高等数学 A2

浙江理工大学期末试题汇编

（试卷册 下）

学校：____________________

专业：____________________

班级：____________________

姓名：____________________

学号：____________________

（此试卷为 2022 年第二版 第 2 次发行）

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose.”风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这所城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦

2022 年 3 月 23 日

目 录

2022 年所有试卷版本见尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

第 2 次发行说明：

发行时间：2022 年 5 月 8 日

改版内容：将近十一年的 A 卷放在了试卷册上册中，将近几年的 B 卷和过早年份的 A 卷放在了试卷册下册中。A 卷为正式考卷，B 卷为补考卷。命题老师会将 A、B 卷命为平行卷，难度持平。

更多信息

试卷整理人：张创琦　　　　　　　微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 5 月 8 日 第二版 第 2 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）》、《走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实》、《送给即将期末考试的你》、《那些你不曾在选课中注意到的事情》、《身为大学生，你的劳动价值是多少？》（荐读）、《如何找到自己的培养计划》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的老师、我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理数学考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

12 浙江理工大学 2020-2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、 选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $\vec{a}=(1,2,3)$ 为 $\mathbb{R}^3$ 中的向量，Γ 为 $\mathbb{R}^3$ 中由方程 $5x-3y-z=5$ 决定的平面，则下列说法中正确的是：（　）
   (A) $\vec{a}$ 与 Γ 垂直。
   (B) $\vec{a}$ 与 Γ 平行。
   (C) 向量 $(5,-3,-1)$ 与 Γ 平行，但是与 $\vec{a}$ 不平行。
   (D) 向量 $(7,16,-13)$ 与 $\vec{a}$ 垂直、与 Γ 平行。
2. 设 $U\subset\mathbb{R}^2$ 为 (x_0,y_0) 的一个邻域，设 $f(x,y)$ 为 U 上的光滑函数，设 $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)=\frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0)=0$，则下列说法中正确的是：（　）
   (A) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)>0$, 则 (x_0,y_0) 必为 f 的极小值点。
   (B) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2>0$, 则 (x_0,y_0) 必是 f 的极值点。
   (C) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2>0$, 则 (x_0,y_0) 必不是 f 的极值点。
   (D) 若 $f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-(f_{xy}(x_0,y_0))^2>0$, 则 (x_0,y_0) 可能不是 f 的极值点。
3. 设 C 为平面内的指定了方向的曲线，下列积分中积分值只与曲线的起点与终点有关的是：（　）
   (A) $\int_C y\cos(xy)dx+x\cos(xy)dy$　　(B) $\int_C xdx+xydy$
   (C) $\int_C xdy-ydx$　　(D) $\int_C xdy$
4. 设 C 为平面内的封闭的定向曲线，下列积分中必为零的是：（　）
   (A) $\oint_C xdy-ydx$　(B) $\oint_C xdy$　(C) $\oint_C xdy+ydx$　(D) $\oint_C ydx$

5. 对于级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n}$，下列判断中正确的是：（　）
   (A) 收敛但不绝对收敛。　(B) 收敛且绝对收敛。
   (C) 不收敛。　(D) 以上说法均不对。
6. 若已知幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}a_nx^n$ 在 $x=4$ 处收敛，记该幂级数的收敛半径为 R, 则下面说法中正确的是（　）
   (A) $R>4$.　(B) $R\geqslant 4$.
   (C) $R<4$.　(D) 以上说法都不对。

二、 填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. $\mathbb{R}^3$ 中以 $(0,0,0)$,$(1,1,1)$,$(1,-1,1)$ 为顶点的三角形的面积为: ______ .
2. 函数 $f(x,y)=x^y$ 在点 $(2,1)$ 处增长最快的方向为: ____________ .
3. 设函数 $y=h(x,z)$, 是由方程 $x^4+2y^4+xz^4=2$ 在点 $(-1,-1,-1)$ 附近所决定的隐函数，则 $h_z(-1,-1)=$ ______ .
4. 设 $f(x,y)$ 是定义在 $[0,1]\times[0,1]$ 上的连续函数，交换 $\int_0^1 dy\int_0^{y^3}f(x,y)dx$ 的积分顺序得到: ____________ .
5. 设 $a>0$, $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant ay\}$, $f(x,y)$ 为 D 上连续函数，在极坐标变换 $x=r\cos\theta,y=r\sin\theta$ 下 $\iint_D f(x,y)dxdy=$ ____________________ .
6. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}nz^{n-1}$ 的和函数为 ________ .

三、 计算题（共 8 小题，每小题 6 分，满分 48 分，应写出演算过程与说明，否则零分）

1. 求由方程组 $\begin{cases} x^4+y^4+2z^2-4x=0 \\ x-2y+3z-2=0 \end{cases}$ 所决定的曲线在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程。

2. 计算二重积分 $\iint_D (x+y)dxdy$, 其中 D 是由 $y=x^2$ 与 $x=y^2$ 在第一象限围成的区域。

3. 试求原点到 $\mathbb{R}^3$ 中的曲面 $S=\{(x,y,z)|(x-y)^2+z^2=1\}$ 的最短距离。

4. 试求曲线积分 $\int_C y dx + x^2 dy$, 其中 C 为先从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 再从 $(1,1)$ 到 $(0,2)$ 的折线段。

5. 试用格林公式计算椭圆 $D=\{(x,y)|\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leqslant 1\}$ 的面积。

6. 试求第一型曲面积分 $\iint\limits_S ((x+y)^{2021}+z)dS$, 其中 S 为上半球面 $x^2+y^2+z^2=R^2, z\geqslant 0$.

