高等数学 A2

浙江理工大学期中试题汇编

（试卷册）

学校：______________________

专业：______________________

班级：______________________

姓名：______________________

学号：______________________

目录

1. 浙江理工大学 2005-2006 学年第二学期《高等数学 A2》期中试卷

题号	一	二	三	四		五		六	七	八	总分
				1	2	1	2				
得分											
签名											

一、选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1. 设直线 $L:\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$，设平面 $\pi: 4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　）。

（A）平行于 π　　（B）在 π 上　　（C）垂直于 π　　（D）与 π 斜交

2．设 $z=2^{x+y^2}$，则 $z_y=$（　　）。

（A）$y\cdot 2^{x+y^2}\ln 4$　　（B）$(x^2+y^2)\cdot 2y\ln 4$　　（C）$2y(x+y^2)e^{x+y^2}$　　（D）$2y\cdot 4^{x+y^2}$

3．设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(2,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为（　　）。

（A）$2\sqrt{6}$　　（B）4　　（C）$2\sqrt{2}$　　（D）24

4．函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处具有偏导数是它在该点存在全微分的（　　）。

（A）充分必要条件　　（B）必要条件而非充分条件
（C）充分条件而非必要条件　　（D）既非充分又非必要条件

5．利用被积函数的对称性及区域的对称性，则 $\iint\limits_D (x+x^3y^2)d\sigma$ 的值（　　），其中 D 为 $x^2+y^2\le 4, y\ge 0$。

（A）大于 0　　（B）小于 0　　（C）等于 0　　（D）上述都不对

6. 设函数 $y=y(x,z)$ 由方程 $yz=\sin(x+y)$ 所确定，则 $\dfrac{\partial y}{\partial x}=$（　　）。

（A）$\dfrac{\cos(x+y)}{z}$　　（B）$\dfrac{1}{z-\cos(x+y)}$　　（C）$\dfrac{\cos(x+y)}{z-\cos(x+y)}$　　（D）$\dfrac{1+\cos(x+y)}{z-\cos(x+y)}$

7．已知 $\dfrac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$ 为某函数的全微分，则 $a=$（　　）。

（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）2

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1．设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+2y^2+3z^2+xy-z-9=0$ 确定，则函数 z 的驻点是____________。

2．曲面 $e^z-z+xy=3$ 在点 $(2,\ 1,\ 0)$ 处的切平面为__________________。

3．设 $z=\ln(x^2+xy+y^2)$，则 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$ ______________。

4．设积分区域 D 为 $x^2+y^2\le 1$，在 $\iint_D\sqrt{1+x^2+y^2}\,d\sigma$ 与 $\iint_D\sqrt{1+x^4+y^4}\,d\sigma$ 两者中比较大的值是 ___________。

5．设 L 为 $x^2+y^2=1$ 的一周，则 $\oint_L(x^2+y^2)ds=$ ________________。

三、（本题满分 6 分）设 $z=f(x^2-y^2,xy)+g(x^2+y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，g 具有二阶导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

四、计算下列二重积分（每小题 6 分，满分 12 分）

1．计算 $I=\iint_D|\cos(x+y)|\,dxdy$，其中 $D: x=0,x=\frac{\pi}{2},y=0,y=\frac{\pi}{2}$ 围成。

2．计算 $I=\iint_D\ln(1+x^2+y^2)d\sigma$，其中 D 是由圆周 $x^2+y^2=1$ 及坐标轴所围成的第一象限内的闭区域。

五、计算下列三重积分（每小题 7 分，满分 14 分）

1．计算 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}\cdot zdv$，其中 Ω 是由圆柱面 $x^2+y^2=4$，平面 $z=0$ 和平面 $y+z=2$ 所围成的区域。

2. 计算 $\iiint\limits_{\Omega}(y+z)dv$，其中 Ω 是由 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 所围成的区域。

六、(**本题满分 6 分**)求锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $z^2=2x$ 所割下部分的曲面面积。

七、(**本题满分 8 分**)计算 $I=\oint_L e^x(1-\cos y)dx-e^x(y-\sin y)dy$,其中 L 是区域 $D:\sqrt{\sin x}\le y\le\sqrt{\cos x}$,$0\le x\le\dfrac{\pi}{4}$ 的正向边界曲线。

八、(**本题满分 6 分**)设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,且 $f(x)>0$,证明:$\int_a^b f(x)dx\cdot\int_a^b\dfrac{1}{f(x)}dx\ge(b-a)^2$。

2. 浙江理工大学 2006-2007 学年第二学期《高等数学 A2》期中试卷

一、填空题（每题 5 分，共 20 分）

1、 设 $z=e^{\sin xy}$，则 $dz=$____________________

2、 设 $z=xyf\left(\dfrac{y}{x}\right)$，$f(u)$ 可导，则 $xz'_x+yz'_y=$________________________

3、 曲面 $z-e^z+2xy=3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程为________________________

4、 设 L 为取正向的圆周 $x^2+y^2=9$，则曲线积分 $\oint\limits_L (2xy-2y)dx+(x^2-4x)dy$ 的值是___________________

二、选择题（每题 5 分，共 25 分）

1、二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数存在，是函数在该点连续的（　　）

(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件
(C) 充分且必要条件　　(D) 既非充分又非必要条件

2、在曲线 $x=t, y=-t^2, z=t^3$ 的所有切线中与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线（　　）

(A) 只有 1 条　　(B) 只有 2 条　　(C) 至少有 3 条　　(D) 不存在

3、累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$ 可以写成（　　）

(A) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x,y)dx$　　(B) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

(C) $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$　　(D) $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x,y)dy$

4、函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 A$(1,0,1)$ 处沿点 A 指向点 B$(3,-2,2)$ 方向的方向导数为（　　）

(A) $\dfrac{1}{4}$　　(B) $\dfrac{1}{2}$　　(C) $-\dfrac{1}{2}$　　(D) $-\dfrac{1}{4}$

5、设 l 为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，其周长记为 a，则 $\int_l (2xy+3x^2+4y^2)ds=$（　　）

