

# 基于 HSI 色彩空间的低照度图像增强算法

宋瑞霞<sup>1</sup>, 李 达<sup>1</sup>, 王小春<sup>2</sup>

(1. 北方工业大学理学院, 北京 100144; 2. 北京林业大学理学院, 北京 100083)

**摘 要:** 为了提高低照度图像的质量, 提出了基于 HSI 色彩空间的图像增强新算法。首先将待增强的彩色图像转换到 HSI 色彩空间, 然后分别针对饱和度分量(S)和亮度分量(I)进行不同的增强处理。对分量 S 提出分段指数变换进行增强, 以使图像色彩更适合人眼视觉习惯; 对分量 I, 引进新的正交多小波 V-系统, 先进行相应的 V-变换, 分离出高、低频子带, 接着对低频子带进行 Retinex 调整, 以减轻光照因素对图像的影响, 而对高频子带则使用改进的模糊增强算法来实现图像的去噪与增强。最后将处理后的分量 S、分量 I 与分量 H 合成为清晰的彩色 RGB 图像。实验表明该算法可以明显改善低照度彩色图像的视觉效果, 在客观评价指标上也有显著提高。

**关 键 词:** 低照度图像; 图像增强; V-变换; Retinex 算法; 模糊增强

中图分类号: TP 391

DOI: 10.11996/JGj.2095-302X.2017020217

文献标识码: A

文 章 编 号: 2095-302X(2017)02-0217-07

## Low Illumination Image Enhancement Algorithm Based on HSI Color Space

SONG Ruixia<sup>1</sup>, LI Da<sup>1</sup>, WANG Xiaochun<sup>2</sup>

(1. College of Sciences, North China University of Technology, Beijing 100144, China;

2. College of Sciences, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China)

**Abstract:** To improve the quality of low illumination image, a new image enhancement algorithm based on HSI color space is proposed. First, we convert the RGB image into the HSI color space, and then perform enhancement to the saturation S and brightness I respectively with different methods. To make the image more suitable for human visual habit, piecewise exponential transformation is used for the enhancement of the saturation component S. While the V-system, a new orthogonal multi-wavelet, is introduced for the enhancement of the luminance component I. First, we perform V-transform to the luminance I to isolate the high, low frequency sub-bands. And then process Retinex adjustment to the low-frequency sub-band to reduce the influences of illumination to the image, while we use improved fuzzy enhancement to the high frequency sub-band to achieve image denoising and enhancement. Finally, the processed S, I and H components are synthesized into a clear RGB image. The experiment results show that our algorithm can obviously improve the visual effect of the low illumination color image, and also has significant improvement in the objective evaluation indexes.

**Keywords:** low illumination image; image enhancement; V-transform; Retinex algorithm; fuzzy enhancement

收稿日期: 2016-07-28; 定稿日期: 2016-09-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(61272026, 61571046); 澳门科技发展基金项目(097/2013/A3)

第一作者: 宋瑞霞(1963-), 女, 北京人, 教授, 硕士。主要研究方向为数字几何、计算机图形学和模式识别等。E-mail: songrx@ncut.edu.cn

由于光照条件不足,经常会产生低照度图像,这样的图像首先给人带来视觉上的不舒适,同时也不利于后续的图像处理工作。为了改善这类图像的视觉效果,需要对其进行增强处理。低照度图像的增强主要体现在:①通过调整对比度来增强边缘和细节;②通过调节动态范围、抑制噪声等手段来改善图像质量;③通过提高较暗区域的亮度,使图像的亮度保持均匀;④通过调整图像的饱和度使其有较好的视觉效果等。图像增强的目标是使图像有更好的视觉效果,更有利于后续的图像分析与理解。

