

• 综述 •

文章编号: 1007-1482 (2001) 04-0239-07

小波神经网络及其应用

蔡 念, 胡匡祐, 李淑宇, 苏万芳

(中国科学院生物物理研究所, 北京 100101)

摘 要: 小波神经网络是将小波理论和神经网络理论结合起来的一种神经网络, 它避免了 BP 神经网络结构设计的盲目性和局部最优等非线性优化问题, 大大简化了训练, 具有较强的函数学习能力和推广能力及广阔的应用前景。首先阐明了小波变换和多分辨率分析理论, 然后介绍小波神经网络数学模型和应用概况。

关键词: 神经网络; 小波神经网络; 小波变换; 多层多分辨率学习

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A

WAVELET NEURAL NETWORK AND ITS APPLICATION

CAI Nian, HU Kuang-hu, LI Shu-yu, SU Wan-fang

(Institute of Biophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China)

ABSTRACT: Wavelet neural network is a kind of neural networks, which can closely combine wavelet theory with neural network theory, and avoid the blindness of framework designs for BP neural networks and the problem of nonlinear optimizations, such as local optimization. So it can greatly simplify the training of neural networks. It has good abilities of function learning and dissemination with a vast range of prospects for application. The theories of wavelet transformation and multiresolution analysis are expounded, and then the mathematical model for the wavelet neural networks and its applications are introduced.

Key words: Neural network; Wavelet neural network; Wavelet transformation; Hierarchical multiresolution learning

1 引言

由于人工神经网络是基于生物神经系统研究而建立的模型, 它具有大规模并行处理和分布式存储各类图像信息的功能, 有很强的容错性、联想和记忆能力, 因而被广泛地应用于故障诊断、模式识别、联想记忆、复杂优化、图像处理以及计算机领域。但是, 人工神经网络模型建立的物理解释, 网络激活函数采用的全局性函数, 网络收敛性的保证, 网络节点数的经验性确定等问题尚有待进一步探讨和改善^[1]。

收稿日期: 2001-03-12

作者简介: 蔡念 (1976-), 男, 汉族, 安徽省马鞍山市人, 在读研究生;
研究方向: 生物图像自动分析与模式识别

小波理论自 Morlet 提出以来, 由于小波函数具有良好的局部化性质, 已经广泛渗透到各个领域。而小波神经网络 (Wavelet Neural Network, WNN) 正是在近年来小波分析研究获得突破的基础上提出的一种人工神经网络。它是基于小波分析理论所构造的一种分层的、多分辨率的新型人工神经网络, 即用非线性小波基取代了通常的非线性 Sigmoid 函数, 其信号表述是通过将所选取的小波基进行线性叠加来表现的^[2]。小波神经网络具有以下特点。首先, 小波基元及整个网络结构的确定有可靠的理论根据, 可避免 BP 神经网络等结构设计上的盲目性; 其次, 网络权系数线性分布和学习目标函数的凸性, 使网络训练过程从根本上避免了局

部最优等非线性优化问题；第三，有较强的函数学习能力和推广能力。

2 小波神经网络理论

2.1 小波变换及多分辨率分析

在函数空间 $L^2(\mathbb{R})$ (或更广泛的 Hilbert 空间) 中, 选择一个母小波函数 (又称为基本小波函数) $\psi(x)$, 使其满足允许条件:

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (1)$$

式中 $\hat{\psi}(w)$ 为 $\psi(x)$ 的 Fourier 变换。对 $\psi(x)$ 作伸缩、平移变换得到小波基函数系 $\{\psi_{a,b}(x)\}$

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (a, b \in \mathbb{R}^2) \quad (2)$$

a 是伸缩系数, b 是平移系数。

对任意 $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$, 其连续小波变换定义为:

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{C_\psi}} \int_{\mathbb{R}} f(x) \psi_{a,b}(x) dx \quad (3)$$

反演公式为:

