高等数学 A2

浙江理工大学期末试题汇编

（试卷册 上）

学校：________________________

专业：________________________

班级：________________________

姓名：________________________

学号：________________________

（此试卷为 2022 年第二版 第 2 次发行）

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是2022年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose.”风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这所城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小bug不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦
2022年3月23日

目录

2022 年所有试卷版本见尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

第 2 次发行说明：

发行时间：2022 年 5 月 8 日

改版内容：将近十一年的 A 卷放在了试卷册上册中，将近几年的 B 卷和过早年份的 A 卷放在了试卷册下册中。A 卷为正式考卷，B 卷为补考卷。命题老师会将 A、B 卷命为平行卷，难度持平。

更多信息

试卷整理人：张创琦　　　　　　微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 5 月 8 日 第二版 第 2 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）》、《走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实》、《送给即将期末考试的你》、《那些你不曾在选课中注意到的事情》、《身为大学生，你的劳动价值是多少？》（荐读）、《如何找到自己的培养计划》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的老师、我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理数学考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

宣传伙伴：

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、 选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $z = f(x, y)$ 为定义在点 (x_0, y_0) 的一个邻域上的函数，下列说法中正确的是：(　　)
   (A) 若 $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ 与 $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$ 均存在，则 f 在 (x_0, y_0) 处可微。
   (B) 若 f 在 (x_0, y_0) 处的各个方向的方向导数均存在，则 f 在 (x_0, y_0) 处可微。
   (C) 若 f 在 (x_0, y_0) 处可微，则 f 在 (x_0, y_0) 处可求偏导。
   (D) 以上说法都不对。

2. 设 $U \subset \mathbb{R}^2$ 为一个开区域，设 $f(x, y)$ 与 $\phi(x, y)$ 为定义在 U 上的光滑函数，考虑 f 在条件 $\phi(x, y) = 0$ 下的极值问题，假设 $(x_0, y_0) \in U$ 为极值点，并设 f 与 ϕ 在 (x_0, y_0) 处的梯度均不为零，则下列说法中正确的是：(　　)
   (A) $f_{xx}(x_0, y_0) f_{yy}(x_0, y_0) - (f_{xy}(x_0, y_0))^2 < 0.$
   (B) $f_{xx}(x_0, y_0) f_{yy}(x_0, y_0) - (f_{xy}(x_0, y_0))^2 > 0.$
   (C) f 在 (x_0, y_0) 处的梯度与 ϕ 的经过该点的等值线相切。
   (D) f 在 (x_0, y_0) 处的梯度与 ϕ 的经过该点的等值线垂直。

3. 设 $\Omega = \{(x, y, z) | x + y + z \leqslant 1, x \geqslant 0, y \geqslant 0, z \geqslant 0\}$, 则 Ω 的体积等于：(　　)
   (A) $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} dx \int_0^{1-x-y} 1dz$　　(B) $\int_0^1 dy \int_{1-y}^1 dx \int_{1-x-y}^1 1dz$
   (C) $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} dx \int_0^{1-x-y} \sqrt{3}dz$　　(D) $\int_0^1 dx \int_x^1 dy \int_{x+y}^1 \sqrt{3}dz$

4. 设 $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$, 方向取逆时针方向，下面积分中必为零的是：(　　)
   (A) $\oint_C ye^y dx + xe^x dy.$　　(B) $\oint_C x^2 dx + y^2 dy$
   (C) $\oint_C (xe^x + ye^y) ds.$　　(D) $\oint_C (x^2 + y^2) ds.$

5. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{2^n}$、$\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$、$\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$、$\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{2^n}$ 中收敛的级数的个数为:(　　)
   (A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

6. 若已知幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ 在 $x = 4$ 处收敛，则下面说法中正确的是(　　)
   (A) 该幂级数必在 $x = -4$ 处收敛。　　(B) 该幂级数可能在 $x = -4$ 处收敛。
   (C) 该幂级数不在 $x = -4$ 处收敛。　　(D) 以上说法都不对。

二、 填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. $\mathbb{R}^3$ 中的一个同时与 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (3, 2, 1)$ 垂直的单位向量为：______________ .
2. 函数 $z = x^y$ 在点 $(1, e)$ 处沿从点 $(2, 1)$ 到点 $(3, 2)$ 的方向的方向导数 = ______ .
3. 设函数 $x = g(y, z)$ 是由方程 $x^4 + 2y^4 + xz^4 = 2$ 在点 $(-1, -1, -1)$ 附近所决定的隐函数，则 $g_z(-1, -1) =$ ______ .
4. 设 $f(x, y)$ 是定义在 $[0, 1] \times [0, 1]$ 上的连续函数，交换 $\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x, y)dx$ 的积分顺序得到：__________________ .
5. 记平面区域 D 的边界为 ∂D, 设 ∂D 为分段光滑曲线，取 ∂D 的方向为相对于 D 的正向，记 D 的面积为 S, 则 $\oint_{\partial D} (3x + 4y)dx + (6x + 8y)dy =$ ______ .
6. 幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \left(2^n \sin \frac{\pi}{3^n}\right) x^n$ 的收敛半径为：______ .

三、 计算题（共 8 小题，每小题 6 分，满分 48 分，应写出演算过程与说明，否则零分）

1. 求由方程组 $\begin{cases} x^2+y^2+2z^2-4x=0 \\ x-2y+3z-2=0 \end{cases}$ 所决定的曲线在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程。

2. 用 Lagrange 乘数法求函数 $f(x,y)=\sqrt[3]{x^2+y^2}$ 在约束 $x+y-1=0$ 下的最小值点.

3. 试用曲线积分的方法求一个定义在 $\mathbb{R}^2$ 上的光滑函数 $f(x,y)$, 使 $df(x,y)=y^2\cos(xy^2)dx+2xy\cos(xy^2)dy$.