7. 设 $h>0$, S 为旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 在平面 $z=h$ 以下的部分，试用高斯公式求第二型曲面积分：$\iint_S x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy$, 其中 S 取上侧。

8. 设 $f(x)=x^2, -\pi\leqslant x\leqslant\pi$, 试将 f 关于 $[-\pi,\pi]$ 上的正交函数系 $\{1,\sin nx,\cos nx\mid n=1,2,\cdots\}$ 展开为傅里叶级数。

四、（本题 4 分） 试证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{\ln n}{(n+1)^2}$ 是收敛的。

13 浙江理工大学 2019-2020 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一 选择题（共 24 分，每题 4 分）

1 函数 $f(x,y)=x^2-y^2+x^2y^2$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分 $df(1,1)$ 为 （ ）

A.0　　B. $dx+dy$　　C.$4dx$　　D. $2dx-dy$

2 已知直线 $l_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$，$l_2$:$\dfrac{(x-1)}{-3}=\dfrac{3(y-2)}{5}=4(z-3)$，则直线 l_1 与直线 l_2 有何种关系 （ ）

A.垂直且相交　　B.平行　　C.夹角为锐角　　D.垂直且不相交

3 设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，则下列叙述错误的是（ ）。

A. 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续；　　B. 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可导；

C．函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处存在方向导数；

D. 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处偏导数连续

4 设 Ω_1 由 $x^2+y^2+z^2, z\ge 0$ 确定，Ω_2 由 $x^2+y^2+z^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$ 确定 ,则（ ）

A. $\iiint_{\Omega_1} xdxdydz=4\iiint_{\Omega_2} xdxdydz$　　B. $\iiint_{\Omega_1} ydxdydz=4\iiint_{\Omega_2} ydxdydz$

C. $\iiint_{\Omega_1} zdxdydz=4\iiint_{\Omega_2} zdxdydz$　　D. $\iiint_{\Omega_1} xyzdxdydz=4\iiint_{\Omega_2} xyzdxdydz$

5 设 L 是从 $A(1,0)$到 $B(-1,2)$的直线段，则 $\int_L xdy+ydx=$ （ ）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. -2　　D. 0

6 下列级数中收敛的是（ ）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln(1-\dfrac{1}{n^2})$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n-1}{n^2+n}$　　C.$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{\pi}{n}$　　D $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\ln n}{n}$

二 填空题（共 24 分，每题 4 分）

1 $\vec{a}=(1,1,1),\vec{b}=(0,2,-1)$,则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为______

2 已知 $z=(x^2+y^2)\sin xy$，则 dz=______

3 设 $D=\{(x,y)\big|\ x^2+y^2\le 4\}$，则积分 $\iint\limits_D xydxdy=$__________

4 设 L 是半周：$x^2+y^2=-2x, y>0$ 的负向，则 $\int_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$__________

5 设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(1,-1,1)$ 处的梯度为__________

6 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-2)^n$ 在 $x=-1$ 处发散，在 $x=5$ 处收敛，则该幂级数的收敛半径 $R=$ _

三 计算题（**本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分**）

1. 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin\frac{\pi}{2^n}$ 的敛散性

2. 求函数 $f(x,y)=(y+\frac{x^3}{3})e^{x+y}$ 的极值.

3. 计算二重积分 $\iint_D (x^2+xye^{x^2+y^2})dxdy$,其中 $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\right\}$

4. 计算 $I=\oint_{L}\frac{(x+y)dx-(x-y)dy}{x^{2}+y^{2}}$，其中 L 为 $|x|+|y|=1$ 的顺时针方向

5.计算曲面积分 $\iint_{\Sigma}\mathrm{zdx}dy$，其中 $\sum$ 为 $\mathrm{x}^{2}+y^{2}+z^{2}\leq 1$ 的内测位于第一和第八卦限的部分

6. 将 $\frac{1}{1\text{-}\mathrm{x}^{2}}$ 展开成 x 的幂级数

四 综合题（本题 8 分）

求曲面$z=2x^2+\frac{y^2}{2}$上平行于平面$2z+2y-4x+1=0$的切平面方程，并求切点处的法线方程

五 证明题（本题 8 分）

设函数$\mathrm{f}(x)$在$(-\infty,\infty)$内具有连续的一阶偏导数，L 为上半球面内的有限光滑函数，起点为（1，2），终点为（2，1），记

$$\mathrm{I}=\int_L \frac{1}{y}[1+y^2 f(xy)]dx+\frac{x}{y^2}[y^2 f(xy)-1]dy$$

证明 I 与积分路径无关，并求出 I 的值。

14 浙江理工大学 2018-2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1、向量 $\vec{a}=(4,-3,4)$ 在向量 $\vec{b}=(2,2,1)$ 上的投影是（　　）。

A、2　　B、3　　C、6　　D、12

2、设$\vec{n}$是曲面 $2x^2+3y^2+z^2=6$ 在点 P(1,1,1)处的指向外侧的法向量，则函数$u=\frac{1}{z}(6x^2+8y^2)^{\frac{1}{2}}$在此处沿方向$\vec{n}$的方向导数为（　　）。

A、$\frac{\sqrt{14}}{7}$　　B、$-\frac{11}{7}$　　C、$\frac{11}{7}$　　D、 0

3、下面表达式中肯定不是某个二元函数的全微分的是（　　）。

A、$xdx+ydy$　　B、$xdx-ydy$

C、$ydx+xdy$　　D、$ydx-xdy$

4、设平面区域 D 由曲线$y^2=2x$和直线 $x=1$ 所围成，则$\iint_D y\sqrt{4-x^2}dxdy=$（　　）。

A、-1　　B、0　　C、1　　D、2

5、下列级数中条件收敛的是（　　）。

A、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(\frac{2}{3}\right)^n$　　B、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{\sqrt{2n^2+1}}$

C、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{2n^3+1}}$　　D、$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