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{\mathbb{R}} W_f(a, b) \psi_{a,b}(x) da db \quad (4)$$

在实际应用中, 特别是计算机实现中, 往往要把上述的连续小波及其变换离散化, 通常采用二进制离散, 即令 $a=2^m, b=k2^m$, 则:

$$\psi_{m,k}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi(2^{-m}x - k) \quad (m, k \in \mathbb{Z}^2) \quad (5)$$

二进小波一定是一个允许小波, 且是一个正交小波基^[3]。

考虑一个连续的、平方可积的函数 $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ 在分辨率 2^m 下的逼近 $f_m(x)$, 由多分辨率分析理论可知^[4,5,6]:

$$f_m(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{mk} f_{mk}(x) \quad (6)$$

$f(x)$ 是尺度函数, 对其作伸缩、平移变换得到

$f_{mk}(x)$ 。

$$f_{mk}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} f(2^{-m}x - k) \quad (m, k \in \mathbb{Z}^2) \quad (7)$$

$$a_{mk} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) f_{mk}(x) dx \quad (8)$$

Mallat 同时证明了^[4]函数 $f(x)$ 在 2^m 和 2^{m-1} 分辨率下的信息差别 (即细节) $D_m f(x)$, 可以通过将函数 $f(x)$ 在一小波正交基上分解而获得, 从而定义了一种完全而且正交的多分辨率描述, 即小波描述。

$$D_m f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{mk} \psi_{mk}(x) \quad (9)$$

$$d_{mk} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_{mk}(x) dx \quad (10)$$

$\psi_{mk}(x)$ 就是式 (5) 定义的二进小波, 则 $f(x)$

在 2^{m-1} 分辨率下的逼近式为:

$$f_{m-1}(x) = f_m(x) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{mk} \psi_{mk}(x) \quad (11)$$

Mallat 并指出, 对于任意一个函数 $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ 可以在一组正交小波基上展开:

$$f(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{mk} \psi_{mk}(x) \quad (12)$$

式 (11) 是一个平方可积函数的小波分解, 提供了小波神经网络设计的理论框架。

上述理论可推广到多维情况。我们以二维为例, 若定义二维尺度函数 $\phi(x_1, x_2)$, 则:

$$j(x_1, x_2) = f(x_1) f(x_2) \quad (13)$$

则有:

$$\begin{aligned} j_{mk}(x_1, x_2) &= 2^{-m} f(2^{-m}x_1 - k_1, 2^{-m}x_2 - k_2) \\ &= f_{mk_1}(x_1) f_{mk_2}(x_2) \end{aligned} \quad (14)$$

同理有:

$$y_{mk}^l(x_1, x_2) = 2^{-m} y^l(2^{-m} x_1 - k_1, 2^{-m} x_2 - k_2) \quad l=1,2,3 \quad (15)$$