(A) $2a$　　(B) $6a$　　(C) $12a$　　(D) $24a$

三、求下列多元函数偏导数

1、 设 $z=f(x^2+y^2,xy)$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}.$　　（8 分）

2、 设 $x^2+y^2+z^2-xyz=0$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}.$ （8 分）

四、求下列多元函数的积分

1、 计算 $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy.$ （8 分）

2、 计算二重积分 $\iint\limits_D ydxdy$，其中 D 是由直线 $x=-2,y=0,y=2$ 及曲线 $x=-\sqrt{2y-y^2}$ 所围成的平面区域。（8 分）

3、求均匀半球体的质心。（8 分）

五、要造一个容积等于定数 a^2 的长方体无盖水池，如何选择水池的尺寸，方可使它的表面积最小。（8 分）

六、计算曲线积分 $I=\int_L \frac{xdy-ydx}{4x^2+y^2}$，其中 L 是以点 $(1,0)$ 为中心，R 为半径的圆周 $(R>1)$，取逆时针方向。（7 分）

3. 浙江理工大学2009-2010学年第二学期《高等数学A2》期中试卷

一、选择题（每小题4分，满分28分）

1.二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $f_x'(x_0,y_0)$， $f_y'(x_0,y_0)$ 存在，是 $f(x,y)$ 在该点可微的（　　）

（A）充分非必要条件　（B）既不充分也不必要　（C）充分必要　（D）必要非充分

2.函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0)\\ 0, \qquad (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 处（　　）

（A）连续且偏导存在　　　　（B）连续但偏导不存在

（C）不连续但偏导存在　　　（D）不连续且偏导不存在

3.累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$ 可写成（　　）

（A） $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$　　　（B） $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

（C） $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$　　　（D） $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$

4.对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，在点 $(0,3)$（　　）

（A）不是驻点　（B）是极大值点　（C）是极小值点　（D）是驻点但非极值点

5.函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿 A 指向 $B(3,-2,2)$ 方向的方向导数是（　　）

（A） $\frac{1}{2}$　（B） $\frac{1}{4}$　（C） $-\frac{1}{2}$　（D） $-\frac{1}{4}$

6.设 D 是平面上以 $(1,1)$， $(-1,1)$， $(-1,-1)$ 为顶点的三角形区域， D_1 是 D 在第一象限的部分，则 $\iint\limits_D(xy+\cos x\sin y)dxdy$ 的值为（　　）

（A） $2\iint\limits_{D_1}(\cos x\sin y)dxdy$　　　（B） $2\iint\limits_{D_1}(xy)dxdy$

（C） $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)dxdy$　　　（D）0

7.设 l 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，其周长记为 a，则 $\oint\limits_l(2xy+3x^2+4y^2)ds=$（　　）

（A）$2a$　（B）$6a$　（C）$12a$　（D）24^a

二、填空题（每小题4分，满分20分）

1.设 $z=e^{\cos xy}$，则 $dz=$____________________

2.设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+2y^2+3z^2+xy-z-9=0$ 确定，则函数z的驻点是______

3.曲面 $z-e^x+2xy=3$ 在点 $(0,2,1)$ 处的切平面方程为____________________

4. $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy=$________________

5. 设 L 是以 $A\left(0,0\right)$， $B\left(0,2\right)$， $C\left(2,0\right)$ 为顶点的三角形区域的周界，且沿 $ABCA$ 方向，则积分 $I=\int\limits_L\left(3x-y\right)dx+\left(x-2y\right)dy$ 的值为____________

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

1.设 $z=f\left(x^2+y^2,xy\right)$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$， $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

2. 计算二重积分 $\iint\limits_D\left(x+y\right)dxdy$，其中 D 是由直线 $x+y=4,x+y=12$ 及抛物线 $y^2=2x$ 所围成的平面区域。

3. $I=\iiint\limits_\Omega z^2dv$，其中 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 与 $x^2+y^2+z^2=2Rz\left(R>0\right)$ 所围成的闭区域。

四、（9 分） 计算曲线积分 $I=\int\limits_{L}\left[\cos\left(x+y^{2}\right)+2y\right]dx+\left[2y\cos\left(x+y^{2}\right)+3x\right]dy$ ，其中 L 为正弦曲线 $y=\sin x$ 上自 $x=0$ 到 $x=\pi$ 的弧段。

五、（**9 分**）求 $\iint\limits_{S}\left(y^{2}-z\right)dydz+\left(z^{2}-x\right)dzdx+\left(x^{2}-y\right)dxdy$ ，其中 S 是圆锥面 $x^{2}+y^{2}=z^{2}$ 在 $0\le z\le h$ 部分的外侧。

六、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

1. 设函数 $u=f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$，满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\iint\limits_{s^2+t^2\le x^2+y^2}\frac{1}{1+s^2+t^2}dsdt$，$f''(x)$ 存在，求证：$f''(r)+f'(r)\frac{1}{r}=\pi\ln\left(1+r^2\right)$。

2.利用拉格朗日乘数法，证明圆的内接三角形中，正三角形面积最大。

4. 浙江理工大学 2010-2011 学年第二学期《高等数学 A2》期中试卷

一、选择题（本题共 7 小题，每小题 4 分，满分呢 28 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。）

1、二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $f_x'(x_0,y_0)$，$f_y'(x_0,y_0)$ 存在，是 $f(x,y)$ 在该点可微的[　　]

（A）充分非必要条件　　（B）既非充分又非必要条件　　（C）充要条件　　（D）必要非充分条件

2、设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $I=\int_0^a dx\int_0^x f(x,y)dy(a>0)=$ [　　]

（A）$\int_0^a dy\int_0^y f(x,y)dx$　（B）$\int_0^a dy\int_y^a f(x,y)dx$　（C）$\int_0^a dy\int_a^y f(x,y)dx$　（D）$\int_0^a dy\int_0^a f(x,y)dx$

3、曲面 $z=xy$ 上点 M 处的法线垂直于平面 $2x-y-z=5$，则点 M 的坐标是[　　]