4. 设 a 为大于零的实数，设 L 为 $\mathbb{R}^2$ 上的从点 $(0,0)$ 到点 $(0,a)$ 的沿着圆 $x^2+y^2=ay$ 的第一象限部分的光滑曲线，试用格林公式计算：

$$\int_L (e^x \sin y - my)dx + (e^x \cos y - m)dy,$$

其中 m 为常数.

5. 试求马鞍面 $z=xy$ 被柱面 $x^2+y^2=a^2$ 所割下的曲面的面积 S.(其中 $a>0$)

6. 设 $R>0$, 求球体 $x^2+y^2+z^2 \leqslant R^2$ 与球体 $x^2+y^2+z^2 \leqslant 2Rz$ 的公共部分的体积 V.

7. 设 a, b, c 为大于零的实数，设 S 为上半椭球面 $\{(x,y,z)|\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1, z \geqslant 0\}$ 的上侧，试用高斯公式求第二型曲面积分：$\iint_S x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy.$

8. 试求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} nx^n$ 的和函数。(并指明其收敛区间）

四、（本题 4 分）设 C 为平面区域 D 的边界曲线，假设 C 是光滑的，对于 C 上的任意一个点 (x,y), 设 $\vec{n}(x,y)$ 为 C 在 (x,y) 处的指向 D 外部的单位法向量，设 $\vec{l}=(l_1,l_2)$ 为一个固定的向量，记 $\cos\theta(x,y)$ 为 $\vec{l}$ 与 $\vec{n}(x,y)$ 的夹角的余弦，证明第一型曲线积分 $\oint_C \cos\theta(x,y)ds$ 必等于零。

2 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（共 24 分，每题 4 分）

1 若 $\vec{a}=(1,-1,1),\ \vec{b}=(2,1,3)$, 则 $\vec{a}\times\vec{b}=$（　　）

A.$(-4,1,3)$　　B. $(-4,-1,3)$　　C.$(4,1,-3)$　　D. $\sqrt{26}$

2 已知直线 $l:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$，平面 Π：$2(x-1)+3(y-2)+4(z-3)=0$，则直线 l 与平面 Π 具有何种关系（　　）

A.垂直　　B.平行　　C.夹角为锐角　　D.夹角为钝角

3 设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处具有一阶偏导数，则（　　）。

A. 当 $(x,y)\to(x_0,y_0)$ 时，$f(x,y)$ 的极限存在；　　B. $f(x,y)$ 在该点连续；

C. $f(x,y)$ 在该点沿 x 轴和 y 轴方向的方向导数存在；　　D. $f(x,y)$ 在该点可微；

4 $I_1=\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}(x^2+y^2)dxdy,\ I_2=\iint\limits_{|x|+|y|\le 1}(x^2+y^2)dxdy,\ I_3=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(x^2+y^2)dxdy$，则 I_1,I_2,I_3 的大小关系为（　）

A. $I_1<I_2<I_3$　　B. $I_2<I_1<I_3$　　C. $I_3<I_2<I_1$　　D. $I_2<I_3<I_1$

5 设 L 是从 $A(1,0)$ 到 $B(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L (x+y)ds=$（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D.

6 下列级数中收敛的是（　　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n-1}{n^2+n}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\dfrac{\pi}{n}$　　D $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\ln n}{n}$

二 填空题（共 24 分，每题 4 分）

1 过点（1，2，3）且与平面 Π：$x+4y+6z-8=0$ 垂直的直线方程为______

2 已知 $z=\arctan(xy)$，则 dz=______

3 设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 4\}$，则积分 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\ dxdy=$______

4 设 L 是圆周：$x^2+y^2=-2x$ 的负向，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$______

5 设 $u=2xy-z^2+2x-2y+3z$，则 u 在原点沿 $(1,-1,1)$ 的方向导数为______

6 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{\sqrt[2]{n}}$的收敛域为____________

三 计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

1 将曲线方程$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\2x+z=1\end{cases}$化为参数形式

2 设$x^2+\sin y+z^2-2z=0$, 求$\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

3 计算三重积分$\iiint_\Omega\frac{\mathrm{dxdy}dz}{1+x^2+y^2}$,其中$\Omega$由抛物面$z=x^2+y^2$及$z=2$所围成

4 验证 $x^2ydx+\frac{1}{3}x^3dy$ 为某个函数的全微分，并求出这个函数

5 计算 $\iint_{\Sigma} x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中 Σ 为半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧

6 将函数 $f\left(x\right)=x+2\left(0\le x\le \pi\right)$ 展开成正弦级数

四 综合题（本题 8 分）

已知平面上两定点 $A(1,3), B(4,2)$,试在圆周 $x^2+y^2=1,(x>0,y>0)$ 上求一点 C，使得 ΔABC 的面积最大。

五. 证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，总分 8 分）

1. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(1-\cos\frac{\alpha}{n})$ 绝对收敛（$\alpha \neq 0$ 常数）

2. 设 $F(t)=\iiint_{\Omega(t)} f(x^2+y^2+z^2)dxdydz,\quad G(t)=\iint_{D(t)} f(x^2+y^2)dxdy$ 其中 $\Omega(t)=\left\{(x,y,z)\,|\,1\le x^2+y^2+z^2\le t^2\right\},\ D(t)=\left\{(x,y)\,|\,1\le x^2+y^2\le t^2\right\}$，若函数 f 连续且恒大于 0，试证当 $t>1$ 时，$F(t)>G(t)$。

3 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 过点$M(1,-2,1)$, 且与直线 $x=y-1=z-1$ 垂直的平面方程是（　　）。

A. $x+y+z=0$　　　　B. $x+y-z=-2$

C. $x-y-z=2$　　　　D. $x-y+z=4$

2. 函数$f(x,y)=2x^2+3y^2$ 在 $P\,(1,1)$处沿（　　）方向增长最快。

A. (-3,2)　　B. (3,-2)　　C.(2,3)　　D. (-2,-3)

3. 设$f(x,y)$ 是连续函数，则$\int_0^a dx\int_0^x f(x,y)dy$ =（　　）。

A. $\int_0^a dy\int_0^y f(x,y)dx$　　　　B. $\int_0^a dy\int_y^a f(x,y)dx$

C. $\int_0^a dy\int_a^y f(x,y)dx$　　　　D.$\int_0^a dy\int_0^a f(x,y)dx$

4. 设 Ω 是由球面$x^2+y^2+z^2=4$ 所围成的闭区域，则利用球面坐标计算，有$\iiint_\Omega x^2+y^2+z^2\,dv$ =（　　）。

