图论 Graph 14

```
// ====== 拓扑排序 ======
                                                              low[u]=pre[u]=++dfs_clock;
                                                              int len=G[u].size(),i,child=0;
for(int i=0; i<cnt; i++)//入度为 0 的点入栈
                                                              for(i=0;i<len;i++)
   if(!indeg[i]) s.push(i);
while(!s.empty()){
                                                                 int v=G[u][i];
  int u=s.top(); s.pop();
                                                                 Edge e = \{u,v\};
  T.push_back(u); //T 保存拓扑序
                                                                 if(!pre[v]) //not accessed yet
  for(int v:G[u]){ //G 为邻接表
    indeg[v]--;
                                                                   s.push(e);//store cut edge
    if(!indeg[v]) s.push(v);
                                                                   dfs(v,u);
  }
                                                                   child++;
}
                                                                   low[u]=min(low[u],low[v]);
                                                                   if(low[v] >= pre[u]) //if cut, bcc find
// ====== SCC 强连通分量 ======
                                                                   {
int dfs clock = 0, pre[MaxN],low[MaxN];
                                                                     if(low[v] > pre[u])
int scc_cnt, sccno[MaxN], size[MaxN];
                                                                       bridge.push back(e);
stack<int> S; vector<int> G[MaxN];
                                                                     iscut[u]=1;
void Add(int a,int b) {G[a].push back(b);}
                                                                     bcc_cnt++;//bcc start from 1
void dfs(int u) {
                                                                     bcc[bcc_cnt].clear();
pre[u] = low[u] = ++dfs_clock;
                                                                     while(1)
S.push(u);
for (int i = 0; i < G[u].size(); i++) {
                                                                       Edge x = s.top();
   int v = G[u][i];
                                                                       s.pop();
   if (!pre[v]) {
                                                                       if(bccno[x.u]!=bcc_cnt)
       dfs(v);
       low[u] = min(low[u], low[v]);
                                                                         bcc[bcc_cnt].push_back(x.u);
    }
                                                                         bccno[x.u]=bcc_cnt;
    else if (!sccno[v])
   low[u] = min(low[u],pre[v]);
                                                                       if(bccno[x.v]!=bcc cnt)
if (low[u] == pre[u]) {
                                                                         bcc[bcc_cnt].push_back(x.v);
   scc cnt++;
                                                                         bccno[x.v]=bcc_cnt;
   int original_size = S.size(), tmp = 0;
                                                                       if(x.u==u \&\& x.v==v) break;
       tmp = S.top(); S.pop();
                                                                     }
       sccno[tmp] = scc_cnt;
                                                                   }
   } while (tmp != u);
   size[scc_cnt] = original_size - S.size();
                                                                 else if( pre[u] > pre[v] \&\& v!=fa )
} } // end of dfs
                                                                 //early than father
int main()
{ for (int i=0; i<n; i++) if (!pre[i]) dfs(i); }
                                                                   s.push(e);
                                                                   low[u]=min(low[u],pre[v]);
// ====== BCC 桥 割点 =======
                                                              }
struct Edge{ int u,v; };
                                                              if(child<=1 && fa<0)
vector<int>G[MAXN],bcc[MAXN];
                                                                 iscut[u]=0;
vector<Edge>bridge;
                                                            }
int low[MAXN],pre[MAXN],dfs_clock=0,
                                                            int main() {
iscut[MAXN],bccno[MAXN],bcc cnt=0;
                                                              scanf("%d%d",&n,&m);
//bccno 是每个点在哪块 bcc 是第 i 块有哪些点
                                                              for(i=1;i<=m;i++) {
//点编号 0~n-1
                                                                 scanf("%d%d",&a,&b);
stack<Edge>s;//保存在当前 bcc 中的边, 割顶的 bccno
                                                                 G[a].push_back(b);
无意义, 因为存在于多个 bcc 中
                                                                 G[b].push_back(a);
                                                              }
void dfs(int u, int fa)
                                                              for(i=0;i<n;i++)
{
```

```
图论 Graph
    if(!pre[i])
                                                             // node indexed from 0~n-1
      dfs(i,-1);
                                                             #include <cstring>
  for (int i=0; i<n; i++)
                                                             int n, dfs clock=0, scc cnt=0;
    if (iscut[i])
                                                             int pre[MAXN*2],low[MAXN*2];
      printf("node %d is cut\n", i);
                                                             int sccno[MAXN*2];
  for (auto e: bridge)
                                                             stack<int>S;
    printf("bridge %d -- %d\n",e.u,e.v);
                                                             vector<int> G[MAXN*2];
}
                                                             void Clear() {