6、若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-2)^n$在 x=3 处收敛，则此级数在 x=1 处（　　）。

A、条件收敛　　B、绝对收敛　　C、发散　　D、无法判断收敛性

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

1、旋转曲面 $3x^2+2y^2+3z^2=12$ 在点 P$(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$ 处指向外侧的单位法向量为___________。

2、设$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le R^2\}$，则$\iint_D(3x-5y+8)\,dxdy$=____________________。

3、设 L 是从 A (1,0) 到 B(-1,2)的直线段，则曲线积分$\int_L(x+y)ds=$_________________。

4、设Ω是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$ 所围成的闭区域，则$\iiint_\Omega zdv=$ _______________。

5、幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n^2}$的收敛域是______________。

6、设函数$f(x)$是周期为 2π的周期函数，它在$[-\pi,\pi)$ 上的表达式为$f(x)=x$。将 f(x)展开成傅里叶级数 *S(x)*，则$S(\pi)=$ ______________。

三、计算题（本题共 6 小题，每题 7 分，满分 42 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、通过交换积分次序计算$\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1\sqrt{1+x^3}dx$。

2、求二元函数$f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$的极值。

3、设$f(x,y)$连续，且$f(x,y)=xy+\iint_D f(x,y)dxdy$，其中 D 是由$y=0,y=x^2,x=1$所围成的区域，求$f(x,y)$。

4、计算曲线积分$\int_L (x^2+xy)dy$，其中 L 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 上由点 A (2,0)到点 B (-2,0)的弧段。

5、计算$\iint_S xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中 S 为$x^2+y^2+z^2=a^2, z\geq 0$ 的上半球的外侧。

6、将 $f(x)=\frac{x}{2+x-x^2}$ 展开成 x 的幂级数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分）

1、设 L 是一条分段光滑的闭曲线，证明：

$$\oint_L (2xy^3 - y^2\cos x)dx + (1 - 2y\sin x + 3x^2y^2)dy = 0。$$

2、若正项级数$\{x_n\}$单调增加且有上界，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(1-\frac{x_n}{x_{n+1}})$ 收敛。

15 浙江理工大学 2016-2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、 在曲线：$x=t,y=-t^2,z=t^2$的所有切线中，与平面Π：$x+2y+z+4=0$ 平行的切线（　　）

（A）只有 1 条　　（B）只有 2 条　　（C）至少有 3 条　　（D）不存在

2、$I=\int_0^1 dy\int_{1-y}^1 f(x,y)dx$，则交换积分次序后得（　　）

（A）$I=\int_0^1 dx\int_{1-x}^1 f(x,y)dy$　　（B）$I=\int_0^{1-y} dx\int_0^1 f(x,y)dy$

（C）$I=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy$　　（D）$I=\int_0^1 dx\int_0^{x-1} f(x,y)dy$

3、设$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$是正项级数，则部分和数列$\{s_n\}$有界是数列$\{a_n\}$收敛的（　　）

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既非充分也非必要条件

4、下列结论中错误的是（　　）

（A）$z+2x^2+y^2=0$ 表示椭圆抛物面　（B）$x^2+2y^2=1+3z^2$表示双叶双曲面

（C）$x^2+y^2-(z-1)^2=0$ 表示圆锥面　（D）$y^2=5x$表示抛物柱面

5、设 D 由$x^2+y^2=3$ 所围成，则$\iint_D (x^2+y^2)dxdy=$（　　）

（A）$3\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}} \rho d\rho$　　（B）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}} \rho^3 d\rho$

（C）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\sqrt{3}} \rho^2 d\rho$　　（D）$\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{3} \rho^3 d\rho$

6、设 L 沿$y=x^2$从(0,0)到(1,1)，则$\int_L 2xsinydx+(x^2cosy-3y^2)dy=$（　　）

（A）0　　（B）$sin1$　　（C）$1-sin1$　　（D）$sin1-1$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

1、若向量(1,2,-1)与向量(1,b,-1)垂直，则 b=____________

2、设 Σ 是球面$x^2+y^2+z^2=a^2$，则$\iint_\Sigma (x^3+y^3+z^3)dS=$______________

3、设$axydx+(x^2+3y^2)dy$是某函数的全微分，则 $a=$ ______________

4、设$x^2+y^2+z^2-2z=0$，则$\frac{\partial z}{\partial y}=$______________

5、设 L 是连接(1,0)和(0,1)的直线段，则$\int_L (x+y)ds=$__________________

6 过点(0,2,4)，与两平面$x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 平行的直线方程为____________________

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1 求函数 $\mathrm{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 在$x=0$ 处的幂级数展开式，并确定收敛区间。

2 利用柱面坐标求三重积分$\iiint_{\Omega} zdv$,其中 Ω 是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$ 所围成的闭区域。

3 求$\iint_{\Sigma} (x-y^2)dydz+(y-z^2)dzdx+(z-x^2)dxdy$，其中 Σ 为半球面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$的上侧。

4 计算$\iint_{D} \arctan\frac{y}{x}dxdy$，其中 D 是由圆周$x^2+y^2=4$，$x^2+y^2=1$ 及直线$y=0$，$y=x$所围成的在第一象限内的闭区域。

5 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{2n-1}$的和函数。

四、证明题（本题共 2 小题，每题 5 分，满分 10 分，应写出详细证明和计算过程）

1、试证曲面$f(x-ay,z-by)=0$ 的任一切平面恒与某一直线相平行（其中f为可微函数，a,b为常数）。

2、设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$和$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$都收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)^2$ 也收敛。

16 浙江理工大学 2013-2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1．已知 $f(x,y)=xy(1-x-y)$，则 $f(x,y)$ 在第一象限内的驻点为（　　）