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 r^2\,dr$　　　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 4\,dr$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 r^4\,sin\varphi dr$　　　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^2 4r^2\,sin\varphi dr$

5. 设 L 是平面内光滑的有向曲线弧段，则下列曲线积分中与路径无关的是（　　）。

A. $\int_L\ 3x^2\,ydx+2x^3ydy$　　　　B. $\int_L\ 2x\,ydx+x^2dy$

C. $\int_L\ (x^2+y^2)dx+(x^2-y^2)dy$　　　　D. $\int_L\ \frac{-ydx+xdy}{x^2+y^2}$

6. 下列级数中条件收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}(\frac{2}{3})^n$　　　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^2+1}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^3+1}}$　　　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

1. 圆柱螺旋线 $x=R\cos\theta, y=R\sin\theta, z=k\theta$在 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 对应点处的切线方程为 ____________________.

2. 设$D=\{(x,y)|\,x^2+y^2\le R^2\}$，则$\iint_D\ (3x-5y+8)dxdy$ = ____________________.

3. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$，则$\iint_\Sigma \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}$ = ____________________.

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n^2}$ 的收敛域为 ___________________.

5. 椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 上的点到直线 $2x+3y-6=0$ 的最短距离是 _________。

6. 将函数 $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 展开成 x 的幂级数：$\cosh x =$ ___________________.

三、计算题（本题共 6 小题，每题 7 分，满分 42 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1. 设 $z=(x^2+y^2)e^{x+y}$,求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot n!}{n^n}$ 的收敛性。

3. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 被平面 $z=1$ 截出的上半部分，求曲面 Σ 的面积。

4. 计算 $\iint_S xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中 S 为 $x^2+y^2+z^2=a^2,\ z\geq 0$ 的上半球面的外侧。

5. 验证：在 xOy 面内，$(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12ye^y)dy$ 是某个函数的全微分，并求出这个函数。

6. 设$f(x)$以 2π为周期，在 $(-\pi,\pi]$ 上的表达式为

$$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x\leq 0,\\ x^2, & 0<x\leq \pi,\end{cases}$$

将函数 $f(x)$ 展开为傅里叶级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分）

1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，并设$\int_0^1 f(x)dx = A$，证明$\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy = \frac{A^2}{2}$.

2. 已知平面区域 $D = \{(x,y) \mid 0 \le x \le \pi, 0 \le y \le \pi\}$，$L$ 为 D 的正向边界，证明

$$\oint_L xe^{\sin y}dy - ye^{-\sin x}dx = \oint_L xe^{-\sin y}dy - ye^{\sin x}dx$$

4 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 直线L：$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y+3z+4=0 \end{cases}$与平面$\pi$：$x-2y+2z=0$ 的位置关系为（　　）

A 直线在平面内　　　B 平行，但直线不在平面内　　　C 相交但不垂直　D 垂直

2 函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处的两个偏导数存在是函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处可微的（　　）

A 充分条件　　　B 必要条件　　　C 充分必要条件　　　D 既非充分也非必要条件

3 下列函数中，当$(x,y)\to(0,0)$时不存在极限的是（　　）

A $f(x,y)=\frac{x^2-xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$　　　　B $f(x,y)=\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$

C $f(x,y)=\frac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$　　　　D $f(x,y)=\frac{x^2y+xy^2}{x^2+y^2}$

4 设 D 是由直线$x+y=1, x+y=2, x=0, y=0$ 所围成的闭区域，记$I_1=\iint_\Omega \ln(x+y)dxdy$, $I_2=\iint_\Omega \ln^2(x+y)dxdy$, $I_3=\iint_\Omega \sqrt{x+y}dxdy$,则有（　　）

A $I_1<I_2<I_3$　　　B $I_2<I_1<I_3$　　　C $I_2<I_3<I_1$　　　D $I_3<I_2<I_1$

5 设曲面Σ的方程为$z=\sqrt{x^2+y^2}(0\le z\le 1)$，则曲面积分$\iint_\Sigma (x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}S$的值为（　　）

A $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$　　　B π　　　C $\sqrt{2}\pi$　　　D $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$

6 幂级数$x-\frac{x^3}{3}+\dots+(-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1}+\dots$的收敛域为（　　）

A $[-1,1]$　　　B $[-1,1)$　　　C $(-1,1]$　　　D $(-1,1)$

二 填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 已知$z=ln(x^2+xy+y^2)$，则$\mathrm{d}z|_{(1,0)}=$ ____________________

2 交换二次积分的次序：$\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{y^2}^{y} f(x,y)\mathrm{d}x=$ ____________________

3 曲面$z=2x^2+y^2+1$ 在点$M(1,-1,4)$处的切平面方程为 ____________________

4 设Γ是从$A(1,0,2)$到$B(-1,2,3)$的直线段，则曲面积分$\int_\Gamma (x+2y)\mathrm{d}s=$ ____________________

5 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^p}\sin\frac{1}{\sqrt{n}}$绝对收敛，则常数 p 的数值范围是 ____________________

6 二阶线性微分方程 $y''+3y'-4y=0$ 的通解为 ____________________

三 计算题（第 1-2 题，每题 6 分；第 3-5 题，每题 8 分；共计 36 分）

1 求函数$f(x,y)=x^2-y^2$在点$P(-1,1)$处沿点$P(-1,1)$到点 Q(0,0)的方向的方向导数。

2 设$z=f(x,y\sin x)$, 其中f具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3 求函数$f(x,y)=x^3+y^3-3x^2-3y^2$的极值。

