

DGP 第四次作业：Cubic Stylization

SA22001009 陈泽豪

May 24, 2024

1 作业介绍

Cubic Stylization 是一种用于图像处理的技术，旨在将图像转换为具有立体主义风格的艺术效果。立体主义（Cubism）是一种艺术流派，通过几何形状和多视角的表现手法来展现物体的不同侧面和结构。Cubic Stylization 通过计算机算法模仿这种艺术风格，将输入图像转换为具有类似效果的输出图像。Cubic Stylization 的主要作用是给图像添加独特的艺术风格，使其具有更加抽象和几何化的视觉效果。这种技术广泛应用于数字艺术、广告设计、以及各种创意视觉作品中，能够赋予普通图像新的艺术生命力和美感。具体如文章“Cubic Stylization”的 Teaser 内展示的：



Figure 1: Cubic Stylization 示意图

2 整体的算法框架

整个代码的实现主体实际上可以分为如下的几步。

2.1 建立起整体的能量函数

$$\min_{\tilde{V}, \{R_i\}} \sum_{i \in V} \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \underbrace{\frac{w_{ij}}{2} \|R_i d_{ij} - \tilde{d}_{ij}\|_F^2}_{\text{ARAP}} + \underbrace{\lambda a_i \|R_i \hat{n}_i\|_1}_{\text{CUBENESS}} \quad (1)$$

方程在 ARAP 的基础上加入了 L_1 的 cubeness 约束项, 通过控制 cubeness 项的系数就可以让最终的优化结果接近 cubic 的风格化结果。

2.2 Local Step

首先是固定住 \tilde{d}_{ij} 之后针对 R_i 的优化, 因此这里我们不能简单的像 ARAP 那时候处理, 需要用到 ADMM 的技术。假设我们针对每一个点进行分别的讨论, 那么就可以建立如下的优化式子:

$$\begin{aligned} \min_{z, R_i \in SO(3)} \quad & \frac{W_i}{2} \|R_i D_i - \tilde{D}_i\|_F^2 + \lambda a_i \|z\|_1 \\ \text{subject to} \quad & z - R_i \hat{n}_i = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

虽然我觉得文中的这种写法存在问题, 但是底下的优化出 R_i 的 ADMM 过程是正确的。

$$\begin{aligned} R_i^{k+1} &\leftarrow \arg \min_{R_i \in SO(3)} \frac{W_i}{2} \|R_i D_i - \tilde{D}_i\|_F^2 + \frac{\rho^k}{2} \|R_i \hat{n}_i - z^k + u^k\|_2^2 \\ z^{k+1} &\leftarrow \arg \min_z \lambda a_i \|z\|_1 + \frac{\rho^k}{2} \|R_i^{k+1} \hat{n}_i - z + u^k\|_2^2 \\ \tilde{u}^{k+1} &\leftarrow u^k + R_i^{k+1} \hat{n}_i - z^{k+1} \\ \rho^{k+1}, u^{k+1} &\leftarrow \text{update}(\rho^k) \end{aligned} \quad (3)$$

更具体的来说, 第一步的优化过程如下所示:

$$M_i = \begin{bmatrix} D_i & \hat{n}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_i \\ \rho^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{D}_i^\top \\ (z^k - u^k)^\top \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$M_i = \mathcal{U}_i \Sigma_i \mathcal{V}_i^\top, \quad (5)$$

$$R_i^{k+1} \leftarrow \mathcal{V}_i \mathcal{U}_i^\top, \quad (6)$$

如果得到的 R_i^{k+1} 行列式不大于 0, 则给 U_i 矩阵的最后一列乘以 -1。第二步的优化如下所示:

$$z^{k+1} \leftarrow \mathcal{S}_{\lambda a_i / \rho^k} (R_i^{k+1} \hat{n}_i + u^k) \quad (7)$$

$$\mathcal{S}_\kappa(x)_j = \left(1 - \frac{\kappa}{|x_j|}\right)_+ x_j \quad (8)$$