(A) $(\frac{1}{5},\frac{3}{5})$　　(B) $(\frac{1}{3},\frac{1}{3})$　　(C) $(1,1)$　　(D) $(1,0)$

2．设平面区域 $\boldsymbol{D}$ 为半圆 $x^2+y^2\le R^2\,(x\le 0)$，则将 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 化为极坐标系下的累次积分结果为(　　)

(A) $\int_0^{\pi}d\theta\int_{-R}^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$　　(B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}d\theta\int_{-R}^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$

(C) $\int_0^{\pi}d\theta\int_0^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$　　(D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}d\theta\int_0^{R}rf(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$

3．设 $e^{xy}(1+xy)dx+x^2e^{xy}dy$ 是 $u(x,y)$ 的全微分，则 $u(x,y)=$（　　）

(A) $xe^{xy}+C$　　(B) $x^2e^{xy}+C$　　(C) $xye^{xy}+C$　　(D) $x^2ye^{xy}+C$

4．设曲线 L 为圆 $x^2+y^2=R^2$，取逆时针方向，则 $\int\limits_L(xy-2y)dx+(x^2-x)dy=$(　　)

(A) $-\pi R^2$　　(B) πR^2　　(C) $2\pi R^2$　　(D) $2\pi R$

5．若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 都发散，则(　　)

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 发散　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$ 发散　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|u_n|+|v_n|)$ 发散　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n^2+v_n^2)$ 发散

6．设 $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，则在原点 $(0,0)$ 处 $f(x,y)$（　　）

(A) 偏导数不存在　(B) 不可微　(C) 偏导数存在且连续　(D) 可微

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1．$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to+\infty}}\dfrac{xy-2}{3y+1}=$______________；

2．曲面 $\dfrac{x^2+y^2}{2}-z^2=1$ 在点 $M(1,1,0)$ 处的切平面方程是____________________；

3．交换二次积分的积分次序 $\int_{-1}^{0}dy\int_{2}^{1-y}f(x,y)dx=$______________________；

4．设 l 为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1,$ 其周长为 $a,$ 则 $\int_l(2xy+3x^2+4y^2)ds=$___________；

5．级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n(x+1)^n$ 的收敛域为________________；

6. 设 $f(x)=\begin{cases}2, & -1<x\le\pi\\ x^3, & 0<x\le 1\end{cases}$ 是以 2 为周期的函数，$s(x)$ 是其傅里叶级数展开式的和函数，则 $s(1)=$___________。

三、计算题（本题共 6 小题，每题 6 分，满分 36 分）

1．求函数 $z=\ln\left(1+x^2+y^2\right)$ 当 $x=1, y=2$ 时的全微分。

2．求 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dv$，其中 $\mathbf{\Omega}$ 是由 $x^2+y^2=2z$ 及平面 $z=2$ 所围成的闭区域。

3．计算曲面积分

$$I=\iint\limits_{\Sigma} 2xzdydz+yzdzdx-z^2dxdy$$

其中 Σ 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围立体表面外侧。

4．求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛域以及和函数。

5．将 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ 展开为 $x-4$ 的幂级数，并指出其收敛域。

6．将函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}-1, & -\pi<x\le 0,\\ 1, & 0<x\le \pi,\end{cases}$ 展开为傅里叶级数。

四、应用题（本题满分 8 分）

求抛物面 $z=x^2+y^2$ 到平面 $x+y+z+1=0$ 的最近距离。

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分）

1．设 $x=x\left(y,z\right),y=y\left(x,z\right),z=z\left(x,y\right)$ 都是由方程 $F\left(x,y,z\right)=0$ 所确定的具有连续偏导数的函数，证明：$\frac{\partial x}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}=-1$

2．设 $a_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n xdx$，计算 a_n+a_{n+2}，并证明对任意常数 $\lambda>0$，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n^{\lambda}}$ 收敛。

17 浙江理工大学 2012-2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设函数 $f(x)$ 为连续函数，$F(x)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$，则 $F'(2)=$（　　）

A. $2f(2)$　　　　B. $-f(2)$　　　　C. $f(2)$　　　　D. 0

2. 函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处具有偏导数是它在该点存在全微分的（　　）。

A. 充分必要条件　　　　B. 必要条件而非充分条件

C. 充分条件而非必要条件　　　　D. 既非充分又非必要条件

3. 计算第一类曲面积分 $I=\iint\limits_S \frac{dS}{x^2+y^2+z^2}$，其中 S：$x^2+y^2+z^2=R^2$（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　　　B. 2π　　　　C. π　　　　D. 4π

4. 设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(2,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为（　　）

A. $2\sqrt{6}$　　　　B. 4　　　　C. $2\sqrt{2}$　　　　D. 24

5. 利用被积函数的对称性及区域的对称性，则 $\iiint\limits_\Omega (x+y+z)dv$ 的值（　　），其中 D 为 $x^2+y^2+z^2\le 4, z\ge 0$。

A. 大于 0　　　　B. 小于 0　　　　C. 等于 0　　　　D. 上述都不对

6. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则此级数在 $x=2$ 处（　　）

A. 条件收敛　　　　B. 绝对收敛　　　　C. 发散　　　　D. 敛散性不能确定

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 曲面 $z=xy$ 上点 M 处的法线垂直于平面 $2x-y-z=5$，则 M 的坐标是____________;

2. 已知 $\sum_{n=1}^{\infty}(2-u_n)$ 收敛，则 $\lim_{n\to\infty}\frac{\sin(\pi u_n)}{u_n}=$____________;

3. 已知 $z=f(x+y,xy)$，则 $dz=$____________;

4. 设 L 是从 A$(1,0)$ 到 B$(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L (x+y)ds=$____________;

5. 已知曲线积分$\int_L \frac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$与路径无关，则$a=$________________;