4 求由曲面$z=x^2+2y^2$与曲面$z=6-2x^2-y^2$所围成立体的体积。

5 计算曲面积分$\iint_{\Sigma}(x^2-y)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(z^2-x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$为曲面$z=x^2+y^2$被平面$z=1$截下的部分，其法向量与$z$轴正向的夹角为钝角。

四（本题满分 12 分）设二元函数$f(x,y)$连续，且满足$f(x,y)=x^2\oint_L f(x,y)ds+xy\iint_D f(x,y)dxdy-1$，其中$D$为圆周$L$：$x^2+y^2=1$所围成的闭区域。

（1）试求$f(x,y)$的表达式；

（2）试证明：$\oint_L yf(x,y)\mathrm{d}x+xf(x,y)\mathrm{d}y=\frac{\pi}{2}\oint_L f(x,y)\mathrm{d}s$，其中$L$为逆时针方向。

五 证明题（本题满分 4 分）设$\sum_{n=1}^{\infty}a_n{}^2$收敛，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$绝对收敛。

5 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点$(1,-1,-1)$处的切平面方程为（　　）。

A. $2x+4y-z=0$　　B. $2x-4y-z=4$

C. $2x+4y-z=4$　　D. $2x-4y-z=7$

2. $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dx$ 则交换积分次序后得（　　）。

A. $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$　　B. $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$

C. $\int_0^1 dx\int_y^1 f(x,y)dy$　　D, $\int_0^1 dx\int_1^x f(x,y)dy$

3. 下列级数收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{10^n}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n^2})$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n}(1+\frac{1}{n})^{n^2}$

4. 设 L 沿$y=x^2$从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$，则$\int_L 2x\sin y dx+(x^2\cos y-3y^2)dy$ =（　　）。

A. 0　　B. $\sin 1$　　C. $\sin 1-1$　　D. $1-\sin 1$

5. 下列结论中，错误的是（　　）。

A. $x^2+y^2-z^2=0$ 表示圆锥面　　B. $x=y^2$表示抛物柱面

C. $x+2y^2+z^2=0$ 表示椭圆抛物面　　D. $x^2+2y^2-3z^2=1$ 表示双叶双曲面

6. 设 D 是由圆心在原点，半径为 1 的圆周所围成的闭区域，则$\iint_D e^{-x^2-y^2}dxdy$ =（　　）。

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}\rho d\rho$　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}d\rho$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-1}\rho d\rho$　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 e^{-\rho^2}\rho^2 d\rho$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1. 若向量 $(1,-1,3)$ 与向量 $(-2,2,a)$ 平行，则 $a=$____________.

2. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$，则$\oiint_{\Sigma}(x+\sin y+\arctan z)dS$ =____________.

3. 设$ax\cos y dx-(6y+x^2\sin y)dy$ 为某函数的全微分，则 $a=$____________.

4. 设 $\frac{y}{z}=\ln\frac{z}{x}$，则 $\frac{\partial z}{\partial y}$ =____________________.

5. 点 $(1,2,1)$ 到平面 $x+2y+2z-10=0$ 的距离为______________.

6. 曲线$x=t,y=-t^2,z=t^3$的所有切线中，与平面 $x+2y+z+4=0$ 平行的切线有

______条。

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 求三重积分 $\iiint_{\Omega} xdxdydz$ ，其中Ω为三个坐标面及平面 $x+2y+z=1$ 所围成的闭区域。

2、将函数 $\frac{1}{1+x^2}$ 展开为 x 的幂级数，并求其收敛区间。

3. 计算 $\int_L |y|ds$ ，其中 L 为右半个单位圆 $x=\sqrt{1-y^2}$.

4. 计算 $\oiint_{\Sigma}(x-y)dxdy$，其中Σ是圆柱体 $x^2+y^2\leq 1, 0\leq z\leq 3$ 表面的外侧。

5. 求函数$f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$的极值点。

四、证明题（本题共 2 小题，第 1 题 4 分，第 2 题 6 分，满分 10 分，应写出详细证明和计算过程）

1. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{3^n-1}$ 绝对收敛。

2. 证明曲线积分 $\int_{(1,0)}^{(2,1)}(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$ 在整个 xOy 面上内与路径无关，并计算此积分。

6 浙江理工大学 2015—2016 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设函数$z=z(x,y)$由方程$F(\frac{y}{x},\frac{z}{x})=0$ 确定，其中F为可微函数且$F_2'\neq 0$，则$xz_x+yz_y=$（　　）。

A. x　　B. z　　C. $-x$　　D. $-z$

2. 设有直线L_1：$\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+8}{1}$，$L_2$：$\begin{cases}x-y=6,\\2y+z=3,\end{cases}$ 则L_1与L_2的夹角为（　　）。

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

3. 设$f(x,y)$为连续函数，则$\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr=$（　　）。

A.$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_x^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$　　B. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$

C.$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_y^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$　　D. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

4. 设L_1：$x^2+y^2=1$，L_2：$x^2+y^2=2$，L_3：$x^2+2y^2=2$，L_4：$2x^2+y^2=2$ 为四条逆时针方向的平面曲线。记$I_i=\oint_{L_i}(y+\frac{y^3}{6})dx+(2x-\frac{x^3}{3})dy(i=1,2,3,4)$，则$\max\limits_{i=1,2,3,4}I_i=$（　　）。

A. I_1　　B. I_2　　C. I_3　　D. I_4

5. 设曲面Σ是上半球面：$x^2+y^2+z^2=R^2\ (z\geq 0)$，曲面$\Sigma_1$是曲面$\Sigma$在第一卦限中的部分，则有（　　）。

A. $\iint_\Sigma xdS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$　　B. $\iint_\Sigma ydS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$

C. $\iint_\Sigma zdS=4\iint_{\Sigma_1}xdS$　　D. $\iint_\Sigma xyzdS=4\iint_{\Sigma_1}xyzdS$

6. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$条件收敛，则$x=\sqrt{3}$与$x=3$ 依次为幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}na_n(x-1)^n$的（　　）。

A. 收敛点，收敛点　　B. 收敛点，发散点

C. 发散点，收敛点　　D. 发散点，发散点

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. $\mathbf{grad}\frac{1}{x^2+y^2}=$________________.