                                                               for (int i = 0; i < n*2; i++)
// ====== 2-SAT =======
                                                                 G[i].clear();
// node indexed from 0~n-1
                                                               dfs clock = scc cnt = 0;
                                                               memset(pre, 0, sizeof(pre));
#include <cstring>
int n, cnt=0, sol[MAXN*2];
                                                               memset(low, 0, sizeof(low));
vector<int> G[MAXN*2];
                                                               memset(sccno, 0, sizeof(sccno));
bool mark[MAXN*2];
void Clear() {
                                                             void add constrain(int x,int xval,int y,int yval)
  for (int i = 0; i < MAXN*2; i++)
                                                             {见 2-sat 普通版本的 add_constrain;}
    G[i].clear();
                                                             void dfs(int u) { 间 SCC 部分的 dfs; }
  memset(mark, 0, sizeof(mark));
                                                             bool twosat() {
  cnt = 0;
                                                               for (int i=0; i<n*2; i++)
}
                                                                 if (!pre[i])
//x=xval or y=yval
                                                                   dfs(i);
void add_constrain(int x,int xval,int y,int yval) {
                                                               for (int i=0; i<n; i++)
  //x is xval OR y is yval
                                                                 if (sccno[i*2] == sccno[i*2+1])
  x=2*x+xval;
                                                                   return false;
  y=2*y+yval;
                                                               return true;
  G[x^1].push_back(y); //!x->y
                                                             }
  G[y^1].push back(x); //!y->x
}
                                                             bool dfs(int u) {
                                                             vector<int> G[MaxN]; int tot=0,
  if(mark[u^1]) return false;
                                                             v[MaxM],NEXT[MaxM],w[MaxM],head[MaxN];
  if(mark[u]) return true;
                                                             //memset
  mark[u] = true;
                                                             int Dis[MaxN],Que[MaxQ]; bool vis[MaxN];
  sol[cnt++]=u; // stack
                                                             void AddEdge(int a,int b,int c)
  for(int i = 0; i < G[u].size(); i++)
                                                             {v[++tot]=b;w[tot]=c;NEXT[tot]=head[a];
    if(!dfs(G[u][i]))
                                                             head[a]=tot;}
      return false;
                                                             void Spfa(int Source) {
  return true;
                                                                 memset(Dis,63,sizeof(Dis));
}
                                                                 memset(vis, 0, sizeof(vis));
bool twosat() {
                                                                 int Qhead=1, Qtail=1;
  for(int i=0;i<2*n;i+=2)
                                                                 Dis[Que[1]=Source]=0;
    if(!mark[i] && !mark[i+1]) { //未涂色
                                                                 while(Qhead<=Qtail) {
      cnt=0;
                                                                for(int i=head[Que[Qhead]];i;i=NEXT[i])
      if(!dfs(i)) { //出现 contradiction
                                                                if(Dis[Que[Qhead]]+w[i]<Dis[v[i]]) {
        while(cnt) mark[sol[--cnt]]=0;
                                                                   Dis[v[i]]=Dis[Que[Qhead]]+w[i];
//i 的结果全部不要
                                                                   if(!vis[v[i]]) {
        if(!dfs(i+1)) return false;
                                                                      vis[v[i]]=1;
        //always contradict
                                                                      Que[++Qtail]=v[i];
      }
                                                                   }
    }
                                                                } vis[Que[Qhead++]]=0;
  return true;
}
                                                             } // main: S = ???; // Spfa();
// ======= 2-SAT SCC =======
                                                             // ======= LCA =======
```

```
图论 Graph
struct Edge{int u,v,w;};
vector<Edge> edges;
vector<int> G[maxn];
int dep[maxn]; //在 dfs 树上的深度
int f[maxn][maxlog], g[maxn][maxlog];
//点 index: 1~N (不能为 0)
//init: f, g = 0
//f[i,j]记录 i 结点向上走 2^j 步后所到达的祖先
//g[i,i]记 i 结点向上走 2^i 步路途中边权最小值
void dfs(int u) {
   for (int i=1;i<maxlog;i++) {
      f[u][i] = f[f[u][i-1]][i-1];
      g[u][i] = min(g[u][i-1], g[f[u][i-1]][i-1]);
   }
   for (int i=0; i<G[u].size(); i++) {
      Edge& e = edges[G[u][i]];
      int v = e.v, w = e.w;
      if (!dep[v]) {
         f[v][0]=u;
         g[v][0]=w;
         dep[v] = dep[u] + 1;
         dfs(v);
      }
   }
int LCA(int a,int b) {
   if (dep[a]>dep[b]) swap(a,b); //保证 b 更深
   int Ans=INF;
   for (int i=maxlog-1;i>=0;i--)
   if (dep[f[b][i]]>=dep[a]){
      Ans=min(Ans,g[b][i]);
      b=f[b][i];
   } //将 b 移动至与 a 同一深度
   if (a==b) return a: //LCA=a=b
   for (int i=maxlog-1;i>=0;i--)
      if (f[a][i]!=f[b][i]){
         Ans=min(Ans,min(g[a][i],g[b][i]));
         a=f[a][i];b=f[b][i];
      }//向上找到 LCA
   Ans=min(Ans,min(g[a][0],g[b][0]));
   return f[a][0]; //LCA=f[a][0]-f[b][0]
}
// int main()
// 不连通的森林:
for (int i=1; i<=n; i++)
if (!dep[i]) { dep[i] = 1; dfs(i); }
// 牢记 dep[root] == 1 != 0
// ====== dijkstra =======
struct State {
   int u, d; State (int u = 0, int d = 0): u(u), d(d){}
   bool operator < (const State& another) const
{ return d > another.d; }
```