（A）$(-1,2,-2)$　（B）$(1,2,2)$　（C）$(-1,-2,2)$　（D）$(1,-2,-2)$

4、二重积分 $\iint\limits_D xyd\sigma$（其中 $D:0\le y\le x^2,0\le x\le 1$）的值为[　　]

（A）$\frac{1}{6}$　（B）$\frac{1}{2}$　（C）$\frac{1}{12}$　（D）$\frac{1}{4}$

5、设 Ω 是由曲面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=4$ 所围成的闭区域，则 $\iiint\limits_\Omega zdv$ 为[　　]

（A）$\frac{64}{3}$　（B）π　（C）$\frac{64}{3}\pi$　（D）8π

6、设 $z=z(x,y)$ 由 $z=z(u,v),u=x+ay,v=x+by$ 复合而成，且 $z=z(x,y)$ 有二阶连续偏导数，欲把方程：

$6\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 z}{\partial^2 y}=0$ 化简为 $\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$，则常数 a,b 满足[　　]

（A）$a=-2,b=-2$　（B）$a=3,b=3$　（C）$a=-2,b=3$　（D）$a=2,b=-3$

7、设 $D:x^2+y^2\le a^2$，若 $\iint\limits_D\sqrt{a^2-x^2-y^2}dxdy=\pi$，则 a 为[　　]

（A）$\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$　（B）$\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$　（C）1　（D）$\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1、已知 $u=x^y$，则 $du=$ ______

2、设积分区域 D 是由直线 $y=0,x=1$ 及 $y=2x$ 所围成的闭区域，则 $\iint\limits_D xyd\sigma=$ ______

3、设 $D=\{(x,y)|1\le x\le 2,1\le y\le 2\}$，则 $\iint\limits_D|x+y-3|dxdy=$ ______

4、设函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $(1,-1)$ 取得极值，则常数 $a=$ ______

5、设$\vec{a},\vec{b}$为非零向量，且满足$\left(\vec{a}+3\vec{b}\right)\perp\left(7\vec{a}-5\vec{b}\right),\left(\vec{a}-4\vec{b}\right)\perp\left(7\vec{a}-2\vec{b}\right)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角$\theta=$________

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、设$z=x^3+y^3-3xy^2$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

2、设$e^z-xyz=0$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

3、计算$\iint\limits_D \ln\left(1+x^2+y^2\right)d\sigma$，其中 D 是由圆周$x^2+y^2=1$及坐标轴所围成的第一象限内的闭区域

4、已知函数$z=f\left(xy^2,x^2y\right)$具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

5、若 D 满足：$x^2+y^2\le 2x$，求$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$

四、设 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 问：（1）函数 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(0,0\right)$ 是否连续？（2）求 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(0,0\right)$ 的偏导数 $f_x'\left(0,0\right)$ 及 $f_y'\left(0,0\right)$，在点 $\left(0,0\right)$ 是否可微？说明理由。（本题 8 分）

五、设 $z=z\left(x,y\right)$ 是由 $x^2-6xy+10y^2-2yz-z^2+18=0$ 确定的函数，求 $z=z\left(x,y\right)$ 的极值点和极值。（本题 6 分）

六、证明题（本题共 2 小题，满分 8 分）

1、设 $z=x^{y}\left(x>0,x\neq 1\right)$，求证 $\frac{x}{y}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{\ln x}\frac{\partial z}{\partial y}=2z$（本题 3 分）

2、若函数 $f\left(\xi,\eta\right)$ 具有连续二阶偏导数且满足拉普拉斯方程 $\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}=0$，证明函数 $z=f\left(x^2-y^2,2xy\right)$ 也满足拉普拉斯方程 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$（本题 5 分）

5. 浙江理工大学 2011-2012 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：______________　　学号：______________　班级：______________

题号	一	二	三					四	五	六		总分	复核教师签名
			1	2	3	4	5			1	2		
得分													
阅卷教师签名													

（本试卷共四页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1．设直线 L：$\begin{cases} x+3y+2z-4=0 \\ 2x-y-10z-1=0 \end{cases}$ 及平面 π：$x+y-2z-2=0$，则直线 L (　　　　)

(A) 平行于 π　　　(B) 在 π 上　　　(C) 垂直于 π　　　(D) 与 π 斜交

2．下列说法正确的是（　　　　）

(A) 两向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行的充要条件是存在唯一的实数 λ，使得 $\vec{a}=\lambda\vec{b}$；

(B) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个二阶偏导数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2},\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 在区域 D 内连续，则在该区域内两个二阶混合偏导数必相等;

(C) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处连续是函数在该点可微的充分条件;

(D) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处存在是函数在该点可微的充分条件.

3．$u=3xy^2+2x^3y-1$ 在点 $P(3,2)$ 沿与 x 轴正向成 $\dfrac{\pi}{3}$ 倾角方向的方向导数为（　　　　）

（A）$60+45\sqrt{3}$　　（B）$60\sqrt{3}+45$　　（C）$-60-45\sqrt{3}$　　（D）$-60\sqrt{3}-45$

4．旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切平面方程为（　　　　）

(A) $2x+4y-z=0$　(B) $2x-4y-z=4$　(C) $2x+4y-z=4$　(D) $2x-4y-z=7$

5．设 $f(x)$ 为连续函数，$F(t)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$，则 $F'(2)$ 等于（　　　　）.