2. 交换积分次序$\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y}f(x,y)dx=$________________.

3. 设$\Omega=\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2\leq 1\}$，则$\iiint_\Omega x^2dv=$________________.

4. 设L为$y^2=x$上从点$A(1,-1)$到点$B(1,1)$的一段弧，则$\int_L xyds=$________________.

5. 设$\Sigma=\{(x,y,z)|x+y+z=1,x\geq 0,y\geq 0,z\geq 0\}$，则$\iint_{\Sigma} y^2dS=$________________.

6. 设 $f(x)=|x-\frac{1}{2}|$，$b_n=2\int_0^1 f(x)\sin(n\pi x)dx(n=1,2,...)$，令$S(x)=\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\pi x)$

，则$S(-\frac{9}{4})=$________________.

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 判断下列级数的收敛性。

（1）$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\frac{\pi}{3^n}$　　　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin\frac{n}{3^{n-1}}$

2.求函数$f(x,y)=(y+\frac{x^3}{3})e^{x+y}$ 的极值。

3. 计算二重积分$\iint_{D} (3x+2y)dxdy$，其中 D 是由两坐标轴及直线$x+y=2$ 所围成的区域。

4. 计算曲线积分$\int_L \ (e^x \sin y - 2y)dx + (e^x \cos y - 2\,)dy$，其中 L 为上半圆周 $(x-a)^2 + y^2 = a^2$，$y \geq 0$ 沿逆时针方向。

5. 计算曲面积分$\iint_\Sigma \ (y^2 - z)dydz + (z^2 - x)dzdx + (x^2 - y)dxdy$，其中$\Sigma$为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}\ (0 \leq z \leq h)$ 的外侧。

6. 设函数$f(x)$的周期为 2π 且$f(x) = 3x^2 + 1\ (-\pi \leq x \leq \pi)$，将$f(x)$展开成傅里叶级数。

三、综合题（本题 8 分）

已知函数$z=u(x,y)$的全微分为 $dz=(x+2y)dx+(2x+y)dy$ 且 $u(0,0)=0$，

（1）求出这样的函数$u(x,y)$；

（2）求曲面$z=u(x,y)$在点$(1,1,3)$处的切平面和法线方程。

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分）

1. 证明：$\int_0^a dy\int_0^y e^{m(a-x)}f(x)dx=\int_0^a (a-x)e^{m(a-x)}f(x)dx.$

2. 设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$都收敛，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty} (u_n+v_n)^2$也收敛。

7 浙江理工大学 2014—2015 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 已知曲面 $2z = x^2 + y^2$ 上点 M 的切平面平行于平面 $x - y + z = 1$，则 M 的坐标为(　　)。

A. (-1, 1, 1)　　B. (-1, -1, 1)　　C. (1, -1, 1)　　D. (1, 1, 1)

2. 二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $f_x(x_0,y_0)$ 、 $f_y(x_0,y_0)$ 存在，是 $f(x,y)$ 在该点连续的（　　）。

A. 充分而非必要条件　　B. 必要而非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

3. 设 C 为闭区域 $D = \{(x,y)|x^2 + y^2 \le 1\}$ 的取正向的边界曲线，则积分 $\oint_C (-y)dx + xdy =$（　　）。

A. $-\pi$　　B. 0　　C. π　　D. 2π

4. 设曲面 Σ 是上半球面：$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ $(z \ge 0)$，曲面 Σ_1 是曲面 Σ 在第一卦限中的部分，则有（　　）。

A. $\iint_\Sigma xdS = 4\iint_{\Sigma_1} xdS$　　B. $\iint_\Sigma ydS = 4\iint_{\Sigma_1} ydS$

C. $\iint_\Sigma zdS = 4\iint_{\Sigma_1} zdS$　　D. $\iint_\Sigma xyzdS = 4\iint_{\Sigma_1} xyzdS$

5. 设 $f(x,y)$ 是定义在区域 $D = \{(x,y)|x^2 + y^2 \le 1\}$ 上的连续函数，则二重积分 $\iint_\Omega f(x,y)dxdy =$（　　）。

A. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 rf(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$　　B. $\int_0^1 rf(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$　　D. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r rf(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$

6. 设 $0 \le a_n < \frac{1}{n}$ $(n = 1,2,3, \ldots)$，则下列级数中肯定收敛的是（　　）。

A. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n^2$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 过点 $P(1,2,-1)$ 与直线 L：$\begin{cases} 4x - y + 2z = 2; \\ 2x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$ 垂直的平面方程为____________.

2. 设 $f(x,y) = x^3\cos(1-y) + (y-1)\sin x$，则 $f_x(1,1) =$____________.

3. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛区间为____________.

4. 若 $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,d\sigma=\frac{16}{3}\pi$，其中积分区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le a^2\}$，则 $a=$____________.

5. 设 L 为圆周$x^2+y^2=ax$，则$\oint_L \sqrt{x^2+y^2}ds=$____________.

6. 将函数$f(x)=e^x$ 展开成 x 的幂级数：$e^x=$ ____________.

