```
// ======= LIS =======
                                                   int a[MaxN], c[MaxN];
int C[maxn], B[maxn], dp[maxn];//C 是辅助阵
                                                   void MergeSort(int I, int r) {
                                                   // if a[1]^a[N] then r = N+1
                                                      int mid, i, j, tmp;
int LIS(int n){//n 表示作 LIS 的数据范围
                                                      if (r>l+1) {
  int mmin, mmax, ret=0;
                                                         mid = (l+r)/2;
  memset(C, 0x3f, sizeof(C));//inf=0x3f3f3f3f
                                                         MergeSort(I, mid);
  for(int i=1; i<=n; i++){//阵列从 1 开始
                                                         MergeSort(mid, r);
    mmin=1, mmax=i;
                                                         tmp = I;
    while(mmin<mmax){//二分
                                                         for (i=l,j=mid; i<mid && j<r; )
      int mid=(mmin+mmax)/2;
                                                            if (a[i]>a[j])
      if(C[mid]<B[i]) mmin=mid+1;</pre>
                                                            // 如果算上(x,x)则改成 a[i]>=a[j]
      else mmax=mid;
                                                               c[tmp++] = a[j++];
    dp[i]=mmin;
                                                               cnt += mid-i;
    C[mmin]=B[i];
                                                            }
    ret=max(ret, dp[i]);//更新答案
                                                            else
  }
                                                               c[tmp++] = a[i++];
  return ret;
                                                         if (j < r) for (; j < r; j + +) c[tmp + +] = a[j];
                                                         else for (; i < mid; i++) c[tmp++] = a[i];
// ======= LIS RUJIA======
                                                         for (i=l; i<r; i++) a[i]=c[i];
// A[1] ~ A[N]
for (int i=2; i <= N+1; i++) g[i]=INF;
                                                   int main() { a[1] = 4; a[2] = 2; a[3] = 1; }
for (int i=1;i<=N;i++) {
                                                   MergeSort(1,4); cout << cnt;}
int k=lower_bound(g+2,g+N+2,A[i]) - g;
                                                   // ======= Min - Max =======
// non-decreasing: 用 upper bound
                                                   struct State{ //状态
dp[i] = k-1; // 以 A[i]结尾的 LIS 长度
                                                   int score; //当前状态的打分, 对大分玩家越
Ans = max(Ans, dp[i]);
                                                   有利分越高
g[k] = A[i];
                                                   inline bool isFinal();//判断是否为终局的函数
                                                      inline void expand(int player,
// ======= 四边形优化 ========
                                                      vector<State>& children);
dp(i,j)=min\{dp(i,k-1),dp(k,j)\}+w(i,j)(i\leq k\leq j)
                                                      //拓展子节点的函数
(min 也可以改为 max) 如果满足:
                                                   };
1.区间包含的单调性: if (i≤i'<j≤j') then
                                                   int alphabeta(State& s, int player, int alpha,
w(i',j) \leq w(i,j')
                                                   int beta){
2. 四边形不等式: if (i≤i'<j≤j') then
                                                   //0 是大分玩家,1 是小分玩家
w(i,j)+w(i',j') \le w(i',j)+w(i,j')
                                                      if(s.isFinal()) return s.score;
// 再定义 s(i,j) 表示 m(i,j) 取得最优值时对应
                                                      vector<State> children;
的下标(即 i≤k≤j 时,k 处的 w 值最大,则
                                                      s.expand(player, children);//生成儿子
s(i,j)=k) 我们有 s(i,j)单调 ie.
                                                      for(auto child:children){
s(i,j-1)\leq s(i,j)\leq s(i+1,j)
                                                         int v=alphabeta(child, player^1, alpha,
故而 dp(i,j)=min{dp(i,k-1)+dp(k,j)}+w(i,j) 且
                                                   beta);//对儿子状态打分
s(i,j-1)≤k≤s(i+1,j) (min 可以改为 max)
                                                         !player ?alpha = max(alpha, v)
// ======== 状态压缩 ========
                                                         :beta=min(beta, v);
// O(3<sup>n</sup>)
                                                         //选取最有利的情况
for (int S = 1; S < (1 << n); S++)
                                                         if(beta<=alpha) break;
for (int SO = (S-1)\&S; SO; SO = (SO-1)\&S)
                                                         //alpha-beta 剪枝
int S1 = S-S0; //S 被拆成两个集合 S0 & S1
// ======= 统计逆序对 ========
                                                      return !player?alpha:beta;
int cnt=0; // 逆序对个数
                                                   }
```

```
// ====== STL example =======
                                                             d max[i][j]=max( d max[i][j-1],
#include <set>
                                                             d_max[i+(1<<(j-1))][j-1]);
//差别在与 set 中不允许有重复元素,multiset
                                                         int RMQ_Min(int L, int R) {
中允许有重复元素。
                                                           int k = 0;
int main() {
                                                           while((1<<(k+1)) <= R-L+1) k++;
multiset<int> myset;
                                                           return max( d max[L][k],
myset.clear();
                                                           d_{max}[R-(1<< k)+1][k]);
printf("%d\n", myset.empty());
for (int i=10; i; i--)
   myset.insert(i*10);
                                                         // ======== 莫队算法 ========
// 10 20 30 40 50 60 70 80 90
                                                         莫队 (不带区间修改)
multiset<int>::iterator itlow, itup, it;
itlow=myset.lower bound (30);
                                                         // 左端点所在分块作为第一关键字 右端点大小
itup=myset.upper_bound (60);
                                                         作为第二关键字
myset.erase(itlow,itup);// 10 20 70 80 90
                                                         struct Cmd { int l, r, id;
// map<int,int>::iterator it
                                                         friend bool operator < (const Cmd &a, const Cmd
// cout >> it->first >> it->second
                                                         &b)
printf("size == %d\n", (int)myset.size());
                                                         if (belong[a.l] == belong[b.l])
myset.erase(10);
                                                         return a.r < b.r;
//20 70 80 90
                                                         else return belong[a.l] < belong[b.l]; }
it = myset.find(70);
                                                         } cmd[maxm];
                                                         int ans[maxm], belong[maxn];
printf("count == %d\n", (int)myset.count(80)); //返
                                                         int cnt[maxk]; // cnt[i] = j 表示当前区间内有 j 个
回容器中元素等于 key 的元素的个数
                                                         颜色为i的东西
}
                                                         inline void upd(int &now, int pos, int v) { // 更新
// ===== DSU 并查集 =======
                                                            // 维护 now -= cnt[pos];
int p[maxn], Rank[maxn];
                                                            //
                                                                    cnt[pos] += v;
//p 记录祖先, Rank 记录秩
                                                            //
                                                                    now += cnt[pos];
                                                                                          }
void init(int n){
                                                         inline void solve(void) {
   for(int i=1; i<=n; i++)
                                                         int L=1,R=0; //[L,R]为当前维护好的区间
      p[i]=i, Rank[i]=0;
                                                         int now = 0; // now 为当前区间的答案
}
                                                         for (int i = 1; i \le M; i++) {
int Find(int x){//路径压缩找祖先
                                                         for (; L < cmd[i].l; L++) upd(now, L, -1);
return p[x]==x?x:p[x]=Find(p[x]); }
                                                         for (; R > cmd[i].r; R--) upd(now, R, -1);
void Union(int x, int y){
                                                         for (; L > cmd[i].l; L--) upd(now, L-1, 1);
   int xr=Find(x), yr=Find(y);
                                                         for (; R < cmd[i].r; R++) upd(now, R + 1, 1);
   if(xr==yr) return;
                                                            if (cmd[i].l == cmd[i].r) {
   //如果祖先相同直接退出
                                                                 ans[cmd[i].id] =...; continue; }
   if(Rank[xr]>Rank[yr]) p[yr]=xr;
                                                         ans[cmd[i].id] = now;
   //启发式合并
                                                         } } // end of solve()
   else{
                                                         int main() {
                                                         int blocksize = sqrt(N);
      if(Rank[xr]==Rank[yr]) Rank[yr]++;
                                                         for (int i = 1; i \le N; i++) // [1, N]
                                                            belong[i] = (i - 1) / blocksize + 1;
}
                                                         for (int i = 1; i <= M; i++) {
                                                            read(cmd[i].l), read(cmd[i].r);
// ======<u>== RMQ ======</u>
                                                            cmd[i].id = i; }
// d[i][j]: 从 i 位开始 长度为 2<sup>n</sup>j 的一段元素
                                                         sort(cmd + 1, cmd + M + 1); solve();
// 所有 max 直接改为 min 也可以直接用
                                                         for (int i = 1; i \le M; i++)
                                                                 printf("%d\n", ans[i]);
void RMQ init(const vector<int>& A) {
                                                         }
  for(int i = 0; i < A.size(); i++)
    d_{max[i][0]} = A[i];
                                                         // ======= 树状数组 =======
  for (int j=1; (1<<j) <= n; j++)
  for (int i=0; i+(1<< j)-1 < n; i++)
                                                         int n,m, bit[600005]; // size == maxn
```

```
int lowbit(int u){return u&(-u);}
                                                          }
                                                       }
//最后一位1在的地方
void edit(int u,int v) { //a[u]的值增加 v
                                                       for(int j=u;j<=n;j+=lowbit(j))
                                                       namespace Scapegoat Tree {
    bit[j]+=v;
                                                       #define MAXN (100000 + 10)
}
                                                         const double alpha = 0.75;
int query(int p) { //区间和 a[1]+...+a[n]
                                                         struct Node {
  int ans=0,i;
                                                           Node * ch[2]; //ch[0]=left, ch[1]=right
  for(i=p;i>0;i-=lowbit(i))
                                                           int key, size, cover; // size 为有效节点的数
    ans+=bit[i];
                                                       量, cover 为节点总数量
  return ans;
}
                                                           bool exist; // 是否存在(是否被删除,不是
// a[1~n]
                                                       真正删除 只 invalid)
int main() {
                                                           void PushUp() {
  for(i=1;i<=n;i++) {
                                                             size = ch[0]->size + ch[1]->size + (int)exist;
    scanf("%d",&val);
                                                             cover = ch[0]-> cover + ch[1]-> cover + 1;
    edit(i,val);
  }
                                                           bool isBad() { // 判断是否需要重构
  for(i=1;i<=m;i++) {
                                                             return ((ch[0]->cover > cover * alpha + 5) ||
