

## Etapa 2

- a) Os parâmetros  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  são parâmetros das retas ajustadas por meio do método dos mínimos quadrados. Estas retas tem os pontos  $\hat{y}_i$  calculados sendo que a distância deles até os pontos da nuvem com o mesmo  $x$  ( $x_i$ ) seja a menor possível. O cálculo dos parâmetros pode ser feito a partir do próprio método dos mínimos quadrados.

$$L = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Que pode ser reescrita na forma:

$$L = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 * x_i)^2$$

Este somatório é a soma de todas as diferenças entre os pontos reais  $y$  e a reta calculada  $\hat{y}$ . Para encontrar as relações entre  $\beta_0$  e  $\beta_1$  derivamos o somatório em relação a  $\beta_0$  e  $\beta_1$ .

$$\frac{\delta L}{\delta \beta_0}$$

$$\frac{\delta L}{\delta \beta_1}$$

Como queremos saber os pontos onde a distância entre  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  é a menor possível, igualamos as derivadas a 0.

$$\sum_{i=1}^n -2 * (y_i - \beta_0 - \beta_1 * x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n -2 * (y_i - \beta_0 - \beta_1 * x_i) * x_i = 0$$

Assim chegamos em um sistema com duas equações (equações acima) e duas incógnitas ( $\beta_0$  e  $\beta_1$ ). Desenvolvendo uma das equações chegamos em um valor para  $\beta_0$  em função de  $\beta_1$ , substituímos esse valor na outra equação do sistema, chegando em um valor para  $\beta_1$ . Sendo  $n$  o número de elementos analisados.

$$\beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - n * x_{\text{médio}} * y_{\text{médio}}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n * x_{\text{médio}}}$$

Assim podemos calcular os parâmetros das retas utilizando os dados da população em questão. Para calcular  $\beta_2$  basicamente teríamos outra reta para ajustar, então adicionaríamos uma equação e uma incógnita ao sistema citado.

- b) O teste de hipóteses nesta análise se dá em relação à inclinação da reta ajustada aos dados.  $H_0$  seria então um ponto que consideramos que as variáveis explicativas ( $X_1$  e  $X_2$ ) não influenciam na variável resposta ( $Y$ ) e  $H_1$  seria uma inclinação suficiente para considerarmos que as variáveis explicativas influenciam no valor de  $Y$ .
  
- c) No caso do meu problema, se parâmetros  $\beta_1$  e  $\beta_2$  forem muito grandes, maior será a influência da renda per capita e consumo de energia per capita na emissão de  $\text{CO}_2$  per capita, ou seja, para pouca adição em  $X_1$  e  $X_2$ , fará com que  $Y$  se altere muito rápido. O contrário aconteceria se  $\beta_1$  e  $\beta_2$  fossem pequenos, indicando que  $Y$  não se altera muito quando se alteram  $X_1$  e  $X_2$ . Lembrando que isso não indica correlação, isso indica a influência quantitativa entre  $X_1$  e  $X_2$  com  $Y$ .
  
- d) Para realizar a regressão linear precisamos fazer algumas suposições. Os erros dos dados coletados são independentes entre si e seguem uma distribuição normal. O ajuste precisa ser linear (a reta citada nos itens anteriores) e que a variância dos erros seja  $= \sigma^2$ .  
 Poderíamos checar se os erros são independentes entre si, fazendo cálculos para xi escolhidos, e analisar se os erros são próximos do erro médio, ou visualmente, observando se a nuvem comporta-se aproximadamente da mesma forma em torno da reta ajustada. Poderíamos checar se eles formam uma normal realizando a distribuição deles e analisando visualmente. A variância poderia ser apenas calculada e comparada ao desvio padrão da população. E o ajuste linear poderia ser verificado visualmente, observando como a nuvem de observações se comporta.