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分，应写出演算过程及文字说明）

1 设$z=e^{x^2+y^2}$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 以及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2 计算$\iint_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中 D 是圆周上$x^2+y^2=4$ 以及$x^2+y^2=1$ 所围成的闭区域。

3 计算曲线积分$\int_\Gamma \frac{(x-y)dy-(x+y)dx}{x^2+y^2}$，其中$\Gamma$：$x=a\cos t$，$y=a\sin t$上从$t=0$ 到$t=\pi$的一段弧。

4 计算曲面积分$\iint_{\Sigma}\ 2(1-x^2)dydz+8xydzdx-4xzdxdy$，其中$\Sigma$为曲线$x=e^y(0\le y\le a)$绕 x 轴旋转一周而成的旋转曲面的外侧。

7. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}nx^{n+1}$的和函数。

8. 将函数 $f(x)=x^2(-\pi\le x\le\pi)$ 展开成傅里叶级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，满分 8 分）

1. 设函数$f(u)$是连续函数，Γ是xOy平面上一条分段光滑的闭曲线，证明；

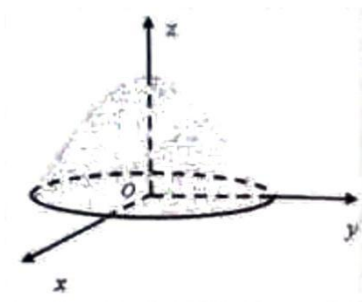
$$\oint_{\Gamma} f(x^2+y^2)xdx+f(x^2+y^2)ydy=0.$$

2. 利用 $\frac{d}{dx}(\frac{e^x-1}{x})$ 在$x=0$ 处展开成的幂级数证明$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{(n+1)!}=1$.

五、数学建模题（本题 8 分，应写出具体建模和求解过程）

设有一高度为$h(t)$(t为时间)的雪堆在融化过程中，其侧面满足方程$z=h(t)-\frac{2(x^2+y^2)}{h(t)}$.设长度单位为厘米，时间单位为小时，已知体积减少的速率与侧面积成正比（比例系数为 0.9），问高度为 130cm 的雪堆全部融化需要多少小时？

（提示：设 t 时刻雪堆的体积为$v(t)$，侧面积为$S(t)$，则根据题意，有$\frac{d}{dt}v(t)=-0.9S(t)$；计算体积$v(t)$与侧面积$S(t)$时可将 t 看成常量）



8 浙江理工大学 2013—2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

（本试卷共四页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 若函数 $z=f\left(x,y\right)$ 在点 P 处的两个偏导数存在，则它在 P 处（　　）

（A） 连续　　（B） 可微　　（C） 不一定连续　　（D）一定不连续

2. 设 a 为常数，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\sin(na)}{n^2}-\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ 的敛散情况是（　　）

（A） 条件收敛　　（B）绝对收敛　　（C）发散　　（D）敛散性与 a 的取值有关

3. 设 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 是正项级数，则部分和数列 $\left\{S_n\right\}$ 有界是数列 $\left\{a_n\right\}$ 收敛的（　　）

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既非充分也非必要条件

4. 设平面区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1\right\}$，$D_1=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1,x\ge 0,y\ge 0\right\}$，则 $\iint\limits_{D}(x^2+y^3)dxdy=$（　　）

（A） $4\iint\limits_{D_1}(x^2+y^3)dxdy$　　（B） $4\iint\limits_{D_1}x^2dxdy$　　（C） $4\iint\limits_{D_1}y^3dxdy$　　（D）. 0

5. 设函数 $f(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 的某领域内连续，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1$，则下述四个选项中正确的是(　　)

（A）点 $(0,0)$ 不是函数 $f(x,y)$ 的极值点；　　（B）点 $(0,0)$ 是函数 $f(x,y)$ 的极大值点；

（C）点 $(0,0)$ 是函数 $f(x,y)$ 的极小值点；

（D）依所给条件无法确定点 $(0,0)$ 是否为函数 $f(x,y)$ 的极值点；

6. 已知 $\frac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$ 为某函数的全微分，则 a 等于（　　）

（A） -1　　（B） 0　　（C）1　　（D）2

二、填空题（本题共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分）

1. 曲线 $x=\frac{t}{1+t},y=\frac{1+t}{t},z=t^2$ 对应于 $t=1$ 的点处的法平面方程为________________；

2. 化二次积分 $\int_0^2dx\int_x^{\sqrt{3}x}f(\sqrt{x^2+y^2})dy$ 为极坐标形式____________________；

3．设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=x$，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=3$ 处收敛于________，在 $x=\pi$ 处收敛于_______；

4．设 L 为连接 $(1,0)$ 与 $(0,1)$ 两点的直线段，则 $\int_L (x+y)ds=$____________；

5．设 $x^2=\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx, (-\pi \le x \le \pi)$, 则 $a_2=$__________________；

6．级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+5^n}{n} x^n$ 的收敛区间是________________；

7．函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿点 A 指向 $B(3,-2,2)$ 方向的方向导数为_______.

三、计算题（本题共 6 小题，每题 6 分，满分 36 分）

1．$z=f(u,x,y), u=xe^y$，其中 f 具有连续二阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

2．判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{2^n}$ 的敛散性.

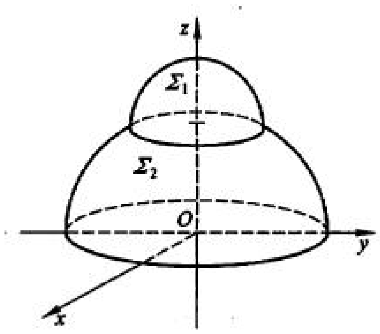
3. 计算 $\int_L (2x-y+4)dx+(5y+3x-6)dy$，其中 L 为三顶点分别为 $(0,0)$，$(3,0)$ 和 $(3,2)$ 的三角形正向边界.

4 设 Σ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}\ (0\le z\le 1)$ 的下侧，计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz+2ydzdx+3(z-1)dxdy$.

5. 将函数 $f(x)=\dfrac{1+x}{(1-x)^2}$ 展开为 x 的幂级数.

6．求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$ 的和函数.