    scanf("%d%d%d",&t,&a,&b);
                                                       (ch[1]->cover > cover * alpha + 5));
    if(t==1)//单点修改
                                                           }
      edit(a, b);
                                                         };
    if(t==2)//区间查询[]
                                                         struct STree {
    printf("%d\n", query(b)-query(a-1));
                                                         protected:
  }
                                                           Node mem_pool[MAXN];
                                                                                      //内存池,直接
  return 0;
                                                       分配好避免动态分配内存占用时间
}
                                                           Node *tail, *root, *null; // 用 null 表示 NULL
// ======= STL 名次树 =======
                                                       的指针更方便, tail 为内存分配指针, root 为根
vector<int> tree;
                                                           Node *bc[MAXN]; int bc top; // 储存被删除
int find(int x) { // x 的排名
                                                       的节点的内存地址,分配时可以再利用这些地
  return lower_bound(tree.begin(),tree.end(),x)
                                                       址
  -tree.begin()+1;
}
                                                           Node * NewNode(int key) {
int main() {
                                                             Node * p = bc top ? bc[--bc top] : tail++;
   scanf("%d", &n);
                                                             p->ch[0] = p->ch[1] = null;
   tree.reserve(maxn);
                                                             p->size = p->cover = 1; p->exist = true;
   for (int i=1; i<=n; i++) {
                                                             p->key = key;
      scanf("%d%d", &opt, &x);
                                                             return p;
      switch(opt) {
      case 1:
                                                           void Travel(Node * p, vector<Node *>&v) {
tree.insert(upper_bound(tree.begin(),
                                                             if (p == null) return;
tree.end(),x),x); break;
                                                             Travel(p->ch[0], v);
                                                             if (p->exist) v.push back(p); // 构建序列
      tree.erase(lower_bound(tree.begin(),tree.e
                                                             else bc[bc_top++] = p; // 回收
   nd(),x)); break;
                                                             Travel(p->ch[1], v);
      case 3:printf("%d\n",find(x));break;
       case 4: // 输出排名为 x 的数
                                                           Node * Divide(vector<Node *>&v, int I, int r) {
       printf("%d\n",tree[x-1]);break;
                                                             if (I >= r) return null;
       case 5: // 找 x 的前驱
                                                             int mid = (l + r) \gg 1;
printf("%d\n",
                                                             Node * p = v[mid];
*--lower_bound(tree.begin(),tree.end(),x))
                                                             p->ch[0] = Divide(v, l, mid);
break;
                                                             p->ch[1] = Divide(v, mid + 1, r);
       case 6: // 后继
                                                             p->PushUp(); // 自底向上维护, 先维护子
       printf("%d\n",*upper_bound(tree.begin(),
                                                       树
tree.end(),x));break;
                                                             return p;
      }
```

```
}
    }
    void Rebuild(Node * &p) {
                                                                 return ans; // ans >= 1
      static vector<Node *>v; v.clear();
                                                               } // 若 val 属于(1th,2th) 则 Rank(val)=2
      Travel(p, v); p = Divide(v, 0, v.size());
                                                               int Kth(int k) {
                                                                 Node * now = root;
    Node ** Insert(Node *&p, int val) {
                                                                 while (now != null) { // 非递归求第 K 大
      if (p == null) {
                                                                   if (now->ch[0]->size + 1 == k & &
        p = NewNode(val);
                                                           now->exist) return now->key;
        return &null;
                                                                   else if (now->ch[0]->size >= k) now =
      }
                                                           now->ch[0];
      else {
                                                                   else k -= now->ch[0]->size + now->exist,
        p->size++; p->cover++;
                                                           now = now -> ch[1];
        // 返回值储存需要重构的位置, 若子树
                                                                 }
也需要重构、本节点开始也需要重构、以本节
                                                                 return -1; // k 非法
点为根重构
                                                               }
        Node ** res = Insert(p->ch[val >= p->key],
                                                               void Erase(int val) {
                                                                 Erase(root, Rank(val));
val);
                                                                  if (root->size < alpha * root->cover)
        if (p->isBad()) res = &p;
                                                                     Rebuild(root);
        return res;
      }
                                                               }
                                                               void Erase_kth(int k) {
    }
    void Erase(Node *p, int id) {
                                                                 Erase(root, k);
      p->size--;
                                                                  if (root->size < alpha * root->cover)
      int offset = p->ch[0]->size + p->exist;
                                                                     Rebuild(root);
      if (p->exist && id == offset) {
                                                              }
         p->exist = false;
                                                            };
                                                          #undef MAXN
        return;
      }
      else {
                                                          int main() {
        if (id <= offset) Erase(p->ch[0], id);
                                                             using namespace Scapegoat Tree;
        else Erase(p->ch[1], id - offset);
                                                             STree solver; solver.Init();
      }
                                                             int T; cin >> T;
    }
                                                            while (T--) {
  public:
                                                               int opt, x; scanf("%d%d", &opt, &x);
    void Init() {
                                                               switch(opt) {
      tail = mem_pool;
                                                                 case 1: solver.Insert(x);break;
      null = tail++;
                                                                 case 2: solver.Erase(x);break;
      null->ch[0] = null->ch[1] = null;
                                                                  case 3:
      null->cover = null->size = null->key = 0;
                                                                  printf("%d\n", solver.Rank(x));break;
      root = null; bc_top = 0;
                                                                  printf("%d\n", solver.Kth(x));break;
    STree() { Init(); }
                                                           printf("%d\n", solver.Kth(solver.Rank(x) -1));break;
    void Insert(int val) {
      Node ** p = Insert(root, val);
                                                                 case 6: printf("%d\n",
      if (*p != null) Rebuild(*p);
                                                           solver.Kth(solver.Rank(x+1)));break;
    }
                                                               }
                                                            }
    int Rank(int val) {
      Node * now = root;
                                                             return 0;
      int ans = 1;
      while (now != null) { // 非递归求排名
                                                           if (now->key >= val) now = now->ch[0];
                                                          II n, m; // index 1~n 一共 m 次操作
                                                          Il op, qL, qR, v;
           ans += now->ch[0]->size + now->exist;
                                                          // 每次 update 或 query 前 都必须 clarify
//判断 now 是否 valid
                                                          // 对于 set: v >= 0 !!!
           now = now -> ch[1];
                                                          Il_sum, _min, _max; // 每次 query 前都要 init
        }
                                                          const II maxnode = 1<<17;
```

```
const II INF = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f3f;
                                                                 }
                                                                 maintain(o, L, R);
struct IntervalTree{
Il addv[maxnode*4],setv[maxnode*4];
                                                               void query(II o, II L, II R, II add) {
Il sumv[maxnode*4],minv[maxnode*4];
                                                                 //只需要 set 时可以删去第四个参数
II maxv[maxnode*4];
                                                                 if(setv[o] \ge 0){// when set included}
                                                                    II v = setv[o] + addv[o] + add;
  void maintain(II o, II L, II R){
                                                                    sum += v * (min(R, qR)-max(L, qL)+1);
    II lc = o*2, rc = o*2+1;
                                                                    _{max} = max(_{max}, v);
    sumv[o] = maxv[o] = minv[o] = 0;
                                                                    _{min} = min(_{min}, v);
    if(L < R){
      sumv[o] = sumv[lc] + sumv[rc];
                                                                 else if(qL \le L \&\& qR >= R){
      maxv[o] = max(maxv[lc], maxv[rc]);
                                                                    //当前区间完全包含于询问中
      minv[o] = min(minv[lc], minv[rc]);
                                                                    _sum += sumv[o] + add*(R-L+1);
                                                                    max = max( max, maxv[o]+add);
    if(setv[o] >= 0){
                                                                    _min = min(_min, minv[o]+add);
      //when set included
                                                                 }
      minv[o] = maxv[o] = setv[o];
                                                                 else{ // 递归统计 累加参数 add
      sumv[o] = setv[o] * (R-L+1);
                                                                    II lc = o*2, rc = o*2+1;
    }
                                                                    II M = L + (R-L)/2;
    if(addv[o]){
                                                                    if(qL <= M) query(lc, L, M, add+addv[o]);
      minv[o] += addv[o];
                                                                    if(qR > M) query(rc, M+1, R, add+addv[o]);
      maxv[o] += addv[o];
      sumv[o] += addv[o] * (R-L+1);
                                                               }
    }
                                                             } tree;
  }
  void pushdown(II o){ // when set
                                                             int main(){
    II lc = o*2, rc = o*2+1;
                                                               scanf("%lld%lld",&n,&m);
    if(setv[o] >= 0){
                                                               memset(&tree, 0, sizeof(tree)); // important!!