(A) $2f(2)$　　（B）$f(2)$　　（C）$-f(2)$　　（D）0

6．设 $f(x)$ 是连续的奇函数，$g(x)$ 是连续的偶函数，且区域 $D=\left\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,-\sqrt{x}\le y\le\sqrt{x}\right\}$，则下列结论正确的是（　　　　）

(A) $\iint\limits_D f(y)g(x)dxdy=0;$　　　　（B）$\iint\limits_D f(x)g(y)dxdy=0;$

（C）$\iint\limits_D [f(x)+g(y)]dxdy=0;$　　　　（D）$\iint\limits_D [f(y)+g(x)]dxdy=0.$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 向量 $\vec{a}=-4\vec{i}+3\vec{j}+8\vec{k}$，向量 $\vec{b}$ 的三个方向角均相等且为锐角，则 $\mathrm{Prj}_{\vec{b}}\vec{a}=$____________；

2. 设函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $(1,-1)$ 取得极值, 则常数 $a=$____________；

3. 函数 $u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在（1, 2, -2）处的最大变化率是________________，对应方向的方向余弦是____________________；

4. 设 $z=z(x,\ y)$ 由 $z=z(u,\ v)$，$u=x+ay$，$v=x+by$ 复合而成，且 $z=z(x,\ y)$ 有二阶连续偏导数，欲把方程：

$$6\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$$ 简化为 $\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$，则常数 $a=$__________，$b=$__________；

5. 将 $\int_1^2 dx\int_{\sqrt{x}}^{x} f(x,y)dy+\int_2^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2} f(x,y)dy$ 交换积分次序为____________________；

6. 设 $D=\{(x,y)\mid 1\le x\le 2,\ 1\le y\le 2\ \}$，则积分 $\iint\limits_D |x+y-3|dxdy=$________________.

三、计算题（本题共 5 小题，前 4 小题每题 6 分，第五题 12 分，满分 36 分）

1．$u=x^{\frac{y}{z}}$，求 du.

2. 设 $z=f(x^2-y^2,xy)+g(x^2+y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，g 具有二阶导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3 设 $f(x,y)$ 在闭区间 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le y, x\ge 0\}$ 上连续，且

$$f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi}\iint_D f(x,y)dxdy\,,\quad \text{求 } f(x,y).$$

4．求 $\iiint_\Omega (y^2+z^2)dv,$ 其中 Ω 是 xoy 平面上曲线 $y^2=2x$ 绕 x 轴旋转而成的曲面与平面 $x=8$ 所围成的闭区域.

5. 设空间曲线 $\Gamma:\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y+2z-2=0 \end{cases}$.　求:（1）$\Gamma$ 在 xoy 面内的投影曲线；

（2）Γ 在点 $(-1,-1,2)$ 处切线方程和法平面方程；（3）原点到 Γ 的最长和最短距离.

四、（8 分）设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^2}{(x^2+y^2)^{3/2}} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$

问：（1）函数 $f(x,y)$ 在点（0，0）是否连续？（2）计算函数 $f(x,y)$ 在点（0，0）的偏导数 $f_x'(0,0)$ 及 $f_y'(0,0)$，在点（0，0）是否可微？说明理由。

五、证明（每小题 4 分，共 8 分）

（1）试证曲面 $f(x-ay,z-by)=0$ 的任一切平面恒与某一直线相平行（其中 f 为可微函数，a,b 为常数）.

（2）设 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，证明：$2\int_0^a f(x)dx\int_x^a f(y)dy=\left[\int_0^a f(x)dx\right]^2$.

6. 浙江理工大学 2012-2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：________________学号：__________________ 班级：__________________

<table>
<tr><td rowspan="2">题号</td><td rowspan="2">一</td><td rowspan="2">二</td><td colspan="5">三</td><td rowspan="2">四</td><td rowspan="2">五</td><td colspan="2">六</td><td rowspan="2">总分</td><td rowspan="2">复核教师签名</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>得分</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>阅卷教师签名</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

（本试卷共五页）

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1．设直线 L：$\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-4}$ 及平面 π：$x+y+z-3=0$，则直线 L (　　　)

（A）平行于 π　　（B） 在 π 上　　（C） 垂直于 π　　（D） 与 π 斜交

2．设 $z=f\left(x,y\right)$ 在 M_0 处存在二阶偏导数，则函数在 M_0 处（　　　）

（A）一阶偏导数必连续　（B）一阶偏导数不一定连续　（C）必可微　（D）$z_{xy}\equiv z_{yx}$

3．对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点 $(0,3)$ （　　　）

（A）不是驻点　（B）是驻点但非极值点　（C）是极小值点　（D）是极大值点

4．设 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的偏导数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(0,0)}=-1,\dfrac{\partial f}{\partial y}\Big|_{(0,0)}=2$ 则（　　　）

（A）$z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的全微分 $dz\big|_{(0,0)}=-dx+2dy$；

（B）$z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某一邻域有定义；

(C) 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}f(x,y)$ 存在；

（D）曲线 C：$\begin{cases}z=f(x,y)\\ y=0\end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0)$ 的切线的方向向量 $\vec{s}=\vec{i}-\vec{k}$ 。

5．累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho d\rho$ 可写成（　　）

（A）$\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f\left(x,y\right)dx$　　（B）$\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f\left(x,y\right)dx$

（C）$\int_0^1 dx \int_0^1 f\left(x,y\right)dy$　　（D）$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f\left(x,y\right)dy$

6．设有平面闭区域$D=\left\{(x,y)\,|\,-1\le x\le 1, x\le y\le 1\right\}$，$D_1=\left\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1, x\le y\le 1\right\}$，且$f(x)$是连续奇函数，$g(x)$是连续偶函数，则$\iint\limits_D \left[f\left(x\right)+g(x)\right]f(y)dxdy=$（　　）

(A) $2\iint\limits_{D_1} g(x)f(y)dxdy$　　（B）$2\iint\limits_{D_1} f(x)f(y)dxdy$

（C）$4\iint\limits_{D_1}\left[f(x)+g(x)\right]f\left(y\right)dxdy$　　（D）0

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 向量$\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$，向量$\vec{b}$的三个方向角均相等且为锐角，则$\mathrm{Pr}\,j_{\vec{b}}\vec{a}=$___________；

2. 函数$u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$在（1,2,-2）处的最大变化率是__________________，对应方向的方向余弦是_________________________；

3. 设$z=xy+xF\left(u\right)$，而$u=\dfrac{y}{x}$，$F\left(u\right)$为可导函数，则$x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$_______________；

4. 设$z=y\cdot\sin\left(xy\right)-\left(1-y\right)\arctan x+e^{-2y}$，则$\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=0}}=$__________；

5. 设$D=\left\{\left(x,y\right)\middle|\,|x|+|y|\le 1\right\}$，则$\iint\limits_D\left(x+y+1\right)d\sigma=$___________；

6. 设Ω是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$所围成的闭区域，则$\iiint\limits_\Omega zdv=$______________.

