 4y - z = 7$

6 二次积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos\theta} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta) \rho d\rho$  可写成（ ）

A  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$                   B  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

C  $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$                   D  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

二 填空题（本题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分）

1 已知函数  $z = e^{xy}$ ，则在  $(2, 1)$  处的全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_

2 设直线  $L$  的方程为  $\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y+z=4 \end{cases}$ ，则  $L$  的参数方程为 \_\_\_\_\_

3 设函数  $u = x^2 + y^2 + z^2$ ， $O$  为坐标原点，则函数  $u$  在点  $P(1, 1, 1)$  沿  $\overrightarrow{OP}$  方向的方向导数为

---

4 函数  $u = xy^2z$  在  $(1, -1, 2)$  处增长最快的方向为 \_\_\_\_\_

5 已知向量  $\mathbf{a}$  位于第一卦限内, 其方向余弦中  $\cos\beta = \frac{2}{3}$ ,  $\cos\gamma = \frac{2}{3}$ , 且  $|\mathbf{a}| = 3$ , 则  $\mathbf{a} =$  \_\_\_\_\_

6 交换积分次序  $\int_0^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy =$  \_\_\_\_\_

二 解答题 (本题共 5 小题, 每题 6 分, 共 30 分, 应写出演算过程及文字说明)

1 设函数  $z = f(y - x, ye^x)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

2 设  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$ , 利用极坐标求  $I = \iint_D x^2 dx dy$

3 求锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被柱面  $z^2 = 2x$  所割下部分的曲面面积。

4 把积分  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$  化为三次积分, 其中积分区域  $\Omega$  是由曲面  $z = x^2 + y^2$ ,  $y = x^2$  及平面  $y = 1$ ,  $z = 0$  所围成的区域。

5 设  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  及  $\frac{\partial z}{\partial y}$  .

四 综合题 (第 1、2 题每题 7 分, 第 3、4 题每题 4 分, 共 22 分)

1 试求曲面  $x^2 + y^2 = 2z$  的切平面, 使之经过曲线  $\begin{cases} 3x^2 + y^2 + z^2 = 5 \\ 2x^2 + y^2 - 4z = 7 \end{cases}$  在点  $(1, -1, -1)$  处的切线。

(拓展: 将曲线改为  $\begin{cases} 3x^2 + y^2 + z^2 = 5 \\ 2x^5 + y^2 - 4z = 7 \end{cases}$ , 其它条件、题设均不变)



2 建模题：设某电视机厂生产一台电视机的成本为  $c$ ，每台电视机的销售价格为  $p$ ，销售量为  $x$ 。假设该厂的生产处于平衡状态，即电视机的生产量等于销售量。根据市场预测，销售量  $x$  与销售价格  $p$  之间有下列的关系： $x = Me^{-ap}$  ( $M > 0, a > 0$ )，其中  $M$  为市场最大需求量， $a$  是价格系数。同时，生产部门根据对生产环节的分析，对每台电视机的生产成本  $c$  有如下测算： $c = c_0 - k \ln x$  ( $k > 0, x > 1$ )，其中  $c_0$  是只生产一台电视机时的成本， $k$  是规模系数。根据上述条件，应如何确定电视机的售价  $p$ ，才能使该厂获得最大利润？

3 设  $f(x)$  连续，证明  $\int_a^b dx \int_a^x f(y) dy = \int_a^b f(x)(b-x) dx$

4 证明曲面  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$  ( $a > 0$ ) 上任何点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于  $a$ 。

## 5 浙江理工大学 2015—2016 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 函数  $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$  的极值为 ( )

- A. 极大值为 8      B. 极小值为 0      C. 极小值为 8      D. 极大值为 0

2. 设有直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ ,  $L_2: \begin{cases} x-y=6, \\ 2y+z=3, \end{cases}$  则  $L_1$  与  $L_2$  的夹角为 ( )

- (A)  $\frac{\pi}{6}$       (B)  $\frac{\pi}{4}$       (C)  $\frac{\pi}{3}$       (D)  $\frac{\pi}{2}$

3. 函数  $z = x^2 + y^2$  在点  $(1, 2)$  处从点  $(1, 2)$  到  $(2, 2 + \sqrt{3})$  的方向的方向导数为 ( )

- (A)  $1 + 2\sqrt{3}$       (B)  $1 - 2\sqrt{3}$       (C)  $-1 + 2\sqrt{3}$       (D)  $-1 - 2\sqrt{3}$

4. 设  $xy - z \ln y + e^{xz} = 1$ , 根据隐函数存在定理, 存在点  $(0, 1, 1)$  的一个邻域, 在此邻域内该方程 ( )

- (A) 只能确定一个具有连续偏导数的函数  $z = z(x, y)$   
 (B) 可确定具有两个具有连续偏导数的函数  $y = y(x, z)$  和  $z = z(x, y)$   
 (C) 可确定具有两个具有连续偏导数的函数  $x = x(y, z)$  和  $z = z(x, y)$   
 (D) 可确定具有两个具有连续偏导数的函数  $x = x(y, z)$  和  $y = y(x, z)$

5. 设  $\Omega$  由  $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ ,  $z = 1$ ,  $z = 4$  围成, 则  $\iiint_{\Omega} x^2 - 2xy^2 \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz = ( )$ 

- (A)  $21\pi$       (B)  $42\pi$       (C)  $11\pi$       (D)  $22\pi$

6. 设有平面闭区域  $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$ ,  $D_1 = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$ , 且  $f(x)$  是连续奇函数,  $g(x)$  是连续偶函数, 则  $\iint_D [f(x) + g(x)] f(y) dx dy = ( )$ 

- (A)  $2 \iint_{D_1} g(x) f(y) dx dy$       (B)  $2 \iint_{D_1} f(x) f(y) dx dy$   
 (C)  $4 \iint_{D_1} [f(x) + g(x)] f(y) dx dy$       (D) 0