      setv[lc] = setv[rc] = setv[o];
      addv[lc] = addv[rc] = 0;
                                                               for (|| i=1; i<=n; i++) {
      setv[o] = -1;
                                                                 scanf("%lld", &v);
    }
                                                                 qL = qR = i;
    if(addv[o]){
                                                                 op = 1;
      addv[lc] += addv[o];
                                                                 tree.update(1, 1, n);
      addv[rc] += addv[o];
      addv[o] = 0;
                                                               if (s == "add") {
    }
                                                                 scanf("%lld%lld%lld",&qL,&qR,&v);
  }
                                                                 op = 1;
  void update(II o, II L, II R){
                                                                 tree.update(1, 1, n);
    II lc = o*2, rc = o*2+1;
    if(qL \le L \&\& qR >= R){
                                                               if (s == "set") {
      if(op == 2) { // set
                                                                 scanf("%IId%IId%IId",&qL,&qR,&v);
         setv[o] = v;
                                                                 op = 2;
         addv[o] = 0;
                                                                 tree.update(1, 1, n);
      else { //op==1 :Add
                                                               if (s == "sum") {
         addv[o] += v;
                                                                 scanf("%lld%lld",&qL,&qR);
      }
                                                                 _sum = 0; _max = -INF; _min = INF;
    }
                                                                 tree.query(1, 1, n, 0);
    else{
                                                                 printf("%lld\n", _sum);
      pushdown(o); //when set
                                                               }
      II M = L + (R-L)/2;
                                                             }
      if(qL <= M) update(lc, L, M);
      else maintain(lc, L, M); //when set
      if(qR > M) update(rc, M+1, R);
      else maintain(rc, M+1, R);//when set
```

```
// ====== Trie 树 =======
                                                        for (int c = 0; c < Sigma_Size; ++c) {
                                                          int p = ch[0][c];
const int maxnode = 4000010;
                                                          if(p) {
const int sigma_size = 26;
                                                            fail[p] = last[p] = 0;
struct Trie {
                                                            q.push(p);
  int ch[maxnode][sigma_size];
                                                          }
  int sz, val[maxnode];
  void clear()
                                                        while(!q.empty()) {
{sz=0;memset(ch[0],0,sizeof(ch[0]));}
                                                          int head = q.front();
  //一开始只有一个根节点0
                                                          q.pop();
  // 点的编号: 0~sz
                                                          for (int c = 0; c < Sigma_Size; ++c) {
  int idx(char c){return c-'a';}
                                                            int u = ch[head][c];
  void insert(char *s, int v) {
                                                            if(!u) continue;
    int u = 0, n = strlen(s);
                                                            q.push(u);
    for(int i=0;i<n;i++) {
                                                            int v = fail[head];
      int id = idx(s[i]);
                                                            while(v \&\& !ch[v][c]) v = fail[v];
      if(!ch[u][id]) {
                                                            fail[u] = ch[v][c];
         ++sz;
                                                            last[u] = val[fail[u]] ? fail[u] :
        memset(ch[sz],0,sizeof(ch[sz]));
                                                      last[fail[u]];
         val[sz]=0;
                                                      //这样保证了沿 last 数组经过的节点(除了 u
        ch[u][id]=sz;
                                                      与 root) 都会是单词节点(val>0)
                                                      //val[u]有可能大于 0
      u = ch[u][id];
                                                          }
                                                        }}
    val[u] += v;
                                                      inline void Founded(int x) {
  }
  int search(char *s) {
                                                              for(; x; x=last[x]) cnt[x]++;}
    int u = 0, n = strlen(s);
                                                      // last[i]=j 表 j 节点表示的单词是 i 节点单词
    for(int i=0;i<n;i++) {
                                                      的后缀, 且 j 节点是单词节点
      int id = idx(s[i]);
                                                      // 递归打印与结点 i 后缀相同的前缀节点编
      if(ch[u][id]==0)
        return 0;
                                                      // 进入此函数前需保证 val[x]>0
      u = ch[u][id];
                                                      // cnt[] 记录某个点代表的单词 在文章中出
                                                      现的次数
    return val[u];
                                                      inline void Find(char* text) {
  }
                                                        int j = 0, len = strlen(text);
}:
                                                        memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
Trie trie;
                                                        for (int i=0; i<len; ++i) {
                                                          int c = text[i] - 'a';
// ======= AC 自动机 =======
                                                          while(j && !ch[j][c]) j = fail[j];
inline void insert(char* word, int value) {
                                                          j = ch[j][c];
  int len = strlen(word), j = 0;
                                                          if(val[i]) Founded(i);
  for (int i=0; i<len; ++i) {
                                                          else if(last[j]) Founded(last[j]);
    int c = word[i] - 'a';
                                                        }
    if(!ch[i][c]) ch[i][c] = ++size;
                                                      }
    i = ch[i][c];
                                                      // main(): insert(P, 1); GetFail(); Find(T);
  }
  val[j]+=value;
                                                      // ======<u> KMP 匹配======</u>
                                                      char P[maxn]; // Pattern 短串
inline void GetFail() {
                                                      char T[maxn]; // Text 长串
  queue<int> q;
  fail[0] = 0;
                                                      int f[maxn];
```

```
void getFail(char* P,int* f) {
                                                              for(int i = n-1; i >= 0; i--)
//字符串 p 自我匹配
                                                                    sa[--cnt[rk1[i]]]=i;
                                                              for(int len=1; len<=n; len<<=1) {
  int m = strlen(P);
                                                                int p=0;
  f[0] = f[1] = 0;
                                                                for(int i = n-len; i < n; i++) rk2[p++]=i;
  for(int i = 1; i < m; i++) {
                                                                for(int i=0; i<n; i++)
    int j = f[i];
                                                                   if( sa[i]>=len )
    while(j && P[i]!=P[j])
                                                                     rk2[p++]=sa[i]-len;
       j = f[j];
                                                                for(int i = 0; i < n; i++) cnt[i]=0;
    f[i+1] = P[i] == P[j] ? j+1 : 0;
                                                                for(int i = 0; i < n; i++)
  }
                                                                ++cnt[rk1[rk2[i]]];
}
                                                                for(int i = 1; i < n; i++)
void Find(char* T, char* P, int* f) {
                                                                    cnt[i] += cnt[i-1];
//p 去匹配字符串 T
                                                                for(int i = n-1; i >= 0; i--)
  int n = strlen(T), m = strlen(P);
                                                                    sa[--cnt[rk1[rk2[i]]]]=rk2[i];
  getFail(P, f); //得出部分匹配表
                                                                for(int i = 0; i < n; i++)
  int j = 0;
                                                                    swap(rk1[i], rk2[i]);
  //j:短串的下标 i: 长串下标
                                                                int tot rk = 1;
  for (int i = 0; i < n; i++) {
                                                                rk1[sa[0]] = 0;
    while (j && P[j] != T[i])
                                                                for (int i = 1; i < n; i++)
       j = f[j];
                                                                rk1[sa[i]] =
    if (P[j] == T[i]) j++;
                                                                    cmpSA(rk2,sa[i],sa[i-1],len,n)
    if(j == m)
                                                                    ? tot_rk-1 : tot_rk++;
       printf("%d ", i-m+1);
                                                                if (tot_rk >= n) break;
  }
                                                              }
  puts("");
                                                           void getHeight(const string& str, int n) {
int main() {
                                                              for (int i = 0; i < n; i++) rk[sa[i]] = i;
  // c++ getline(cin, P)
                                                              ht[0] = 0;
  // c gets(P)
                                                              for (int i = 0, k = 0; i < n; i++) {
  while (gets(P))
                                                                if (rk[i] == 0) continue;
  {gets(T); Find(T, P, f);}
                                                                int j = sa[rk[i] - 1];
}
                                                                if (k) k--;
                                                                while (str[i + k] == str[j + k]) k++;
// ======== 后缀数组 =======
                                                                ht[rk[i]] = k;
const int CHARSET_SIZE = 257;
                                                              }
string s, s2;
                                                           }
int sa[maxn], rk[maxn], ht[maxn];
                                                           int main() {
int cnt[maxn], rk1[maxn], rk2[maxn];
                                                              getline(cin, s);
bool cmpSA(int *y,int a,int b,int k, int n) {
                                                              getline(cin, s2);
  int a1=y[a];
                                                              s = s + '$' + s2;
  int b1=y[b];
                                                              int N = s.size();
  int a2=a+k >= n ? -1: y[a+k];
                                                              buildSA(s, N, CHARSET_SIZE);
  int b2=b+k >= n ? -1: y[b+k];
                                                              getHeight(s, N);
  return a1==b1 && a2==b2;
                                                           }
void buildSA(const string& str,int n,int m){
// or "const char* s"
  for(int i = 0; i < m; i++) cnt[i] = 0;
  for(int i = 0; i < n; i++)
    ++cnt[rk1[i]=(int)str[i]];
  for(int i = 1; i < m; i++) cnt[i] += cnt[i-1];
```

```
// ======= FFT 傅里叶=======
                                                          }
                                                          sort(a, a+N);
#include <algorithm>
                                                          int len_tmp = a[N-1]+1, len = 1;
#include <cmath>
                                                          while (len < len_tmp*2)
using namespace std;
                                                            len <<= 1;
const double PI = acos(-1.0);
                                                          for (int i=0;i<len;i++)
struct complex {
                                                            x[i] = complex(num[i],0);
  double r,i;
                                                          fft(x, len, 1);//DFT
  complex(double r = 0.0, double i = 0.0)
                                                          for(int i = 0;i < len;i++)
  {r = _r; i = _i;}
                                                            x[i] = x[i] * x[i];
  complex operator +(const complex &b)
                                                          fft(x, len, -1);//IDFT
  {return complex(r+b.r,i+b.i);}
  complex operator -(const complex &b)
                                                          for (int i = 0; i < len; i++)
                                                            num[i] = (LL)round(x[i].r);
  {return complex(r-b.r,i-b.i);}
                                                          //可能要:求组合而不是求排列
  complex operator *(const complex &b)
  {return complex(r*b.r-i*b.i,r*b.i+i*b.r);}
                                                          num[i] /= 2;
                                                          //可能要:扣除 a[i]+a[i]的情况
void change(complex y[],int len) {
                                                          num[a[i]+a[i]]--;
  int i,j,k;
                                                          //可能要:扣除带0的特殊情况
  for(i = 1, j = len/2; i < len-1; i++)
                                                          Cnt -= (LL)Cnt0 * (N-1) * 2LL;// 0+ai=ai &&
                                                        ai+0=ai
    if(i < j)swap(y[i],y[j]);
                                                          printf("%lld\n", Cnt);
    k = len/2;
    while(j \ge k) {j = k; k \ne 2;}