三、计算题（本题共 5 小题，每题 6 分，满分 30 分）

1．设$u=f\left(x,z\right)$，而$z\left(x,y\right)$是由方程$z=x+y\varphi\left(z\right)$所确定的函数，求$du$.

2. 设 $z=x^3 f(xy,\dfrac{y}{x})$，其中 f 具有连续二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算 $\iint\limits_D \arctan\dfrac{y}{x}dxdy$，其中 D 是由圆周 $x^2+y^2=4, x^2+y^2=1$ 及直线 $y=0, y=x$ 所围成的在第一象限内的闭区域。

4. 设 $f(x,y)$ 连续，且 $f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(x,y)dxdy$，$D: y=0, y=x^2, x=1$ 围成，求 $f(x,y)$.

5．求 $\iiint\limits_\Omega (y^2+z^2)dv$，其中 Ω 是 xoy 平面上曲线 $y^2=2x$ 绕 x 轴旋转而成的曲面与平面 $x=8$ 所围成的闭区域.

四、综合题（本题满分 8 分）

试求曲面 $x^2+y^2=2z$ 的切平面，使之经过曲线 $\begin{cases}3x^2+y^2+z^2=5\\2x^5+y^2-4z=7\end{cases}$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切线。

五、建模题（本题满分 7 分）

设某电视机厂生产一台电视机的成本为 c，每台电视机的销售价格为 p，销售量为 x。假设该厂的生产处于平衡状态，即电视机的生产量等于销售量。根据市场预测，销售量 x 与销售价格 p 之间有下面的关系：$x=Me^{-ap}\quad\left(M>0,a>0\right)$，其中 M 为市场最大需求量，a 是价格系数。同时，生产部门根据对生产环节的分析，对每台电视机的生产成本 c 有如下测算：$c=c_0-k\ln x\quad\left(k>0,x>1\right)$，其中 c_0 是只生产一台电视机时的成本，k 是规模系数。根据上述条件，应如何确定电视机的售价 p，才能使该厂获得最大利润？

六、证明题（第一小题 4 分，第二小题 3 分，满分 7 分）

（1）已知 $u=x-ay$，$v=x+ay$，$a^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0\left(a\neq 0\right)$，函数 $z=z\left(u,v\right)$ 具有二阶连续偏导数，求证 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$.

（2）设 $f\left(x\right)$ 连续，证明 $\int_a^b dx\int_a^x\left(x-y\right)^{n-2}f\left(y\right)dy=\dfrac{1}{n-1}\int_a^b\left(b-y\right)^{n-1}f\left(y\right)dy$.

7. 浙江理工大学 2013-2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

姓名______________________学号____________________班级______________________

一、选择题（6 题*4 分）

1、在曲线：$x=t, y=-t^2, z=t^3$ 的所有切线中，与平面 π：$x+2y+z+4=0$ 平行的切线（　　）

（A）只有 1 条　　（B）只有 2 条　　（C）至少有 3 条　　（D）不存在

2、设区域 $D:(x-2)^2+(y-1)^2\le 1, I_1=\iint\limits_D (x+y)^2 d\sigma, I_2=\iint\limits_D (x+y)^3 d\sigma$，则有（　　）

（A）$I_1<I_2$　　（B）$I_1=I_2$　　（C）$I_1>I_2$　　（D）不能比较

3、球面 $x^2+y^2+z^2=4a^2$ 与柱面 $x^2+y^2=2ax$ 所围成的立体体积 V=（　　）

（A）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \sqrt{4a^2-\rho^2}\,d\rho$　　（B）$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \rho\sqrt{4a^2-\rho^2}\,d\rho$

（C）$8\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \rho\sqrt{4a^2-\rho^2}\,d\rho$　　（D）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \rho\sqrt{4a^2-\rho^2}\,d\rho$

4、设 $u(x,y)$ 在平面有界区域 D 上有二阶连续偏导数，且满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ 及 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\ne 0$，则（　　）

（A）最大值点和最小值点必定都在 D 的内部

（B）最大值点和最小值点必定都在 D 的边界上

（C）最大值点在 D 的内部，最小值点在 D 的边界上

（D）最小值点在 D 的内部，最大值点在 D 的边界上

5、将三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dv$，其中 $\Omega: x^2+y^2+z^2\le 1$，化为球面坐标下的三次积分为（　　）

（A）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 dr$　　（B）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r dr$

（C）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^4 \sin\varphi dr$　　（D）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 \sin\varphi dr$

6、设 $f(x,y)=|x-y|\varphi(x,y)$，其中 $\varphi(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 连续且 $\varphi(0,0)=0$，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处（　　）

（A）连续，偏导数不存在　　（B）不连续，偏导数存在　　（C）可微　　（D）不可微

二、填空题（6 题*4 分）

1、已知 a 的方向余弦为 $\cos\beta=\frac{2}{3}, \cos\gamma=\frac{2}{3}$，且 $|a|=3$，则 $a=$__________________

2、已知曲面 $z=4-x^2-y^2$ 在点 P 处的切平面平行于平面 $2x+2y+z-1=0$，则点 P 的坐标是________________

3、设 $I=\int_0^2 dx\int_x^{2x} f(x,y)dy$，交换积分次序后，$I=$______________________________

4、设函数 $f(u)$ 可微，已知 $f'(0)=\frac{1}{2}$，且 $z=f(4x^2-y^2)$，则 $dz\Big|_{\substack{x=1\\y=2}}=$________