目前常用的低照度图像增强算法主要有基于直方图的增强<sup>[1-4]</sup>、基于小波变换的增强<sup>[5]</sup>、直方图和小波变换相结合的增强<sup>[6]</sup>、基于 Retinex 理论的增强<sup>[7-11]</sup>及其他算法<sup>[12-14]</sup>。基于直方图的增强算法主要为直方图均衡化,其使图像整体的对比度得到增强,但对处理的图像不加选择,会使处理后的图像灰度级减少,某些细节部分消失。基于小波变换的增强算法因其多分辨特性,既可以描述出图像的轮廓,又可以突出图像的细节,但是对改变图像的对比度没有很大效果,而且多级的小波分解会使计算量增大,降低算法的效率。基于 Retinex 理论的算法有单尺度 Retinex(single scale Retinex, SSR)<sup>[8]</sup>、多尺度 Retinex(multi scale Retinex, MSR)<sup>[9]</sup>和带彩色恢复的多尺度 Retinex(multi scale Retinex with color restoration, MSRCR)<sup>[10]</sup>等改进算法,如何估计出照射分量并将其去除是关键,一般都会用高斯滤波器估计照射分量,SSR 算法只对图像做了滤波估计,效果不佳;而 MSR 算法则看成多个不同尺度的单尺度 Retinex 线性加权求和,其可以很好地提高图像的亮度和对比度,但也会使图像边缘锐化不足,部分颜色发生扭曲,出现不同程度的失真现象;MSRCR 算法在 MSR 算法基础上加上了颜色恢复,使得增强后图像不会出现失真的现象,但图像的颜色会偏离原始色彩,整体颜色偏白。

有一类算法是通过改变图像的色彩空间,在另一个空间中进行增强,例如 HSI 色彩空间<sup>[11]</sup>。在 HSI 色彩空间中,各颜色分量是相互独立的,这样就可以消除各颜色分量之间的相关性,所以保持色调分量(hue, H)不变,只需调整饱和度分量(saturability, S)和亮度分量(intensity, I)就可达到增强图像的目的。

本文结合变换色彩空间算法和 Retinex 算法的优势,采用小波变换思想,并引入新的多小波 V-系统,进行图像增强。首先将原始 RGB 图像转换到 HSI 色彩空间,将分量 S 和分量 I 提取出来分别进行增强处理。由于图像的颜色信息必须保持,所以色调分量 H 不作处理。

针对分量 S,本文提出了分段指数变换算法;针对分量 I,则是对其先进行 V-变换,分离出低频子带和高频子带,在低频子带上使用 Retinex 算法对其增强,以减轻光照因素的影响;而高频子带集中了图像的细节和噪声,提出一种改进的模糊增强算法来达到细节的增强与去噪;然后通过 V-逆变换重构分量 I。最后将处理后的各分量合成并转换为 RGB 图像,则完成了低照度图像增强的全部过程。

## 1 k 次 V-系统与 Retinex 理论

本文在对亮度分量增强时用到 2 个理论:数学工具 V-系统和 Retinex 理论。

### 1.1 k 次 V-系统及 V-变换

k 次 V-系统是一类正交多小波<sup>[15-16]</sup>,其详细构造过程可查阅文献[15]。0 次 V-系统则是著名的 Haar 小波,因此 k 次 V-系统可以看作是 Haar 小波的推广。实验发现 3 次 V-系统在图像增强中有更好的效果,所以本文采用 3 次 V-系统。由于 V-系统是分组构造的,其数学表达(函数在结点处的取值为左右极限的平均值)分别为:

第 1 组,区间[0,1]上前 4 个 Legendre 多项式

$$\begin{aligned} V_{3,1}^1(x) &= 1 \\ V_{3,1}^2(x) &= \sqrt{3}(1-2x) \\ V_{3,1}^3(x) &= \sqrt{5}(6x^2-6x+1) \\ V_{3,1}^4(x) &= \sqrt{7}(-20x^3+30x^2-12x+1) \end{aligned}$$