                                                        // ======== Catalan ========
    if(j < k) j += k;
                                                        Catalan 数
                                                        Cat[n]=C[2*n][n]/(n+1)
}
                                                        组合性质
void fft(complex y[],int len,int on)
                                                        Cat[n+1]=sum(Cat[i]*Cat[n-i] for i from 0 to n)
//on==-1 IDFT
                                                        Cat[0]=1, Cat[n+1]=2*(2*n+1)/(n+2)*Cat[n]
                                                        Cat[n]为长度为 2*n 的 Dyck 词总数(长度为 2*n
  change(y,len);
                                                        的 Dyck 词由 n 个'X'和 n 个'Y'组成, 对于其任意
  for(int h = 2; h \le len; h \le 1)
                                                        前缀,有 count('X')>=count('Y'))
                                                        Cat[n]为给长度(n+1)的序列打上括号的不同方案
    complex wn(cos(-on*2*PI/h),sin(-on*2*PI/h));
    for(int j = 0; j < len; j+=h)
                                                        Cat[n]为有(n+1)片叶子的不同完全二叉树数
      complex w(1,0);
                                                        Cat[n]为 n*n 网格线从左下角到右上角不经过左
      for(int k = j; k < j+h/2; k++)
                                                        上部分的最短路径数
                                                        Cat[n]为用不相交直线将凸(n+2)边形划分为 n 个
        complex u = y[k];
                                                        三角形的方案数
        complex t = w*y[k+h/2];
                                                        Cat[n]为有 n 个非叶子节点的不同二叉树数
        y[k] = u+t;
        y[k+h/2] = u-t;
                                                        // ====== Combination =======
        w = w*wn;
                                                        Il fast pow(|| x, || k, || p);
      }
                                                        int Combination(int m, int n, int p){
    }
                                                            II nom=1, den=1;
                                                            for(int i=m-n+1; i<=m; i++)
  if(on == -1)
                                                            {nom*=i; nom%=p; }
    for(int i = 0; i < len; i++) y[i].r /= len;
                                                            for(int i=2; i<=n; i++)
                                                            {den*=i; den%=p; }
const int MAXN = 200011;
                                                            den=fast_pow(den, p-2, p);
complex x[MAXN * 4];
                                                            return (nom*den)%p;
LL num[MAXN * 4]; int a[MAXN];
int main() {
                                                        II C[maxn][maxn];
  memset(num, 0, sizeof(num));
                                                        int Combination_table(int n, II MOD){
  for (int i = 0; i < N; i++) {
                                                            memset(C, 0, sizeof(C));
    scanf("%d", &a[i]);
                                                            C[0][0]=1;
    num[a[i]]++;
```

(-1)^n\*F[i]\*F[j]

```
for(int i=1; i<=n; i++){
                                                  d'Ocagne 性质:
        C[i][0]=1;
                                                  F[k*n+c]=sum
        for(int j=1; j<=i; j++)
                                                  (C[k][i]*F[c-i]*F[n]^i*F[n+1]^(k-i) for i=0 to k)
        C[i][j]=(C[i-1][j-1]+C[i-1][j])%MOD;
    }
                                                  母函数: s(x)=sum
}
                                                  (F[k]*x^k \text{ for } k=0 \text{ to infinity})=x/(1-x-x^2)
                                                  数论性质:
// ===== cont_frac 连分数逼近 =====
                                                  gcd(F[m], F[n])=F[gcd(m, n)]
Il a[maxn];
                                                  整数 N 为 Fibonacci 数的充要条件为 5*N^2+4 或
/* 连分数逼近由欧几里德算法求解
                                                  5*N^2-4 为完全平方数
n/d=a[0]+1/(a[1]+1/(a[2]+1/(a[3]+1/(...+1/a[len-
                                                  p|F[p-(5/p)] (此处括号为 Legendre 标记)
                                                  如果从 1 开始计数,则除了 F[4]=3 以外,若下标
int cont_frac(II n, II d){
                                                  n 为合数则 F[n]也为合数
    Il r;
                                                  除了 1 以外 Fibonacci 数中仅有 8 和 144 为整次
    int len=0;
    while(d){
                                                  除了 1, 8, 144, 所有 Fibonacci 数都有至少一个质
        a[len++]=n/d;
        r=n%d; n=d; d=r;
                                                  因数不在所有比其下标更小的 Fibonacci 数的质
    }
                                                  因数的集合中
    return len;
                                                  若构造一数列 A[i]=F[i]%n, n 为任意正整数,则数
                                                  列 A 有周期性且其周期不超过 6*n
// ====== Euler_Phi =======
int euler_phi(int n){
                                                  int m=int(sqrt(n+0.5)), res=n;
                                                  Legendre 符号 (p 为质数)
    for(int i=2; i<=m; i++) if(n\%i==0){
                                                  (a|p)=0 \text{ if } a\%p=0
        res=res/i*(i-1);
                                                  (a|p)=1 if a%p!=0 and 存在整数 x x^2=a (mod p)
        while(n%i==0) n/=i;
                                                  (a|p)=-1 otherwise
                                                  Euler 准则: 若 p 为奇质数且 p 不能整除 d 则
    if(n>1) res=res/n*(n-1);
                                                  d^{(p-1)/2}=(d|p) \pmod{p}
    return res;
                                                  Legendre 符号是完全积性函数
                                                  二次互反律: 若 p, q 为奇质数,则(q|p)=(p|q)*(-
int phi[maxn];
void phi table(int n){
                                                  1)^((p-1)/2*(q-1)/2)
    memset(phi, 0, sizeof(phi));
    phi[1]=1;
                                                  Mersenne 数
    for(int i=2; i<=n; i++) if(!phi[i])
                                                  M[n]=2^n-1
        for(int j=i; j <= n; j+=i){
                                                  Euclid-Euler 定理: 若 M[p]为素数,则(2^p-
            if(!phi[i]) phi[i]=i;
                                                  1)*2^(p-1)为完全数
            phi[j]=phi[j]/i*(i-1);
                                                  若 p 为奇质数,则 M[p]的所有质因子模 2*p 同
        }
                                                  余1
}
                                                  若 p 为奇质数,则 M[p]的所有质因子模 8 同余
                                                  +/-1
// ====== Fibonacci 数 ======
                                                  M[m]与 M[n]互质的充要条件为 m 与 n 互质
F[0]=F[1]=1;
                                                  若 p 与 2*p+1 皆为素数且 p 模 4 同余 3, 则
F[n]=F[n-1]+F[n-2];
                                                  (2*p+1)为 M[p]的因子
组合性质
F[n]=sum(C[n-k-1][k]  for k=0 to floor((n-1)/2)
                                                  Wilson 定理
C[i][j]表示组合数
                                                  大于 1 的自然数 n 为素数的充要条件为(n-1)!=-1
sum(F[i] for i=1 to n)=F[n+2]-1
                                                  (mod n)
sum(F[2*i+1] \text{ for } i=0 \text{ to } n-1)=F[2*n]
sum(F[2*i] for i=1 to n)=F[2*n+1]-1
                                                  Fermat 多边形数定理
sum(F[i]*F[i] for i=1 to n)=F[n]*F[n+1]
                                                  每一个正整数最多可以表示为 n 个 n 边形数之
Catalan 性质:
F[n]*F[n]-F[n-r]*F[n+r]=(-1)^{(n-r)*F[r]*F[r]}
                                                  和
Vajda 性质: F[n+i]*F[n+j]-F[n]*F[n+i+j]=
```

```
Euler 引理
                                                          void print(){
                                                            for(int i=0; i<DIM.c; i++){
对于任意奇素数 p, 同余方程 x^2+y^2+1=0 (mod
                                                              for(int j=0; j<DIM.r; j++)</pre>
p) 必有一组正整数解(x, y)满足 0<=x<p/2,
                                                        cout<<matrix[i][j]<<'\t';
0 <= y < p/2
                                                              cout<<endl;
Lagrange 的四平方和定理
                                                            }
每个正整数均可以表示为 4 个整数的平方和
                                                          }
                                                        };
// ======= log mod ========
                                                        Matrix BigMatrixExpo(Matrix &A, long long n){
//解方程 a^x=b (mod n) n 为素数
                                                          Matrix B=A;
int shank(int a, int b, int n){
                                                          Matrix C(A.DIM.c, A.DIM.r);
    int m, v, e=1, i;
                                                          for(int i=0; i<C.DIM.c; i++)
    m=int(sqrt(n+0.5));//复杂度为
                                                            for(int j=0; j<C.DIM.r; j++)
O((m+n/m)logm) 所以 m==n/m 时最快
                                                              C.matrix[i][j]=i==j;
    v=inv(fast_pow(a, m, n), n);//fast_pow(a, m,
                                                          while(n){
n)=(a^m)%n
                                                            if(n&1) C=C*B;
    map<int, int> x;//x[j]=min(i|e[i]==j)
                                                            B=B*B;
    x[1]=0;
                                                            n>>=1;
    for(int i=1; i<m; i++){
                                                          }
         e=a*e%n;//e=(a^i)%n
                                                          return C;
         if(!x.count(e)) x[e]=i;
                                                        //定义新矩阵 Matrix a(3, 5); a.matrix={{},{},{}};
    for(int i=0; i<m; i++){
                                                        //乘法 c=a*b; 注意 a 的第一个 parametre 等于 b
         //a^(im)到 a^(im+m-1)
                                                        的第二个 parametre;
         if(x.count(b)) return i*m+x[b];
                                                        //加法 c=a+b; //输出 c.print();
         b=b*v%n;//递推更新 b
                                                        //完全积性函数 mo[i*j]=mo[i]*mo[j]
    return -1;//无解
                                                        //sum(mo[d] for d|n)=(n==1)
                                                        //反演公式
// ======= matrix =======
                                                        //若 f(n)=sum(g(d) for d|n) 则
struct parametre{int c, r;};
                                                        g(n)=sum(mo[n/d]*f(d) for d|n)=sum(mo[d]*f(n/d)
struct Matrix{
  long long matrix[maxn][maxn];
                                                        //If f(i)=sum(g(d*i) for d from 1 to floor(n/i)) then
  parametre DIM;
                                                        g(i)=sum(f(d*i)*mo[d] for d from 1 to floor(n/i))
  Matrix(){}
                                                        bool vis[maxn+123];
  Matrix(int c, int r){
                                                        int mo[maxn+123], primes[maxn+123],
    DIM=\{c, r\};
                                                        a[maxn+123], pcnt, N;
    memset(matrix, 0, sizeof(matrix));
                                                        void mobius(){//预处理
                                                            mo[1]=1;
  Matrix operator*(Matrix &A){
                                                            for(int i=2; i <= maxn; i++){
    Matrix C(DIM.c, A.DIM.r);
                                                                 if(!vis[i])
    memset(C.matrix, 0, sizeof(C.matrix));
                                                                 { mo[i]=-1; primes[pcnt++]=i; }
    for(int i=0; i<DIM.c; i++)
                                                                 for(int j=0;
      for(int j=0; j<A.DIM.r; j++)
                                                        j<pcnt&&ll(i)*primes[j]<=maxn; j++){
        for(int k=0; k<DIM.r; k++)
                                                                      vis[i*primes[j]]=true;
C.matrix[i][j]=(C.matrix[i][j]+A.matrix[i][k]*
                                                                      if(i%primes[j]) mo[i*primes[j]]=-
matrix[k][j])%MOD;
                                                        mo[i];
    return C;
                                                                      else{
                                                                          mo[i*primes[j]]=false;
  Matrix operator+(Matrix &A){
                                                                          break;
    Matrix C(A.DIM.c, A.DIM.r);
                                                                     }
    for(int i=0; i<DIM.c; i++)
                                                                 }
      for(int j=0; j<DIM.r; j++)
                                                            }
      C.matrix[i][j]=A.matrix[i][j]+matrix[i][j];
                                                            for(int i=2; i<=maxn; i++) mo[i]+=mo[i-1];//mo
    return C;
                                                        记录前缀和
  }
                                                        }
```

```
//O(sqrt(n)+sqrt(m))
                                                             //解存在 A[k][n]里面
Il cnt_gcd(Il n, Il m, Il k){//for i from 1 to n for j
                                                             return 1;
from 1 to m cnt gcd(i, j)=k
                                                        }
    if(n>m) swap(n, m);
    II res=0;
                                                         // ====== pell equation 佩尔方程=====
    n/=k, m/=k;
                                                         //用于求解标准型 Pell 方程的第(k+1)组非平凡
    for(int i=1, j=1; i<=n; i=j+1){
                                                         解 (x^2-n*y^2=1)
         j=min(n/(n/i), m/(m/i));
                                                        //输入 n, k 和 MOD
         res+=ll(mo[j]-mo[i-1])*(n/i)*(m/i);//前缀
                                                         //递推关系为 x[i+1]=x[0]*x[i]+n*y[0]*y[i];
和 Mobius
                                                         //y[i+1]=y[0]*x[i]+x[0]*y[i];
                                                         //上述递推关系可由 sqrt(n)的连分数表示推出
