第5章 时变电磁场和平面电磁波

Time-Varying Fields and Plane EM Waves

· 日常遇到的电磁场问题大多数是时变电磁场问题;

· 最常见的是**随时间按正弦（或余弦）规律作简谐变化的电磁场**，称为时谐电磁场或正弦电磁场;

✓研究时谐电磁场是研究一切时变电磁场的基础

- 时谐电磁场的应用非常广泛;
- 同时，由傅里叶变换知，**任何周期性或非周期性的时变电磁场都可看成是许多具有不同频率的时谐电磁场的叠加或积分。**

第5章 时变电磁场和平面电磁波

Time-Varying Fields and Plane EM Waves

1、时谐电磁场的复数表示

复数形式的场方程

复数形式的能量关系

2、平面电磁波在不同媒质中传播特性的分析。

3、电磁波的极化

§5.1 时谐电磁场的复数表示

Complex Representation of Time-Harmonic Fields

一、复数

· 定义

$$a = a' + ja'' = |a| e^{j\phi_a} = |a|(\cos\phi_a + j\sin\phi_a) \quad (1)$$

· 复数的共轭 $a^* = a' - ja'' = |a| e^{-j\phi_a} = |a|(\cos\phi_a - j\sin\phi_a)$ （2）

· 共轭复数的运算 $(a \pm b)^* = a^* \pm b^*$

$$(ab)^* = (|a||b| e^{j(\alpha+\beta)})^* = a^* b^*$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^* = \left(\frac{|a|}{|b|} e^{j(\alpha-\beta)}\right)^* = \frac{a^*}{b^*}$$

由(1)+(2), $a' = \dfrac{a + a^*}{2}$

由(1)-(2), $a'' = \dfrac{a - a^*}{2j}$

二、复矢量

- **复振幅** $\bar{E}(x,y,z,t) = \hat{x}E_x(x,y,z,t) + \hat{y}E_y(x,y,z,t) + \hat{z}E_z(x,y,z,t)$

$$E_x(x,y,z,t) = E_{xm}(x,y,z)\cos(\omega t + \phi_x)$$

$$E_x(x,y,z,t) = \mathrm{Re}\left\{\left[E_{xm}(x,y,z)e^{j\phi_x}\right]e^{j\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\left[\dot{E}_x(x,y,z)e^{j\omega t}\right]$$

$$\dot{E}_x(x,y,z) = E_{xm}(x,y,z)e^{j\phi_x}$$

可见，$E_x(x,y,z,t) \leftrightarrow \dot{E}_x(x,y,z) = E_{xm}(x,y,z)e^{j\phi_x}$

$\dot{E}_x$ 称为**复振幅**或**相量**

$$E_x(t)=\mathrm{Re}[(E_{xm}e^{j\phi_x})e^{j\omega t}]=\mathrm{Re}[\dot{E}_x e^{j\omega t}]$$

比较：

a) $\dot{E}_x$是复数，仅仅是空间坐标的函数,即 $\dot{E}_x(x,y,z)$;

b) $E_x(t)$是实数，既是空间坐标的函数，又是时间t的函数，即 $E_x(x,y,z,t)$

c) 由$\dot{E}_x$便可得出$E_x(t)$: $E_x(t)=\mathrm{Re}[\dot{E}_x e^{j\omega t}]$

•复振幅的求导运算

$$\frac{\partial}{\partial t}E_x(t)=\mathrm{Re}\left[\frac{\partial}{\partial t}(\dot{E}_x e^{j\omega t})\right]=\mathrm{Re}\left[j\omega\dot{E}_x e^{j\omega t}\right]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}E_x(t)=\mathrm{Re}\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\dot{E}_x e^{j\omega t})\right]=\mathrm{Re}\left[-\omega^2\dot{E}_x e^{j\omega t}\right]$$

因此 $$\frac{\partial}{\partial t}E_x(t)\leftrightarrow j\omega\dot{E}_x$$

$E_x(t)$ 对时间的微分可化为对复振幅 $\dot{E}_x$ 乘以$j\omega$ 的代数运算

·复矢量

$$\bar{E}(t) = \hat{x}E_{xm}\cos(\omega t+\phi_x)+\hat{y}E_{ym}\cos(\omega t+\phi_y)+\hat{z}E_{zm}\cos(\omega t+\phi_z)$$
$$= \mathrm{Re}\left[\left(\hat{x}E_{xm}e^{j\phi_x}+\hat{y}E_{ym}e^{j\phi_y}+\hat{z}E_{zm}e^{j\phi_z}\right)e^{j\omega t}\right]$$
$$= \mathrm{Re}\left[\dot{\bar{E}}(x,y,z)e^{j\omega t}\right]$$

$$\bar{E}(t) \leftrightarrow \dot{\bar{E}} = \hat{x}E_{xm}e^{j\varphi_x}+\hat{y}E_{ym}e^{j\varphi_y}+\hat{z}E_{zm}e^{j\varphi_z} = \hat{x}\dot{E}_x+\hat{y}\dot{E}_y+\hat{z}\dot{E}_z$$

复矢量$\dot{\mathrm{E}}$ →

$$\boxed{\bar{E}(t)=\mathrm{Re}\left[\dot{\bar{E}}e^{j\omega t}\right]}$$

$\dot{\bar{E}}$只是(x,y,z)的函数，$\bar{E}(t)$是(x,y,z,t)的函数。从而将4维问题化为3维问题。

例1　将下列场矢量的瞬时值变换为复矢量，或作相反变换：

（1）$\overline{E}(t) = \hat{x}E_0 sin(\omega t - kz) + \hat{y}3E_0 cos(\omega t - kz)$

（2）$\dot{\overline{H}} = -\hat{y}jH_0 e^{-jkz sin\theta}$

[解]（1）

$$\overline{E}(t) = \hat{x}E_0 cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}) + \hat{y}3E_0 cos(\omega t - kz)$$

$$= Re[(\hat{x}E_0 e^{-jkz-j\frac{\pi}{2}} + \hat{y}3E_0 e^{-jkz})e^{j\omega t}]$$

故 $$\dot{\overline{E}} = \hat{x}E_0 e^{-jkz-j\frac{\pi}{2}} + \hat{y}3E_0 e^{-jkz} = (-j\hat{x} + \hat{y}3)E_0 e^{-jkz}$$

(2) $$\overline{\mathrm{H}}(t) = \mathrm{Re}\left[\dot{\overline{H}}e^{j\omega t}\right] = \mathrm{Re}\left[-\hat{y}jH_0 e^{-jkz\sin\theta}e^{j\omega t}\right]$$

$$= \hat{\mathbf{y}}H_0 \cos(\omega t - kz\sin\theta - \frac{\pi}{2})$$

$$= \hat{\mathbf{y}}H_0 \sin(\omega t - kz\sin\theta)$$