6. 设 $f(x)=\begin{cases} 1 & 0\le x<\frac{\pi}{2} \\ x-1 & \frac{\pi}{2}\le x<\pi \end{cases}$ 的正弦级数 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 的和函数为 $s(x)$，则

$s\left(\frac{3}{2}\pi\right)=$________。

三、计算题（本题共 4 小题，每小题 6 分，满分 24 分）

1. 已知$e^z+x^2+y^2=2$, 求$\frac{\partial z}{\partial x}$及$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2. 计算$\iint_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中 D： $x^2+y^2\le 1$。

3. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z\ dxdydz$，其中闭区域$\Omega$为半球体：$x^2+y^2+z^2\le 1, z\ge 0.$

4. 将函数$chx=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$展开成$x$的幂级数。

四、解答题（本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分）

1. 求曲线积分$\int_L (x-2y)dx-(x+\sin^2 y)dy$，其中$L$是沿曲线$y=\sqrt{1-x^2}$由点$A\left(1,0\right)$到点$B\left(-1,0\right)$的弧段。

2. 求 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdxdy$ ，其中 Σ 为半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的下侧。

3. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}x^{n-1}$ 的收敛域、和函数以及数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ 的和。

五、（本题满分 4 分） 讨论级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln^p\left(\frac{n+1}{n}\right)$ 的敛散性，若收敛，是绝对收敛还是条件收敛？

18 浙江理工大学 2009-2010 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 24 分）

1.下列说法不正确的是（　　）

（A）若 $\lim\limits_{n\to\infty} nu_n = 1$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 必发散　　（B）若 $u_n \geq 0$，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

（C）若 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 u_n = \dfrac{1}{2}$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 必收敛

（D）若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n{}^2$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n{}^2$ 都收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 必绝对收敛

2.微分方程 $y'' + 2y' + 3y = e^{-x}\cos\sqrt{2}x$ 的特解应具有形式（　　）

（A）$e^{-x}\left(a\cos x + b\sin x\right)$　　（B）$e^{-x}bx\sin x + ae^{-x}\cos x$

（C）$xe^{-x}\left(a\cos\sqrt{2}x + b\sin\sqrt{2}x\right)$　　（D）$e^{-x}\left(a\cos\sqrt{2}x + b\sin\sqrt{2}x\right)$

3. $z = y + \ln\dfrac{x}{z}$ 在点 $\left(1,1,1\right)$ 处的法线方程为（　　）

（A）$x = y = \dfrac{3-z}{2}$　　（B）$x-1 = y-1 = \dfrac{z-1}{2}$

（C）$x-1 = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-2}$　　（D）$x-1 = y-1 = \dfrac{z-1}{-1}$

4.下列级数中收敛的是（　　）

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n$　（B）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n-1}{n^2+n}$　（C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{\pi}{n}$　（D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^n\dfrac{\ln n}{n}$

5. $I = \int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y}} 3x^2y^2dx$，则交换积分次序后得（　　）

（A）$I = \int_0^1 dx\int_0^{1+x^2} 3x^2y^2dy$　　（B）$I = \int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x}} 3x^2y^2dy$

（C）$I = \int_0^1 dx\int_0^{1-x^2} 3x^2y^2dy$　　（D）$I = \int_0^{\sqrt{1-y}} dx\int_0^1 3x^2y^2dy$

6.微分方程 $y\ln xdx = x\ln ydy$ 满足 $y\big|_{x=1} = 1$ 的特解是（　　）

（A）$\ln^2 x + \ln^2 y = 0$　　（B）$\ln^2 x = \ln^2 y$

（C）$\ln^2 x + \ln^2 y = 1$　　（D）$\ln^2 x = \ln^2 y + 1$

二、填空题（每小题 4 分，满分 24 分）

1.微分方程 $xy' + y = \cos 2x$ 的通解是______________________________

2.计算 $\iint\limits_{\Sigma} x^3dydz + y^3dxdz + z^3dxdy =$______________，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 的外侧。（其中 $R>0$ ）

3.二元函数 $z=\ln\left(x+\dfrac{y}{2x}\right)$，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,0)} =$____________________

4. 若 D 满足：$x^2+y^2\le 2x$，则 $\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy =$_______________

5.函数 $f\left(x\right)=e^{-x^2}$ 关于 x 的幂级数展开为___________

6.幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\left(x-3\right)^n}{\sqrt[3]{n}}$ 的收敛域为___________

三、解答题（每小题 6 分，共 30 分）

1.设 $z=x^3+y^3-3xy^2$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2.计算 $\iint\limits_{D} e^{-\left(x^2+y^2\right)}dxdy$，其中 D： $x^2+y^2\le 1$。

3. 设 $z=x^{y}\left(x>0,x\neq 1\right)$，求证 $\frac{x}{y}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{\ln x}\frac{\partial z}{\partial y}=2z$

4.计算二重积分 $\iint\limits_{D}xyd\sigma$，其中 D 是由直线 $y=1$， $x=2$ 及 $y=x$ 所围成的闭区域。

5.计算第一类曲面积分 $I=\iint\limits_{S}\frac{dS}{x^{2}+y^{2}+z^{2}}$，其中 S： $x^{2}+y^{2}=R^{2},0\leq z\leq H$ 。

四、（7 分） 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{n3^{n}}$ 的收敛域及和函数。

五、（7 分） 将函数 $f\left(x\right)=x+1\left(0\le x\le\pi\right)$ 展开成余弦级数。

六、（8 分）证明题：（1）证明曲线积分与路径无关，并计算积分值

$$\int_{(1,0)}^{(2,1)}\left(2xy-y^{4}+3\right)dx+\left(x^{2}-4xy^{3}\right)dy$$

（2）证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^{n}\left(1-\cos\frac{\alpha}{n}\right)$ 绝对收敛（$\alpha\neq0$ 常数）