};

```
void dijkstra (int s) {
   memset(vis, 0, sizeof(int) * n);
   memset(dis, inf, sizeof(int) * n);
  dis[s] = 0;
   priority_queue<State> que;
   que.push(State(s, dis[s]));
  while (!que.empty()) {
     int u = que.top().u; que.pop();
     if (vis[u]) continue; vis[u] = 1;
     for (int i = 0; i < G[u].size(); i++)
        Edge& edge = edges[G[u][i]];
        int v = edge.v, w = edge.w;
        if (dis[v] > dis[u] + w) {
           dis[v] = dis[u] + w;
           que.push(State(v, dis[v]));
        }
     }
  }
}
// ======== 二分图匹配 =======
// O(V*E)
// 点 index 不得为 0
vector<int> G[maxn];
int link[maxn];
bool vis[maxn];
int ans = 0;
int dfs(int u) {
for (auto v : G[u])
if (!vis[v]) {
 vis[v]=1;
  if (!link[v] || dfs(link[v]))
  { link[v] = u; return 1; }
} return 0; }
int main() {
  // 左半张图为 1~m 右半张图为 m+1~n
  // 由左半张图向右半张图连单向边
  for (int i=1;i<=M;i++)
  {memset(vis,0,sizeof(vis)); if(dfs(i)) ans++;}
  printf("%d\n", ans);
  for (int i=M+1;i<=N;i++)
  if (link[i]) printf("%d %d\n",link[i],i);
// ======== 网络流相关笔记 ========
======== 若带权值 ========
最小点权覆盖 = 最大流
最大点权独立集合 = 总权值 - 最小点权覆盖
======= 不带权值 =======
二分图最小顶点覆盖 = 二分图最大匹配;
二分图最大独立集 = 节点总数数(n)- 最大匹配数
求 DAG 图的最小路径覆盖:
```