二 填空题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 已知两条直线的方程是  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$ ,  $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ , 则过  $L_1$  且平行于  $L_2$  的平面方程是\_\_\_\_\_;2. 由曲线  $\begin{cases} z = x^2 - 1, \\ y = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转一周所成的旋转曲面在点  $(2, 1, 4)$  处的法线方程为\_\_\_\_\_;

3. 设函数  $z = f(x, y)$  在点  $(1, 1)$  处可微, 且  $f(1, 1) = 1, f_x(1, 1) = 2, f_y(1, 1) = 3$ ,

$g(x) = f(x, f(x, x))$ . 则  $\frac{d}{dx} g^3(1) =$  \_\_\_\_\_;

4. 由方程  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$  所确定的函数  $z = z(x, y)$  在点  $(\frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}, 1)$  处的全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_;

5. 交换二次积分的积分顺序:  $\int_{-1}^0 dy \int_2^{1-y} f(x, y) dx =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 6 小题, 每小题 6 分, 满分 36 分)

1. 求直线  $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$  在平面  $\pi: x - y + 2z - 1 = 0$  上的投影直线  $l_0$  的方程, 并求  $l_0$  绕  $y$  轴旋转一周所成曲面的方程.

2. 设  $\begin{cases} xu - yv = 0, \\ yu + xv = 1, \end{cases}$  求  $u_x, u_y, v_x$  和  $v_y$ .

3. 求曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$  在点  $(1, -2, 1)$  处的切线及法平面方程.

4. 计算二重积分:  $\iint_D e^{\max\{x^2, y^2\}} dx dy$ , 其中  $D = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ .

5. 计算三重积分:  $\iiint_{\Omega} z dv$ , 其中  $\Omega$  由曲面  $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$  及  $z = x^2 + y^2$  所围成的闭区域.

6. 设变换  $\begin{cases} u = x - 2y, \\ v = x + ay \end{cases}$  可把方程  $6 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  简化为  $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$ , 求常数  $a$ .

四、应用题 (本题 10 分)

设有一高度为  $h(t)$  ( $t$  为时间) 的雪堆在融化过程中, 其侧面满足方程  $z = h(t) - \frac{2(x^2 + y^2)}{h(t)}$ , 设长度单位为厘米, 时间单位为小时, 已知体积减少的速率与侧面积成正比 (比例系数 0.9), 问高度为 130 cm 的雪堆全部融化需要多少小时?

五 证明题 (第一题 4 分, 第二题 6 分, 共 10 分)

1. 设函数  $f(x, y)$ ,  $g(x, y)$  在有界闭区域  $D$  上连续, 且  $g(x, y) \geq 0$ , 证明: 在  $D$  上必有一点

$(\xi, \eta)$  使得  $\iint_D f(x, y)g(x, y)d\sigma = f(\xi, \eta)\iint_D g(x, y)d\sigma$  成立.

2. 证明函数  $f(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  在点  $(0, 0)$  处

(1) 连续且偏导数存在; (2) 偏导数不连续; (3) 可微.

## 6 浙江理工大学 2014—2015 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 共计 24 分)

1 直线  $x-1=\frac{y-5}{-2}=z+8$  与直线  $\begin{cases} x-y=6 \\ 2y+z=3 \end{cases}$  的夹角为 ( )

- (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

2 函数  $z=x^3+y^3-3(x^2+y^2)$  的极小值点是 ( )

- (A)  $(0,0)$  (B)  $(0,2)$  (C)  $(2,0)$  (D)  $(2,2)$

3 设函数  $f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ , 则  $f(x,y)$  在点  $(0,0)$  处 ( )

- (A) 两个偏导数都不存在 (B) 两个偏导数存在但不可微  
(C) 偏导数连续 (D) 可微但偏导数不连续

4 设函数  $u(x,y)=\varphi(x+y)+\varphi(x-y)+\int_{x-y}^{x+y}\psi(t)dt$ , 其中函数  $\varphi$  具有二阶导数,  $\psi$  具有一阶导数, 则必有 ( )

- (A)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  (B)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  (C)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  (D)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

5 二次积分  $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x,y)dy + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x,y)dx$  可写成 ( )

- (A)  $\int_0^2 dx \int_x^{2-x} f(x,y)dy$  (B)  $\int_0^1 dy \int_0^{2-y} f(x,y)dx$   
(C)  $\int_0^1 dx \int_x^{2-x} f(x,y)dy$  (D)  $\int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x,y)dx$

6 设  $f(x)$  是连续的奇函数,  $g(x)$  是连续的偶函数, 区域 $D = \{(x,y) | 0 \leq x \leq 1, -\sqrt{x} \leq y \leq \sqrt{x}\}$ , 则以下结论正确的是 ( )

- (A)  $\iint_D f(y)g(x)dxdy = 0$  (B)  $\iint_D f(x)g(y)dxdy = 0$   
(C)  $\iint_D [f(x)+g(y)]dxdy = 0$  (D)  $\iint_D [f(y)+g(x)]dxdy = 0$

二 填空题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 共计 24 分)

1 直线  $L: \begin{cases} x+2y-z=7 \\ 2x-y-z=-7 \end{cases}$  在平面  $\pi: 5x-3y+3z-9=0$  上的投影直线方程为\_\_\_\_\_2 曲面  $xyz=1$  上平行于平面  $x+y+z=0$  的切平面方程为\_\_\_\_\_

3 设函数  $f(u)$  可微, 且  $f'(2) = 2$ , 则  $z = f(x^2 + y^2)$  在点  $(1,1)$  处的全微分  $dz|_{(1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$

4 设函数  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  则  $\nabla f(1, -1, 0) = \underline{\hspace{2cm}}$

5 设  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ , 则  $\iint_D (x^2 - y) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$

6 设有空间闭区域  $\Omega = \{(x, y, z) | \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}, x \geq 0, y \geq 0\}$ , 函数  $f(y, z)$  为  $\mathbb{R}^2$  上的连续函数, 则  $\iiint_{\Omega} f(y, z) dx dy dz$  化为球面坐标系下的三次积分为  $\underline{\hspace{2cm}}$

三 计算题 (本题共 6 小题, 每题 6 分, 共计 36 分)

1 设  $z = xf\left(\frac{y}{x}\right) + \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ , 求  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ .

2 设  $y = y(x), z = z(x)$  是由方程  $z = xf(x + y)$  和  $F(x, y, z) = 0$  所确定的函数, 其中  $f$  和  $F$  分别具有一阶连续导数和一阶连续偏导数, 且满足  $F_y + xf'F_z \neq 0$ , 求  $\frac{dz}{dx}$ .

3 设  $\vec{n}$  是曲面  $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$  在点  $P(1,1,1)$  处的外法线向量, 计算函数  $u = \frac{\sqrt{6x^2 + 8y^2}}{z}$

在点  $P(1,1,1)$  处沿方向  $\vec{n}$  的方向导数.

4 求两个底圆半径为  $R$  的直交圆柱面所围的体积。

5 设区域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$ ，计算二重积分  $\iint_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2} dx dy$ 。

6 设  $\Omega$  是由  $\begin{cases} x^2 = z \\ y = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转一周而成的曲面与  $z=1, z=2$  所围成的区域，求

$$\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dV.$$



四 数学建模题 (8 分)

某公司可通过电台及报纸两种方式做销售某商品的广告, 根据统计资料, 销售收入  $R$  (万元) 与电台广告费用  $x$  (万元) 及报纸广告费用  $y$  (万元) 之间的关系有如下经验公式:

$$R = 15 + 14x + 32y - 8xy - 2x^2 - 10y^2.$$

- (1) 在广告费用不限的情况下求最优广告策略;  
(2) 若提供的广告费用为 1.5 万元, 求相应的最优广告策略。  
(注: 所谓最高广告策略, 是指所获得的利润最大)

五 证明题 (本题共 2 小题, 每题 4 分, 共计 8 分)

1 已知  $xy = xf(z) + yg(z)$ ,  $xf'(z) + yg'(z) \neq 0$ , 其中  $z = z(x, y)$  是  $x$  和  $y$  的函数, 求证:

$$[x - g(z)] \frac{\partial z}{\partial x} = [y - f(z)] \frac{\partial z}{\partial y}.$$

2 设  $f(x)$  在  $[0, a]$  上连续, 试证  $\left[ \int_0^a f(x) dx \right]^2 = 2 \int_0^a \left[ f(x) \cdot \int_x^a f(y) dy \right] dx$ .

## 7 浙江理工大学 2013—2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 共计 24 分)

1 在曲线:  $x=t, y=-t^2, z=t^3$  的所有切线中, 与平面  $\pi: x+2y+z+4=0$  平行的切线

( )

(B) 只有 1 条 (B) 只有 2 条 (C) 至少有 3 条 (D) 不存在

2 设区域  $D: (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 1, I_1 = \iint_D (x+y)^2 d\sigma, I_2 = \iint_D (x+y)^3 d\sigma$ , 则有 ( )(B)  $I_1 < I_2$  (B)  $I_1 = I_2$  (C)  $I_1 > I_2$  (D) 不能比较3 球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$  与柱面  $x^2 + y^2 = 2ax$  所围成的立体体积  $V =$  ( )(B)  $4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} \sqrt{4a^2 - \rho^2} d\rho$  (B)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} \rho \sqrt{4a^2 - \rho^2} d\rho$ (C)  $8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} \rho \sqrt{4a^2 - \rho^2} d\rho$  (D)  $4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} \rho \sqrt{4a^2 - \rho^2} d\rho$ 4 设  $u(x, y)$  在平面有界区域  $D$  上有二阶连续偏导数, 且满足  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  及  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \neq 0$ ,

则 ( )

(B) 最大值点和最小值点必定都在  $D$  的内部(C) 最大值点和最小值点必定都在  $D$  的边界上(D) 最大值点在  $D$  的内部, 最小值点在  $D$  的边界上(E) 最小值点在  $D$  的内部, 最大值点在  $D$  的边界上5 将三重积分  $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dv$ , 其中  $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ , 化为球面坐标下的三次积分为 ( )(B)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 dr$  (B)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r dr$ (C)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^4 \sin \varphi dr$  (D)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 \sin \varphi dr$ 6 设  $f(x, y) = |x - y| \varphi(x, y)$ , 其中  $\varphi(x, y)$  在点  $(0, 0)$  连续且  $\varphi(0, 0) = 0$ , 则  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处 ( )

(B) 连续, 偏导数不存在 (B) 不连续, 偏导数存在 (C) 可微 (D) 不可微

二 填空题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 共计 24 分)

1 已知  $a$  的方向余弦为  $\cos \beta = \frac{2}{3}, \cos \gamma = \frac{2}{3}$ , 且  $|a| = 3$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_2 已知曲面  $z = 4 - x^2 - y^2$  在点  $P$  处的切平面平行于平面  $2x + 2y + z - 1 = 0$ , 则点  $P$  的坐标是 \_\_\_\_\_

3 设  $I = \int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$ , 交换积分次序后,  $I =$  \_\_\_\_\_

4 设函数  $f(u)$  可微, 已知  $f'(0) = \frac{1}{2}$ , 且  $z = f(4x^2 - y^2)$ , 则  $\left. \frac{dz}{dy} \right|_{x=1, y=2} =$  \_\_\_\_\_

5 设  $u(x, t) = \int_{x-t}^{x+t} f(z) dz$ , 求  $\frac{\partial u}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_

6 设闭区域  $\Omega$  为  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ , 则  $\iiint_{\Omega} \frac{z \ln(x^2 + y^2 + z^2)}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} dx dy dz =$  \_\_\_\_\_