19 浙江理工大学 2008-2009 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1、旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切平面方程为　（　　）

(A) $2x+4y-z=0$　　(B) $2x-4y-z=4$

(C) $2x+4y-z=4$　　(D) $2x-4y-z=7$

2、二重积分 $\iint\limits_D 2xydxdy$（其中 $D:0\le y\le x^2, 0\le x\le 1$）的值为（　　）

(A) $\frac{1}{6}$　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) $\frac{1}{12}$　　(D) $\frac{1}{4}$

3、微分方程 $y''+y'+y=e^{-x/2}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x$ 的特解应具有形式　（　　）

(A) $e^{-x}(a\cos x+b\sin x)$;　　(B) $e^{-x}bx\sin x+ae^{-x}\cos x$;

(C) $e^{-x/2}(a\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+b\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x)$;　　(D) $xe^{-x/2}(a\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+b\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x)$;

4、设 L 是从 A$(1,0)$ 到 B$(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L \left(x^2-2xy+y^2\right)ds=$（　　）。

(A) $-\frac{13}{3}$　　(B) $\frac{14}{3}$　　(C) $2\sqrt{2}$　　(D) 0

5、 设 $u_n=(-1)^n\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$，则下列说法正确的是（　　）。

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 都收敛　　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 都发散

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛而 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 发散　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散而 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$ 收敛

6、$I=\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y}} f\left(x,y\right)dx$，则交换积分次序后得（　　）

(A) $I=\int_0^1 dx\int_0^{1+x^2} f\left(x,y\right)dy$　　（B）$I=\int_0^1 dx\int_0^{1-x^2} f\left(x,y\right)dy$

（C）$I=\int_0^{\sqrt{1-y}} dx\int_0^1 f\left(x,y\right)dy$　　（D）$I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x}} f\left(x,y\right)dy$

7、设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(1,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为（　　）

（A）$2\sqrt{6}$　　（B）8　　（C）12　　（D）$2\sqrt{3}$

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1、微分方程 $xy'+y=e^x$ 的通解是____________________

2、设 L 是圆周：$x^2+y^2=-6x$ 的正向，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$_______________

3、设幂级数 $\sum_0^\infty a_n\left(x+1\right)^n$ 的收敛域为 $\left(-4,2\right)$，则幂级数 $\sum_0^\infty a_n\left(x-3\right)^n$ 的收敛区间为____

4、微分方程 $y''+2y'+y=2$ 的一般解是___________________

5、$\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy=$_______________

三、把下列积分化为极坐标的形式，并计算积分值，$I=\int_0^a dx\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}dy \quad \left(a>0\right)$。

（本题 5 分）

四、1.计算 $\iint\limits_{\Sigma} x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 的外侧。**（本题 6 分）**

2.设 $f(x)$ 连续可微且 $f(0)=-2$，曲线积分 $\int_L \left[y\sin 2x - yf\left(x\right)\tan x\right]dx + f\left(x\right)dy$ 与路径无关，求 $f(x)$。**（本题 8 分）**

3.计算三重积分 $\iiint_{\Omega}\left(x^2+y^2\right)dv$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=2z$ 及平面 $z=2$ 所围成的闭区间。**（本题 8 分）**

五、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}x^{n-1}$ 的收敛域、和函数以及数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ 的和。**（本题 8 分）**

六、（本题满分 12 分，每小题 6 分） 1.求函数 $shx=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$ 在 $x=0$ 处的幂级数展开式，并确定收敛区间。

2.将函数 $f\left(x\right)=x+1$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上展开成余弦级数。

七、（本题满分 5 分）

试证曲面 $f(x-ay,z-by)=0$ 的任一切平面恒与某一直线相平行（其中 f 为可微函数，a,b 为常数）

20 浙江理工大学 2008-2009 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 B 卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1、设力 $\vec{F}=\left(2,-1,2\right)$ 作用在一质点上，该质点从点 $M_1(1,1,1)$ 沿直线移动到点 $M_2(2,2,2)$ 力所作的功（　　）

(A) 2　　(B) -1　　(C) 3　　(D) 4

2 、$z=y+\ln\dfrac{x}{z}$ 在点 $\left(1,1,1\right)$ 处的法线方程为（　　）

(A) $x-1=y-1=\dfrac{z-1}{-1}$　　(B) $x-1=y-1=\dfrac{z-1}{2}$

(C) $x-1=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$　　(D) $x=y=\dfrac{3-z}{2}$

3、微分方程 $y''+2y'+2y=e^{-x}\sin x$ 的特解应具有形式　（　　）

(A) $e^{-x}(a\cos x+b\sin x)$;　　(B) $e^{-x}bx\sin x+ae^{-x}\cos x$;

(C) $xe^{-x}(a\cos x+b\sin x)$;　　(D) $e^{-x}b\sin x+axe^{-x}\cos x$

4、设 L 是从 A $(1,0)$ 到 B $(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L\left(x+y\right)ds=$（　　）。

(A) 2　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) $2\sqrt{2}$　　(D) 0

5、下列说法不正确的是（　　）。

(A) 若 $u_n\geq 0$，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}<1$　　(B) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=1$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 必发散

(C) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}n^2u_n=\dfrac{1}{2}$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 必收敛

(D) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}{u_n}^2$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 都收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$ 必绝对收敛

6、设 $D:x^2+y^2\leq a^2$，若 $\iint\limits_D\sqrt{a^2-x^2-y^2}dxdy=\pi$，则 a 为（　　）

(A) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}}$　　（B） $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$　　（C）1　　（D）$\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$