int flow=0, f;

flow+=f:

for (int& i=cur[now];i;i=NEXT[i]) {

if (dis[v[i]]>dis[now] && con[i])

if ((f=dfs(v[i],Min(lim-flow,con[i]))) > 0){

```
图论 Graph
                                                                                                                                                                                                       17
(在图中找尽量少的路径,使得每个节点恰好在一条
                                                                                                                      con[i]-=f;
                                                                                                                      con[i^1]+=f;
路径上)
                                                                                                                      if (flow==lim) break;
1. 把原图中所有节点 i 拆成 i 与 i'
                                                                                                                  }
2. 如果原图存在有向边 i->j,则在二分图中引入边
i->i'
                                                                                                              return flow;
3. DAG 最小路径覆盖 = 节点数(n)-最大匹配数;
int DINIC() {
网络流解法的构图:
                                                                                                              int flow=0;
超级源点与左边集合的每一点相连,若是求最小点
                                                                                                              while(bfs()) {
覆盖, 权值为 1, 若是求最小点权覆盖集, 权值为
                                                                                                                  memcpy(cur,head,sizeof(head));
该点的点权
                                                                                                                  flow+=dfs(S,INF);
超级汇点与右边集合的每一点相连,权值同上
左右集合之间练得边容量均为 INF
                                                                                                              return flow;
                                                                                                           // Ans = DINIC();
// ======= DINIC() =========
// O(n^2*m) // 二分图匹配 O(n^(0.5) * m)
                                                                                                           // ========= 费用流 ========
// all con[]==1 O(min(n^{2/3},m(1/2))*m)
                                                                                                           最小费用最大流 m0=1;
int m0 = 1, S, T; int
                                                                                                           void AddEdge(int a,int b,int c,int d)
head[MaxNode],u[MaxEdge],v[MaxEdge],
                                                                                                           \{v[++m0]=b;u[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=d;prep[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=a;con[m0]=c;cost[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a;con[m0]=a
NEXT[MaxEdge],con[MaxEdge]; int
                                                                                                           head[a];head[a]=m0;
Q[MaxQue],dis[MaxNode],cur[MaxNode],vis[MaxNode
                                                                                                           v[++m0]=a;u[m0]=b;con[m0]=0;cost[m0]=-
];
                                                                                                           d;prep[m0]=head[b];head[b]=m0;}
void Clear() {
                                                                                                           bool spfa()
// cstring memset(head u v NEXT con Q cur) to 0}
void Add(int a,int b,int c) {
                                                                                                           { memset(Dis,127,sizeof(Dis));
                                                                                                           memset(vis,0,sizeof(vis));
v[++m0]=b;u[m0]=a;NEXT[m0]=head[a];head[a]=m0;co
                                                                                                           Dis[S]=0; vis[S]=1; Que[Qhead=Qtail=1]=S;
n[m0]=c;
v[++m0]=a;u[m0]=b;NEXT[m0]=head[b];head[b]=m0;co
                                                                                                           while(Qhead<=Qtail){
                                                                                                                for(int
n[m0]=0;
                                                                                                                       i=head[Que[Qhead]];i;i=prep[i])
}
                                                                                                                if(con[i]&&Dis[v[i]]>Dis[Que[Qhead]]+cost[i]){
int bfs() {
                                                                                                                Dis[v[i]]=Dis[Que[Qhead]]+cost[i];
    int Qhead=0,Qtail=0;
    memset(vis,0,sizeof(vis));
                                                                                                                path[v[i]]=i;
                                                                                                                if(!vis[v[i]])
    memset(dis,127,sizeof(dis));
                                                                                                                                      vis[Que[++Qtail]=v[i]] = 1;
    dis[S]=0;vis[S]=1;Q[++Qtail]=S;
    while(Qhead<Qtail) {
                                                                                                                        vis[Que[Qhead]]=0; ++Qhead;
       ++Qhead;
                                                                                                           } return Dis[T]<2100000000; }</pre>
       for(int i=head[Q[Qhead]];i;i=NEXT[i])
           if(!vis[v[i]] && con[i]) {
                                                                                                           void CostFlow() {
               vis[v[i]]=1;
                                                                                                                int x; Ans=0;
               dis[v[i]]=dis[Q[Qhead]]+1;
                                                                                                                memset(path,0,sizeof(path));
               Q[++Qtail]=v[i];
                                                                                                           while(spfa())
           }
                                                                                                           {
    }
                                                                                                                int f=INF;
    return vis[T];
                                                                                                                for(x=T;x!=S;x=u[path[x]])
}
int dfs(int now,int lim) {
                                                                                                                     f=Min(f,con[path[x]]);
                                                                                                                for(x=T;x!=S;x=u[path[x]])
    if (now==T | !lim) return lim;
```