5、设 $u(x,t)=\int_{x-t}^{x+t} f(z)dz$，求 $\frac{\partial u}{\partial x}=$________

6、设闭区域 Ω 为 $x^2+y^2+z^2\le 2$，则 $\iiint\limits_{\Omega}\frac{z\ln(x^2+y^2+z^2)}{x^2+y^2+z^2+1}dxdydz=$________

三、计算题（6 题*6 分）

1、设函数 $z=f(y-x, ye^x)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2、函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x^2+y^2+z^2=3$ 所确定的隐函数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\Big|_{(1,1,1,)}$。

3、求函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 A（1,0,1）沿 A 指向点 B（3，-2，2）方向的方向导数。

4、设$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4\}$，利用极坐标求$I=\iint\limits_D x^2dxdy$。

5、设Ω是由$x^2+y^2=2z, z=1, z=2$所围成的空间闭区域，求$I=\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dV$。

6、计算$I=\iiint\limits_\Omega \frac{dV}{(1+x+y+z)^3}$，其中$\Omega$由$x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$所围。

四、应用题（8 分）

设一座山的表面的方程为$z=100-2x^2-y^2, M(x,y)$时山脚$z=0$即等高线$2x^2+y^2=1000$上的点。

（1）问：z在点$M(x,y)$处沿什么方向的增长率最大，并求出此增长率；

（2）攀岩活动要在山脚处找一最陡的位置作为攀岩的起点，即在该等高线上找一点 M 使得上述增长率最大，请写出该点的坐标。

五、证明题（2 题*4 分）

（1）设$z=\arctan\frac{x}{y}$，而$x=u+v, y=u-v$，证明$\frac{\partial z}{\partial u}+\frac{\partial z}{\partial v}=\frac{u-v}{u^2+v^2}$

（2）设$f(x)$连续，证明$\int_a^b dx\int_a^x f(y)dy=\int_a^b f(x)(b-x)dx$。

8. 浙江理工大学 2015-2016 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：__________ 学号：____________ 班级：_____________ 座位号：_______

题号	一	二	三						四	五		总分	复核教师签名
			1	2	3	4	5	6		1	2		
得分													
阅卷教师签名													

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 的极值为（　　）

A. 极大值为 8　　B. 极小值为 0　　C. 极小值为 8　　D. 极大值为 0

2.设有直线 L_1:$\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+8}{1}$, $L_2:\begin{cases}x-y=6,\\2y+z=3,\end{cases}$ 则 L_1 与 L_2 的夹角为（　　）

（A）$\frac{\pi}{6}$　（B）$\frac{\pi}{4}$　（C）$\frac{\pi}{3}$　（D）$\frac{\pi}{2}$

3. 函数 $z=x^2+y^2$ 在点（1,2）处从点（1,2）到（2,2+$\sqrt{3}$）的方向的方向导数为(　　)

(A)1+2$\sqrt{3}$　(B)1-2$\sqrt{3}$　(C)-1+2$\sqrt{3}$　(D) -1-2$\sqrt{3}$

4. 设 $xy-z\ln y+e^{xz}=1$, 根据隐函数存在定理，存在点(0,1,1)的一个领域，在此领域内该方程（　）

（A）只能确定一个具有连续偏导数的函数 z=z(x,y)

（B）可确定具有两个具有连续偏导数的函数 y=y(x,z)和 z=z(x,y)

（C）可确定具有两个具有连续偏导数的函数 x=x(y,z)和 z=z(x,y)

（D）可确定具有两个具有连续偏导数的函数 x=x(y,z)和 y=y(x,z)

5.设 Ω 由 $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2), z=1, z=4$ 围成，则 $\iiint\limits_{\Omega}x^2-2xy^2\cos\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz=$（ ）

(A) 21π　(B) 42π　(C) 11π　(D) 22π

6.设有平面闭区域 $D=\{(x,y)\,|\,-1\le x\le 1, x\le y\le 1\}$，$D_1=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1, x\le y\le 1\}$，

且 $f(x)$ 是连续奇函数，$g(x)$ 是连续偶函数，则 $\iint\limits_{D}\left[f(x)+g(x)\right]f(y)dxdy=$（　　）

(A) $2\iint\limits_{D_1} g(x)f(y)dxdy$　　（B）$2\iint\limits_{D_1} f(x)f(y)dxdy$

（C）$4\iint\limits_{D_1}\left[f(x)+g(x)\right]f(y)dxdy$　　（D）0

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1.已知两条直线的方程是 L_1:$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z-3}{-1}$, $L_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$, 则过 L_1 且平行于 L_2 的平面方程是____________;

2.由曲线 $\begin{cases} z=x^2-1, \\ y=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所成的旋转曲面在点（2,1,4）处的法线方程为____________;

3.设函数 $z=f(x,y)$ 在点（1,1）处可微，且 $f(1,1)=1, f_x(1,1)=2, f_y(1,1)=3$,

$g(x)=f(x,f(x,x))$. 则 $\dfrac{d}{dx}g^3(1)=$____________;

4.由方程 $x^2+y^2+z^2-4z=0$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 在点 $(\dfrac{\sqrt{6}}{2},-\dfrac{\sqrt{6}}{2},1)$ 处的全微分

dz=____________;

5. 交换二次积分的积分顺序：$\int_{-1}^{0}dy\int_{2}^{1-y}f(x,y)dx=$____________.

三、解答题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

1. 求直线 $l:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ 在平面 π: $x-y+2z-1=0$ 上的投影直线 l_0 的方程，并求 l_0 绕 y 轴旋转一周所成曲面的方程.

2. 设$\begin{cases} xu-yv=0, \\ yu+xv=1, \end{cases}$求$u_x, u_y, v_x$和$v_y$.

3. 求曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6 \\ x+y+z=0 \end{cases}$在点(1, -2, 1)处的切线及法平面方程.

4. 计算二重积分：$\iint\limits_{D} e^{\max\{x^2,y^2\}}dxdy$，其中 D=$\{0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$.

5. 计算三重积分：$\iiint\limits_{\Omega} zdv$，其中$\Omega$由曲面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$及$z=x^2+y^2$所围成的闭区域.

6. 设变换$\begin{cases} u = x-2y, \\ v = x+ay \end{cases}$可把方程$6\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$简化为$\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$,求常数$a$.

四、应用题（本题 10 分）

设有一高度为$h(t)$ (t 为时间)的雪堆在融化过程中,其侧面满足方程$z=h(t)-\dfrac{2(x^2+y^2)}{h(t)}$,设长度单位为厘米,时间单位为小时，已知体积减少的速率与侧面积成正比(比例系数 0.9),问高度为 130 cm 的雪堆全部融化需要多少小时?

五、证明题（本题共 2 小题，第 1 小题 4 分，第 2 小题 6 分，满分 10 分）

1. 设函数 $f(x,y)$，$g(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续，且 $g(x,y)\geq 0$, 证明:在 D 上必有一点 (ξ,η) 使得 $\iint\limits_D f(x,y)g(x,y)d\sigma = f(\xi,\eta)\iint\limits_D g(x,y)d\sigma$ 成立.

2.证明函数 $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}},(x,y)\neq(0,0) \\ 0,(x,y)=(0,0) \end{cases}$ 在点（0,0）处

（1）连续且偏导数存在；(2)偏导数不连续；(3)可微.

9. 浙江理工大学 2016-2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设直线 L 为 $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$，平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$，则

(A) L 平行于 π　　(B) L 在 π 上　　(C) L 垂直于 π　　D L 与 π 斜交

2. 下列说法正确的是

(A) 两向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行的充要条件是存在唯一的实数 λ，使得 $\vec{a}=\lambda\vec{b}$；

(B) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 在区域 D 内连续，则在该区域内两个二阶混合偏导数必相等；

(C) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处连续是函数在该点可微的充分条件；

(D) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处存在是函数在该点可微的充分条件.

3. 对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点 $(0,3)$

(A) 不是驻点　　(B) 是驻点但非极值点　　(C) 是极大值点　　(D) 是极小值点

4. 将三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dv$，其中 $\Omega: x^2+y^2+z^2\le 1$，化为球面坐标下的三次积分为

(A) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^1 dr$　　(B) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int_0^1 r dr$

(C) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^1 r^4\sin\varphi dr$　　(D) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^1 r^2\sin\varphi dr$

5. 旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切平面方程为（

(A) $2x+4y-z=0$　　(B) $2x-4y-z=4$

(C) $2x+4y-z=4$　　(D) $2x-4y-z=7$

6. 二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$ 可写成（

(A) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$　　(B) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

(C) $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$　　(D) $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 已知函数 $z=e^{xy}$，则在(2,1)处处的全微分 $dz=$______

2. 设直线 L 的方程为 $\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y+z=4 \end{cases}$，则 L 的参数方程为______

3. 设函数 $u=x^2+y^2+z^2$，O 为坐标原点，则函数 u 在点 $P(1,1,1)$ 沿 $\overline{OP}$ 方向的方向导数为______

4. 函数 $u=xy^2z$ 在(1,-1,2)处增长最快的方向为______

5. 已知向量 a 位于第一卦限内，其方向余弦中 $\cos\beta=\frac{2}{3}$, $\cos\gamma=\frac{2}{3}$, 且 $|a|=3$, 则 $a=$______

6. 交换积分次序 $\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy=$______

三、解答题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1. 设函数 $z=f\left(y-x,\ ye^x\right)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$；

2. 设 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4\}$，利用极坐标求 $I=\iint\limits_D x^2dxdy$；

3. 求锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $z^2=2x$ 所割下部分的曲面面积；

4. 把积分 $\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz$ 化为三次积分，其中积分区域 Ω 是由曲面 $z=x^2+y^2$，$y=x^2$ 及平面 $y=1,z=0$ 所围成的区域；

5. 设 $\frac{x}{z}=\ln\frac{z}{y}$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$。

四、综合题（第 1、2 题分别为 7 分，第 3、4 题分别为 4 分，满分为 22 分）

1. 试求曲面 $x^2+y^2=2z$ 的切平面，使之经过曲线 $\begin{cases}3x^2+y^2+z^2=5,\\2x^2+y^2-4z=7\end{cases}$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切线。

2. 建模题

设某电视机厂生产一台电视机的成本为 c，每台电视机的销售价格为 p，销售量为 x。假设该厂的生产处于平衡状态，即电视机的生产量等于销售量。根据市场预测，销售量 x 与销售价格 p 之间有下面的关系：$x=Me^{-ap}$ $(M>0,a>0)$，其中 M 为市场最大需求量，a 是价格系数。同时，生产部门根据对生产环节的分析，对每台电视机的生产成本 c 有如下测算：$c=c_0-k\ln x$ $(k>0,x>1)$，其中 c_0 是只生产一台电视机时的成本，k 是规模系数。根据上述条件，应如何确定电视机的售价 p，才能使该厂获得最大利润？

3. 设 $f(x)$ 连续，证明 $\int_a^b dx\int_a^x f(y)dy=\int_a^b f(x)(b-x)dx$；

4.证明曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}$ ($a>0$) 上任何点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 a。

10.浙江理工大学 2017-2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1．微分方程 $y''+4y=\cos 2x$ 的一个特解具有形式（ ）

（A）$a\cos 2x$　　（B）$a\cos 2x+b\sin 2x$

（C）$ax\cos 2x$　　（D）$x(a\cos 2x+b\sin 2x)$

2．在 yOz 平面内的一条直线绕 z 轴旋转一周所得曲面的图形不可能是（ ）

（A）旋转单叶双曲面　（B）圆柱面　（C）圆锥面　（D）平面

$f_x=2x+y-3$　$f_y=x+2y-6$　$A=2$. $B=1$. $C=2$　$AC-B^2=3>0$

3．对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点 $(0,3)$（ ）

×（A）不是驻点　（B）是驻点但非极值点　（C）是极小值点　（D）是极大值点

4．在下列命题中，不正确的是（ ）

（A）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，$\Rightarrow$ 则它在该点连续；

（B）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，$\Rightarrow$ 则它在该点沿任何方向的方向导数存在。

（C）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，$\Leftarrow$ 则它在该点的偏导数连续；

（D）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，$\Rightarrow$ 这曲面 $z=f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$ 处的切平面存在。

$\vec{n}=(f_x,f_y,-1)$

5. 设 D 是由曲线 $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$ 所围成的平面区域，则 $\iint\limits_D (axy+by^2)\,dxdy$ 的（ ）

左右对称

（A）值等于 0　　（B）符号与 a 有关，与 b 无关

（C）符号与 a 无关，与 b 有关　　（D）符号与 a，b 都有关

6．设 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2=R^2\,(R>0)$ 所围成的闭区域，则三重积分 $\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2+z^2)dV$ 的值为（ ）

(A) $\frac{4}{3}\pi R^5$　(B) $\frac{4}{5}\pi R^5$　(C) $\frac{2}{5}\pi R^5$　(D) 0

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1.点 P(1,-2,3)关于 x 轴的对称点 Q 的坐标为__________

2. 函数 $z=x^4+\frac{y^2}{2}$ 在点 A(1，-3) 处其函数值增加最快的单位方向向量为

3. 设 $y=e^x(C_1+C_2x)$(C_1,C_2为任意常数) 是某二阶常系数齐次线性微分方程的通解，则该方程为_

4. 如果直线 $L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{\lambda}$ 与直线 $L_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ 相交，那么常数 λ 的值为_

5. 已知 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=\sqrt{2}$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$

6. 设 $D:-1\le x\le 1,0\le y\le 2$，则 $\iint\limits_D x^2y\,dxdy=$

三、计算题（本题共 5 小题，每题 8 分，满分 40 分）

1．求微分方程 $y''+2y'-3y=e^{-3x}$ 的通解.

2．已知在球面 $x^2+y^2+z^2=14$ 上点 P 处的切平面与平面 $x-2y+3z=0$ 平行，求点 P 的坐标及该平面的方程.

3. 设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x^2+y^2+z^2-4z=0$ 所确定，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4. 计算二次积分 $I=\int_{-1}^{1}dx\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}\ln(x^2+y^2+1)dy$.

5. 求 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}\,dV$ 其中 Ω 是 xoz 平面上两条曲线 $z=x^2$ 与 $z=2-x^2$ 绕 z 轴旋转而成的闭区域.

四、应用题（本题满分 6 分）

形状为椭球：$4x^2+y^2+4z^2=16$ 的空间探测器进入地球大气层，其表面开始受热，1 小时后在探测器表面点(x,y,z)的温度为

$$T(x,y,z)=8x^2+4yz-16z+600,$$

求探测器表面温度最高的点和温度最低的点。

五、证明题（本题满分 6 分）

设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\dfrac{x}{z}=\varphi(\dfrac{y}{z})$ 所确定，其中 $\varphi(u)$ 具有二阶连续导数.试证明：

(1) $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z$;

(2) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=(\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y})^2$.

11. 浙江理工大学 2018-2019 学年第二学期《高等数学 A2》期中试卷

班级：______________ 学号：___________________ 姓名：________________ 得分：___________

题目	一	二	三	四	五	总分
分值						
得分						

一、单选题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 点(-1,0,2)到平面 $x+\sqrt{2}y-z+1=0$ 的距离为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 设有直线 $L:\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 及平面 $\pi:4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　）

A. 垂直于 π　　B. 在 π 上　　C. 平行于 π　　D. 与 π 的夹角为锐角

3. 函数 $z=xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处沿从点 $P(1,0)$ 到点 $Q(2,-1)$ 的方向的方向导数等于（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

4. 已知点(-3,2)为函数 $f(x,y)=x^3+ay^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极值点，则 $a=$（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

5. 二元函数 $f\left(x,y\right)=\begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2}, (x,y)\neq(0,0) \\ 0\quad, (x,y)=(0,0) \end{cases}$ 在点 M(0,0)处（　　）

A. 连续，偏导存在　B. 连续，偏导不存在　C. 不连续，偏导存在　D. 不连续，偏导不存在

二、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1. 曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 在点(1,1,1)处切线的切向量 $\vec{T}=$___________.

2. 设 $z=f\left(2x,\dfrac{x}{y}\right)$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$________________________________.

3. 已知曲面 $z=4-x^2-y^2$ 上点 P 的切平面平行于平面 $2x+2y+2z-1=0$，则点 P 的坐标为_________.

4. 函数 $u=xyz$ 在点 M(1,1,1)处的梯度 $grad\ u\big|_M=$______________.

5. 求 $z=xy+\dfrac{x}{y}$ 的全微分____________________________.

三、计算题（每小题 8 分，共 48 分）

1. 已知两条直线的方程是

$$L_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-3}{-1}，\ L_2:\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$$

已知平面 π 过 L_1 且平行于 L_2，求平面 π 的方程.

2. 设 $\begin{cases} xy^2-uv=1 \\ x^2+y^2-u+v=0 \end{cases}$，$w=e^{u+v}$，其中 u，v 是由上式确定的 x，y 的函数，求 $\frac{\partial w}{\partial x}$.

3. 求 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{\sqrt{2-e^{xy}}-1}$.

4. 求函数 $f\left(x,y,z\right)=xyz$ 在限制条件 $xy+yz+xz=6$ 下的最大值.

5. $z=f\left(e^x\sin y,x^2+y^2\right)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

6. 计算 $\iint_D\left(x^2+y^2\right)dxdy$，其中 D 为圆 $x^2+y^2=2y$， $x^2+y^2=4y$ 及直线 $x-\sqrt{3}y=0$， $y-\sqrt{3}x=0$ 所围成的平面闭区域.

四、证明题（每小题 6 分，共 12 分）

1. 设 $z = xy + xF(u)$，而 $u = \dfrac{y}{x}$，$F(u)$ 为可导函数，证明 $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = z + xy$.

2. 试证曲面 $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}\,(a > 0)$ 上任意点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 a.