7、已知曲线 $y=y\left(x\right)$ 过原点，且在原点处的法线垂直于直线 $y-3x=1,y=y\left(x\right)$ 是微分方程 $y''-y'-2y=0$ 的解，则 $y\left(x\right)=$（　　）

（A）$e^{-x}-e^{2x}$　　（B）$e^{2x}-e^{-x}$　　（C）$e^{x}-e^{-2x}$　　（D）$e^{-2x}-e^{x}$

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1、微分方程 $xy'+y=\sin 2x$ 的通解是____________________

2、设 L 是圆周：$x^2+y^2=-2x$ 的正向，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$______________

3、设幂级数 $\sum_0^{\infty} a_n\left(x+1\right)^n$ 的收敛域为 $\left(-4,2\right)$，则幂级数 $\sum_0^{\infty} a_n\left(x+3\right)^n$ 的收敛区间为____

4、设函数 $f\left(x,y\right)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $\left(1,-1\right)$ 取得极值，则常数 $a=$____________

5、设 xy^2dx+x^2ydy 在 xoy 平面上是某个二元函数的全微分，求这样一个二元函数

$u\left(x,y\right)=$______________

三、计算下列积分（每小题 6 分，共 18 分）

1.计算二次积分 $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y}dy$

2.计算 $\iint_{\Sigma} x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中 $\sum$ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧。（其中 $a>0$）

3．计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)dv$，其中 Ω 是由 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的区域。（其中 $a>0$）

四、（本题满分 8 分）

设 $f(x)=\sin x-\int_0^x (x-t)f(t)dt$， f 为连续函数，试求 $f(x)$

五、（本题满分 7 分）

设函数 $F(u,v)$ 有二阶连续偏导数，证明由方程 $F\left(\dfrac{x-x_0}{z-z_0},\dfrac{y-y_0}{z-z_0}\right)=0$ 所确定的函数满足下列方程：$(x-x_0)\dfrac{\partial z}{\partial x}+(y-y_0)\dfrac{\partial z}{\partial y}=z-z_0$

六、（本题满分 14 分）

1. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n-1}$ 的收敛区间及和函数

2. 将函数 $f(x)=x$ 在 $[0,\pi]$ 上展开成余弦级数

七、（本题满分 5 分）

设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 都收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)^2$ 也收敛

21 浙江理工大学 2007-2008 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1、函数 $f(x,y)=x^2-y^2+x^2y^2$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分 $df(1,1)$ 为　（　　）

(A) 0　　(B) $dx+dy$　　(C) $4dx$　　(D) $2dx-dy$

2、设 L 是从 $A(1,0)$ 到 $B(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L (x+y)ds=$（　　）

(A) $2\sqrt{2}$　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) 2　　(D) 0

3、方程 $y''+2y'=3+4\sin 2x$ 的特解为　（　　）

(A) $y=-\frac{1}{2}(\cos 2x+\sin 2x)$;　　(B) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\cos 2x$

(C) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\sin 2x$　　(D) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x.$

4、设 $f(x)$ 在 $(0,\ +\infty)$ 上有连续的导数，点 A $(1,\ 2)$，B $(2,\ 8)$ 在曲线 $y=2x^2$ 上。L 为由 A 到 B 的任一曲线，则 $\int_L [2xy-\frac{2y}{x^3}f(\frac{y}{x^2})]dx+[\frac{1}{x^2}f(\frac{y}{x^2})+x^2]dy=$（　　　）。

(A) 20，　　(B) 30，　　(C) 35，　　(D) 40。

5、设 b 为大于 1 的自然数，对幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{bn}$，有 $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=a$，（$a>0,\ a\neq 1$），则其收敛半径 $R=$（　　）。

(A) a，　　(B) $\frac{1}{a}$，　　(C) $\sqrt[b]{a}$，　　(D) $\frac{1}{\sqrt[b]{a}}$。

6、下列级数收敛的是（　　）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$；（B）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{100^n}$；（C）$\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n^2})$；（D）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n}(1+\frac{1}{n})^{n^2}$.

7、已知曲线 $y=f(x)$ 过原点，且在原点处的法线垂直于直线 $y-3x=1,\ y=y(x)$ 是微分方程 $y''-y'-2y=0$ 的解，则 $y(x)=$（　　）

（A）$e^{2x}-e^{-x}$　（B）$e^{-x}-e^{2x}$　（C）$e^{x}-e^{-2x}$　（D）$e^{-2x}-e^{x}$

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1、设函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $(1,-1)$ 取得极值，则常数 $a=$__________。

2、设 $D=\{(x,y)|\ x^2+y^2\le R^2\ \}$，则积分 $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\ dxdy=$____________。

3、设 L 是圆周：$x^2+y^2=-2x$ 的正向，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$______________

4、将函数 $chx=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ 展开成 x 的幂级数为______________________________________

5、设 $y=x^2e^x$ 是微分方程 $y''+ay'+y=be^x$ 的一个特解，则常数 $a=$_________，

$b=$________.

三、计算下列积分（每小题 6 分，共 18 分）

1．已知 $e^z+x^2+y^2=2$, 求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

2．求微分方程 $y''+y'-2y=2x$ 的通解

3．计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} z\ dxdydz$，其中闭区域 Ω 为半球体：$x^2+y^2+z^2\le 1, z\ge 0.$

四、（本题满分 8 分）

计算曲线积分 $\mathrm{I}=\oint\frac{xdy-ydx}{3x^2+y^2}$，其中 L 是以点（1，0）为中心，R 为半径的圆周（R>1），取逆时针方向。

五、（本题满分 7 分）

设函数 $f(x)$ 连续，且满足 $f(x)=e^x+\int_0^x tf(t)dt-x\int_0^x f(t)dt$， 求 $f(x)$.