    return res;
                                                         typedef pair<II, II> pii;
}
                                                         pii res;//(xk, yk)
                                                         II MOD;//模<必须是全局变量>
// ========= 高斯消元 ========
                                                         void Find(II n, II& x, II& y){
typedef int Matrix[maxn][maxn];
                                                             //暴力寻找特解(x0, y0)
void exgcd(int a, int b, int& d, int& x, int& y){
                                                             y=1;
    !b?(d=a, x=1, y=0):(exgcd(b, a%b, d, y, x), y-
                                                             while(true){
=x*(a/b));
                                                                  x=sqrt(y*y*n+1);
                                                                  if(x*x-n*y*y==1) break;
int inv(int a){
                                                                  y++;
    int d, x, y;
                                                             }
    exgcd(a, MOD, d, x, y);
    return d==1?(x+MOD)%MOD:-1;
                                                         struct parameter{int c, r;};
                                                         struct Matrix{
int gauss_jordan(Matrix A, int n, int m){//A 是增广
                                                           II matrix[maxn][maxn];
矩阵, n 个未知数, m 个方程, MOD 是模, 如果
                                                           parameter DIM;
MOD 不是质数的话每次 inv 完先检测是否是-1
                                                           Matrix(){}
    int i=0, j=0;
                                                           Matrix(int c, int r);
    while(i<m&&j<n){
                                                           Matrix operator*(Matrix &A);//带模乘法
         int row=i;
                                                           Matrix operator+(Matrix &A);
         for(int k=i; k<m; k++){
                                                           void print();
              if(A[k][j]){
                                                         };
                  row=k:
                                                         Matrix BigMatrixExpo(Matrix &A, II n);//带模快速
                  break;
              }
                                                         bool Pell(|| n, || k){//k 为第 k 组解, 从 0 开始数
         }
                                                             II t=sqrt(n)+0.5, x, y;
         if(row!=i) for(int k=0; k<=n; k++)
                                                             if(t*t==n) return false;//仅有平凡解 (1, 0) 和
              swap(A[i][k], A[row][k]);
         if(!A[i][j]){
                                                         (-1, 0)
                                                             Matrix A(2, 2);
             j++; continue;
                                                             Find(n, x, y);
         }
                                                             A.matrix[0][0]=A.matrix[1][1]=x;
         for(int k=0; k< m; k++){
                                                             A.matrix[0][1]=n*y;
              if(!A[k][j]||i==k) continue;
                                                             A.matrix[1][0]=y;
              int cur=A[k][j]*inv(A[i][j])%MOD;
                                                             A=BigMatrixExpo(A, k-1);
              for(int t=j; t<=n; t++)
                                                             res=make_pair((A.matrix[0][0]*x+A.matrix[0][
              A[k][t]=((A[k][t]-cur*A[i][t])
                                                         1]*y)%MOD,
%MOD+MOD)%MOD;
                                                         (A.matrix[1][0]*x+A.matrix[1][1]*y)%MOD);
         }
                                                             return true;
         i++;
    for(int k=i; k<m; k++)
         if(A[k][n]) return -1;//无解
    if(i<n) return 0;//无限解
    for(int k=0; k<n; k++)
         A[k][n]=A[k][n]*inv(A[k][k])%MOD;
```

```
// ====== CRT======
                                                            {return *this=*this-rhs;}
                                                            fraction operator - (const int &rhs) const
typedef long long II;
                                                            {fraction r(rhs, 1);return *this-r;}
//n 个方程为 x=a[i] (mod m[i])
                                                            fraction operator -= (const int &rhs)
Il china(int n, int* a, int* m){
                                                            {return *this=*this-rhs;}
     Ⅱ M=1, d, y, x=0;//M 是等价以后的模
                                                            fraction operator * (const fraction &rhs) const{
     for(int i=0; i<n; i++) M*=m[i];
                                                                      fraction res;
     for(int i=0; i<n; i++){
                                                                      res.num=num*rhs.num;
         II w=M/m[i];
                                                                      res.den=den*rhs.den;
          exgcd(m[i], w, d, d, y);
                                                                      res.simplify();
         x=(x+y*w*a[i])%M;
                                                                      return res;
     return (x+M)%M;
                                                            fraction operator *= (const fraction &rhs)
                                                            {return *this=(*this)*rhs;}
// ======= Fraction ========
                                                            fraction operator * (const int &rhs) const
Il gcd(ll a, ll b){ return !b?a:gcd(b, a%b); }
                                                            {fraction r(rhs, 1); return (*this)*r;}
struct fraction{
                                                            fraction operator *= (const int &rhs)
Il num, den;
                                                            {return *this=(*this)*rhs;}
fraction(){ num=0; den=1; }
                                                            fraction operator / (const fraction &rhs) const{
fraction(II a, II b)
                                                                      fraction res;
{num=a; den=b; simplify();}
                                                                      res.num=num*rhs.den;
inline void reset(){ num=0; den=1;}
                                                                      res.den=den*rhs.num;
void simplify(){
                                                                      res.simplify();
         II d=gcd(num, den);
                                                                      return res;
         num/=d;
          den/=d;
                                                            fraction operator /= (const fraction &rhs)
         if(den<0){num=-num;den=-den;}
                                                            {return *this=(*this)/rhs;}
                                                            fraction operator / (const int &rhs) const
inline Il convert(){return num/den;}
                                                            { fraction r(rhs, 1); return (*this)/r; }
fraction& operator = (int rhs){
                                                            fraction operator /= (const int &rhs)
         (*this).num=rhs;
                                                                 {return *this=(*this)/rhs;}
         (*this).den=1;
                                                            bool operator == (const fraction &rhs) const
          return *this;
                                                                 {return num*rhs.den==den*rhs.num;}
                                                            bool operator == (const int &rhs) const
fraction operator + (const fraction &rhs) const{
                                                                 {return num==den*rhs;}
         fraction res;
                                                            bool operator != (const fraction &rhs) const
         res.den=lcm(den, rhs.den);
                                                                 {return !(*this==rhs);}
res.num=res.den/den*num+res.den/rhs.den*rhs.n
                                                            bool operator != (const int &rhs) const
um;
                                                                 {return !(*this==rhs);}
         res.simplify();
                                                            bool operator < (const fraction &rhs) const
         return res;
                                                                 {return num*rhs.den<den*rhs.num;}
}
                                                            bool operator < (const int &rhs) const
fraction operator += (const fraction &rhs)
                                                                 {return num<den*rhs;}
{return *this=*this+rhs;}
                                                            bool operator > (const fraction &rhs) const
fraction operator + (const int &rhs) const{
                                                                 {return num*rhs.den>den*rhs.num;}
         fraction r(rhs, 1);
                                                            bool operator > (const int& rhs) const
         return *this+r;
                                                                 {return num>den*rhs;}
                                                            bool operator <= (const fraction &rhs) const
fraction operator += (const int &rhs)
                                                                 {return *this==rhs||*this<rhs;}
{return *this=*this+rhs;}
                                                            bool operator <= (const int& rhs) const
fraction operator - (const fraction &rhs) const{
                                                                 {return *this==rhs||*this<rhs;}
         fraction res;
                                                            bool operator >= (const fraction &rhs) const
         res=*this+fraction(-1, 1)*rhs;
                                                                 {return *this>rhs||*this==rhs;}
         res.simplify();
                                                            bool operator >= (const int &rhs) const
         return res;
                                                                 {return *this>rhs||*this==rhs;}
                                                            };
fraction operator -= (const fraction &rhs)
```

```
// ======== 辛普森积分 =======
                                                            int convexhull(Point* p, int n, Point* ch) {
                                                               sort(p, p+n);
double simpson(double a, double b) {
                                                              int m = 0;
     double c = (a + b) / 2.0;
                                                               for(int i = 0; i < n; i++) {
     return (F(a)+4*F(c)+F(b)) * (b-a) / 6.0;
                                                                 while(m > 1 \&\& cross(ch[m-1]-ch[m-2], p[i]-
}// 这里 F 为自定义函数
                                                            ch[m-2]) <= 0) m--;
//given A as the simpson Value for the whole
                                                                 ch[m++] = p[i];
interval [a,b]
                                                              }
double asr(double a, double b, double eps, double
                                                               int k = m;
A) {
                                                               for(int i = n-2; i >= 0; i--) {
     double c = (a + b) / 2.0;
                                                                 while(m > k \&\& cross(ch[m-1]-ch[m-2], p[i]-
     double L = simpson(a, c);
                                                            ch[m-2]) <= 0) m--;
     double R = simpson(c, b);
                                                                 ch[m++] = p[i];
     if (fabs(L+R-A) \le 15*eps)
          return L + R + (L+R-A)/15.0;
                                                              if(n > 1) m--; return m;
return asr(a, c, eps/2, L) + asr(c, b, eps/2, R);
                                                            Vector Rotate(Vector A, double rad){
double asr(double a, double b, double eps)
                                                                 // 这里 rad 是逆时针旋转的角度
{ return asr(a, b, eps, simpson(a, b)); } //接口
                                                                 return Vector(A.x*cos(rad)-A.y*sin(rad),
// int main(): 调用 asr(left, right, 1e-5)
                                                                 A.x*sin(rad)+A.y*cos(rad));
// 得到 F(x) 在[left, right]上的积分 eps 也可改为
                                                            }
1e-6
                                                            // int main()
                                                            Point o(tmpx, tmpy);
// ======== 凸包 ========
                                                            p[point_cnt++]=o; ... ...
const double eps=1e-10;
                                                            int m=convexhull(p, point_cnt, ch);
const double PI=acos(-1);
                                                            double convex area=PolygonArea(ch, m);
struct Point{ double x, y;
                                                            // Rotate vector(10,10) clockwise by 90 degree
  Point(double x=0, double y=0):x(x), y(y){}
                                                            // new o = o + Rotate(Vector(10.0,10.0),-
} p[maxn], ch[maxn];
                                                            torad(90.0));
typedef Point Vector;
Vector operator + (Vector A, Vector B)
                                                            // ======= 点在多边形内 =======
     { return Vector(A.x+B.x, A.y+B.y); }
                                                            bool PNPoly(int u, int deg) {
Vector operator - (Vector A, Vector B)
                                                                 if (! (vertxmin \leq x[u] \leq vertxmax) || !