$$y^1(x_1, x_2) = f(x_1) y(x_2)$$

$$y^2(x_1, x_2) = y(x_1) f(x_2) \quad (16)$$

$$y^3(x_1, x_2) = y(x_1) y(x_2)$$

2.2 小波神经网络模型

小波神经网络模型的典型结构如图 1 所示, 包括输入层、输出层和隐层。隐层包含两种节点: 小波基节点 (y 节点) 和尺度函数节点 (f 节点)。

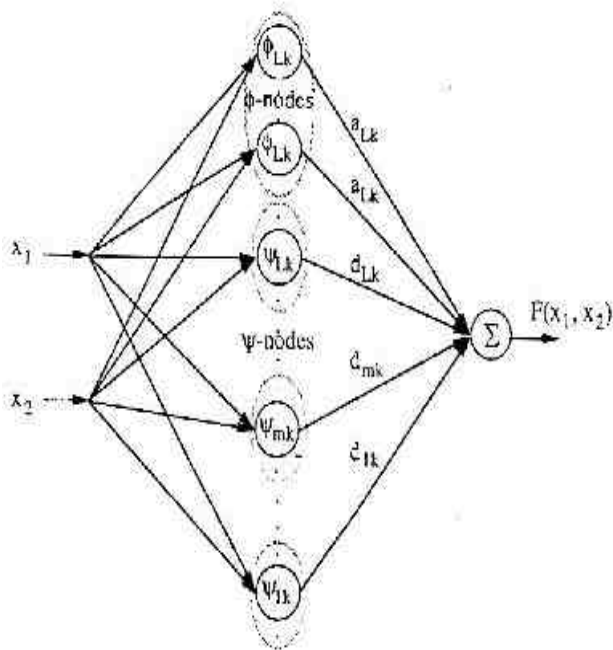


图 1 小波神经网络的经典模型

2.2.1 分层多分辨率学习

网络输出 $f(x)$ 在 2^L 分辨率 (最低的分辨率) 上的逼近:

$$f(x) \approx f_L(x) = \sum_{k=1}^{n_L} a_{Lk} f_{Lk}(x) \quad (17)$$

$f(x)$ 在 2^{L-1} 分辨率上的逼近:

$$f(x) \approx f_{L-1}(x) = \sum_{k=1}^{n_L} a_{Lk} f_{Lk}(x) + \sum_{k=1}^{n_L} d_{Lk} y_{Lk}(x) \quad (18)$$

式 (18) 中的第一项 $\sum_{k=1}^{n_L} a_{Lk} f_{Lk}(x)$ 表示 $f(x)$ 在 2^L

分辨率上的逼近, 在式 (17) 中已计算, 即系数 a_{Lk}

与式 (17) 中相同。式 (18) 中的第二项 $\sum_{k=1}^{n_L} d_{Lk} y_{Lk}(x)$

表示增加的细节。

再考虑 $f(x)$ 在 2^{L-2} , 2^{L-3} , ... 分辨率上的逼近, 有:

$$\begin{aligned} f_{L-2}(x) &= \left\{ \sum_{k=1}^{n_L} a_{Lk} f_{Lk}(x) + \sum_{k=1}^{n_L} d_{Lk} y_{Lk}(x) \right\} + \sum_{k=1}^{2n_L} d_{L-1,k} y_{L-1,k}(x) \\ &= f_{L-1}(x) + \sum_{k=1}^{2n_L} d_{L-1,k} y_{L-1,k}(x) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} f_{L-3}(x) &= f_{L-2}(x) + \sum_{k=1}^{4n_L} d_{L-2,k} y_{L-2,k}(x) \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_0(x) &= f_L(x) + \sum_{k=1}^{2^{L-1}n_L} d_{lk} y_{lk}(x) \\ &= \sum_{k=1}^{n_L} a_{Lk} f_{Lk}(x) + \sum_{m=1}^L \sum_{k=1}^{2^{L-m}n_L} d_{mk} y_{mk}(x) \end{aligned}$$

上述方程式是小波神经网络的学习算法, 这种算法是 Moody 在 1989 年提出的 [7]。

2.2.2 网络系数计算

对于式 (19) 可以改写成下述形式:

$$f(x) = \sum_i c_i q_i \quad (20)$$

c_i 是网络权重系数, q_i 是激活函数 (尺度函数或小波函数)。设小波神经网络有 n 个节点, m 个训练数据。则有:

$$\begin{pmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1(x_1) & q_2(x_1) & \cdots & q_n(x_1) \\ q_1(x_2) & q_2(x_2) & \cdots & q_n(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_1(x_m) & q_2(x_m) & \cdots & q_n(x_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}$$

$$\text{即 } f = Ac \quad (21)$$

式 (20) 的最小二乘解为:

$$c = ((A^T A)^{-1} A^T) f$$

$$= A^+ f \quad (22)$$

A^+ 被称为 A 的伪逆矩阵。且

$$A^T A = \begin{pmatrix} \sum_i \varphi_1(x_i)^2 & \sum_i \varphi_1(x_i) \varphi_2(x_i) & \cdots & \sum_i \varphi_1(x_i) \varphi_n(x_i) \\ \sum_i \varphi_2(x_i) \varphi_1(x_i) & \sum_i \varphi_2(x_i)^2 & \cdots & \sum_i \varphi_2(x_i) \varphi_n(x_i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_i \varphi_n(x_i) \varphi_1(x_i) & \sum_i \varphi_n(x_i) \varphi_2(x_i) & \cdots & \sum_i \varphi_n(x_i)^2 \end{pmatrix} \quad (23)$$

如果样本 x_i 均匀分布, $\varphi_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是正交基, 则 $A^T A$ 是一个 $n \times n$ 单位矩阵, 且

$$c = A^T f \quad (24)$$

2.2.3 小波神经网络学习过程

选择合适的小波函数和尺度函数后, 在最粗的尺度 L 上训练 f 节点, 直到网络达到收敛。要使网络达到收敛, 需确定逼近误差 (在文献^[8]中提出了误差的计算方法) 和增加合适的 ψ 节点以减少逼近误差。最后是优化网络, 使用新的样本来检验网络并移去权重小的 ψ 节点直到满足性能准则。

2.2.4 计算复杂性

小波神经网络训练的计算复杂性介于 $O(N)$ 和 $O(N^2)$ 之间^[8], N 为学习样本数。如果学习样本是均匀分布的, 则计算复杂性为 $O(N)$; 如果学习样本是非均匀分布的, 则计算复杂性为 $O(N^2)$ 。

3 小波神经网络的应用

小波神经网络是基于小波分析而构成的神经网络。它充分利用小波变换的良好局部化性质并结合神经网络的自学习功能, 因而具有较强的逼近、容错能力, 其实现过程也比较简单。小波神经网络在近十年来应用较广泛^[9-19], 主要应用于以下几个领域。

3.1 非线性函数逼近

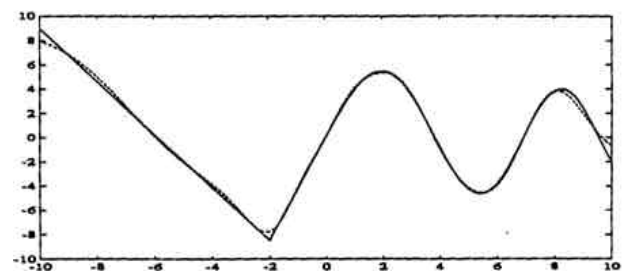
非线性函数逼近具有非常重要的意义, 很多实际问题通过建模都可归结于非线性函数逼近问题。而小波神经网络是通过对小波分解进行平移和伸缩变换之后得到的级数, 具有小波分解的函数逼近性质。由于它引入了伸缩和平移因子, 又比一般的小波分解有更多的自由度, 而且还具有小波变换在高频域的时间精度和低频域的频率精度, 故能够更加细致地描述复杂函数的特性。

Zhang 和 Benveniste 首先将小波理论应用于神

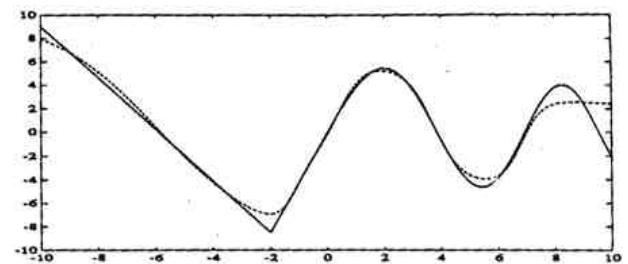
经网络而提出了非正交小波神经网络^[9], 并首次将这种新理论应用于函数逼近, 取得了很好的结果。文献^[9]中, 他们分别对一维、二维非线性函数进行拟合逼近的研究, 采用高斯函数推导式