六、（本题满分 14 分）

1．求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n+(-2)^n}\frac{x^n}{n}$ 的收敛区间，并讨论该区间端点处的收敛性。

2．将函数 $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}(0\le x\le\pi)$ 展开成正弦级数。

七、（本题满分 5 分）

设 $f(u)$ 具有二阶连续导数，且 $g(x,y)=f(\dfrac{y}{x})+yf(\dfrac{x}{y})$，求证

$$x^2\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}=\frac{2y}{x}f'(\frac{y}{x})$$

22 浙江理工大学 2004-2005 学年第 2 学期《高等数学 A2》期末 A 卷

一 选择题（每小题 4 分，共 7 小题，满分 28 分）

1．设 $f(x,y)=x^2+xy-y^2$ 的驻点为 $(0,0)$，则 $f(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的 （　　）

(A)极大值；　　(B) 极小值；　　(C) 非极值；　　(D) 不能确定.

2．微分方程 $y''-y=e^x+1$ 的一个特解应有形式（　　）.

(A) ae^x+b　　（B）axe^x+bx　　（C）$ae^x+b\text{x}$　　（D）axe^x+b

3．函数 $\boldsymbol{u=x^2+2y^2+3z^2+xy+3x-2y-6z}$ 在原点沿 $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}=\{1,2,1\}$ 方向的方向导数等于（　　）

(A) $-\dfrac{7}{2}$；　　(B) $\dfrac{1}{2}$；　　(C) $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$；　　(D) $-\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$

4. 两个圆柱体 $\boldsymbol{x^2+y^2\le R^2}$，　$\boldsymbol{x^2+z^2\le R^2}$ 公共部分的体积 V 为（　　）

(A) $2\int_0^R dx\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$；　　(B) $8\int_0^R dx\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$；

(C) $\int_{-R}^R dx\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$：　　(D) $4\int_{-R}^R dx\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}}\sqrt{R^2-x^2}\,dy$

5 设幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{a^n-b^n}{a^n+b^n}x^n$ (0<a<b)，则所给级数的收敛半径 R 等于(　　)

(A) b;　　(B) $\dfrac{1}{a}$；　　(C) $\dfrac{1}{b}$；　　(D) R 的值与 a、b 无关.

6 下列级数中发散的是（　　）

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$；　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n}{2n+1}\right)^n$；　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{\sqrt{n}}$；　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+1}{n(n+2)}$.

7 设 $\boldsymbol{AEB}$ 是由 A($\boldsymbol{-1,0}$) 沿上半圆 $\boldsymbol{y=\sqrt{1-x^2}}$ 经过点 E(0,1) 到点 B(1,0)，则曲线积分 $\boldsymbol{I=\int_{AEB}x^2y^2dy=}$（　　）

（A） 0;　　(B) $2\int_{AE}x^2y^2dy$；　　(C) $\int_{EB}x^2y^2dy$；　　(D) $2\int_{BE}x^2y^2dy$.

二 填空题（每小题 4 分，共 7 小题，满分 28 分）

1 已知 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2-u_n)$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin(\pi u_n)}{u_n}=$ ______ .

2 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} n4^{n+1} x^{2n}$ 的收敛区间为__________________ .

3 设积分区域 D 是由直线 $y=1$ 、 $x=2$ 及 $y=x$ 所围成的闭区域，则 $\iint\limits_D xyd\sigma$

=__________________.

4 设Σ是平面$x=0, y=0, z=0, x=1, y=2, z=3$所围成的立体的表面外侧，则

$\oiint\limits_{\Sigma}(x+y+2z)dydz+(3y+z)dzdx+(z-3)dxdy$ =__________________.

5 设函数$z=z(x,y)$由方程$xz-y+\arctan y=0$所确定，则$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ ________ .

6 L 为三顶点分别为 (0,0),(3,0) 和(3,2)的三角形正向边界，则

$\oint_L (2x-y+4)dx+(5y+3x-6)dy=$ ____________ .

7 微分方程 $y''-5y'+6y=xe^{2x}$ 的一个特解为________________ .

三（本题满分 10 分）、求曲面$z=2x^2+\frac{y^2}{2}$上平行于平面$2z+2y-4x+1=0$的切平面方程，并求切点处的法线方程.

四（本题满分 8 分）计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$，其中$\Omega$是由柱面$x^2+y^2=R^2$ 与平面$z=a(a>0)$及$z=0$围成的区域.

五（本题满分 8 分）、将函数 $f(x)=2x+1(0\le x\le\pi)$ 展开成余弦级数。

六（本题满分 8 分）求 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz+ydzdx+zdxdy,$ 其中 Σ 为半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的下侧

七（本题满分 8 分）求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{4n+1}}{4n+1}$ 的和函数.

八（本题满分 4 分）设 $f(x)$ 是 $[a,b]$ 上的正值连续函数，试证 $\iint\limits_{D}\dfrac{f(x)}{f(y)}dxdy\ge(b-a)^2$. 其中 D 为 $a\le x\le b, a\le y\le b$.

高数 A1、A2 所有试卷系列汇总

（试题册和答案册配套，为两个小册子，这里为了节省空间，就将两本册子写在了一块儿）

（版本号与年份有关；发行次数会根据当年发行情况进行修改）

高等数学 A1 期中试题册、答案册上 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期中试题册、答案册下 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期中试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

高等数学 A1 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A1 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

高等数学 A2 期中试题册、答案册上 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A2 期中试题册、答案册下 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A2 期中试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 2 次发行.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册下 **2022 第二版第 2 次发行**.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 2 次发行.pdf

数学通识必修课 其它系列试卷汇总

高等数学 B2 期末系列：（具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页）
高等数学 B2 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 B2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末系列：
线性代数 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末系列：
线性代数 B 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末系列：
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 B 期末系列：
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计期末练习系列：
概率论与数理统计练习试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf