§ 5. 7　电磁波的极化

Polarization of Plane Waves

平面电磁波在传播过程中，场的方向有可能变化，即场在空间任一点的大小和方向是随时间按一定规律变化的；

在电磁场工程中，了解电磁波的电场的取向对天线有效接收电磁波是十分重要的。

电磁波的极化

------内　容

1. 极化的概念

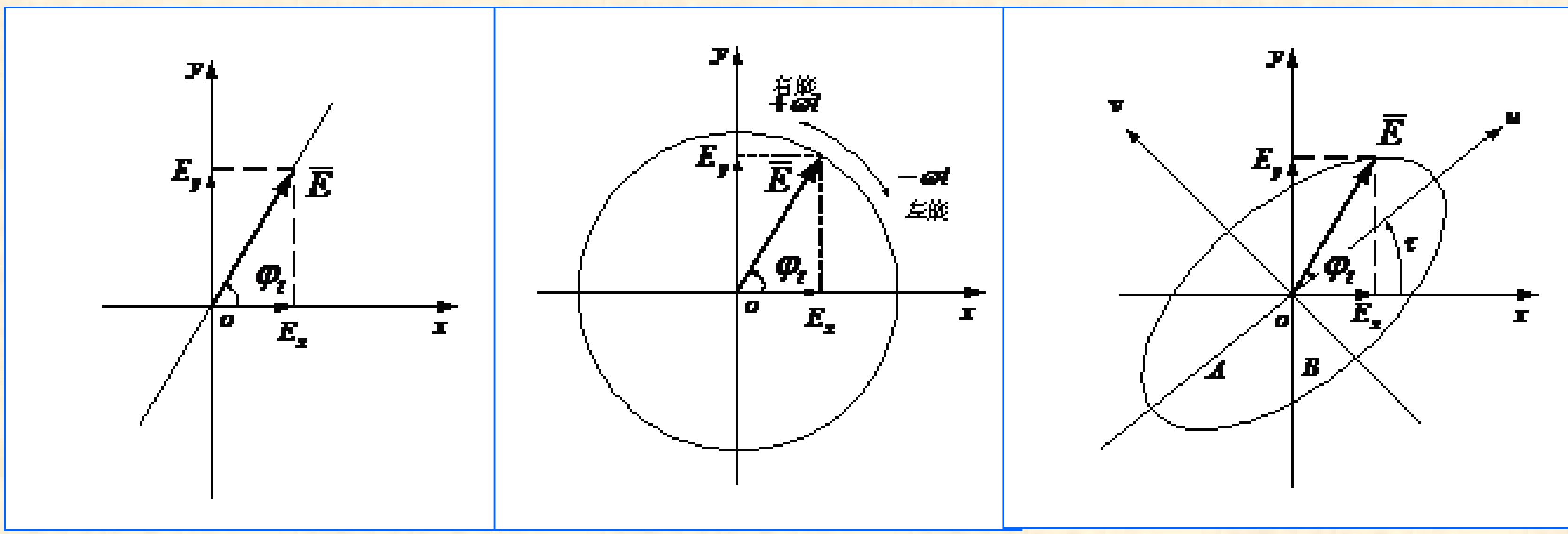
■定义

在电磁波传播空间给定点处，电场强度矢量的端点随时间变化的轨迹。(光学中称为偏振)

- 波的极化表征在空间给定点上电场强度矢量的取向随时间变化的特性, 是电磁理论中的一个重要概念。

■极化的三种形式

根据矢量E的端点的轨迹形状，把电磁波的极化分为三种：线极化、圆极化和椭圆极化。



（a）线极化　　（b） 圆极化　　（c） 椭圆极化

图5. 7-1　三种极化波的电场矢量端点轨迹

一般情况下，沿$+z$ 方向传播的均匀平面波，

$$\bar{\mathbf{E}}(t) = \hat{\mathbf{x}}E_x(t) + \hat{\mathbf{y}}E_y(t)$$

其中 $E_x = E_{xm}\cos(\omega t - kz + \phi_x)$,

$$E_y = E_{ym}\cos(\omega t - kz + \phi_y)$$

式中x和y向的幅度可能不同，分别用E_1和E_2表示，频率和波数应该相同，初相位可能不同，它们之间相位差用 $\phi=\phi_y-\phi_x$ 表示，所以：

$$\begin{cases} E_x(t) = E_1\cos(\omega t - kz) \\ E_y(t) = E_2\cos(\omega t - kz + \phi) \end{cases} \qquad (5.7-1)$$

电磁波的极化状态取决于E_x和E_y的振幅之间和相位之间的关系；

为了确定 $\bar{E}(t)$ 的端点轨迹，消去 $\omega t - kz$

2、线极化LP(linear polarization)

$$\begin{cases} E_x(t) = E_1\cos(\omega t - kz) \\ E_y(t) = E_2\cos(\omega t - kz + \phi) \end{cases}$$

1）当 $\phi = 0$

$$E_y(t) = \frac{E_2}{E_1}E_x(t)$$

--斜率为（E2/E1）的直线，E(t)方向与x轴的夹角与时间无关：

$$\varphi_t = \text{arctg}\frac{E_y(t)}{E_x(t)} = \text{arctg}\frac{E_2}{E_1}$$

2）当 $\phi = \pi$

$$E_y(t) = -\frac{E_2}{E_1}E_x(t)$$

--斜率为（-E2/E1）的直线， E(t)方向与x轴的夹角：

$$\varphi_t = \text{arctg}\frac{E_y(t)}{E_x(t)} = -\text{arctg}\frac{E_2}{E_1}$$

3、圆极化CP（Circular Polarization）

当 $\begin{cases} \phi = \pm\pi/2 \\ E_1 = E_2 = E_0 \end{cases}$

由式(5.7-1) 得 $E_x^2(t) + E_y^2(t) = E_0^2$

这是圆心在（0，0），半径为 E_0 的圆。

E(t)的大小不随时间变化，方向沿圆周变化。E(t)与x轴的夹角为：

$$\varphi_t = \mathrm{arctg}\frac{E_0\cos(\omega t - kz \pm \pi/2)}{E_0\cos(\omega t - kz)}$$

$$= \mathrm{arctg}[\mp \mathrm{tg}(\omega t - kz] = \mp(\omega t - kz)$$

对于给定z值的某点，随时间t的增加，E(t)的方向以角频率ω作等速旋转，

E(t)矢量端点的轨迹是圆，因此称为圆极化。

$$\begin{cases} E_x(t) = E_1\cos(\omega t - kz) \\ E_y(t) = E_2\cos(\omega t - kz + \phi) \end{cases}$$

1）当 $\phi = \dfrac{\pi}{2}$ ，上式取“–”值，E(t)的旋向与波的传播方向z成左手螺旋关系，称为左旋圆极化LHCP

2）当 $\phi = -\dfrac{\pi}{2}$,上式取“+”值，E(t)的旋向与波的传播方向z成右手螺旋关系，称为右旋圆极化**RHCP**

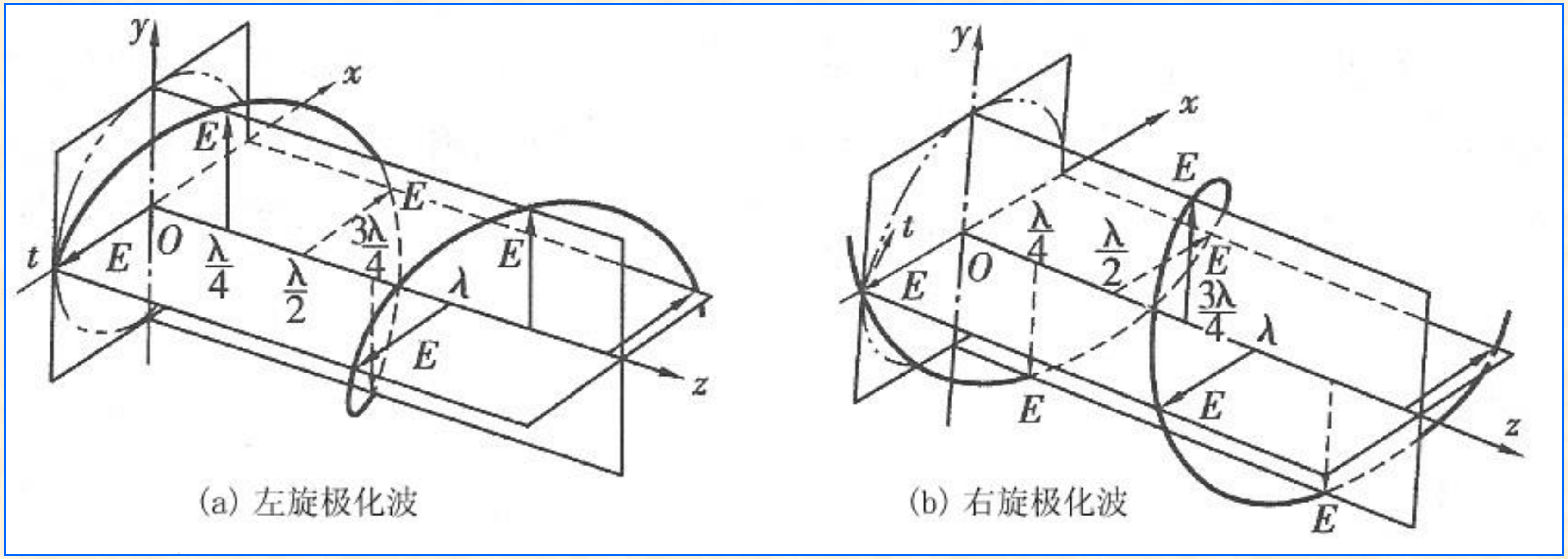
复数表示：

$$\begin{cases} \text{LHCP}: \quad E_y = jE_x \\ \text{RHCP}: \quad E_y = -jE_x \end{cases}$$

圆极化波电场复矢量：

$$\begin{cases} \text{LHCP}: \quad \overline{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{x}}E_0 e^{-jkz} + \hat{\mathbf{y}}jE_0 e^{-jkz} = (\hat{\mathbf{x}} + j\hat{\mathbf{y}})E_0 e^{-jkz} \\ \text{RHCP}: \quad \overline{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{x}}E_0 e^{-jkz} - \hat{\mathbf{y}}jE_0 e^{-jkz} = (\hat{\mathbf{x}} - j\hat{\mathbf{y}})E_0 e^{-jkz} \end{cases}$$

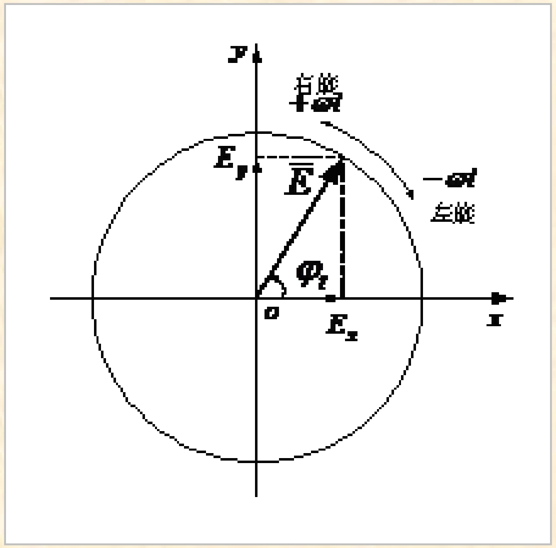
两个相位相差 $\pi/2$，振幅相等的空间上正交的线极化波，可合成一个圆极化波；反之，一个圆极化波可分解为两个相位相差 $\pi/2$，振幅相等的空间上正交的线极化波。



不同旋转方向的圆极化波

圆极化波旋向的判断：

$$\begin{cases} \text{LHCP}: & E_y = jE_x \\ \text{RHCP}: & E_y = -jE_x \end{cases}$$



1.　　向 $\overline{E}$ 相位落后的分量方向转；

2.　以大拇指为传播方向，判断：

按左手转 ⟶ LHCP

按右手转 ⟶ RHCP

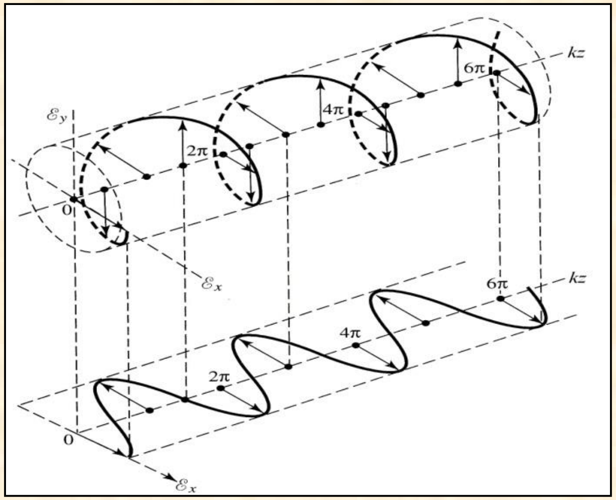
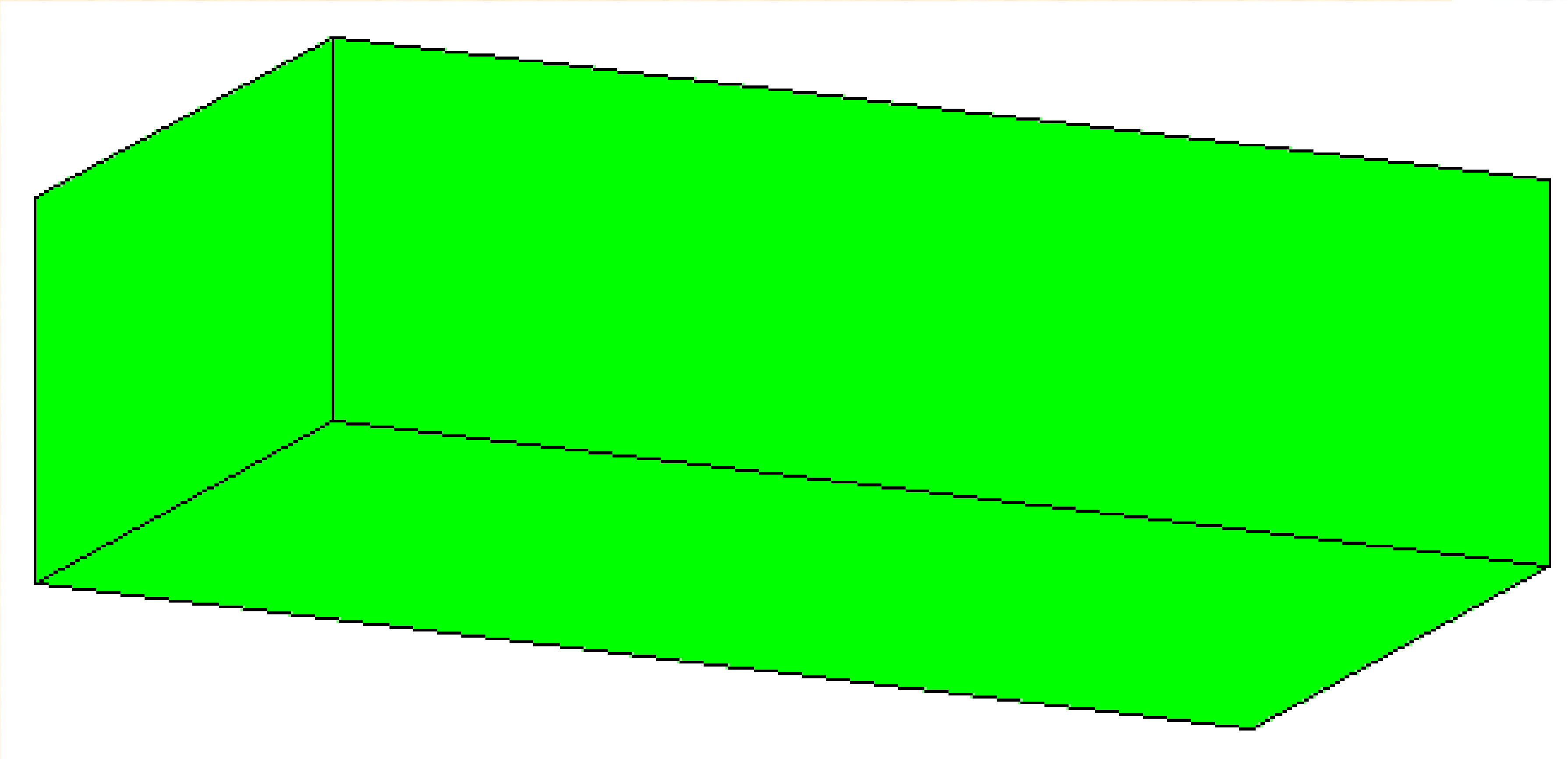


图5.7-3 瞬时电场矢量 $\overline{E}$ 沿传播方向的变化



动画：

三维右旋圆极化

4、 椭圆极化

1）场强轨迹

一般情况，相差 ϕ 任意，振幅不相等 $E_1 \neq E_2$ ：

$$\begin{cases} E_x(t) = E_1\cos(\omega t - kz) \\ E_y(t) = E_2\cos(\omega t - kz + \phi) \end{cases}$$

有 $$\frac{E_y(t)}{E_2} = \cos(\omega t - kz)\cos\phi - \sin(\omega t - kz)\sin\phi$$

$$\frac{E_x(t)}{E_1} = \cos(\omega t - kz)$$

消去$\cos(\omega t - kz)$ ： $$\frac{E_y(t)}{E_2} = \frac{E_x(t)}{E_1}\cos\phi - \sqrt{1 - \frac{E_x^2(t)}{E_1^2}}\sin\phi$$

即 $$\left(\frac{E_y(t)}{E_2} - \frac{E_x(t)}{E_1}\cos\phi\right)^2 = \left(1 - \frac{E_x^2(t)}{E_1^2}\right)\sin^2\phi$$

整理得：

$$\frac{E_x^2(t)}{E_1^2}-\frac{2E_x(t)E_y(t)}{E_1E_2}\cos\phi+\frac{E_y^2(t)}{E_2^2}=\sin^2\phi$$

这是椭圆方程的一般形式，因此合成的电场矢量的端点轨迹是一个椭圆，故称为**椭圆极化**，记作 EP (Elliptical Polarization)，如图5.7－1(c)。

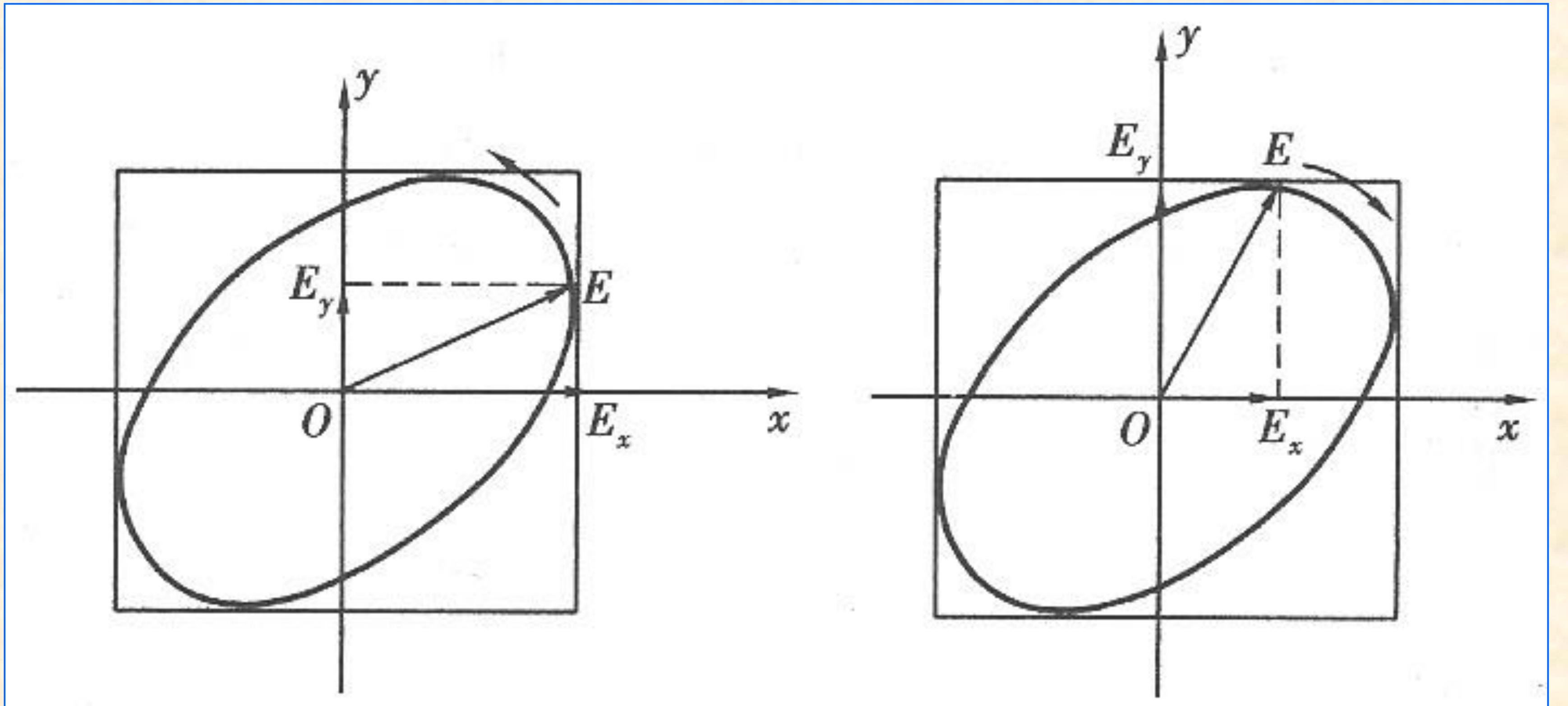
将坐标系旋转 τ 角，可以将椭圆方程化为最简形式： $\frac{E_u^2}{A^2}+\frac{E_v^2}{B^2}=1$

其中A、B分别为椭圆的半长轴和半短轴，二者之比称为椭圆的**轴比**： $r_A=\frac{A}{B}=(1\sim\infty)$

极化椭圆长轴对x轴的夹角(新坐标系所旋转的角度) τ 称为极化椭圆的**倾角**。

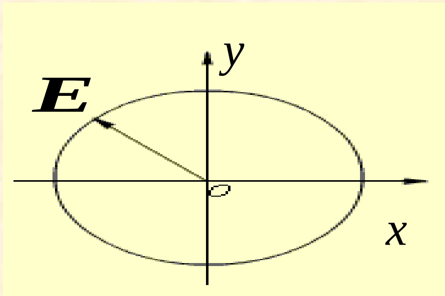
轴比和旋向及倾角，是描述椭圆极化的3个特征量。

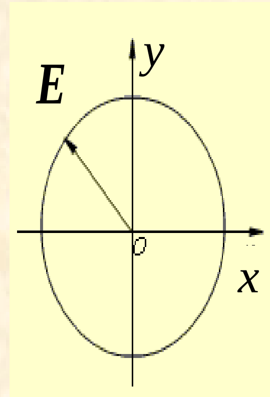
在已知直角坐标分量的情况下，可以求出这三个特征量。

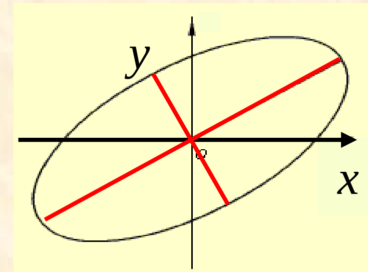


（a）右旋 （b）左旋

椭圆极化波







左旋椭圆极化波　　　　　　　　　　左旋椭圆极化波

长短轴相等　　　　短轴缩为零　　　　长短轴相等

左旋圆极化波　　　　线极化波　　　　左旋圆极化波

◆圆极化波和线极化波可看作是椭圆极化波的特殊情况；

由于各种极化波可以分解为线极化波的合成，因此，仅讨论线极化平面波的传播特性。

例1　试证明等幅的左旋圆极化波及右旋圆极化波合成一 个线极化波；

证明：设电磁波是沿方向z传播的，
则左旋圆极化波和右旋圆极化波分别可表示为

左旋圆极化波：

$$\begin{cases} \textbf{LHCP:} \quad \overline{\mathbf{E}} = (\hat{\mathbf{x}} + j\hat{\mathbf{y}})E_0 e^{-jkz} \\ \textbf{RHCP:} \quad \overline{\mathbf{E}} = (\hat{\mathbf{x}} - j\hat{\mathbf{y}})E_0 e^{-jkz} \end{cases}$$

右旋圆极化波：

合成波：

$$\overline{E} = (\hat{\mathbf{x}} + j\hat{\mathbf{y}})E_0 e^{-jkz} + (\hat{\mathbf{x}} - j\hat{\mathbf{y}})E_0 e^{-jkz} = \hat{x}2E_0 e^{-jkz}$$

因此，该叠加波为一个线极化波。

波极化的小结

- 电磁波的极化状态取决于E_x和 E_y 的振幅E_{xm}、E_{ym}和相位差 $\phi=\phi_y-\phi$
- 对于沿+ z 方向传播的均匀平面波：
  - **线极化**：$\phi=0$、$\pm\pi$ 。
  - **圆极化**：$\phi=\pm\pi/2$，$E_{xm}=E_{ym}$ 。
    取“＋”，左旋圆极化；取“－”，右旋圆极化。
  - **椭圆极化**：其它情况。
    $0<\phi<\pi$，左旋；$-\pi<\phi<0$，右旋 。

- **注意：**

电磁波的极化方式由辐射源(即天线)的性质决定。

5. 极化波的分解

- 任何一个圆极化波或椭圆极化波可分解成两个线极化波的叠加

- 任何一个线极化波都可以表示成旋向相反、振幅相等的两圆极化波的叠加, 即

$$\overline{E} = \hat{x}E_m e^{-jkz} = (\hat{\mathbf{x}} + j\hat{\mathbf{y}})\frac{E_m}{2}e^{-jkz} + (\hat{\mathbf{x}} - j\hat{\mathbf{y}})\frac{E_m}{2}e^{-jkz} = \hat{x}2E_0 e^{-jkz}$$

- 任何一个椭圆极化波也可以表示成旋向相反、振幅不等的两圆极化波的叠加，即

$$\begin{aligned}\overline{E} &= \left(\hat{x}E_{xm} + \hat{y}E_{ym}\right)e^{-jkz} \\ &= (\hat{\mathbf{x}} + j\hat{\mathbf{y}})\frac{E_{xm} - jE_{ym}}{2}e^{-jkz} + (\hat{\mathbf{x}} - j\hat{\mathbf{y}})\frac{E_{xm} + jE_{ym}}{2}e^{-jkz}\end{aligned}$$

6. 极化波的工程应用

电磁波的极化在许多领域中获得了广泛应用。如：

- 无线电技术中，利用天线发射和接收电磁波的极化特性，实现最佳无线电信号的发射和接收。

为了有效地接收电磁波的能量，接收天线的极化特性必须与被接收电磁波的极化特性一致。

- 在雷达目标探测的技术中，利用目标对电磁波散射过程中改变极化的特性实现目标的识别；

- 在移动卫星通信和卫星导航定位系统中，由于卫星姿态随时变更，应该使用圆极化电磁波。

- 在微波设备中，有些器件的功能就是利用了电磁波的极化特性获得的，例如，铁氧体环行器及隔离器等。

- 由于圆极化波穿过雨区时受到的吸收衰减较小，全天候雷达宜用圆极化波。

✓ 圆极化波的特性与应用

圆极化波有几个重要特性：

（1）圆极化波入射到对称目标（如平面、球面）上时，反射波变为反旋向的波，即左旋波变为右旋波，右旋波变为左旋波。

（2）圆极化天线的旋向正交性。
即，若天线辐射左旋圆极化波，则只接收左旋圆极化波，而不接收右旋圆极化波；反之，若天线辐射右旋圆极化波，则只接收右旋圆极化波，而不接收左旋圆极化波。

（3）一个线极化波可以分解为两个旋向相反的圆极化波

这些特性在现代通信和雷达中都有许多应用：电视广播（消重影）、电子对抗等。

- 光学中将光波的极化称为偏振；

但是光波不具有固定的极化特性，或者说，其极化特性是随机的。因此，光波通常是无偏振的。

- 在光学工程中利用材料对于不同极化波的传播特性设计光学偏振片等等

- 为了获得偏振光必须采取特殊方法。

立体电影是利用两个相互垂直的偏振镜头从不同的角度拍摄的。因此，观众必须佩带一副左右相互垂直的偏振镜片，才能看到立体效果。

例5.7—1：空气中传播的均匀平面波，其电场强度复矢量为$\overline{\mathbf{E}}=(\hat{\mathbf{x}}+j\hat{\mathbf{y}})E_0e^{-jkz}$

请问它是什么极化波？写出磁场强度瞬时值。

[解] 因为 $E_y = jE_x$ ，所以这是左旋圆极化波。

由均匀平面波的Maxwell方程(b)得磁场强度为

$$\overline{\mathbf{H}}=\frac{1}{\eta_0}\hat{\mathbf{z}}\times\overline{\mathbf{E}}=\frac{1}{\eta_0}(\hat{\mathbf{y}}-j\hat{\mathbf{x}})E_0e^{-jkz}$$ 其中 $\eta_0=\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$

磁场强度瞬时值为：

$$\begin{aligned}\overline{\mathbf{H}}(t)&=\hat{\mathbf{y}}\frac{E_0}{\eta_0}\cos(\omega t-kz)+\hat{\mathbf{x}}\frac{E_0}{\eta_0}\cos\left[(\omega t-kz)-\frac{\pi}{2}\right]\\&=\hat{\mathbf{y}}\frac{E_0}{\eta_0}\cos(\omega t-kz)+\hat{\mathbf{x}}\frac{E_0}{\eta_0}\sin(\omega t-kz)\\&=\hat{\mathbf{y}}H_y(t)+\hat{\mathbf{x}}H_x(t)\end{aligned}$$