$$(y(x) = -xe^{-x^2/2} \text{ 和 } y(x) = -x_1 x_2 e^{-(x_1^2 + x_2^2)/2})$$

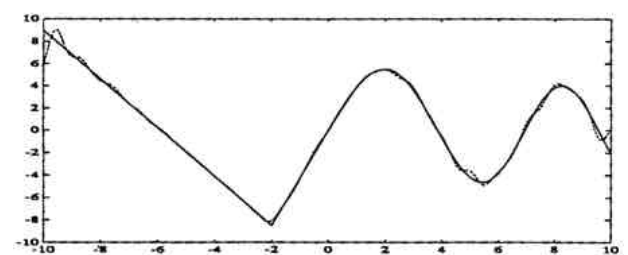
作为小波基函数, 对小波神经网络的逼近模拟结果与 BP 神经网络和小波分解方法进行对比, 结果显示小波神经网络对非线性函数的拟合逼近明显要优于 BP 神经网络和小波分解方法 (见图 2, 实线是实际曲线, 虚线是逼近曲线), 并吸收了两者的许多优点, 摒弃了两者的一些缺点。



(a) wavelet networks, 7 wavelets, 22 parameters, 10000 learning iterations, $\delta=0.05057$



(b) neural networks, 7 neurons, 22 parameters, 10000 learning iterations, $\delta=0.13286$



(c) wavelet decomposition, 31 wavelets, 32 parameters, 10000 learning iterations, $\delta=0.06350$

图 2 一维函数的逼近结果

李银国等则在前人的基础上提出了小波神经网络结构设计的时 (空) 域 “分解——综合” 方法

[18], 并通过仿真实验(非线性函数逼近)表明:此种方法较好地解决了小波神经网络中普遍存在的“维数灾”问题,且函数逼近能力强,精度便于掌握,训练过程方便,不存在局部最优问题。

3.2 信号表示和分类

小波神经网络用于信号表示已有很多范例,但用于信号分类的很少。Harold HS 等构造了自适应小波神经网络并将其应用于语音识别^[10]。他们首先提出了两种不同的自适应小波神经网络结构(均采用高斯函数 $y(x) = \cos(1.75x)e^{(-x^2/2)}$ 作为小波基函数)和能量函数分别用于信号表示与分类,并引入了超小波(super-wavelet)这一新术语(对于具体的问题,超小波不仅自适应计算定型小波函数的参数,而且自适应计算小波形状)。他们将这

理论先应用于一维信号的表示与分类,随后又讨论了其可能在语音识别中的应用,并展望这些理论可能会广泛应用于信号识别与分类和图像识别与分类。

3.3 材料损伤诊断

吴耀华等介绍了多变量输入、输出系统的 B 样条小波神经网络和用于分类的自适应 B 样条小波神经网络,应用于智能复合材料应变损伤位置的诊断^[16]。他们在实际操作中采用了一些技术处理以减少小波神经网络结构的复杂性,从而加快了训练的速度和提高了识别能力。并且在同样条件下将这两种小波网络与 BP 网络相对比,结果表明 B 样条小波神经网络的建模精度和收敛速度明显高于 BP 神经网络(图 3)。