第三步的优化就是值的输入。第四步的话 update 过程如下所示:

$$\rho^{k+1}, u^{k+1} := \begin{cases} \tau_{\text{incr}} \rho^k, \tilde{u}^{k+1} / \tau_{\text{incr}} & \text{if } \|r^k\|_2 > \mu \|s^k\|_2 \\ \rho^k / \tau_{\text{decr}}, \tau_{\text{decr}} \tilde{u}^{k+1} & \text{if } \|s^k\|_2 > \mu \|r^k\|_2 \\ \rho^k, \tilde{u}^{k+1} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

其中 r^k, s^k 表示 primal residual 以及 dual residual, 定义如下:

$$r^k = \|z - R_i^k \hat{n}_i\|_2 \quad (10)$$

$$s^k = \|\rho^k (z^k - z^{k-1})\|_2 \quad (11)$$

因此不断的进行 ADMM, 直到两个 residual 小于某个值。或者自行设定 ADMM 的迭代次数。

3.1 示例

参数的设定都按照论文内的样子，我们只调整 cubeness 内的 λ 的值，得到如下所示的结果：

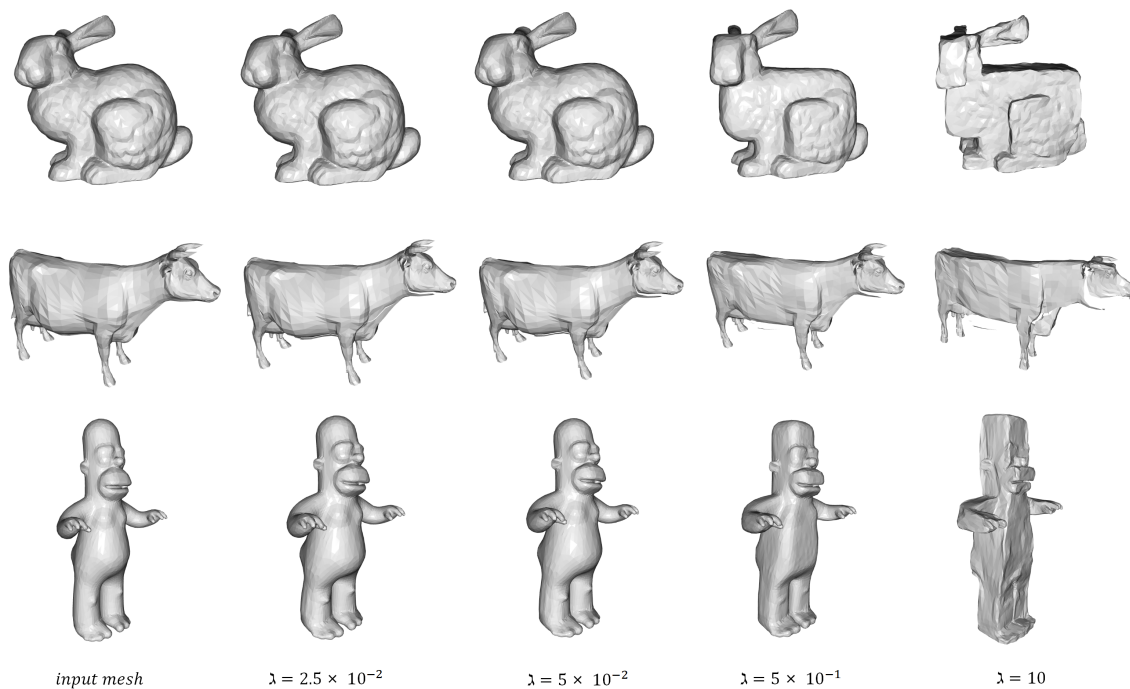


Figure 3: bunny 运行结果

4 总结

我们在这一次作业里基于 ARAP 能量函数，配合惩罚项实现了 cubic stylization，这个过程里又使用了 ADMM 的技术，收获颇多。