{con[path[x]]-=f; con[path[x]^1]+=f; }

Ans+=Dis[T]*(long long)f;

S=1;T=2; CostFlow(); printf("%d\n",Ans);

}}

for(int i=0; i<num_nodes; i++)</pre>

```
num[d[i]]++; //和 t 距离为 i 的节点
int source, sink, p[max_nodes], num[max_nodes],
                                                    int u=source:
                                                                        //当前节点
cur[max_nodes], d[max_nodes];
                                                    memset(cur, 0, sizeof(cur));
bool visited[max nodes];
                                                    while(d[source]<num_nodes){//s 到 t 的距离不能
struct Edge{
                                                  超过点数
  int from, to, cap, flow;
                                                       if(u==sink) flow+=augment(), u=source;
  Edge(){}
                                                       bool advanced=false;
  Edge(int a, int b, int c, int d):from(a), to(b), cap(c),
                                                       for(int i=cur[u]; i<G[u].size(); i++){
flow(d){}
                                                       //当前弧优化 从第 cur 个点开始做 因为前 cur-
};
                                                    1 个点都已经用干净了
int num_nodes, num_edges;
                                                         Edge& e=edges[G[u][i]]; //正边
vector<Edge> edges;
                                                         if(e.cap>e.flow&&d[u]==d[e.to]+1){//边上有
vector<int> G[max_nodes]; // 每个节点出发的边编号
                                                  残量 并且是一条 允许弧
正向边
                                                            advanced=true; p[e.to]=G[u][i]; //下一个
// 预处理, 反向 BFS 构造 d 数组
                                                  点的 上一条弧
void bfs(){
                                                                       //更新 u 点的当前弧到 u
                                                            cur[u]=i;
  memset(visited, 0, sizeof(visited));
                                                  的第i个点
  queue<int> Q; Q.push(sink);
  visited[sink]=true; d[sink]=0;//距离为 0
                                                            u=e.to; break;
                                                         }
  while(!Q.empty()){
     int u=Q.front(); Q.pop();
     for(auto ix=G[u].begin(); ix!=G[u].end(); ++ix){
                                                       if(!advanced){
                                                         // 当前(过时的)剩余网络下 u 不能允许弧连
        Edge& e=edges[(*ix)];//因为从汇点开始 用
                                                  接到t了
反向边
                                                         // retreat 更新分层图
       if(!visited[e.to])
          visited[e.to]=true, d[e.to]=d[u]+1,
                                                         // remark: u 的邻接边不一定都是允许弧
Q.push(e.to);
                                                         // 所以更新到 u 邻接边的距离+1 是新的剩
     }
                                                  余网络中的允许弧
  }
                                                         int m=num_nodes-1; //默认 u 的距离是最大
                                                  值(从剩余网络中排除)
int augment(){// 找到一条增广路 增广
                                                         for(auto ix=G[u].begin(); ix!=G[u].end(); ++ix)
  int u=sink, rsd=0x7fffffff;
                                                            if(edges[*ix].cap>edges[*ix].flow)
  // 从汇点到源点通过 p 追踪增广路径, rsd 为一路
                                                  m=min(m, d[edges[*ix].to]);
上最小的残量
                                                         if(--num[d[u]]==0) break;//gap 优化, 如果和 t
  while(u!=source){
                                                  距离 d[u]的所有点都没了 s 和 t 一定断开了 直接退
     Edge& e=edges[p[u]];
                                                  出
     rsd=min(rsd, e.cap-e.flow);
                                                         d[u]=m+1, num[d[u]]++;
     u=edges[p[u]].from;
                                                         cur[u]=0;
  }
                                                         if(u!=source) u=edges[p[u]].from; //retreat to
  u=sink:
                                                  到 u 的前一个点
  while(u!=source){// 从汇点到源点更新流量
                                                       }
     edges[p[u]].flow+=rsd; //正向边+流量 反向边-
流量
                                                    return flow;
     edges[p[u]^1].flow-=rsd;
                                                 }
     u=edges[p[u]].from;
  }
                                                  // ======= 次小生成树 =======
  return rsd;
                                                  // 增量最小 MST: (m 次加边求 MST)回路性质 加边后
}
                                                  删除生成树以外的所有边
int max_flow(){
                                                  // 最小瓶颈 MST/路: (最大边最小) 原图 MST 满足瓶
  int flow=0;
                                                  颈性质
  bfs();
  memset(num, 0, sizeof(num));
```