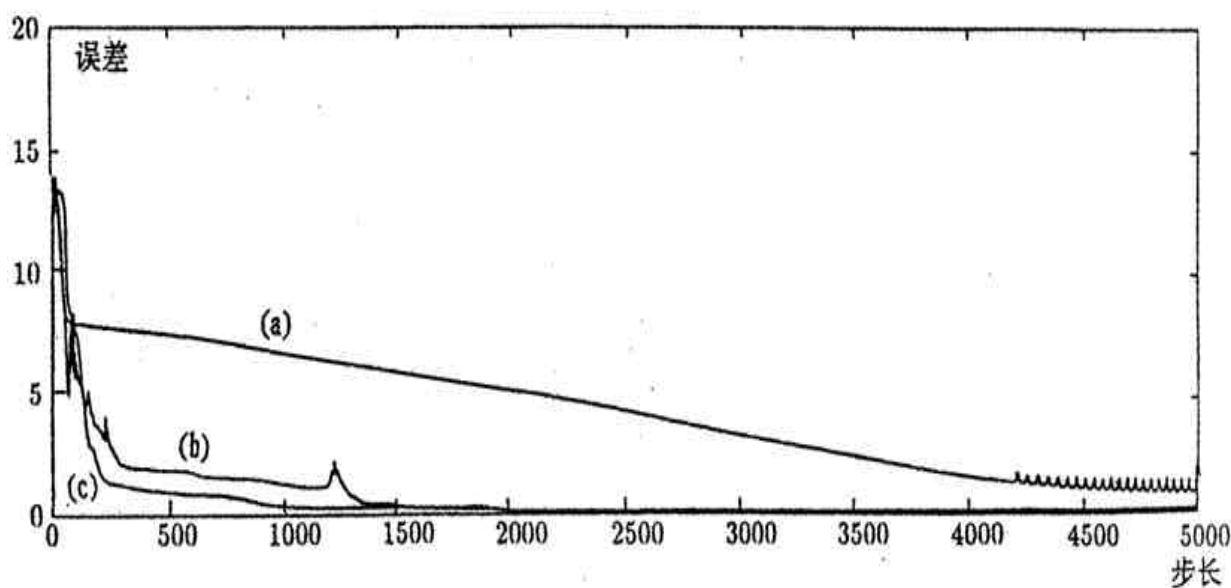


图 3 三类神经网络收敛速度的比较^[16]

(a) BP 神经网络收敛误差曲线;(b)图 1 所示 B 样条小波网络收敛误差曲线;(c)图 2 所示 B 样条小波网络收敛误差曲线。

3.4 错误诊断与分析

Zhao Jinsong 等提出了一种新颖的小波神经网络——小波-Sigmoid 基函数神经网络(wavelet-sigmoid basic function neural network, WSBFN),并将其应用于动态错误诊断中^[13]。他们为了解决小波神经网络的“瓶颈”效应,提出了一种多维非乘积小波函数

$$y_{a,b}(x) = \sum_i \frac{x_i - b_i}{a_i} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - b_i}{a_i}\right)^2\right), \text{ 并将其}$$

和相应的尺度函数一起作为 WSBFN 隐层的激励函数,同时将 sigmoid 基函数作为 WSBFN 输出层的激励函数。文献中将 WSBFN 应用于氢化裂解过程的错误诊断中,并同前人提出的较好的错误诊断方法之——SBFN 网络进行对比。结果显示,WSBFN 可以用更简单的网络结构而得到更好的诊断效果(WSBFN 训练错误远低于 SBFN,而且错误诊断准确率达到 100%,也优于 SBFN)。

Bakshi 和 Stephanopoulos^[8]在分辨率基础上

提出了正交小波神经网络,并将其应用于静态错误

3.5 动态建模

现实中,许多问题可以通过动态建模来解决。虽然采用人工神经网络进行非线性系统建模的研究很多,但是采用小波神经网络进行动态建模的则比较少。

钱峻等^[12]应用小波神经网络实现非线性系统模型的在线建立及自校正算法,并将其应用于微生物生长过程的预测建模。他们在继承前人对小波神

诊断与分析问题中,也取得了非常好的诊断效果。神经网络的结构设计方法的基础上,引入了限定记忆最小二乘法以替代普通的最小二乘法来实现小波神经网络在线建模和校正算法。他们将其方法应用于微生物生长过程的预测建模,结果显示该小波神经网络具有很好的预测功能和推广性能(见图 4,实线是系统输出,虚线是小波神经网络输出)。其训练方法亦比用普通的最小二乘法快得多。