第 2 组,4 个以 1/2 为结点的分段 3 次多项式,称为生成元,其彼此正交且与第一组函数也正交,是 V-系统中最重要的 4 个函数

$$\begin{aligned} V_{3,2}^1(x) &= \begin{cases} \sqrt{7}(-64x^3+66x^2-18x+1), & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \sqrt{7}[-64(1-x)^3+66(1-x)^2-18(1-x)+1], & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \\ V_{3,2}^2(x) &= \begin{cases} \sqrt{5}(-140x^3+114x^2-24x+1), & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \sqrt{5}[140(1-x)^3-114(1-x)^2+24(1-x)-1], & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$V_{3,2}^3(x) = \begin{cases} \sqrt{3}(-224x^3 + 156x^2 - 28x + 1), & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \sqrt{3}[-224(1-x)^3 + 156(1-x)^2 - 28(1-x) + 1], & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$V_{3,2}^4(x) = \begin{cases} -280x^3 + 180x^2 - 30x + 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 280(1-x)^3 - 180(1-x)^2 + 30(1-x) - 1, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

第  $n$  组( $n > 2$ ), 是由第 2 组的 4 个函数(即 4 个生成元)分别作压缩平移复制得到, 可以统一表达为

$$V_{3,n}^{i,j}(x) = \begin{cases} \sqrt{2^{n-2}} V_{3,2}^i \left[ 2^{n-2} \left( x - \frac{j-1}{2^{n-2}} \right) \right], & x \in \left[ \frac{j-1}{2^{n-2}}, \frac{j}{2^{n-2}} \right) \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

其中,  $i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, \dots, 2^{n-2}; n = 3, 4, 5, \dots$

显然 V-系统中有无穷多个函数, 构成  $L^2[0,1]$  空间中的一个正交函数系, 同时还是一类正交多小波<sup>[16]</sup>。从图 1 中可以清晰地看出 V-系统的多分辨率分析特性和基函数的局部性。

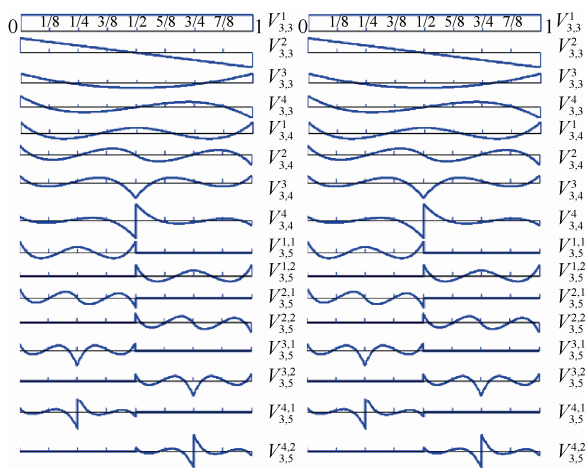


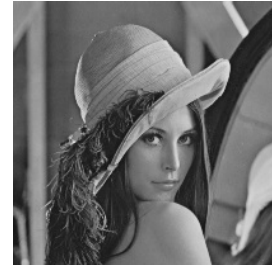
图 1 3 次 V-系统的前 32 个基函数图形

虽然并非每个小波都有详细的数学表达式, 但多小波 V-系统的每一个函数都有详细的数学表达式, 具体应用时非常方便简洁。具体应用为利用相应的 V-变换, 其变换矩阵称为 V-矩阵。一个  $2^n$  阶的 V-矩阵的得到过程是: 取 V-系统的前  $2^n$  个函数, 对第  $i$  个函数在区间  $[0,1]$  均匀地取  $2^n$  个值, 构成一个  $2^n$  阶方阵的第  $i$  行, 当  $i$  取遍  $1, 2, \dots, 2^n$  时, 得到一个  $2^n$  阶方阵, 对其正交化即得到正交 V-矩阵。关于 V-系统的应用可参阅文献<sup>[17-21]</sup>。

作为多小波的 V-系统, 由于其基函数既有连续函数又有各种类型的间断函数, 因此在表达图像时, 更能反应图像的边缘突变, 比经典小波更有优势; 还因其有具体的数学表达, 正交矩阵可以轻松求得, 所以只需要经过一个正交变换就可

以得到图像的各频段的频域系数。

图 2 给出分别用 V-系统与 db2 小波对 Lena 图像进行一级分解, 取其低频信息的重构图作比较, V-系统的重构图像获得了更高的峰值信噪比, 图像更加清晰, 具有更好的信息集中能力。



(a) 原图



(b) V-系统低频重构  
(psnr=35.6411)



(c) db2 小波低频重构  
(psnr=34.7144)

图 2 V 系统与 db2 小波对 Lena 的低频重构比较

## 1.2 Retinex 理论

Retinex<sup>[7]</sup> 是一种建立在科学实验和科学分析基础上的图像增强方法, 其以色感一致性(颜色恒常性)为基础。所谓色感一致性是指人眼对物体色彩的感知与物体表面的光反射特性有关, 而与实际到达人眼的光谱关系不大。即当照射物体表面光的颜色在某一个范围内发生变化时, 人们对物体的色彩感知仍然保持不变。基于这个基础发展的 Retinex 理论, 具有广泛的影响和应用。

一幅给定的图像可以分解为入射图像和反射图像两个不同的图像, 入射光照在反射物体上, 被反射物体反射的光线进入人眼, 就形成了图像, 假设  $S(x,y)$  是人眼能接收到的反射光图像, 反射图像为  $R(x,y)$ , 入射图像为  $L(x,y)$ , 则

$$S(x,y) = R(x,y) \cdot L(x,y) \quad (1)$$

其中, 入射图像  $L(x,y)$  直接决定了图像中像素所能达到的动态范围,  $R(x,y)$  表示图像的内在属性, 携带了图像的细节信息<sup>[22]</sup>。令

$$L(x,y) = F(x,y) * S(x,y)$$

则由式(1)可得

$$S(x,y) = R(x,y) \cdot F(x,y) * S(x,y)$$

取对数

$$r(x, y) = \ln R(x, y) = \ln S(x, y) - \ln [F(x, y) * S(x, y)] \quad (2)$$

则  $r(x, y)$  即为增强后的输出图像。其中, \* 为卷积符号;  $F(x, y)$  为中心环绕函数, 通常选用高斯滤波函数

$F(x, y) = \lambda \cdot e^{-\frac{(x^2+y^2)}{c^2}}$ , 其中,  $c$  为高斯环绕尺度;  $\lambda$  是一个使得  $F(x, y)$  积分为 1 的常数。

该算法中的卷积是对空间中的入射图像的计算, 其物理意义可以表示为通过计算图像中像素点与周围区域的加权平均, 估计图像中照度的变化, 并将其去除, 最后只保留图像中物体的反射属性<sup>[22]</sup>。Retinex 理论关键在于合理地假设了一幅图像的构成, 如果将一幅图像看成是一幅带有噪声的图像, 那么入射光  $L$  的分量就可以看成是一种乘性的、相对均匀且变换缓慢的噪声, Retinex 算法合理地估计出图像中各个位置的噪声并去除它, 达到增强的效果。

## 2 本文图像增强算法

首先将低照度图像从 RGB 空间转换到 HSI 空间, 然后针对分量(S)和分量(I)分别采用不同的增强算法。本文算法的流程: ①色彩空间转换, 由 RGB 空间转换成 HSI 空间; ②对分量(S)和(I)分别采用“分段指数变换”和“V-变换+Retinex 增强+改进的模糊增强”进行增强; ③再转回到 RGB 色彩空间, 得到增强后的图像(图 3)。

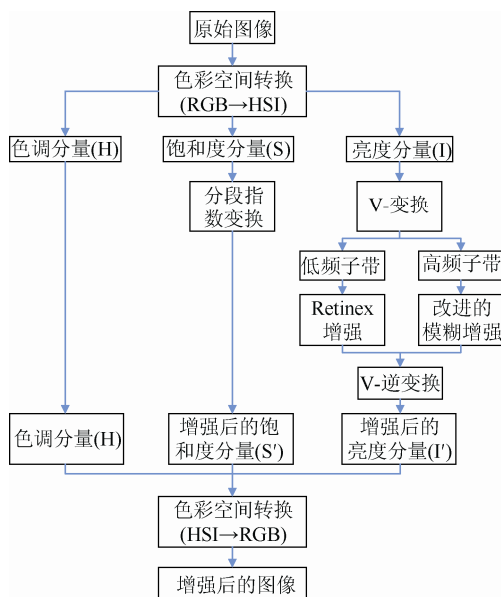


图 3 本文算法流程

下面详细介绍各阶段的增强算法。

### 2.1 饱和度分量增强(分段指数增强算法)

一般对饱和度分量增强都是简单的线性变换, 本文提出分段指数增强算法, 是一种非线性增强算法, 可以对不同区域的饱和度分别进行处理, 达到较好的视觉效果。根据饱和度的大小, 本文将图像的饱和度分为高、中、低 3 个区域。

当  $x > 0$  时,  $e^x - 1 > x$ , 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ , 即在  $x$  非

常小时,  $e^x - 1$  与  $x$  等价。因此将低饱和度区域, 进行指数变换的拉伸, 放大饱和度; 对中饱和度区域, 只做指数变换, 进行适当调整; 对高饱和度的区域, 通过指数变换的缩减, 适当降低饱和度。本文提出的分段指数增强算法, 具体表达如下

$$S'(m, n) = \begin{cases} a(e^{S(m, n)} - 1), & S(m, n) \leq 0.2 \\ e^{S(m, n)} - 1, & 0.2 < S(m, n) \leq 0.7 \\ b(e^{S(m, n)} - 1), & \text{else} \end{cases}$$

其中,  $S$  和  $S'$  分别为增强前、后的饱和度; 参数  $a$ ,  $b$  是用来调节变换伸缩尺度的,  $a$  取 1.2~1.5、 $b$  取 0.7~0.9 时, 增强效果最佳, 本文  $a$  取值 1.4,  $b$  取值 0.8。

### 2.2 亮度分量增强(V-变换+Retinex 增强+改进的模糊增强)

对亮度分量进行 V-变换, 得到 V 谱矩阵, V 谱矩阵左上角 1/4 数据为亮度分量的低频子带  $I_L$ , 其余数据为高频子带  $I_H$ 。对低频和高频采用不同的方法进行增强。

#### 2.2.1 低频系数增强(Retinex)

由于低频子带  $I_L$  集中了图像亮度的整体信息, 基本上刻画了图像的大体轮廓, 可采用 Retinex 增强算法。

假设亮度低频系数为  $S(x, y)$ , 由式(2)计算出  $r(x, y)$ , 此为增强后的低频系数。按照 Retinex 理论, 得到的图像降低了入射光照的影响, 保留下来的是物体本质的反射属性, 即图像本质内容。

#### 2.2.2 高频系数增强(改进的模糊增强)

在高频子带  $I_H$  中, 噪声的小波系数较小, 并且噪声的小波系数要小于信号的系数, 为了达到增强图像细节, 抑制噪声的目的, 本文提出改进的模糊增强算法, 目标是使细节更清晰, 而噪声得到抑制。具体算法如下:

(1) 构造隶属度函数  $P_{mn} = \frac{x_{mn} - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$ , 将高频

系数转化到模糊集中, 目的是将高频子带中的系



数归一到区间[0,1]。其中,  $x_{\max}$  和  $x_{\min}$  分别为高频子带中系数的最大值和最小值;  $x_{mn}$  为高频子带中的系数。

(2) 设计模糊隶属度变换  $P'_{mn} = \frac{1}{2} + \left(P_{mn} - \frac{1}{2}\right)^{1/3}$ , 此函数为非线性单调增加函数,  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  是其拐点。其使小于 1/2 的数缩小, 大于 1/2 的数放大, 作用到高频系数上, 就可以达到增强图像细节, 同时抑制噪声的目的。

(3) 将模糊集转换到高频子带  $P''_{mn} = P'_{mn} \cdot (x_{\max} - x_{\min}) + x_{\min}$ , 得到增强后的高频系数。

至此, 得到增强的低频、高频系数, 再经过 V-逆变换就得到增强后的亮度分量 I' 了。

最后将得到的增强饱和度 S' 和增强亮度 I', 以及原图像的色调分量(H)合成, 并转换到 RGB 空间, 即可输出增强后的图像。

### 3 实验结果与分析

本文对 2 组低照度图像做了实验, 并与其他 3 种算法进行了对比。

**实验 1.** 对低照度且光照不均匀图像的增强, 实验结果如图 4 所示。图 4(a) 为两幅原始图像(Boy 和 Girl), 图 4(b)~(e) 分别为 SSR、MSR、MSRCR 和本文算法增强后的图像。

**实验 2.** 对低照度但光照较均匀图像的增强实验结果如图 5 所示。图 5(a) 为两幅原始图像(Boat 和 Tower), 图 5(b)~(e) 分别为 SSR、MSR、MSRCR 和本文算法增强后的图像。

从图 4(b)、(c) 和图 5(b)、(c) 可知, 由于低照度图像明暗对比强烈, 使用 SSR、MSR 算法处理图像后, 图像虽有一定改善, 但图像的对比度过低或过高, 边缘细节保持不理想, 图像还会出现失真的现象, 视觉效果欠佳, 特别是图 5(c) 中 Tower 的周围出现严重的光晕现象。由图 4(d) 和图 5(d) 看出, MSRCR 算法可以使暗部的细节明显地恢复出来, 但整体色彩偏白, 颜色失真, 图像清晰度也降低了。而本文算法在提高图像清晰度的同时, 也使得暗部细节得到恢复, 没有出现失真现象且保持了图像原有的色彩, 人眼视觉效果最佳(图 4(e)、5(e))。

上述实验说明, 从主观视觉效果来看, 本文算法对于改善低照度图像的视觉效果, 呈现图像的细节信息具有优势。

除了主观评判, 本文给出一组客观指标的评判比较: 平均亮度、平均梯度和熵。平均亮度即图像矩阵的平均值, 表示图像的明暗程度, 对 256 个灰度级的图像, 理想的灰度均值是 127.5, 所以平均亮度的值越接近 127.5 图像质量就越好; 平均梯度即图像的清晰度, 反映图像对细节对比的表达能力, 平均梯度越大, 说明图像越清晰; 熵是用来度量图像中信息量的大小, 刻画图像细节的丰富程度, 熵越大说明图像的信息含量越多, 图像包含的细节越多。从表 1 中可以看出, 4 个测试图像的 12 个指标中, 本文算法除一个指标列第 2 位外, 其余均列第 1, 说明本文算法优于其他几种算法。表 2 为各算法的处理时间, 测试用的个人计算机中央处理器(CPU)为 Intel(R) Core(TM) i7-4610M, 主频 3.00 GHz, 内存 4.00 GB, 处理软件为 Matlab2012b, 测试图像分辨率为 512×512。

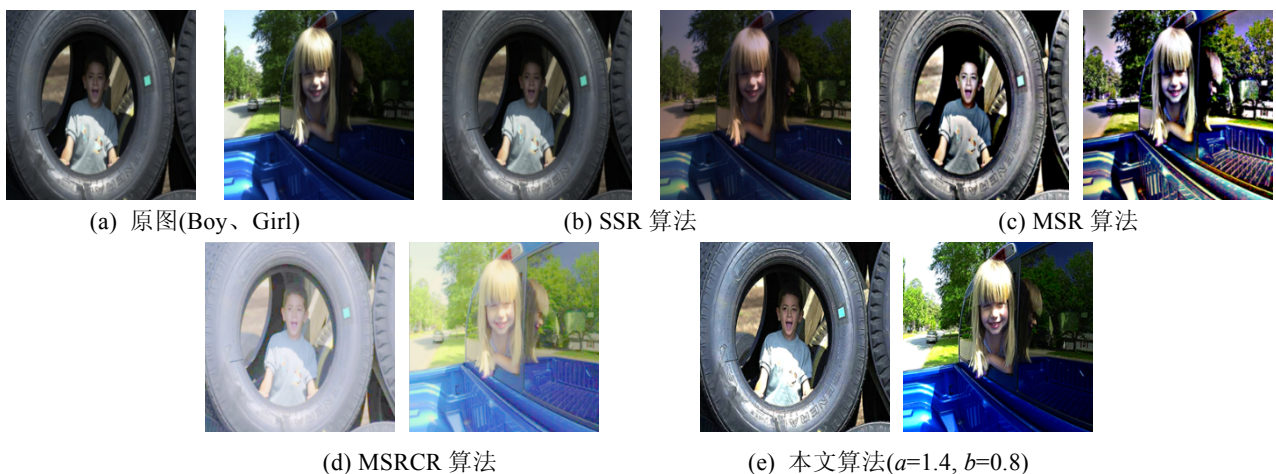


图 4 低照度且光照不均匀的图像增强实验



图 5 低照度但光照基本均匀的图像增强实验

表 1 各类方法的客观指标比较

测试图像	评价指标	增强算法			
		SSR	MSR	MSRCR	本文算法
Boy	平均亮度	71.816 8	101.013 4	176.094 7	<b>109.284 6</b>
	平均梯度	5.675 5	15.838 8	5.157 2	<b>21.268 4</b>
	熵	7.286 2	6.758 9	7.126 03	<b>7.469 3</b>
Girl	平均亮度	45.618 1	89.622 1	150.696 9	<b>97.540 3</b>
	平均梯度	5.477 3	21.896 0	8.471 8	<b>23.197 4</b>
	熵	6.837 8	6.134 7	<b>7.731 3</b>	7.344 9
Boat	平均亮度	55.024 8	94.627 0	166.168 3	<b>99.633 9</b>
	平均梯度	3.786 3	12.135 7	4.180 8	<b>17.030 3</b>
	熵	6.934 5	6.701 9	7.112 8	<b>7.483 0</b>
Tower	平均亮度	57.825 8	94.154 5	175.542 6	<b>96.250 5</b>
	平均梯度	3.730 2	11.486 2	4.276 9	<b>15.205 2</b>
	熵	6.713 0	6.327 9	7.157 9	<b>7.421 1</b>

表 2 各类方法的处理时间比较(s)

测试图像	增强算法			
	SSR	MSR	MSRCR	本文算法
Boy	1.676	0.715	0.639	3.458
Girl	1.681	0.732	0.673	3.721
Boat	1.703	0.856	0.674	3.495
Tower	1.672	0.846	0.662	4.100

4 结论与展望

本文提出一种针对低照度图像的增强算法，将图像由 RGB 空间变换到 HSI 空间，对饱和度分量提出分段指数变换增强算法。通过在指数变换中引入调节系数，使图像的饱和度更适合人眼视觉感受。对亮度分量，引入一类比经典小波更方

便、效果更好的多小波 V-系统，通过 V-变换分离出亮度分量的低频和高频子带，低频采用 Retinex 算法增强，图像亮度得到改善，图像内容得到很好的保持，对高频子带提出了改进的模糊增强算法，通过一个非线性单调函数的作用，使得“小数更小，大数更大”，通过抑制这些“小系数”达到降噪的作用，被放大后的“大系数”使图像的边缘细节更加清晰。本文提出的多小波 V-系统对图像亮度的分解、带调节参数的分段指数变换、以及改进的模糊增强算法都是本文的关键算法。实验结果从主观和客观两方面验证了本文算法的有效性，与现有的一些算法相比，具有很好的优势。但本文算法也有不足之处，就是处理时间较长，所以下一步的研究就是如何优化算法已达到更好的效率。

## 参考文献

- [1] CELIK T. Two-dimensional histogram equalization and contrast enhancement [J]. *Pattern Recognition*, 2012, 45(10): 3810-3824.
- [2] CHEN Y, FENG P, YANG J, et al. An adaptive enhancement algorithm of low illumine color video image [J]. *International Journal of Sensing, Computing & Control*, 2012, 2(2): 79-86.
- [3] ARICI T, DIKBAS S, ALTUNBASAK Y. A histogram modification framework and its application for image contrast enhancement [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18(9): 1921-1935.
- [4] CHANG Y, CHANG C. A simple histogram modification scheme for contrast enhancement [J]. *IEEE Transactions Consumer Electronics*, 2010, 56(2): 737-742.
- [5] ASMARE M H, ASIRVADAM V S, HANI A F M. Image enhancement based on contourlet transform [J]. *Signal, Image and Video Processing*, 2015, 9(7): 1-12.
- [6] HUANG L, ZHAO W, WANG J, et al. Combination of contrast limited adaptive histogram equalisation and discrete wavelet transform for image enhancement [J]. *Let Image Processing*, 2015, 9(10): 908-915.
- [7] LAND E H. The retinex theory of color vision [J]. *Scientific American*, 1978, 237(6): 108-128.
- [8] LIU H B, YANG J, WU Z P, et al. A fast single image dehazing method based on dark channel prior and retinex theory [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(7): 1264-1273.
- [9] LIN H, SHI Z. Multi-scale retinex improvement for nighttime image enhancement [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2014, 125(24): 7143-7148.
- [10] WANG Y, WANG H, YIN C, et al. Biologically inspired image enhancement based on Retinex [J]. *Neurocomputing*, 2015, 177: 373-384.
- [11] QIN X, WANG H, DU Y, et al. Structured light image enhancement algorithm based on Retinex in HSV color space [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2013, 25(4): 488-493.
- [12] LI Y, SHARAN L, ADELSON E H. Compressing and companding high dynamic range images with subband architectures [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2010, 24(3): 836-844.
- [13] FARBMAN Z, FATTAL R, LISCHINSKI D. Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2008, 27(3): 15-19.
- [14] GU H, WANG Y, XIANG S, et al. Image guided tone mapping with locally nonlinear model [M]//*Computer Vision-ECCV 2012*. Berlin: Springer Press, 2012: 786-799.
- [15] WANG T, SONG R, QI D, et al. The complete orthogonal V-system and its applications [J]. *Communications on Pure & Applied Analysis*, 2007, 6(3): 853-871.
- [16] HUANG C, YANG L H, QI D X. A new class of multi-wavelet bases: V-system [J]. *Acta Mathematica Sinica, English Series*, 2012, 28(1): 105-120.
- [17] SONG R, ZHAO Z, WANG X. An application of the V-system to the clustering of Chernoff faces [J]. *Computers & Graphics*, 2010, 34(5): 529-536.
- [18] LIN A J, SHANG P J, MA H. The orthogonal V-system detrended fluctuation analysis [J]. *Fluctuation & Noise Letters*, 2012, 10(2): 189-206.
- [19] 宋瑞霞, 朱建旺, 王小春. 分形的正交频谱分析[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2016, 28(3): 488-497.
- [20] 梁延研, 蔡占川, 李坚, 等. 尺度不变V变换信号消噪[J]. *计算机学报*, 2013, 36(9): 1929-1942.
- [21] 熊刚强, 齐东旭, 郭芬红. 一类完备的正交分段多项式函数系及其应用[J]. *中国科学: 信息科学*, 2011, 56(9): 1-13.
- [22] 王书新. 基于 Retinex 理论的图像增强算法研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2011.