图论 Graph 19

```
// 次小生成树: 边 uv 和点 uv 之间的最小瓶颈(最大
                                                           }
边权)边交换
                                                           // ======= 曼哈顿最小生成树 =======
int n, m, fa[MAXN], maxcost[MAXN][MAXN],
                                                           struct BIT {
pre[MAXN];
                                                             int min_val,pos;
bool vis[MAXN];
                                                             void init()
struct Edge{
                                                             {min val=INF;pos=-1;}
   int u, v, w, inMST;
                                                           } bit[maxn];
   Edge(int u=0, int v=0, int dist=0):u(u), v(v),
w(dist){inMST=0;}
                                                           void update(int x,int val,int pos){
                                                             for(int i=x;i>=1;i-=lowbit(i))
}edge[MAXM];
                                                               if(val<bit[i].min_val)</pre>
vector<Edge> vec[MAXN];//MST
                                                                 bit[i].min_val=val,bit[i].pos=pos;
bool cmp(const Edge& a, const Edge& b){return
                                                           }
a.w<b.w;}
                                                           int ask(int x,int m){
int root(int x){return fa[x]==x?x:fa[x]=root(fa[x]);}
                                                             int min val=INF, pos=-1;
void kruskal(){
                                                             for(int i=x;i<=m;i+=lowbit(i))</pre>
   sort(edge, edge+m, cmp);
                                                               if(bit[i].min val<min val)
   for(int i=1; i<=n; i++) fa[i]=i;
                                                                 min_val=bit[i].min_val,pos=bit[i].pos;
   int cnt=0;
                                                             return pos;
   for(int i=0; i<m; i++){
      int x=root(edge[i].u), y=root(edge[i].v);
                                                           int Manhattan_minimum_spanning_tree(int n,Point
      if(x!=y){
                                                           *p){
         fa[y]=x;
                                                             int a[maxn],b[maxn]; // tmp
         vec[edge[i].u].push_back(Edge(edge[i].u,
                                                             for(int dir=0;dir<4;dir++){
edge[i].v, edge[i].w));
                                                               //4 种坐标变换
         vec[edge[i].v].push back(Edge(edge[i].v,
                                                               if(dir==1||dir==3){
edge[i].u, edge[i].w));
                                                                 for(int i=0;i<n;i++)
         edge[i].inMST=1;
         if(++cnt==n-1) break;
                                                                    swap(p[i].x,p[i].y);
      }
   }
                                                               else if(dir==2){
                                                                 for(int i=0;i<n;i++)
void dfs(int u){
                                                                    p[i].x=-p[i].x;
   vis[u]=1;
   for(int i=0; i<vec[u].size(); i++){
                                                               // 我们将坐标按 X 排序(Y 为第二关键字),将 Y-
      int v=vec[u][i].v;
                                                           X离散化
      if(!vis[v]){ //access a new node
                                                               // 用 BIT 来维护, 查询对于某一个(X0,Y0)
         //u 是 v 的父亲 在有根树中
                                                               // 查询比(Y0-X0)大的中 X1+Y1 最小的点
         for(int j=1; j<=n; j++) if(vis[j])//relax from all
                                                               sort(p, p + n);
node visited
                                                               for(int i=0;i<n;i++){
                                                                 a[i]=b[i]=p[i].y-p[i].x;
   maxcost[j][v]=maxcost[v][j]=max(maxcost[j][u],
vec[u][i].w);//j->v = max(j->u,u->v)
                                                               sort(b, b + n);
         dfs(v);
                                                               int m = unique(b,b+n)-b;
      }
                                                               for(int i=1;i<=m;i++)
   }
                                                                 bit[i].init();
                                                               //对于四种坐标变换 每次新建一个树状数组
int nextMST(){
                                                               for(int i=n-1;i>=0;i--){ // x 从大到小 保证 X1>=X0
   int i, ans=0x3f3f3f3f;
                                                                 int pos=lower bound(b,b+m,a[i])-b+1;
   for(i=0; i<m; i++){
                                                                 //BIT 中从 1 开始
      Edge e=edge[i];
                                                                 int ans=ask(pos,m);
      if(!e.inMST) ans=min(ans, e.w-maxcost[e.u][e.v]);
                                                                 if(ans!=-1) // dist 函数计算的是曼哈顿距离