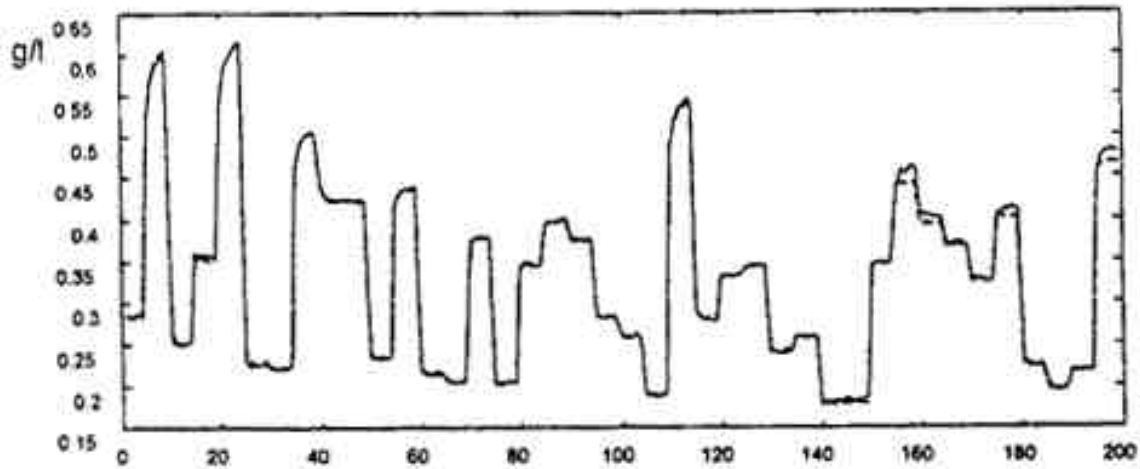


图 4 小波神经网络输出与系统输出比较^[12]

采用小波神经网络实现动态建模来解决自动控制中的一些实际问题也已有研究^[11,14,15]。Oussar 等^[11]首次将小波神经网络应用于动态系统建模。他们采用高斯函数作为小波函数,提出了一种训练算法和用其构建了反馈小波神经网络,并将其应用于动态非线性输入输出系统建模中(机器人手臂的液压激励器的建模)。将其建模效果与其他的输入输出模型(铰链超平面模型和 S 形人工神经网络模型)进行比较,结果表明,在输入输出系统建模中采用小波神经网络可以取得与采用 S 形神经网络同样良好的建模效果。Safavi 等^[15]采用小波神经网络来简化分裂蒸馏塔模型。他们采用一种混合模型替代传统的机械模型,混合模型是在传统的机械模型中加上了小波神经网络模块,用来控制蒸馏塔的输入输出模块。同时,他们将其与传统模型进行比较,结果显示,该模型大大简化了分裂蒸馏塔模型且保持了原有机模型精确性和内部数据变量的有效性。

3.6 非平稳时间序列预测与分析

由于小波神经网络是用非线性小波基的线性叠加表示信号,故具有很好的特征提取和抑噪能力,特别适用于非平稳时间序列预测与分析。

Bakshi 和 Stephanopoulos 则首次在多分辨率基础上提出正交小波神经网络用于非平稳时间序列预测与分析^[8];杨宜康等则将小波神经网络应用于测量中的异常数据诊断和消除^[19]。他们首先借助时-频谱图识别时间序列中异常数据的位置和性质,然后利用小波神经网络作为拟合工具,同时引入加权误差能量函数,通过适当选择网络结构和参数优化,实现了对受污染的时间序列的抗扰最佳逼近。实例表明,采用加权误差能量函数的小波神经网络除了具有逼近性能好、抑噪特性强和收敛速度快的优点外,还能有效地消除异常数据对拟合结果的影响,具有较强的鲁棒性。