例5.7—2：　在空气中传播的一个平面波有下述两个分量：

$$\begin{cases} E_x(t) = 5\cos(\omega t - kz) \ \ V/m \\ E_y(t) = 6\cos\left(\omega t - kz - 60^\circ\right) \ \ V/m \end{cases}$$

这是什么极化波？试求该波所传输的平均功率流密度。

［解］　电场强度二分量的复振幅为

$$\begin{cases} E_x = 5 = E_1 \\ E_y = 6e^{-j60^\circ} = E_2 e^{j\phi} \end{cases}$$

因$E_1 \neq E_2$，　$\phi=-60^\circ$，这是右旋椭圆极化波。

电场强度复矢量为

$$\overline{E} = \left(\hat{x}E_1 + \hat{y}E_2 e^{j\phi}\right)e^{-jkz} = \hat{x}E_x + \hat{y}E_y$$

磁场强度复矢量为

$$\overline{H} = \frac{1}{\eta_0}\hat{z}\times\overline{E} = \frac{1}{\mu_0}\left(\hat{y}E_1 - \hat{x}E_2 e^{j\phi}\right)e^{-jkz}$$

$$= \left(\hat{y}H_1 - \hat{x}H_2 e^{j\phi}\right)e^{-jkz} = \hat{y}H_y - \hat{x}H_x$$

其共轭复矢量为

$$\overline{H}^* = \left(\hat{y}H_1 - \hat{x}H_2 e^{-j\phi}\right)e^{jkz}$$

平均功率密度为

$$\overline{S^{\alpha v}} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\overline{E} \times \overline{H^*}\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(\hat{x}\times\hat{y})E_x H_y^* - (\hat{y}\times\hat{x})E_y H_x^*\right]$$

$$= \frac{1}{2}\hat{z}\,\mathrm{Re}\left(E_x H_y^* + E_y H_x^*\right)$$

并有 $$\overline{S^{\alpha v}} = \frac{1}{2}\hat{z}(E_1 H_1 + E_2 H_2) = \frac{1}{2}\hat{z}\frac{E_1^2 + E_2^2}{\eta_0}$$

$$S^{\alpha v} = \frac{1}{2}\frac{E_1^2 + E_2^2}{\eta_0} = 80.9\,mW/m^2$$

它是两组空间上正交的线极化波的平均功率密度之和；它与二者的相位差φ无关。

小 结

1、电磁波满足的波动方程为

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

正弦电磁波满足的波动方程为

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$$

2、均匀平面电磁波在无界理想介质中传播时，电场和磁场的振幅不变，它们在时间上同相，在空间上垂直并且电场、磁场与电磁波传播方向三者间符合右手螺旋关系，为TEM波。

电场与磁场分量的比由空间媒质决定，即 $\dfrac{E_x}{H_y}=\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}=\eta$

空气的波阻抗为 $\eta_0=\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=120\pi\Omega=377\Omega$

在理想介质中，电场的能量密度与磁场的能量密度相等

$$w_e=w_m$$

3、电磁波的极化表征在空间给定点上电场强度矢量的取向随时间变化的特性。

当电场的水平分量与垂直分量相位相同或相差别时为直线极化；

当两分量的振幅相等，但相位差为或时为圆极化；

当两分量的振幅和相位均为任意关系时为椭圆极化。

4、工程上通常按 $\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon}$ 的大小将媒质划分为

$\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon} >> 10^2$ 媒质被称为良导体；

$\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon} << 10^{-2}$ 媒质被称为低损耗介质。

5、磁波在导电媒质中相速变慢，波长变短，场的振幅随波的传播按指数规律衰减。传播常数 $k_c = \beta - j\alpha$ ，其中

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left(\sqrt{1+(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})^2}-1\right)}$$

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left(\sqrt{1+(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon})^2}+1\right)}$$

电场、磁场与电磁波传播方向仍垂直，三者间符合右手螺旋关系，但在时间上不相同。

6、相速是波阵面移动的速度，它不代表电磁波能量的传播速度，也不代表信号的传播速度。
而群速度才是电磁波信号和电磁波能量的传播速度。