//ans 是边权增大了多少
                                                                    addedge(p[i].id,p[ans].id,dist(i,ans));
   }
                                                                 update(pos,p[i].x+p[i].y,i);
   return ans;
                                                               }
```

```
图论 Graph
                                                    int n, m[maxn][maxn], wife[maxn], cur[maxn],
}
                                                    w[maxn][maxn], hus[maxn];
                                                    queue<int>Q;
//======= 最小树形图 (朱刘)========
                                                    void solve(){
                                                      while(!Q.empty()){
//如果没有 root, 加虚拟根, 和每个点权值是所有边
                                                       int man=Q.front(); Q.pop();
权值和+1, 最后答案减去(和+1)
                                                       int woman=m[man][cur[man]++];
struct edge{
                                                       if(!hus[woman]) hus[woman]=man,
  int u, v, w;
                                                    wife[man]=woman;//直接配对
  edge(int u=0, int v=0, int w=0):u(u), v(v), w(w){}
                                                       else
};
                                                    if(w[woman][man]<w[woman][hus[woman]]){//如果当
int n, m, ans;
                                                    前男生的更好, 抛弃现在的舞伴, 重新配对
vector<edge> g;
                                                         wife[hus[woman]]=0; //被抛弃的男生重新回到
int id[maxn], inw[maxn], v[maxn], pre[maxn];
//inw:最小入边, v:一个点属于哪个环, id: 重新建图的
                                                    单身状态
点编号
                                                         Q.push(hus[woman]);
bool zhuLiuAlg(int root){
                                                         hus[woman]=man, wife[man]=woman;//新的一
  ans=0;
                                                    对
  while(true){
                                                       }else Q.push(man); //男生没人要
     for(int i=0; i<n; i++) inw[i]=INF, id[i]=-1, v[i]=-1,
pre[i]=-1;
                                                      for(int i=1; i<=n; i++) printf("%d\n", wife[i]);
     for(int i=0; i<g.size(); i++)
                                                    }
        if(g[i].w < inw[g[i].v] & g[i].v! = g[i].u)
                                                    int main(){
          inw[g[i].v]=g[i].w, pre[g[i].v]=g[i].u;
                                                      int T; scanf("%d", &T);
     pre[root]=root, inw[root]=0;
                                                      while(T--){
     //判断是否可能,因为后边修改了权值,可以直
                                                       while(!Q.empty()) Q.pop();
接加到答案里
                                                       scanf("%d", &n);
     for(int i=0; i<n; i++){
                                                       for(int i=1; i<=n; i++){
        if(inw[i]==INF) return false;
                                                         for(int j=1; j<=n; j++) scanf("%d", &m[i][j]); //编
        ans+=inw[i];
                                                    号为i的男生第i喜欢的女生
                                                         cur[i]=1, wife[i]=0, Q.push(i);//男生 i 下一个要
     //找圈 && 缩点,缩成的点编号,判断是否还
                                                    邀请对象, 男生 i 的舞伴编号
有环
                                                       }
     int idx=0;
                                                       int x;
     for(int i=0; i<n; i++)
                                                       for(int i=1; i<=n; i++){
        if(v[i]==-1){
                                                         for(int j=1; j<=n; j++) scanf("%d", &x), w[i][x]=j;
          int t=i;
                                                    //女生 i 心目中, 男生 x 的排名
          while(v[t]==-1) v[t]=i, t=pre[t];
                                                         hus[i]=0; //编号为 i 的女生的舞伴编号
          if(v[t]!=i||t==root) continue;
                                                       }
          id[t]=idx++;
                                                       solve(); if(T) puts("");
          for(int j=pre[t]; j!=t; j=pre[j]) id[j]=idx-1;
                                                     }
                                                      return 0;
     if(idx==0) return true; // 没有环了
                                                    }
     for(int i=0; i<n; i++) if(id[i]==-1) id[i]=idx++;
     // 重新建图
                                                    // ======= KM 最大权完全匹配 ========
     for(int i=0; i<g.size(); i++)
                                                    //最小点覆盖 = 最大匹配
        g[i].w-=inw[g[i].v], g[i].u=id[g[i].u],
                                                    //最大独立集=最小边覆盖=点数-最大匹配
g[i].v=id[g[i].v];//减权值避免删边
                                                    //最大团 = 补图的最大独立集
     n=idx; root=id[root];
                                                    //最小路径覆盖:原图拆点 = 点数 - 拆点图最大匹配
  }
                                                    //求最小权完备匹配:所有的边权值取其相反数。求
}
                                                    最大权完备匹配, 匹配的值再取相反数
```

// ======== 稳定婚姻 ========

图论 Graph

```
//KM 算法的运行要求是必须存在一个完备匹配,如果求一个最大权匹配(不一定完备):把不存在的边权值赋为 0。
```

//求边权之积最大: 每条边权取自然对数,然后求最大和权匹配,求得的结果 a 再算出 e^a 就是最大积匹配

```
int G[MAXN][MAXN], ex_girl[MAXN], ex_boy[MAXN],
match[MAXN], slack[MAXN], N, n, m;
bool vis_girl[MAXN], vis_boy[MAXN];
bool dfs(int girl){
    vis_girl[girl]=true;
    for(int boy=0; boy<N; ++boy){
        if(vis_boy[boy]) continue; // 每一轮匹配 每个男
生只尝试一次
```

int gap=ex_girl[girl]+ex_boy[boy]-G[girl][boy]; if(gap==0){ // 如果符合要求 vis_boy[boy]=true;

vis_boy[boy]=true
if(match[boy]==-

1||dfs(match[boy])){match[boy]=girl;return true;}// 找到一个没有匹配的男生 或者该男生的妹子可以找到其他人

}else slack[boy]=min(slack[boy], gap); // slack 可以理解为该男生要得到女生的倾心 还需多少期望值取最小值 备胎的样子

}
return false;
}
int KM(){

memset(match, -1, sizeof match); memset(ex_boy,
0, sizeof ex_boy);

for(int i=0; i<N; ++i){// 每个女生的初始期望值是与她相连的男生最大的好感度

}

ex_girl[i]=G[i][0]; for(int j=1; j<N; ++j) ex_girl[i]=max(ex_girl[i], G[i][j]);

for(int i=0; i<N; ++i){// 尝试为每一个女生解决归宿问题

fill(slack, slack+N, INF);// 因为要取最小值 初始 化为无穷大

while(1){

// 为每个女生解决归宿问题的方法是 : 如果 找不到就降低期望值,直到找到为止

// 记录每轮匹配中男生女生是否被尝试匹配过memset(vis_girl, false, sizeof vis_girl);
memset(vis_boy, false, sizeof vis_boy);
if(dfs(i)) break; // 找到归宿 退出
// 如果不能找到 就降低期望值
// 最小可降低的期望值
int d=INF;
for(int j=0; j<N; ++j)
if(!vis_boy[j]) d=min(d, slack[j]);

```
for(int j=0; j<N; ++j){
           if(vis girl[i]) ex girl[i]-=d;
// 所有访问过的女生降低期望值
           if(vis boy[j]) ex boy[j]+=d;
// 所有访问过的男生增加期望值
           else slack[i]-=d;
// 没有访问过的 boy 因为 girl 们的期望值降低,距
离得到女生倾心又进了一步!
     }
  }
  int res=0;// 匹配完成 求出所有配对的好感度的和
  for(int i=0; i<N; ++i) res+=G[match[i]][i];
  return res;
}
// ====== sublime 配置 =======
  "cmd": ["g++", "-std=c++11", "${file}", "-o",
"${file_base_name}"],
  "file regex": "^(..[^:]*):([0-9]+):?([0-9]+)?:? (.*)$",
  "working_dir": "${file_path}",
  "selector": "source.c, source.c++",
  "variants":
      "name": "Run",
      "cmd": ["bash", "-c", "g++ -std=c++11 '${file}' -o
'${file base name}' && open -a terminal
'${file_path}/${file_base_name}'"]
    }
 ]
```