     { return Vector(A.x-B.x, A.y-B.y); }
                                                            ( vertymin <= y[u] <= vertymax ) ) return 0;
Vector operator * (Vector A, double p)
                                                                 bool is_in = 0; int i,j;
     { return Vector(A.x*p, A.y*p); }
                                                                 for(i=0;i<deg;i++) {
Vector operator / (Vector A, double p)
                                                                 if(!i) j= deg-1;
     { return Vector(A.x/p, A.y/p); }
                                                                 else j= i-1;
int dcmp(double x) {
                                                                 if ((poy[i] > y[u]) != (poy[j] > y[u])) && (x[u] <
  if(fabs(x) < eps) return 0;
                                                            (pox[j] - pox[i]) * (y[u] - poy[i]) / (poy[j] - poy[i]) +
  else return x < 0 ? -1 : 1; }
                                                            pox[i]) )
bool operator == (const Point& a, const Point& b)
                                                                           is_in = ! is_in;
\{ return dcmp(a.x-b.x) == 0 \&\& dcmp(a.y-b.y) == 
                                                                 }
                                                                 return is_in;
bool operator < (const Point& a, const Point& b)
                                                            }
{ return a.x < b.x | | (a.x == b.x \&\& a.y < b.y); }
double cross(Vector A, Vector B)
     { return A.x*B.y - A.y*B.x; }
double torad(double deg)
     { return deg / 180 * PI; }
double PolygonArea(Point* p, int n){
  double area=0:
  for(int i=1; i<n-1; i++)
    area+=cross(p[i]-p[0], p[i+1]-p[0]);
  return area/2;
}
```

```
Nanyang Technological University NTUNOOBS
// ====== 拓扑排序 ======
                                                              low[u]=pre[u]=++dfs clock;
                                                              int len=G[u].size(),i,child=0;
for(int i=0; i<cnt; i++)//入度为 0 的点入栈
                                                              for(i=0;i<len;i++)
   if(!indeg[i]) s.push(i);
                                                              {
while(!s.empty()){
                                                                int v=G[u][i];
  int u=s.top(); s.pop();
                                                                Edge e = \{u,v\};
  T.push_back(u); //T 保存拓扑序
                                                                if(!pre[v]) //not accessed yet
  for(int v:G[u]){ //G 为邻接表
    indeg[v]--;
                                                                   s.push(e);//store cut edge
    if(!indeg[v]) s.push(v);
                                                                   dfs(v,u);
  }
                                                                   child++;
}
                                                                   low[u]=min(low[u],low[v]);
                                                                   if(low[v] >= pre[u]) //if cut, bcc find
// ====== SCC 强连通分量 ======
                                                                   {
int dfs_clock = 0, pre[MaxN],low[MaxN];
                                                                     if(low[v] > pre[u])
int scc_cnt, sccno[MaxN], size[MaxN];
                                                                       bridge.push_back(e);
stack<int> S; vector<int> G[MaxN];
                                                                     iscut[u]=1;
void Add(int a,int b) {G[a].push_back(b);}
                                                                     bcc_cnt++;//bcc start from 1
void dfs(int u) {
                                                                     bcc[bcc_cnt].clear();
pre[u] = low[u] = ++dfs_clock;
                                                                     while(1)
S.push(u);
                                                                     {
for (int i = 0; i < G[u].size(); i++) {
                                                                       Edge x = s.top();
   int v = G[u][i];
                                                                       s.pop();
   if (!pre[v]) {
                                                                       if(bccno[x.u]!=bcc_cnt)
       dfs(v);
       low[u] = min(low[u], low[v]);
                                                                         bcc[bcc_cnt].push_back(x.u);
                                                                         bccno[x.u]=bcc_cnt;
    else if (!sccno[v])
   low[u] = min(low[u],pre[v]);
                                                                       if(bccno[x.v]!=bcc_cnt)
}
if (low[u] == pre[u]) {
                                                                         bcc[bcc_cnt].push_back(x.v);
   scc_cnt++;
                                                                         bccno[x.v]=bcc_cnt;
   int original size = S.size(), tmp = 0;
   do {
                                                                       if(x.u==u \&\& x.v==v) break;
       tmp = S.top(); S.pop();
       sccno[tmp] = scc_cnt;
                                                                   }
   } while (tmp != u);
   size[scc_cnt] = original_size - S.size();
                                                                else if( pre[u] > pre[v] && v!=fa )
}}// end of dfs
                                                                //early than father
int main()
{ for (int i=0; i<n; i++) if (!pre[i]) dfs(i); }
                                                                   s.push(e);
                                                                   low[u]=min(low[u],pre[v]);
// ====== BCC 桥 割点 =======
                                                                }
struct Edge{ int u,v; };
                                                              if(child<=1 && fa<0)
vector<int>G[MAXN],bcc[MAXN];
                                                                iscut[u]=0;
vector<Edge>bridge;
int low[MAXN],pre[MAXN],dfs clock=0,
                                                            int main() {
iscut[MAXN],bccno[MAXN],bcc cnt=0;
                                                              scanf("%d%d",&n,&m);
//bccno 是每个点在哪块 bcc 是第 i 块有哪些点
                                                              for(i=1;i<=m;i++) {
//点编号 0~n-1
                                                                scanf("%d%d",&a,&b);
stack<Edge>s;//保存在当前 bcc 中的边, 割顶的 bccno
                                                                G[a].push_back(b);
无意义,因为存在于多个 bcc 中
                                                                G[b].push_back(a);
                                                              }
void dfs(int u, int fa)
                                                              for(i=0;i<n;i++)
{
```

```
Nanyang Technological University NTUNOOBS
    if(!pre[i])
                                                               #include <cstring>
      dfs(i,-1);
                                                               int n, dfs_clock=0, scc_cnt=0;
  for (int i=0; i<n; i++)
                                                               int pre[MAXN*2],low[MAXN*2];
    if (iscut[i])
                                                               int sccno[MAXN*2];
      printf("node %d is cut\n", i);
                                                               stack<int>S;
  for (auto e: bridge)
                                                               vector<int> G[MAXN*2];
    printf("bridge %d -- %d\n",e.u,e.v);
                                                               void Clear() {
}
                                                                 for (int i = 0; i < n*2; i++)
                                                                    G[i].clear();
// ======= 2-SAT =======
                                                                 dfs_clock = scc_cnt = 0;
// node indexed from 0~n-1
                                                                 memset(pre, 0, sizeof(pre));
#include <cstring>
                                                                 memset(low, 0, sizeof(low));
int n, cnt=0, sol[MAXN*2];
                                                                 memset(sccno, 0, sizeof(sccno));
vector<int> G[MAXN*2];
                                                               void add_constrain(int x,int xval,int y,int yval)
bool mark[MAXN*2];
void Clear() {
                                                               {见 2-sat 普通版本的 add_constrain;}
  for (int i = 0; i < MAXN*2; i++)
                                                               void dfs(int u) { 间 SCC 部分的 dfs; }
    G[i].clear();
                                                               bool twosat() {
  memset(mark, 0, sizeof(mark));
                                                                 for (int i=0; i<n*2; i++)
  cnt = 0;
                                                                   if (!pre[i])
}
                                                                      dfs(i);
//x=xval or y=yval
                                                                 for (int i=0; i<n; i++)
void add constrain(int x,int xval,int y,int yval) {
                                                                   if (sccno[i*2] == sccno[i*2+1])
  //x is xval OR y is yval
                                                                      return false;
  x=2*x+xval;
                                                                 return true;
  y=2*y+yval;
                                                               }
  G[x^1].push_back(y); //!x->y
  G[y^1].push_back(x); //!y->x
                                                               // ======== SPFA 最短路========
}
                                                               struct Edge {int u, v, w;};
bool dfs(int u) {
                                                               vector<Edge> edges; // need clearance
  if(mark[u^1]) return false;
                                                               vector<int> G[maxn]; // need clearance
  if(mark[u]) return true;
                                                               int dis[maxn]; bool vis[maxn]; queue<int> que;
  mark[u] = true;
                                                               void AddEdge(int a, int b, int c) {
  sol[cnt++]=u; // stack
                                                                  edges.push_back((Edge){a,b,c});
  for(int i = 0; i < G[u].size(); i++)
                                                                  G[a].push_back(edges.size()-1);
    if(!dfs(G[u][i]))
                                                               }
       return false;
                                                               void Spfa(int Source) {
  return true;
                                                                  memset(dis, 63, sizeof(dis));
}
                                                                  memset(vis, 0, sizeof(vis));
bool twosat() {
                                                                  que.push(Source); dis[Source] = 0;
  for(int i=0; i<2*n; i+=2)
                                                                  while (!que.empty()) {
    if(!mark[i] && !mark[i+1]) { //未涂色
                                                                     int u = que.front(); que.pop();
                                                                     for (int i=0; i<G[u].size(); i++) {
      if(!dfs(i)) { //出现 contradiction
                                                                         Edge& e = edges[G[u][i]];
         while(cnt) mark[sol[--cnt]]=0;
                                                                         int v = e.v, w = e.w;
//i 的结果全部不要
                                                                        if (dis[v] > dis[u] + w) {
         if(!dfs(i+1)) return false;
                                                                            dis[v] = dis[u] + w;
         //always contradict
                                                                            if (!vis[v]) { vis[v] = 1;que.push(v); }
      }
                                                                        }
    }
  return true;
                                                                     vis[u] = 0;
}
                                                                  }
                                                               void Clear() {
// ======= 2-SAT SCC =======
// node indexed from 0~n-1
                                                                  edges.clear();
```

```
图论 Graph 16
   bool operator < (const State& another) const
{ return d > another.d; }
};
void dijkstra (int s) {
   memset(vis, 0, sizeof(int) * n);
   memset(dis, inf, sizeof(int) * n);
   dis[s] = 0;
   priority queue<State> que;
   que.push(State(s, dis[s]));
   while (!que.empty()) {
      int u = que.top().u; que.pop();
      if (vis[u]) continue; vis[u] = 1;
      for (int i = 0; i < G[u].size(); i++) {
         Edge& edge = edges[G[u][i]];
         int v = edge.v, w = edge.w;
         if (dis[v] > dis[u] + w) {
            dis[v] = dis[u] + w;
            que.push(State(v, dis[v]));
        }
      }
   }
// ======= 二分图匹配 =======
// O(V*E)
// 点 index 不得为 0
vector<int> G[maxn];
int link[maxn];
bool vis[maxn];
int ans = 0;
int dfs(int u) {
for (auto v : G[u])
if (!vis[v]) {
  vis[v]=1;
  if (!link[v] || dfs(link[v]))
  { link[v] = u; return 1; }
} return 0; }
int main() {
  // 左半张图为 1~m 右半张图为 m+1~n
  // 由左半张图向右半张图连单向边
   for (int i=1;i<=M;i++)
   {memset(vis,0,sizeof(vis)); if(dfs(i)) ans++;}
   printf("%d\n", ans);
   for (int i=M+1;i<=N;i++)
   if (link[i]) printf("%d %d\n",link[i],i);
}
// ======= 网络流相关笔记 =======
======= 若带权值 =======
最小点权覆盖 = 最大流
最大点权独立集合 = 总权值 - 最小点权覆盖
```

======= 不带权值 =======

求 DAG 图的最小路径覆盖:

二分图最小顶点覆盖 = 二分图最大匹配;

二分图最大独立集 = 节点总数数 (n) - 最大匹配数

```
G[i].clear();
}
// ======= LCA =======
struct Edge{int u,v,w;};
vector<Edge> edges;
vector<int> G[maxn];
int dep[maxn]; //在 dfs 树上的深度
int f[maxn][maxlog], g[maxn][maxlog];
//点 index: 1~N (不能为 0)
//init: f, g = 0
//f[i,j]记录 i 结点向上走 2^j 步后所到达的祖先
//g[i,j]记 i 结点向上走 2^j 步路途中边权最小值
void dfs(int u) {
   for (int i=1;i<maxlog;i++) {
      f[u][i] = f[f[u][i-1]][i-1];
      g[u][i] = min(g[u][i-1], g[f[u][i-1]][i-1]);
   }
   for (int i=0; i<G[u].size(); i++) {
      Edge& e = edges[G[u][i]];
      int v = e.v, w = e.w;
      if (!dep[v]) {
         f[v][0]=u;
         g[v][0]=w;
         dep[v] = dep[u] + 1;
         dfs(v);
      }
   }
}
int LCA(int a,int b) {
   if (dep[a]>dep[b]) swap(a,b); //保证 b 更深
   int Ans=INF;
   for (int i=maxlog-1;i>=0;i--)
   if (dep[f[b][i]]>=dep[a]){
      Ans=min(Ans,g[b][i]);
      b=f[b][i];
   } //将 b 移动至与 a 同一深度
   if (a==b) return a; //LCA=a=b
   for (int i=maxlog-1;i>=0;i--)
      if (f[a][i]!=f[b][i]){
         Ans=min(Ans,min(g[a][i],g[b][i]));
         a=f[a][i];b=f[b][i];
      }//向上找到 LCA
   Ans=min(Ans,min(g[a][0],g[b][0]));
   return f[a][0]; //LCA=f[a][0]-f[b][0]
}
// int main()
for (int i=1; i<=n; i++) // 不连通的森林:
if (!dep[i]) { dep[i] = 1; dfs(i); }
// 牢记 dep[root] == 1 != 0
// ====== dijkstra ======
struct State {
   int u, d; State (int u = 0, int d = 0): u(u), d(d){}
```

Nanyang Technological University NTUNOOBS

for (int i=0; i<maxn; i++)

```
2. 如果原图存在有向边 i->j,则在二分图中引入边
i->j'
3. DAG 最小路径覆盖 = 节点数 (n) - 最大匹配数;
网络流解法的构图:
超级源点与左边集合的每一点相连、若是求最小点
覆盖,权值为1,若是求最小点权覆盖集,权值为
该点的点权
超级汇点与右边集合的每一点相连, 权值同上
左右集合之间练得边容量均为 INF
// ====== DINIC() 最大流 ==========
// O(n^2*m)
// all con[]==1 O(min(n^{2/3},m(1/2))*m)
// 二分图匹配 O(n^(0.5) * m)
#include <cstring>
#define INF 0x3f3f3f3f
struct Edge {int from, to, cap;};
vector<Edge> edges;
vector<int> G[MaxNode];
int S, T;
int dis[MaxNode],cur[MaxNode];
bool vis[MaxNode];
void Clear() {
 edges.clear();
 for (int i=0; i<MaxNode; i++) G[i].clear();
}
void Add(int from, int to, int cap) {
 edges.push back((Edge){from,to,cap});
 edges.push_back((Edge){to,from,0});
 int m = edges.size();
 G[from].push_back(m-2);
 G[to].push_back(m-1);
}
int bfs() {
 memset(vis,0,sizeof(vis));
 queue<int>Q;
 Q.push(S); dis[S]=0; vis[S]=1;
 while(!Q.empty()) {
   int u = Q.front(); Q.pop();
   for (int i=0; i<G[u].size(); i++) {
     Edge& e = edges[G[u][i]];
     if(!vis[e.to] && e.cap) {
       vis[e.to]=1;
       dis[e.to]=dis[u]+1;
       Q.push(e.to);
     }
   }
 return vis[T];
int dfs(int u,int lim) {
```

Nanyang Technological University NTUNOOBS

1. 把原图中所有节点 i 拆成 i 与 i'

路径上)

(在图中找尽量少的路径,使得每个节点恰好在一条

```
if (u==T | !lim) return lim;
  int flow=0, f;
  for (int& i=cur[u]; i<G[u].size(); i++) {
    Edge& e = edges[G[u][i]];
    if (dis[e.to]>dis[u] && e.cap)
      if ((f=dfs(e.to,min(lim-flow,e.cap))) > 0){
      flow+=f;
      e.cap-=f;
      edges[G[u][i]^1].cap+=f;
      if (flow==lim) break;
    }
  }
  return flow;
int DINIC() {
  int flow=0;
  while(bfs()) {
    memset(cur, 0, sizeof(cur));
    flow+=dfs(S,INF);
  }
  return flow;
}
// ========= 费用流 =======
// O(SPFA_const * M * MAXFLOW)
// random Graph: n=250 m=5000 con[i]<=10000: 0.85s
struct Edge {int from, to, cap, cost;};
vector<Edge> edges; vector<int> G[maxn];
int S, T, ansflow; long long anscost;
int dis[maxn], path[maxn]; bool vis[maxn];
void Add(int from, int to, int cap, int cost) {
   edges.push_back((Edge){from,to,cap,cost});
  edges.push_back((Edge){to,from,0,-cost});
  int m0 = edges.size();
  G[from].push back(m0-2); G[to].push back(m0-1);
}
bool spfa() {
   memset(dis, 63, sizeof(dis));
   memset(vis, 0,sizeof(vis));
   queue<int> q; q.push(S); dis[S]=0; vis[S]=1;
   while(!q.empty()){
      int u = q.front(); q.pop();
      for(int i=0; i<G[u].size(); i++) {
         Edge& e = edges[G[u][i]]; int v = e.to;
         if(e.cap \&\& dis[v] > dis[u] + e.cost) {
             dis[v] = dis[u]+e.cost;
             path[v] = G[u][i];
             if(!vis[v]) { q.push(v); vis[v] = 1; }
         }
      vis[u] = 0;
   return dis[T]<INF; //0x3f3f3f3f
}
void CostFlow() {
   ansflow = anscost = 0;
```

```
图论 Graph 18
```

```
}
  memset(path, 0, sizeof(path));
                                                       u=sink;
  while (spfa()) {
                                                       while(u!=source){// 从汇点到源点更新流量
     int f=INF;
     for(int x=T;x!=S;x=edges[path[x]].from)
                                                          edges[p[u]].flow+=rsd; //正向边+流量 反向边-
        f = min(f,edges[path[x]].cap);
                                                    流量
     for(int x=T;x!=S;x=edges[path[x]].from) {
                                                          edges[p[u]^1].flow-=rsd;
        edges[path[x]].cap -= f;
                                                          u=edges[p[u]].from;
        edges[path[x]^1].cap += f;
     }
                                                       return rsd;
     anscost += (II)dis[T]*(II)f;
                                                    }
     ansflow += f;
                                                    int max flow(){
  }
                                                       int flow=0;
                                                       bfs();
// cin>>S>>T; CostFlow();
                                                       memset(num, 0, sizeof(num));
// printf("%d %lld\n",ansflow,anscost);
                                                       for(int i=0; i<num nodes; i++)
                                                          num[d[i]]++; //和 t 距离为 i 的节点
//当前节点
                                                       int u=source;
int source, sink, p[max nodes], num[max nodes],
                                                       memset(cur, 0, sizeof(cur));
cur[max_nodes], d[max_nodes];
                                                       while(d[source]<num_nodes){//s 到 t 的距离不能
bool visited[max_nodes];
                                                    超过点数
struct Edge{
                                                          if(u==sink) flow+=augment(), u=source;
  int from, to, cap, flow;
                                                          bool advanced=false;
  Edge(){}
                                                          for(int i=cur[u]; i<G[u].size(); i++){
  Edge(int a, int b, int c, int d):from(a), to(b), cap(c),
                                                          //当前弧优化 从第 cur 个点开始做 因为前 cur-
flow(d){}
                                                       1个点都已经用干净了
};
int num nodes, num edges;
                                                            Edge& e=edges[G[u][i]]; //正边
vector<Edge> edges;
                                                            if(e.cap>e.flow&&d[u]==d[e.to]+1){//边上有
vector<int> G[max_nodes]; // 每个节点出发的边编号
                                                    残量 并且是一条 允许弧
正向边
                                                               advanced=true; p[e.to]=G[u][i]; //下一个
// 预处理, 反向 BFS 构造 d 数组
                                                    点的 上一条弧
void bfs(){
                                                                           //更新 u 点的当前弧到 u
                                                               cur[u]=i;
  memset(visited, 0, sizeof(visited));
                                                    的第i个点
  queue<int> Q; Q.push(sink);
                                                               u=e.to; break;
  visited[sink]=true; d[sink]=0;//距离为 0
                                                            }
  while(!Q.empty()){
     int u=Q.front(); Q.pop();
                                                          if(!advanced){
     for(auto ix=G[u].begin(); ix!=G[u].end(); ++ix){
                                                            // 当前(过时的)剩余网络下 u 不能允许弧连
        Edge& e=edges[(*ix)];//因为从汇点开始 用
                                                    接到t了
反向边
                                                            // retreat 更新分层图
        if(!visited[e.to])
                                                            // remark: u 的邻接边不一定都是允许弧
           visited[e.to]=true, d[e.to]=d[u]+1,
                                                            // 所以更新到 u 邻接边的距离+1 是新的剩
Q.push(e.to);
                                                    余网络中的允许弧
     }
                                                            int m=num nodes-1; //默认 u 的距离是最大
  }
                                                    值(从剩余网络中排除)
                                                            for(auto ix=G[u].begin(); ix!=G[u].end(); ++ix)
int augment(){// 找到一条增广路 增广
                                                               if(edges[*ix].cap>edges[*ix].flow)
  int u=sink, rsd=0x7fffffff;
                                                    m=min(m, d[edges[*ix].to]);
  // 从汇点到源点通过 p 追踪增广路径, rsd 为一路
                                                            if(--num[d[u]]==0) break;//gap 优化, 如果和 t
上最小的残量
                                                    距离 d[u]的所有点都没了 s 和 t 一定断开了 直接退
  while(u!=source){
                                                    出
     Edge& e=edges[p[u]];
     rsd=min(rsd, e.cap-e.flow);
                                                            d[u]=m+1, num[d[u]]++;
                                                            cur[u]=0;
     u=edges[p[u]].from;
```

Nanyang Technological University NTUNOOBS

```
Nanyang Technological University NTUNOOBS
         if(u!=source) u=edges[p[u]].from; //retreat to
                                                                   dfs(v);
到 u 的前一个点
                                                               }
                                                            }
   }
                                                          int nextMST(){
   return flow;
                                                            int i, ans=0x3f3f3f3f;
}
                                                            for(i=0; i<m; i++){
                                                               Edge e=edge[i];
// ======= 次小生成树 =======
                                                               if(!e.inMST) ans=min(ans, e.w-maxcost[e.u][e.v]);
// 增量最小 MST: (m 次加边求 MST)回路性质 加边后
                                                          //ans 是边权增大了多少
删除生成树以外的所有边
// 最小瓶颈 MST/路: (最大边最小) 原图 MST 满足瓶
                                                            return ans;
颈性质
                                                          }
// 次小生成树: 边 uv 和点 uv 之间的最小瓶颈(最大
边权)边交换
                                                          // ======= 曼哈顿最小生成树 =======
int n, m, fa[MAXN], maxcost[MAXN][MAXN],
                                                          struct BIT {
pre[MAXN];
                                                            int min_val,pos;
bool vis[MAXN];
                                                            void init()
struct Edge{
                                                            {min_val=INF;pos=-1;}
   int u, v, w, inMST;
                                                          } bit[maxn];
   Edge(int u=0, int v=0, int dist=0):u(u), v(v),
                                                          void update(int x,int val,int pos){
w(dist){inMST=0;}
                                                            for(int i=x;i>=1;i-=lowbit(i))
}edge[MAXM];
                                                              if(val<bit[i].min val)
vector<Edge> vec[MAXN];//MST
                                                                bit[i].min val=val,bit[i].pos=pos;
bool cmp(const Edge& a, const Edge& b){return
a.w<b.w;}
                                                          int ask(int x,int m){
int root(int x){return fa[x]==x?x:fa[x]=root(fa[x]);}
                                                            int min_val=INF, pos=-1;
void kruskal(){
                                                            for(int i=x;i<=m;i+=lowbit(i))
   sort(edge, edge+m, cmp);
                                                              if(bit[i].min val<min val)
   for(int i=1; i<=n; i++) fa[i]=i;
                                                                min_val=bit[i].min_val,pos=bit[i].pos;
   int cnt=0;
                                                            return pos;
   for(int i=0; i<m; i++){
      int x=root(edge[i].u), y=root(edge[i].v);
                                                          int Manhattan minimum spanning tree(int n,Point
      if(x!=y){
                                                          *p){
         fa[y]=x;
                                                            int a[maxn],b[maxn]; // tmp
         vec[edge[i].u].push_back(Edge(edge[i].u,
                                                            for(int dir=0;dir<4;dir++){
edge[i].v, edge[i].w));
                                                              //4 种坐标变换
         vec[edge[i].v].push_back(Edge(edge[i].v,
                                                              if(dir==1||dir==3){
edge[i].u, edge[i].w));
                                                                for(int i=0;i< n;i++)
         edge[i].inMST=1;
                                                                  swap(p[i].x,p[i].y);
         if(++cnt==n-1) break;
      }
                                                              else if(dir==2){
   }
                                                                for(int i=0;i<n;i++)
}
                                                                  p[i].x=-p[i].x;
void dfs(int u){
   vis[u]=1;
                                                              // 我们将坐标按 X 排序(Y 为第二关键字), 将 Y-
   for(int i=0; i<vec[u].size(); i++){</pre>
                                                         X离散化
      int v=vec[u][i].v;
                                                              // 用 BIT 来维护, 查询对于某一个(X0,Y0)
      if(!vis[v]){ //access a new node
                                                              // 查询比(Y0-X0)大的中 X1+Y1 最小的点
         //u 是 v 的父亲 在有根树中
                                                              sort(p, p + n);
         for(int j=1; j<=n; j++) if(vis[j])//relax from all
                                                              for(int i=0;i<n;i++){
node visited
                                                                a[i]=b[i]=p[i].y-p[i].x;
   maxcost[j][v]=maxcost[v][j]=max(maxcost[j][u],
                                                              sort(b, b + n);
```

vec[u][i].w);//j->v = max(j->u,u->v)

```
图论 Graph 20
```

```
Nanyang Technological University NTUNOOBS
    int m = unique(b,b+n)-b;
                                                            if(idx==0) return true; // 没有环了
    for(int i=1;i<=m;i++)
                                                            for(int i=0; i<n; i++) if(id[i]==-1) id[i]=idx++;
      bit[i].init();
                                                            // 重新建图
    //对于四种坐标变换 每次新建一个树状数组
                                                            for(int i=0; i<g.size(); i++)
    for(int i=n-1;i>=0;i--){ // x 从大到小 保证 X1>=X0
                                                               g[i].w-=inw[g[i].v], g[i].u=id[g[i].u],
      int pos=lower_bound(b,b+m,a[i])-b+1;
                                                       g[i].v=id[g[i].v];//减权值避免删边
      //BIT 中从 1 开始
                                                            n=idx; root=id[root];
      int ans=ask(pos,m);
                                                         }
                                                       }
      if(ans!=-1) // dist 函数计算的是曼哈顿距离
       addedge(p[i].id,p[ans].id,dist(i,ans));
                                                       // ========= 稳定婚姻 ========
      update(pos,p[i].x+p[i].y,i);
                                                       int n, m[maxn][maxn], wife[maxn], cur[maxn],
   }
 }
                                                       w[maxn][maxn], hus[maxn];
}
                                                       queue<int>Q;
                                                       void solve(){
//======= 最小树形图 (朱刘)========
                                                         while(!Q.empty()){
                                                           int man=Q.front(); Q.pop();
//如果没有 root, 加虚拟根,和每个点权值是所有边
                                                           int woman=m[man][cur[man]++];
权值和+1, 最后答案减去(和+1)
                                                           if(!hus[woman]) hus[woman]=man,
struct edge{
                                                       wife[man]=woman;//直接配对
  int u, v, w;
   edge(int u=0, int v=0, int w=0):u(u), v(v), w(w){}
                                                       if(w[woman][man]<w[woman][hus[woman]]){//如果当
};
                                                       前男生的更好, 抛弃现在的舞伴, 重新配对
int n, m, ans;
                                                            wife[hus[woman]]=0; //被抛弃的男生重新回到
vector<edge> g;
int id[maxn], inw[maxn], v[maxn], pre[maxn];
                                                       单身状态
//inw:最小入边, v:一个点属于哪个环, id: 重新建图的
                                                            Q.push(hus[woman]);
点编号
                                                            hus[woman]=man, wife[man]=woman;//新的一
bool zhuLiuAlg(int root){
                                                       对
  ans=0;
                                                           }else Q.push(man); //男生没人要
  while(true){
     for(int i=0; i<n; i++) inw[i]=INF, id[i]=-1, v[i]=-1,
                                                         for(int i=1; i<=n; i++) printf("%d\n", wife[i]);
pre[i]=-1;
     for(int i=0; i<g.size(); i++)
                                                       int main(){
        if(g[i].w < inw[g[i].v] \& g[i].v! = g[i].u)
                                                         int T; scanf("%d", &T);
           inw[g[i].v]=g[i].w, pre[g[i].v]=g[i].u;
                                                         while(T--){
     pre[root]=root, inw[root]=0;
                                                           while(!Q.empty()) Q.pop();
     //判断是否可能,因为后边修改了权值,可以直
                                                           scanf("%d", &n);
接加到答案里
                                                           for(int i=1; i<=n; i++){
     for(int i=0; i<n; i++){
                                                            for(int j=1; j<=n; j++) scanf("%d", &m[i][j]); //编
        if(inw[i]==INF) return false;
                                                       号为i的男生第i喜欢的女生
        ans+=inw[i];
                                                            cur[i]=1, wife[i]=0, Q.push(i);//男生 i 下一个要
                                                       邀请对象,男生 i 的舞伴编号
     //找圈 && 缩点,缩成的点编号,判断是否还
                                                           }
有环
                                                           int x;
     int idx=0;
                                                           for(int i=1; i<=n; i++){
     for(int i=0; i<n; i++)
                                                            for(int j=1; j<=n; j++) scanf("%d", &x), w[i][x]=j;
        if(v[i]==-1){
                                                       //女生 i 心目中,男生 x 的排名
           int t=i;
                                                            hus[i]=0; //编号为 i 的女生的舞伴编号
           while(v[t]==-1) v[t]=i, t=pre[t];
                                                           }
           if(v[t]!=i||t==root) continue;
                                                           solve(); if(T) puts("");
           id[t]=idx++;
                                                        }
           for(int j=pre[t]; j!=t; j=pre[j]) id[j]=idx-1;
                                                         return 0;
        }
                                                       }
```

```
// ======= KM 最大权完全匹配 ========
//最小点覆盖 = 最大匹配
//最大独立集=最小边覆盖=点数-最大匹配
//最大团 = 补图的最大独立集
//最小路径覆盖:原图拆点=点数-拆点图最大匹配
//求最小权完备匹配:所有的边权值取其相反数。求
最大权完备匹配, 匹配的值再取相反数
//KM 算法的运行要求是必须存在一个完备匹配, 如
果求一个最大权匹配(不一定完备):把不存在的边权
值赋为 0。
//求边权之积最大: 每条边权取自然对数,然后求最
大和权匹配, 求得的结果 a 再算出 e^a 就是最大积
匹配
int G[MAXN][MAXN], ex_girl[MAXN], ex_boy[MAXN],
match[MAXN], slack[MAXN], N, n, m;
bool vis_girl[MAXN], vis_boy[MAXN];
bool dfs(int girl){
  vis girl[girl]=true;
  for(int boy=0; boy<N; ++boy){
    if(vis_boy[boy]) continue; // 每一轮匹配 每个男
生只尝试一次
    int gap=ex_girl[girl]+ex_boy[boy]-G[girl][boy];
    if(gap==0){ // 如果符合要求
      vis boy[boy]=true;
      if(match[boy]==-
1||dfs(match[boy])){match[boy]=girl;return true;}// 找
到一个没有匹配的男生或者该男生的妹子可以找到
其他人
    }else slack[boy]=min(slack[boy], gap); // slack 可
以理解为该男生要得到女生的倾心 还需多少期望值
取最小值 备胎的样子
  }
  return false;
}
int KM(){
  memset(match, -1, sizeof match); memset(ex boy,
0, sizeof ex boy);
  for(int i=0; i<N; ++i){// 每个女生的初始期望值是与
她相连的男生最大的好感度
    ex_girl[i]=G[i][0];
    for(int j=1; j<N; ++j)
      ex_girl[i]=max(ex_girl[i], G[i][j]);
  for(int i=0; i<N; ++i){// 尝试为每一个女生解决归宿
问题
    fill(slack, slack+N, INF);// 因为要取最小值 初始
化为无穷大
    while(1){
    // 为每个女生解决归宿问题的方法是 : 如果
找不到就降低期望值, 直到找到为止
```

// 记录每轮匹配中男生女生是否被尝试匹配过

```
memset(vis girl, false, sizeof vis girl);
        memset(vis_boy, false, sizeof vis_boy);
        if(dfs(i)) break; // 找到归宿 退出
        // 如果不能找到 就降低期望值
        // 最小可降低的期望值
        int d=INF;
        for(int j=0; j<N; ++j)
           if(!vis_boy[j]) d=min(d, slack[j]);
        for(int j=0; j<N; ++j){
           if(vis_girl[j]) ex_girl[j]-=d;
// 所有访问过的女生降低期望值
           if(vis_boy[j]) ex_boy[j]+=d;
// 所有访问过的男生增加期望值
           else slack[j]-=d;
// 没有访问过的 boy 因为 girl 们的期望值降低,距
离得到女生倾心又进了一步!
        }
     }
  }
  int res=0;// 匹配完成 求出所有配对的好感度的和
  for(int i=0; i<N; ++i) res+=G[match[i]][i];
  return res;
}
// ====== sublime 配置 ======
  "cmd": ["g++","-g","-O2","-std=gnu++14","-
static","${file}", "-o",
"${file_path}/${file_base_name}"],
   "file regex": "^(..[^:]*):([0-9]+):?([0-9]+)?:? (.*)$",
  "working dir": "${file path}",
  "selector": "source.c, source.c++",
  "variants":
        "name": "Run",
        "cmd": ["x-terminal-emulator", "-e", "bash",
"-c", "g++ -g -O2 -std=gnu++14 -static '${file}' -o
'${file path}/${file base name}' &&
'${file_path}/${file_base_name}';echo;echo; read -p
'Press any key to continue...'"]
     }
  ]
}
```