四、应用题（本题满分 7 分）如图所示的是某一建筑物的屋顶，它由曲面 Σ_1 与 Σ_2 拼接而成，Σ_1 是半径为 1 的半球面，Σ_2 是半径为 2 的半球面的一部分，请问屋顶的面积是多少？



五、证明题（本题满分 5 分）设 $f(u)$ 具有二阶连续导数，且 $g(x,y)=f(\dfrac{y}{x})+yf(\dfrac{x}{y})$，证

$$x^2\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}=\frac{2y}{x}f'(\frac{y}{x})$$

9 浙江理工大学 2012—2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

（本试卷共四页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $D:-1\le x\le 1, 0\le y\le 1$，则 $\iint\limits_D \operatorname{sgn}(y-x)dxdy=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

2. 在点 (x,y) 处 $f(x,y)$ 可微的充分条件是（　　）

A. $f(x,y)$ 的所有二阶偏导数连续　　B. $f(x,y)$ 的所有一阶偏导数连续

C. $f(x,y)$ 连续　　D. $f(x,y)$ 连续且 $f(x,y)$ 对 x,y 的偏导数都存在

3. 设 $\int_C xy^2dx+y\varphi(x)dy$ 与路径无关，其中 $\varphi(x)$ 具有连续导数，且 $\varphi(0)=0$，则 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy^2dx+y\varphi(x)dy=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

4. 设 Σ 是界于 $z=0$ 及 $z=R$ 之间的圆柱面 $x^2+y^2=R^2$，则 $\iint\limits_\Sigma \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}=$（　　）

A. $\frac{\pi^2}{8}$　　B. $\frac{\pi^2}{4}$　　C. $\frac{\pi^2}{2}$　　D. π^2

5. 对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点 $(0,3)$（　　）

A. 是极小值点　　B. 是极大值点　　C. 是驻点但非极值点　　D. 不是驻点

6. 下列级数条件收敛的是（　　）

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{2^n}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n(n-1)}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{n+1}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\frac{1}{\sqrt{n}}$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 曲线 $\begin{cases} z=x^2+2y^2 \\ x+2y+z=6 \end{cases}$ 在点 $(1,1,3)$ 处的一个切向量为____________________;

2. 已知 $\sum_{n=1}^{\infty}(2-u_n)$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin(\pi u_n)}{u_n}=$______________;

3. 方程$u=\varphi(u)+\int_y^x p(t)dt$确定了$u$是$x,y$的函数，其中$\varphi(u)$连续且可微，$\varphi'(u)\neq 1$，

则$p(y)\dfrac{\partial u}{\partial x}+p(x)\dfrac{\partial u}{\partial y}=$______________;

4. 设L为圆周$x^2+y^2=1$则$\int_L (x+1)^2 ds=$___________;

5. 设 Ω 是 由 曲 面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 平 面 $z=2$ 所 围 成 的 闭 区 域 ， 则 $\iiint\limits_{\Omega}(y+z)dv=$______________;

6. 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-2)^n}{n\cdot 2^n}$的收敛域为________________。

三、计算题（本题共 4 小题，每小题 7 分，满分 28 分）

1．设$z=f(xy,\dfrac{x}{y})+\sin y$，其中$f$具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2. 计算$\iint\limits_D \arctan\dfrac{y}{x}dxdy$，其中$D$是由圆周$x^2+y^2=4,x^2+y^2=1$及直线$y=0,y=x$所围成的在第一象限内的闭区域。

3. 求$\iint\limits_{\Sigma}\left(x-y^2\right)dydz+\left(y-z^2\right)dzdx+\left(z-x^2\right)dxdy$，其中$\Sigma$为半球面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$的上侧。

4. 将函数$f(x)=\dfrac{1}{2-x}$展开为x的幂级数（注明收敛域）。

四、解答题（本题共 2 小题，第 1 小题 10 分，第 2 小题 8 分，满分 18 分）

1.（1）验证$\left(2xy^3-y^2\cos x\right)dx+\left(1-2y\sin x+3x^2y^2\right)dy$在整个 *xoy* 平面内为某个函数$F\left(x,y\right)$的全微分，并求$F\left(x,y\right)$；

（2）计算$I=\int_C\left(2xy^3-y^2\cos x+y\right)dx+\left(1-2y\sin x+3x^2y^2\right)dy$，其中 C 为单位圆$x^2+y^2=1$的正向。

2. 将函数 $f(x)=x$ 在 $[0,\pi]$ 上展开成余弦级数。

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 3 分，满分 6 分）

1. 设 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,a\right]$ 上连续，证明：$\int_0^a dy\int_0^y f\left(x\right)dx=\int_0^a\left(a-x\right)f\left(x\right)dx$ 。

2. 试证明定理：如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 绝对收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 必定收敛。

10 浙江理工大学 2011-2012 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

（本试卷共四页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 的极值为（　　）

A. 极大值为 8　　B．极小值为 0　　C. 极小值为 8　　D. 极大值为 0

2. 二元函数 $f(x,y)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 处 ①连续；②两个偏导数连续；③可微；④两个偏导数都存在，那么下面关系正确的是（　　）

A. ③⇒①⇒④　　B. ③⇒②⇒①

C. ③⇒④⇒①　　D. ②⇒③⇒①

3. 曲线 $\begin{cases} x-y+z=2 \\ z=x^2+y^2 \end{cases}$ 在点（1，1，2）处的一个切线方向向量为（　　）.

A. （-1，3，4）　B.（3，-1，4）　C. （-1，0，3）　D. （3，0，-1）

4. 设 $I=\iint\limits_D e^{x^2+y^2}d\sigma$，$D: x^2+y^2\le 4$，则 $I=$（　　）

A. $\frac{\pi}{2}(e^4-1)$　　B. $2\pi(e^4-1)$　　C. $\pi(e^4-1)$　　D. πe^4

5. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$，则 $\iint\limits_\Sigma \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}=$（　　）

A. $4\pi R^2$　　B. 4π　　C. πR^2　　D. π

6. 若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则此级数在 $x=2$ 处（　　）.

A. 条件收敛　　B. 绝对收敛　　C. 发散　　D. 敛散性不能确定

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 曲面 $z=xy$ 上点 M 处的法线垂直于平面 $2x-y-z=5$，则 M 的坐标是____________;

2. 设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(2,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为________________;

3. 交换积分顺序，有 $\int_0^1 dy\int_{-y}^{\sqrt{2y-y^2}}f(x,\ y)dx=$_________________________;

4. 设椭圆 L：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的周长为 l，则 $\oint_L(\sqrt{3}x+2y)^2ds=$______________;

5. 设 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，它在区间 $(-1,1]$ 的定义为 $f(x)=\begin{cases}2 & -1<x\le 0\\ x & 0<x\le 1\end{cases}$，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=1$ 收敛于______________.