虽然小波神经网络理论及应用得到了很大的发展,但其应用领域尚待进一步开发。神经网络用

于图像分割处理早有研究^[20-22]，但采用小波神经网络则未见文献报道。作者认为，由于小波神经网络设计思想的本质与其他人工神经网络的一致，而且 Harold HS 等^[10]提出的理论也可能应用于图像，因而将小波神经网络应用于图像分割与处理在理论上是可行的；由于小波神经网络所具有的良好时（空）-频域的定位特性，因而在图像分割与处理方面可能比其他人工神经网络具有更好的效果，但还有待于进一步的探讨研究。

总之，小波神经网络在人工神经网络领域是具有发展前景的。

参考文献

- 1 Sadeh N. Nonlinear identification and control via neural networks[C]. Proceedings of 1991 ASME Winter Annual Meeting, Atlanta GA, 1991
- 2 李建平. 小波分析与信号处理——理论、应用及软件实现[M]. 重庆：重庆出版社，1997: 259-281
- 3 秦前清，杨宗凯. 实用小波分析[M]. 西安：西安电子科技大学出版社，1995:14-28
- 4 Mallat S. Multiresolution approximations and wavelet orthogonal bases of $L^2(\mathbb{R})$ [J]. Trans. of the American Mathematical Society, 1989;315(1): 69-87
- 5 Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation[J]. IEEE Trans. on PAMI, 1989;11(7): 674-693
- 6 Mallat S. Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models[J]. IEEE Trans. on ASSP, 1989;37:2091-2110
- 7 Moody J. Fast learning in multiresolution hierarchies[R]. Research Report, Yale University, YALEU/DCS/RR-681, 1989
- 8 Bakshi BR, Stephanopoulos G. Wave-net: a multiresolution, hierarchical neural networks with localized learning[J]. AIChE Journal, 1993; 39(1): 57-81
- 9 Zhang Q, Benveniste A. Wavelet networks[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1992; 3(6): 889-898
- 10 Harold HS, Brian T. Neural network adaptive wavelets for signal representation and classification[J]. Optical Engineering, 1992;31(9): 1907-1916
- 11 Oussar Y, Rivals I. Training wavelet networks for nonlinear dynamic input-output modeling[J]. Neurocomputing, 1998;20 (2) :173-188
- 12 钱峻，邵惠鹤. 一种小波神经网络的在线建模和校正算法[J]. 模式识别与人工智能，2000;13(1): 16-20
- 13 Zhao J, Chen B, Shen J. Multidimensional non-orthogonal wavelet-sigmoid basic function neural network for dynamic process fault diagnosis[J]. Computer and Chemical Engineering, 1998;23(2): 83-92
- 14 Kunt TK, McAvoy TJ. Optimization of temperature programmed sensing for gas identification using micro-hotplate sensor[J]. Sensor and Actuators B, 1998;53(1):24-43
- 15 Safavi AA, Nooraii A, Romagnoli JA. A hybrid model formulation for a distillation column and the on-line optimisation study[J]. Journal of Process Control, 1999;9(2):125-134
- 16 吴耀军，陶宝祺，袁慎芳. B 样条小波神经网络[J]. 模式识别与人工智能,1996;9(3):228-233
- 17 刘 传.小波神经网络在化学谱图中的应用[M]. 见：靳蕃，范俊波. 神经网络理论与应用研究'96. 成都：西南交通大学出版社，1996:464-467
- 18 李银国,张邦礼,曹长修. 小波神经网络及其结构设计方法[J]. 模式识别与人工智能，1997;10(3): 197-205
- 19 杨宜康,万少松,宋安军 等. 基于时-频谱图和小波神经网络的时间序列鲁棒建模方法[J].模式识别与人工智能，2001;14(2): 225-230
- 20 Blanz WE, Gish SL. A connectionist classifier architecture applied to image segmentation[C]. Proc.10th ICPR, 1990, 272-277
- 21 Babaguchi N, Yamada K. Connectionist model binarization[C].Proc. 10th ICPR, 1990, 51-56
- 22 Ghosh A, Pal NR, Pal SK. Image segmentation using a neural network[J]. Biol. Cybern, 1991; 66(3): 151-158