三 计算题 (本题共 6 小题, 每题 6 分, 共计 36 分)

1 设函数  $z = f(y - x, ye^x)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

2 函数  $z = z(x, y)$  是由方程  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  所确定的隐函数, 求  $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{(1,1,1)}$ 。

3 求函数  $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$  在点 A (1,0,1) 沿 A 指向点 B (3, -2, 2) 方向的方向导数。

4 设  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$ , 利用极坐标求  $I = \iint_D x^2 dx dy$ 。

5 设  $\Omega$  是由  $x^2 + y^2 = 2z, z = 1, z = 2$  所围成的空间闭区域, 求  $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dV$ 。

6 计算  $I = \iiint_{\Omega} \frac{dV}{(1+x+y+z)^3}$ , 其中  $\Omega$  由  $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$  所围。

四 应用题（8 分）

设一座山的表面的方程为  $z = 100 - 2x^2 - y^2$ ,  $M(x, y)$  时山脚  $z = 0$  即等高线

$2x^2 + y^2 = 1000$  上的点。

（1）问： $z$  在点  $M(x, y)$  处沿什么方向的增长率最大，并求出此增长率；

（2）攀岩活动要在山脚处找一最陡的位置作为攀岩的起点，即在该等高线上找一点  $M$  使得上述增长率最大，请写出该点的坐标。

五 证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，共计 8 分）

1 设  $z = \arctan \frac{x}{y}$ ，而  $x = u + v, y = u - v$ ，证明  $\frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{u - v}{u^2 + v^2}$

2 设  $f(x)$  连续，证明  $\int_a^b dx \int_a^x f(y) dy = \int_a^b f(x)(b - x) dx$ 。

## 8 浙江理工大学 2012—2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

## 一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1 设直线  $L: \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$  及平面  $\pi: x+y+z-3=0$ , 则直线  $L$  ( )

- (A) 平行于  $\pi$  (B) 在  $\pi$  上 (C) 垂直于  $\pi$  (D) 与  $\pi$  斜交

2 设  $z = f(x, y)$  在  $M_0$  处存在二阶偏导数, 则函数在  $M_0$  处 ( )

- (A) 一阶偏导数必连续 (B) 一阶偏导数不一定连续 (C) 必可微 (D)  $z_{xy} \equiv z_{yx}$

3 对函数  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$ , 点  $(0, 3)$  ( )

- (A) 不是驻点 (B) 是驻点但非极值点 (C) 是极小值点 (D) 是极大值点

4 设  $z = f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处的偏导数  $\frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{(0,0)} = -1, \frac{\partial f}{\partial y}\bigg|_{(0,0)} = 2$  则 ( )

(A)  $z = f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处的全微分  $dz\big|_{(0,0)} = -dx + 2dy$ ;

(B)  $z = f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  的某一邻域有定义;

(C) 极限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  存在;

(D) 曲线  $C: \begin{cases} z = f(x, y) \\ y = 0 \end{cases}$  在点  $(0, 0, f(0, 0))$  的切线的方向向量  $\vec{s} = \vec{i} - \vec{k}$ 。

5 累次积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos\theta} f(\rho \cos\theta, \rho \sin\theta) \rho d\rho$  可写成 ( )

(A)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$  (B)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

(C)  $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$  (D)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

6 设有平面闭区域  $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$ ,  $D_1 = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$ ,

且  $f(x)$  是连续奇函数,  $g(x)$  是连续偶函数, 则  $\iint_D [f(x) + g(x)] f(y) dx dy =$  ( )

(A)  $2 \iint_{D_1} g(x) f(y) dx dy$  (B)  $2 \iint_{D_1} f(x) f(y) dx dy$

(C)  $4 \iint_{D_1} [f(x) + g(x)] f(y) dx dy$  (D) 0

## 二 填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1 向量  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ , 向量  $\vec{b}$  的三个方向角均相等且为锐角, 则  $\Pr j_{\vec{b}} \vec{a} =$  \_\_\_\_\_;

2 函数  $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  在  $(1, 2, -2)$  处的最大变化率是\_\_\_\_\_，对应方向的方向余弦是\_\_\_\_\_；

3 设  $z = xy + xF(u)$ ，而  $u = \frac{y}{x}$ ， $F(u)$  为可导函数，则  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} =$ \_\_\_\_\_；

4 设  $z = y \cdot \sin(xy) - (1-y) \arctan x + e^{-2y}$ ，则  $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=0}} =$ \_\_\_\_\_；

5 设  $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ ，则  $\iint_D (x + y + 1) d\sigma =$ \_\_\_\_\_；

6 设  $\Omega$  是由曲面  $z = x^2 + y^2$  与平面  $z = 4$  所围成的闭区域，则  $\iiint_{\Omega} z dv =$ \_\_\_\_\_.

### 三 计算题（本题共 5 小题，每题 6 分，满分 30 分）

1 设  $u = f(x, z)$ ，而  $z(x, y)$  是由方程  $z = x + y\varphi(z)$  所确定的函数，求  $du$ .

2 设  $z = x^3 f(xy, \frac{y}{x})$ ，其中  $f$  具有连续二阶偏导数，求  $\frac{\partial z}{\partial y}$  及  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

3 计算  $\iint_D \arctan \frac{y}{x} dx dy$ ，其中  $D$  是由圆周  $x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 1$  及直线  $y = 0, y = x$  所围成的在第一象限内的闭区域。

4 设  $f(x, y)$  连续, 且  $f(x, y) = xy + \iint_D f(x, y) dx dy$ ,  $D: y = 0, y = x^2, x = 1$  围成, 求  $f(x, y)$ .

5 求  $\iiint_{\Omega} (y^2 + z^2) dv$ , 其中  $\Omega$  是  $xoy$  平面上曲线  $y^2 = 2x$  绕  $x$  轴旋转而成的曲面与平面  $x = 8$  所围成的闭区域.

#### 四 综合题 (本题满分 8 分)

试求曲面  $x^2 + y^2 = 2z$  的切平面, 使之经过曲线  $\begin{cases} 3x^2 + y^2 + z^2 = 5 \\ 2x^5 + y^2 - 4z = 7 \end{cases}$  在点  $(1, -1, -1)$  处的切线。



### 五 建模题（本题满分 7 分）

设某电视机厂生产一台电视机的成本为  $c$ ，每台电视机的销售价格为  $p$ ，销售量为  $x$ 。假设该厂的生产处于平衡状态，即电视机的生产量等于销售量。根据市场预测，销售量  $x$  与销售价格  $p$  之间有下列的关系： $x = Me^{-ap}$  ( $M > 0, a > 0$ )，其中  $M$  为市场最大需求量， $a$  是价格系数。同时，生产部门根据对生产环节的分析，对每台电视机的生产成本  $c$  有如下测算： $c = c_0 - k \ln x$  ( $k > 0, x > 1$ )，其中  $c_0$  是只生产一台电视机时的成本， $k$  是规模系数。根据上述条件，应如何确定电视机的售价  $p$ ，才能使该厂获得最大利润？

### 六 证明题（第一小题 4 分，第二小题 3 分，满分 7 分）

1 已知  $u = x - ay$ ， $v = x + ay$ ， $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  ( $a \neq 0$ )，函数  $z = z(u, v)$  具有二阶连续

偏导数，求证  $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$ 。

2 设  $f(x)$  连续，证明  $\int_a^b dx \int_a^x (x-y)^{n-2} f(y) dy = \frac{1}{n-1} \int_a^b (b-y)^{n-1} f(y) dy$ 。

## 9 浙江理工大学 2011—2012 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1 设直线  $L: \begin{cases} x+3y+2z-4=0 \\ 2x-y-10z-1=0 \end{cases}$  及平面  $\pi: x+y-2z-2=0$ , 则直线  $L$  ( )

(A) 平行于  $\pi$  (B) 在  $\pi$  上 (C) 垂直于  $\pi$  (D) 与  $\pi$  斜交

2 下列说法正确的是 ( )

(A) 两向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  平行的充要条件是存在唯一的实数  $\lambda$ , 使得  $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ ;

(B) 函数  $z = f(x, y)$  的两个二阶偏导数  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  在区域  $D$  内连续, 则在该区域内两个

二阶混合偏导数必相等;

(C) 函数  $z = f(x, y)$  的两个偏导数在点  $(x_0, y_0)$  处连续是函数在该点可微的充分条件;

(D) 函数  $z = f(x, y)$  的两个偏导数在点  $(x_0, y_0)$  处存在是函数在该点可微的充分条件.

3  $u = 3xy^2 + 2x^3y - 1$  在点  $P(3, 2)$  沿与  $x$  轴正向成  $\frac{\pi}{3}$  倾角方向的方向导数为 ( )

(A)  $60 + 45\sqrt{3}$  (B)  $60\sqrt{3} + 45$  (C)  $-60 - 45\sqrt{3}$  (D)  $-60\sqrt{3} - 45$

4 旋转抛物面  $z = x^2 + 2y^2 - 4$  在点  $(1, -1, -1)$  处的切平面方程为 ( )

(A)  $2x + 4y - z = 0$  (B)  $2x - 4y - z = 4$  (C)  $2x + 4y - z = 4$  (D)  $2x - 4y - z = 7$

5 设  $f(x)$  为连续函数,  $F(t) = \int_1^t dy \int_y^t f(x) dx$ , 则  $F'(2)$  等于 ( ).

(A)  $2f(2)$  (B)  $f(2)$  (C)  $-f(2)$  (D) 0

6 设  $f(x)$  是连续的奇函数,  $g(x)$  是连续的偶函数, 且区域

$D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -\sqrt{x} \leq y \leq \sqrt{x}\}$ , 则下列结论正确的是 ( )

(A)  $\iint_D f(y)g(x)dx dy = 0;$  (B)  $\iint_D f(x)g(y)dx dy = 0;$

(C)  $\iint_D [f(x) + g(y)]dx dy = 0;$  (D)  $\iint_D [f(y) + g(x)]dx dy = 0.$

二 填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1 向量  $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}$ , 向量  $\vec{b}$  的三个方向角均相等且为锐角, 则  $\text{Pr j}_b \vec{a} =$  \_\_\_\_\_;

2 设函数  $f(x, y) = 2x^2 + ax + xy^2 + 2y$  在点  $(1, -1)$  取得极值, 则常数  $a =$  \_\_\_\_\_;

3 函数  $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  在  $(1, 2, -2)$  处的最大变化率是 \_\_\_\_\_, 对应方向的方向余弦是 \_\_\_\_\_;

4 设  $z = z(x, y)$  由  $z = z(u, v)$ ,  $u = x + ay$ ,  $v = x + by$  复合而成, 且  $z = z(x, y)$  有二

阶连续偏导数，欲把方程： $6\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  简化为  $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$ ，则常数

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

5 将  $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x f(x, y) dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 f(x, y) dy$  交换积分次序为  $\underline{\hspace{4cm}}$ ；

6 设  $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$ ，则积分  $\iint_D |x + y - 3| dx dy = \underline{\hspace{4cm}}$ .

三 计算题（本题共 5 小题，前 4 小题每题 6 分，第五题 12 分，满分 36 分）

1  $u = x^{\frac{y}{z}}$ ，求  $du$ .

2 设  $z = f(x^2 - y^2, xy) + g(x^2 + y^2)$ ，其中  $f$  具有二阶连续偏导数， $g$  具有二阶导数，

求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

3 设  $f(x, y)$  在闭区间  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq y, x \geq 0\}$  上连续，且

$f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2} - \frac{8}{\pi} \iint_D f(x, y) dx dy$ ，求  $f(x, y)$ .

4 求  $\iiint_{\Omega} (y^2 + z^2) dv$ , 其中  $\Omega$  是  $xOy$  平面上曲线  $y^2 = 2x$  绕  $x$  轴旋转而成的曲面与平面  $x = 8$  所围成的闭区域.

5 设空间曲线  $\Gamma: \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$ . 求: (1)  $\Gamma$  在  $xOy$  面内的投影曲线;

(2)  $\Gamma$  在点  $(-1, -1, 2)$  处切线方程和法平面方程; (3) 原点到  $\Gamma$  的最长和最短距离。

四 (8 分) 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

问: (1) 函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  是否连续? (2) 计算函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  的偏导数  $f'_x(0, 0)$  及  $f'_y(0, 0)$ , 在点  $(0, 0)$  是否可微? 说明理由。

五 证明（每小题 4 分，共 8 分）

（1）试证曲面  $f(x-ay, z-by) = 0$  的任一切平面恒与某一直线相平行（其中  $f$  为可微函数， $a, b$  为常数）。

（2）设  $f(x)$  在  $[0, a]$  上连续，证明：
$$2 \int_0^a f(x) dx \int_x^a f(y) dy = \left[ \int_0^a f(x) dx \right]^2.$$

## 10 浙江理工大学 2010-2011 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题 (本题共 7 小题, 每小题 4 分, 满分 28 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求。)

1 二元函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处两个偏导数  $f'_x(x_0, y_0)$ ,  $f'_y(x_0, y_0)$  存在, 是  $f(x, y)$  在该点可微的[ ]

- (A) 充分非必要条件 (B) 既非充分又非必要条件  
(C) 充要条件 (D) 必要非充分条件

2 设  $f(x, y)$  是连续函数, 则  $I = \int_0^a dx \int_0^x f(x, y) dy (a > 0) = [ ]$

- (A)  $\int_0^a dy \int_0^y f(x, y) dx$  (B)  $\int_0^a dy \int_y^a f(x, y) dx$   
(C)  $\int_0^a dy \int_a^y f(x, y) dx$  (D)  $\int_0^a dy \int_0^a f(x, y) dx$

3 曲面  $z = xy$  上点  $M$  处的法线垂直于平面  $2x - y - z = 5$ , 则点  $M$  的坐标是[ ]

- (A)  $(-1, 2, -2)$  (B)  $(1, 2, 2)$  (C)  $(-1, -2, 2)$  (D)  $(1, -2, -2)$

4 二重积分  $\iint_D xy d\sigma$  (其中  $D: 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1$ ) 的值为[ ]

- (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{12}$  (D)  $\frac{1}{4}$

5 设  $\Omega$  是由曲面  $z = x^2 + y^2$  与平面  $z = 4$  所围成的闭区域, 则  $\iiint_{\Omega} z dv$  为[ ]

- (A)  $\frac{64}{3}$  (B)  $\pi$  (C)  $\frac{64}{3}\pi$  (D)  $8\pi$

6 设  $z = z(x, y)$  由  $z = z(u, v), u = x + ay, v = x + by$  复合而成, 且  $z = z(x, y)$  有二阶连续

偏导数, 欲把方程:  $6 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  化简为  $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$ , 则常数  $a, b$  满足[ ]

- (A)  $a = -2, b = -2$  (B)  $a = 3, b = 3$  (C)  $a = -2, b = 3$  (D)  $a = 2, b = -3$

7 设  $D: x^2 + y^2 \leq a^2$ , 若  $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy = \pi$ , 则  $a$  为[ ]

- (A)  $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$  (B)  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$  (C) 1 (D)  $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

二 填空题 (本题共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

1、已知  $u = x^y$ , 则  $du =$  \_\_\_\_\_

2、设积分区域  $D$  是由直线  $y = 0, x = 1$  及  $y = 2x$  所围成的闭区域, 则

$$\iint_D xy d\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$$

3、设  $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$ ，则  $\iint_D |x + y - 3| dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$

4、设函数  $f(x, y) = 2x^2 + ax + xy^2 + 2y$  在点  $(1, -1)$  取得极值，则常数  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

5、设  $\vec{a}, \vec{b}$  为非零向量，且满足  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b}), (\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$ ，则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角  $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

三 计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1 设  $z = x^3 + y^3 - 3xy^2$ ，求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

2 设  $e^z - xyz = 0$ ，求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

3 计算  $\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) d\sigma$ ，其中  $D$  是由圆周  $x^2 + y^2 = 1$  及坐标轴所围成的第一象限内的闭区域

4 已知函数  $z = f(xy^2, x^2y)$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

5 若  $D$  满足:  $x^2 + y^2 \leq 2x$ , 求  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$

四、(本题 8 分) 设  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  问: (1) 函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  是

否连续? (2) 求  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  的偏导数  $f'_x(0, 0)$  及  $f'_y(0, 0)$ , 在点  $(0, 0)$  是否可微? 说明理由。



五、设  $z = z(x, y)$  是由  $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2yz - z^2 + 18 = 0$  确定的函数，求  $z = z(x, y)$  的极值点和极值。（本题 6 分）

六、证明题（本题共 2 小题，满分 8 分）

1、设  $z = x^y$  ( $x > 0, x \neq 1$ )，求证  $\frac{x}{y} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\ln x} \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$  （本题 3 分）

2、若函数  $f(\xi, \eta)$  具有连续二阶偏导数且满足拉普拉斯方程  $\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = 0$ ，证明函数

$z = f(x^2 - y^2, 2xy)$  也满足拉普拉斯方程  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$  （本题 5 分）

## 11 浙江理工大学 2009-2010 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

## 一、选择题 (每小题 4 分, 满分 28 分)

1. 二元函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处两个偏导数  $f'_x(x_0, y_0)$ ,  $f'_y(x_0, y_0)$  存在, 是  $f(x, y)$  在该点可微的 ( )

- (A) 充分非必要条件 (B) 既不充分也不必要 (C) 充分必要 (D) 必要非充分

2. 函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  在  $(0, 0)$  处 ( )

- (A) 连续且偏导存在 (B) 连续但偏导不存在  
(C) 不连续但偏导存在 (D) 不连续且偏导不存在

3. 累次积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$  可写成 ( )

- (A)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$  (B)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$   
(C)  $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$  (D)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

4. 对函数  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$ , 在点  $(0, 3)$  ( )

- (A) 不是驻点 (B) 是极大值点 (C) 是极小值点 (D) 是驻点但非极值点

5. 函数  $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$  在点  $A(1, 0, 1)$  处沿  $A$  指向  $B(3, -2, 2)$  方向的方向导数是 ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{1}{4}$

6. 设  $D$  是平面上以  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-1, -1)$  为顶点的三角形区域,  $D_1$  是  $D$  在第一象限的部分, 则  $\iint_D (xy + \cos x \sin y) dx dy$  的值为 ( )

- (A)  $2 \iint_{D_1} (\cos x \sin y) dx dy$  (B)  $2 \iint_{D_1} (xy) dx dy$   
(C)  $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dx dy$  (D) 0

7. 设  $l$  为椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ , 其周长记为  $a$ , 则  $\int_l (2xy + 3x^2 + 4y^2) ds =$  ( )

- (A)  $2a$  (B)  $6a$  (C)  $12a$  (D)  $24a$

## 二、填空题 (每小题 4 分, 满分 20 分)

1. 设  $z = e^{\cos xy}$ , 则  $dz =$  \_\_\_\_\_

2. 设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z - 9 = 0$  确定, 则函数  $z$  的驻点是 \_\_\_\_\_

3. 曲面  $z - e^x + 2xy = 3$  在点  $(0, 2, 1)$  处的切平面方程为 \_\_\_\_\_

4.  $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy =$  \_\_\_\_\_

5. 设  $L$  是以  $A(0,0)$ ,  $B(0,2)$ ,  $C(2,0)$  为顶点的三角形区域的周界, 且沿  $ABCA$  方向, 则积分  $I = \int_L (3x - y)dx + (x - 2y)dy$  的值为 \_\_\_\_\_

三、计算题 (每小题 8 分, 共 24 分)

1. 设  $z = f(x^2 + y^2, xy)$ , 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

2. 计算二重积分  $\iint_D (x + y) dx dy$ , 其中  $D$  是由直线  $x + y = 4$ ,  $x + y = 12$  及抛物线  $y^2 = 2x$  所围成的平面区域。

3.  $I = \iiint_{\Omega} z^2 dv$ , 其中  $\Omega$  是由球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  与  $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz$  ( $R > 0$ ) 所围成的闭区域。

四、(9 分) 计算曲线积分  $I = \int_L [\cos(x + y^2) + 2y] dx + [2y \cos(x + y^2) + 3x] dy$ , 其中  $L$  为正弦曲线  $y = \sin x$  上自  $x = 0$  到  $x = \pi$  的弧段。

五、(9分)求  $\iint_S (y^2 - z) dydz + (z^2 - x) dzdx + (x^2 - y) dxdy$  , 其中  $S$  是圆锥面  $x^2 + y^2 = z^2$  在  $0 \leq z \leq h$  部分的外侧。

六、证明题 (每小题 5 分, 共 10 分)

1. 设函数  $u = f(\sqrt{x^2 + y^2})$ , 满足  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \iint_{s^2 + t^2 \leq x^2 + y^2} \frac{1}{1 + s^2 + t^2} dsdt$ ,  $f''(x)$  存在, 求

证:  $f''(r) + f'(r) \frac{1}{r} = \pi \ln(1 + r^2)$ 。

2. 利用拉格朗日乘数法, 证明圆的内接三角形中, 正三角形面积最大。

## 12 浙江理工大学 2006-2007 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 填空题（每题 5 分，共 20 分）

1 设  $z = e^{\sin xy}$ ，则  $dz =$  \_\_\_\_\_

2 设  $z = xyf\left(\frac{y}{x}\right)$ ， $f(u)$  可导，则  $xz'_x + yz'_y =$  \_\_\_\_\_

3 曲面  $z - e^z + 2xy = 3$  在点  $(1, 2, 0)$  处的切平面方程为 \_\_\_\_\_

4 设  $L$  为取正向的圆周  $x^2 + y^2 = 9$ ，则曲线积分  $\int_L (2xy - 2y)dx + (x^2 - 4x)dy$  的值是 \_\_\_\_\_

二 选择题（每题 5 分，共 25 分）

1 二元函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处两个偏导数存在，是函数在该点连续的（ ）

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件  
(C) 充分且必要条件 (D) 既非充分又非必要条件

2 在曲线  $x = t, y = -t^2, z = t^3$  的所有切线中与平面  $x + 2y + z = 4$  平行的切线（ ）

- (A) 只有 1 条 (B) 只有 2 条 (C) 至少有 3 条 (D) 不存在

3 累次积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos\theta} f(\rho \cos\theta, \rho \sin\theta) \rho d\rho$  可以写成（ ）

- (A)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$  (B)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$   
(C)  $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$  (D)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

4 函数  $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$  在点  $A(1, 0, 1)$  处沿点  $A$  指向点  $B(3, -2, 2)$  方向的方向导数为（ ）

- (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{1}{4}$

5 设  $l$  为椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ ，其周长记为  $a$ ，则  $\int_l (2xy + 3x^2 + 4y^2) ds =$ （ ）

- (A)  $2a$  (B)  $6a$  (C)  $12a$  (D)  $24a$

三 求下列多元函数偏导数

1 设  $z = f(x^2 + y^2, xy)$ ，其中  $f$  具有连续的二阶偏导数，求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ . (8 分)

2 设  $x^2 + y^2 + z^2 - xyz = 0$  , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ . (8 分)

四 求下列多元函数的积分。

1 计算  $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy$ . (8 分)

2 计算二重积分  $\iint_D y dx dy$  , 其中  $D$  是由直线  $x = -2, y = 0, y = 2$  及曲线  $x = -\sqrt{2y - y^2}$  所围成的平面区域。(8 分)

3 求均匀半球体的质心。(8 分)

五 要造一个容积等于定数  $a^2$  的长方体无盖水池, 如何选择水池的尺寸, 方可使它的表面积最小。(8 分)

六 计算曲线积分  $I = \int_L \frac{xdy - ydx}{4x^2 + y^2}$ , 其中  $L$  是以点  $(1, 0)$  为中心,  $R$  为半径的圆周 ( $R > 1$ ), 取逆时针方向。(7 分)

## 13 浙江理工大学 2005-2006 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

## 一、选择题 (每小题 4 分, 满分 28 分)

1. 设直线  $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ , 设平面  $\pi: 4x-2y+z-2=0$ , 则直线  $L$  ( )。

(A) 平行于  $\pi$  (B) 在  $\pi$  上 (C) 垂直于  $\pi$  (D) 与  $\pi$  斜交

2. 设  $z = 2^{x+y^2}$ , 则  $z_y =$  ( )。

(A)  $y \cdot 2^{x+y^2} \ln 4$  (B)  $(x^2 + y^2) \cdot 2y \ln 4$

(C)  $2y(x+y^2)e^{x+y^2}$  (D)  $2y \cdot 4^{x+y^2}$

3. 设  $u = 2xy - z^2$ , 则  $u$  在  $(2, -1, 1)$  处的方向导数的最大值为 ( )。

(A)  $2\sqrt{6}$  (B) 4 (C)  $2\sqrt{2}$  (D) 24

4. 函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处具有偏导数是它在该点存在全微分的 ( )。

(A) 充分必要条件 (B) 必要条件而非充分条件

(C) 充分条件而非必要条件 (D) 既非充分又非必要条件

5. 利用被积函数的对称性及区域的对称性, 则  $\iint_D (x+x^3y^2)d\sigma$  的值 ( ), 其中  $D$  为

$$x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0.$$

(A) 大于 0 (B) 小于 0 (C) 等于 0 (D) 上述都不对

6. 设函数  $y = y(x, z)$  由方程  $yz = \sin(x+y)$  所确定, 则  $\frac{\partial y}{\partial x} =$  ( )。

(A)  $\frac{\cos(x+y)}{z}$  (B)  $\frac{1}{z - \cos(x+y)}$

(C)  $\frac{\cos(x+y)}{z - \cos(x+y)}$  (D)  $\frac{1 + \cos(x+y)}{z - \cos(x+y)}$

7. 已知  $\frac{(x+ay)dx + ydy}{(x+y)^2}$  为某函数的全微分, 则  $a =$  ( )。

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

## 二、填空题 (每小题 4 分, 满分 20 分)

1. 设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z - 9 = 0$  确定, 则函数  $z$  的驻点是\_\_\_\_\_。

2. 曲面  $e^z - z + xy = 3$  在点  $(2, 1, 0)$  处的切平面为\_\_\_\_\_。



3. 设  $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$ , 则  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_。

4. 设积分区域  $D$  为  $x^2 + y^2 \leq 1$ , 在  $\iint_D \sqrt{1+x^2+y^2} d\sigma$  与  $\iint_D \sqrt{1+x^4+y^4} d\sigma$  两者中比较大的值是 \_\_\_\_\_。

5. 设  $L$  为  $x^2 + y^2 = 1$  的一周, 则  $\oint_L (x^2 + y^2) ds =$  \_\_\_\_\_。

三、(本题满分 6 分) 设  $z = f(x^2 - y^2, xy) + g(x^2 + y^2)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数,

$g$  具有二阶导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

四、计算下列二重积分 (每小题 6 分, 满分 12 分)

1. 计算  $I = \iint_D |\cos(x+y)| dx dy$ , 其中  $D: x=0, x=\frac{\pi}{2}, y=0, y=\frac{\pi}{2}$  围成。

2. 计算  $I = \iint_D \ln(1+x^2+y^2) d\sigma$ , 其中  $D$  是由圆周  $x^2 + y^2 = 1$  及坐标轴所围成的第一象限内的闭区域。

五、计算下列三重积分（每小题 7 分，满分 14 分）

1. 计算  $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \cdot z dv$ ，其中  $\Omega$  是由圆柱面  $x^2 + y^2 = 4$ ，平面  $z = 0$  和平面  $y + z = 2$  所围成的区域。

2. 计算  $\iiint_{\Omega} (y + z) dv$ ，其中  $\Omega$  是由  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  与  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  所围成的区域。

六、（本题满分 6 分）求锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被柱面  $z^2 = 2x$  所割下部分的曲面面积。

七、（本题满分 8 分）计算  $I = \oint_L e^x(1 - \cos y)dx - e^x(y - \sin y)dy$ ，其中  $L$  是区域  $D: \sqrt{\sin x} \leq y \leq \sqrt{\cos x}$ ， $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$  的正向边界曲线。

八（本题满分 6 分）设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，且  $f(x) > 0$ ，证明：

$$\int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b \frac{1}{f(x)}dx \geq (b-a)^2。$$

## 高等数学试题资料目录

- 1 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 2 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 3 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 4 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 5 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 6 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 7 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 8 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 9 高等数学 A2 期中试题汇编（试卷册）（第二版）**
- 10 高等数学 A2 期中试题汇编（答案册）（第二版）
- 11 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 12 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 13 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 14 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 15 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 16 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 17 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 18 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 19 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 20 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 21 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 22 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 23 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 24 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）