三、解答题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

1．求过点 M（4,-3,1）且与两直线：$\dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-3}$ 和 $\begin{cases}x+2y-z+1=0\\ 2x-z+2=0\end{cases}$ 都平行的平面方程.

2. 设 $z=f(xy,\dfrac{x}{y})+\sin y$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\ \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 展开为 $x-3$ 的幂级数，并求收敛域.

4. 计算$\iiint\limits_{\Omega} xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由柱面$x^2+y^2=1$及平面$z=1, x=0, y=0$所围成且在第一卦限内的区域.

5. 求曲线积分$\int_L (x^2-2y)dx-(x+\sin^2 y)dy$，其中 L 是沿曲线$y=1-\sqrt{2x-x^2}$由点（0，1）到点（2，1）的弧段.

6. 计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} y^2 dzdx + zdxdy$，其中$\Sigma$是球面$x^2+y^2+z^2=4(z\geq 0)$的上侧.

四、综合题（本题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

1. 验证 $(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y+12ye^y)dy$ 在整个 xoy 平面内是某一函数 $u(x,y)$ 的全微分, 并求这样的一个 $u(x,y)$.

2. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}x^{n-1}$ 的收敛域、和函数以及数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$ 的和.

五、证明题（4 分）设 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n{}^2$ 收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ 绝对收敛.

11 浙江理工大学 2010-2011 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（本题共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分）

1、设函数 $f(x)$ 为连续函数，$F(x)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$，则 $F'(2)=$（　　）

A. $2f(2)$　　B. $-f(2)$　　C. $f(2)$　　D. 0

2、设 D 由 $x^2+y^2=3$ 所围成，则 $\iint\limits_D(x^2+y^2)dxdy=$（　　）

A. $3\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho d\rho$　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho^3 d\rho$　C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho^2 d\rho$　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{3}\rho^3 d\rho$

3、下列级数中，发散的是（　　）

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+n^2}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\ln n}$

4、设 L 为从点 A（-R，0）到 B（R，0）的上半圆周 $x^2+y^2=R^2$，则 $\int_L ydx+xdy=$（　　）

A. 1　　B. -1　　C. -2　　D. 0

5、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域为（　　）

A. $[4,6)$　　B. $[-1,1)$　　C. $[-5,5)$　　D. $(-1,1)$

6、设曲线积分 $\int_C\left[f(x)-e^x\right]\sin ydx-f(x)\cos ydy$ 与路径无关，其中 $f(x)$ 具有一阶连续导数，且 $f(0)=0$，则 $f(x)$ 等于（　　）

A. $\frac{1}{2}(e^{-x}-e^x)$　　B. $\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$　　C. $\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})-1$　　D. $1-\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$

7、级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛是 $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$ 的（　　）

A. 充分而非必要条件　　B. 既非必要又非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 必要而非充分条件

二、填空（每题 4 分，共 20 分）

1、设 l 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，则 $\oint_l\ (2xy+x^3+4y)\mathrm{d}s$______________

2、设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧，则 $\oiint\limits_{\Sigma}x^3dydz+y^3dxdz+z^3dxdy=$___________

3、将函数$shx=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$展开成 x 的幂级数，$shx=$____________

4、设积分区域 D 是由直线 y=0、x=1 及 y=2x 所围成的闭区域，则$\iint\limits_D xyd\sigma=$___________

5、曲面$e^z-z+xy=3$在点（2，1，0）处的切平面方程为_____________

三、简答题（每题 6 分，共 30 分）

1、判别级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\cos\dfrac{\pi}{n}\right)$的收敛性。

2、计算曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{dS}{z}$，其中$\Sigma$是球面$x^2+y^2+z^2=a^2$被平面$z=h\left(0<h<a\right)$截出的顶部。

3、求曲面积分$\oiint\limits_S\left(x+2y+3z\right)dxdy+\left(y+2z\right)dydz+\left(z^2-1\right)dxdz$，其中 S 为三坐标面与平面$x+y+z=1$所围成的四面体的外侧。

4、计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} zdxdydz$，其中 Ω：平面 x=1，x=2，y=x，z=0 及 2z=y 围成。

5、计算 $\int\limits_{L} xydx+\left(y-x\right)dy$，$L$：是抛物线 $y=x^2$ 上从点 O（0，0）到点 A（1，1）的一段弧。

四、设 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，问：（1）函数 $f\left(x,y\right)$ 在点（0，0）是否连续？（2）求 $f\left(x,y\right)$ 在点（0，0）的偏导数 $f_x\left(0,0\right)$ 和 $f_y\left(0,0\right)$，在点（0，0）是否可微？说明理由。**（6 分）**

五、设 $f(x,y)$ 在闭区间 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le y, x\ge 0\}$ 上连续，且 $f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi}\iint\limits_D f(x,y)dxdy$，求 $f(x,y)$。**（6分）**

六、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{n!}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 的和。**（6分）**

七、设 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，证明：$2\int_0^a f(x)dx\int_x^a f(y)dy=\left[\int_0^a f(x)dx\right]^2$ **（4分）**

高数 A1、A2 所有试卷系列汇总

（试题册和答案册配套，为两个小册子，这里为了节省空间，就将两本册子写在了一块儿）
（版本号与年份有关；发行次数会根据当年发行情况进行修改）
高等数学 A1 期中试题册、答案册上 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期中试题册、答案册下 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期中试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

高等数学 A1 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

高等数学 A2 期中试题册、答案册上 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A2 期中试题册、答案册下 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A2 期中试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册**上 2022 第二版第 2 次发行**.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

数学通识必修课 其它系列试卷汇总

高等数学 B2 期末系列：（具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页）
高等数学 B2 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 B2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末系列：
线性代数 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末系列：
线性代数 B 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末系列：
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 B 期末系列：
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计期末练习系列：
概率论与数理统计练习试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf