§6.4 全折射和全反射

Total Refraction and Total Reflection

一、全折射与布儒斯特角

平面波斜入射于理想介质

①反射定律：入射角等于反射角 $\theta_i = \theta_r = \theta_1$

②斯奈尔折射定律：$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \frac{n_1}{n_2}$$

讨论与引伸

何时入射波全部被折射，无反射波？ $R = 0$

波的全折射现象：

当入射波以某一角度入射时，入射波在分界面处全部透射于第二种媒质中，不发生反射的现象。

1 .对平行极化波的情况：

$$R_{//}=\frac{\eta_1\cos\theta_1-\eta_2\cos\theta_t}{\eta_1\cos\theta_1+\eta_2\cos\theta_t}=0$$

$$\boxed{\eta_1\cos\theta_{\mathrm{B}}=\eta_2\cos\theta_{\mathrm{t}}}$$

若　$\mu_1=\mu_2=\mu_0$

$$\cos\theta_{\mathrm{t}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\cos\theta_{\mathrm{B}}\quad .....(1)$$

又，折射定律：$\sin\theta_{\mathrm{t}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sin\theta_{\mathrm{B}}$ .....(2)

结合（1）（2）得　$\sin^2\theta_{\mathrm{B}}=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}$

$$\theta_{\mathrm{B}}=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}$$

或：

$$\theta_B=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2+\varepsilon_1}}=\arctan\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

布儒斯特角或偏振角

2.对垂直极化波的情况

$$R_{\perp}=\frac{\eta_2\cos\theta_1-\eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_1+\eta_1\cos\theta_t}=0 \longrightarrow \eta_2\cos\theta_{\mathrm{i}}-\eta_1\cos\theta_{\mathrm{t}}=0$$

$$\frac{\cos\theta_{\mathrm{t}}}{\cos\theta_{\mathrm{i}}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

折射定律： $$\frac{\sin\theta_{\mathrm{t}}}{\sin\theta_{\mathrm{i}}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

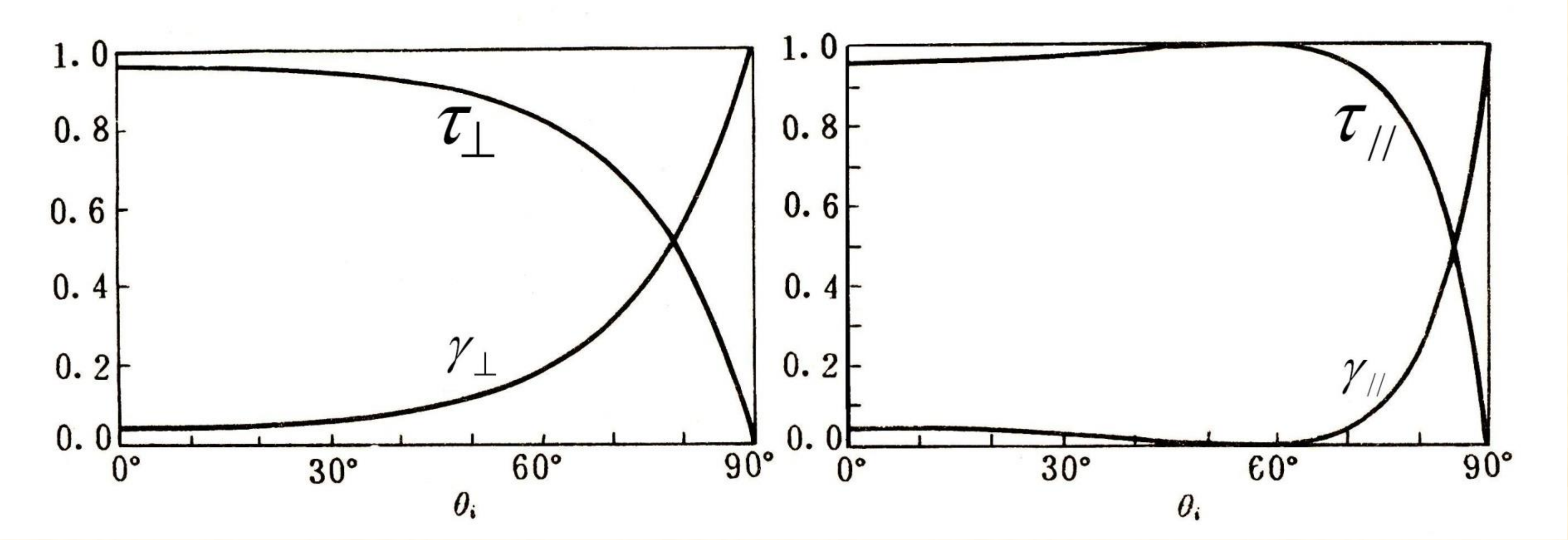
$$\cos\theta_1=\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}-\sin^2\theta_1}$$

只有当 $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ 时，上式成立；

但由于讨论的是两种理想介质 $\varepsilon_1\neq\varepsilon_2$，因此上式不可能成立，即对于垂直极化波，反射系数不可能为零，不可能发生全折射 ； 。

结论：垂直极化波斜入射时，不可能发生全折射现象。

例6.3-2



$$\varepsilon_1=\varepsilon_0,\varepsilon_2=2.25\varepsilon_0,\quad \mu_1=\mu_2=\mu_0$$

- **布儒斯特角θ_b**：使平行极化波的反射系数等于0 的角。

- 反射系数为零，发生**全折射现象**，对应的入射角称为**布儒斯特角**：

$$\theta = \theta_B = \sin^{-1}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}$$ 时，

- 全折射现象只有在平行极化波的斜入射时才会发生；

讨论与引伸

一般的平面波以布儒斯特角入射时情况如何？

如果电磁波以任意极化方式并以布儒斯特角入射，由于只有平行极化波在入射角等于布儒斯特角时的反射才等于零，则反射波中只有垂直极化波。这就是**极化滤除效应**。

请问：

一圆极化波布儒斯特角斜入射时，反射波是什么极化方式?

小结——全折射和布儒斯特角

- **全折射现象**：反射系数为0 ——无反射波。
- **布儒斯特角**（非磁性媒质）： $\theta_b = \arctan\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$

  当$\theta_i=\theta_b$时，$R_{//}=0$ ——平行极化波发生全折射。

讨论

- 在理想介质中，垂直极化入射的波不会产生全透射；
- 任意极化波以$\theta_i=\theta_b$入射时，反射波中只有垂直极化分量——极化滤波；

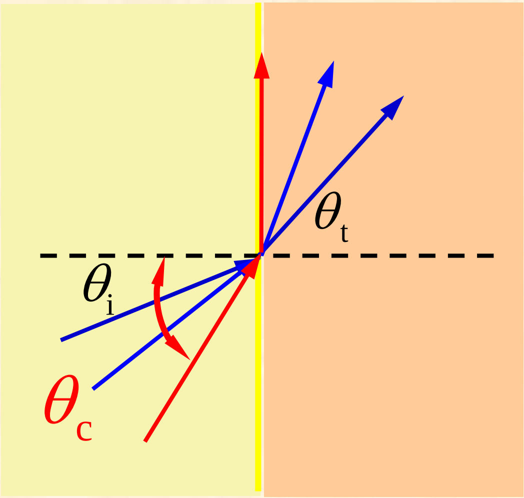
二、全反射与临界角

问题：电磁波在理想导体表面会产生全反射，在理想介质表面也会产生全反射吗？

概念：反射系数的模等于 1 的电磁现象称为全反射。

条件：（非磁性媒质，即 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ）

1.全反射的条件



由折射定律可知：

$$\boxed{\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1\mu_1}{\varepsilon_2\mu_2}}}$$

当 $\varepsilon_1\mu_1>\varepsilon_2\mu_2$ 时，必然有 $\theta_t>\theta_i$ 。

如果入射角增大到某个角度时，恰好使 $\theta_t=90^{\circ}$ ，则：

$$\frac{\sin 90^{\circ}}{\sin\theta_c}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1\mu_1}{\varepsilon_2\mu_2}}\longrightarrow\theta_c=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}\xrightarrow{\mu_1=\mu_2}\theta_c=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

临界角

全反射：当 $\theta_i\geq\theta_c$ 时，介质2中没有透射波的现象。

1. 全反射的条件

何时发生全反射，使 $|R|=1$ ？

$$\sin^2\theta_1=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

即 $$\theta_1=\arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}=\theta_c$$ ----Critical angle 临界角

若 $\theta_c<\theta_1\le 90^\circ$： $\sin^2\theta>\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ ，则

$$R_{//}=|R_{//}|e^{j2\phi_{//}}=\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cos\theta_1+j\sqrt{\sin^2\theta_1-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cos\theta_1-j\sqrt{\sin^2\theta_1-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}$$

$$\phi_{//}=arctg\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\frac{\sqrt{\sin^2\theta_1-\sin^2\theta_c}}{\cos\theta_1}$$

$$|R_{//}|=1$$

$$R_\perp = |R_\perp| e^{j2\phi_\perp} = \frac{\cos\theta_1 + j\sqrt{\sin^2\theta_1 - \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}{\cos\theta_1 - j\sqrt{\sin^2\theta_1 - \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}$$

$$\theta_\perp = arctg\frac{\sqrt{\sin^2\theta_1 - \sin^2\theta_c}}{\cos\theta_1}$$

$$|R_\perp| = 1$$

结论——产生全反射的条件为：

当 $\theta_1 \geq \theta_c$，无论平行极化波或垂直极化波，都将发生全反射（$|R| = 1$）。

条件：$\sin\theta_c < 1$，要求 $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$，电磁波由光密媒质入射到光疏媒质。

三、表面波与光纤通信

研究垂直极化波全反射时场分布特点

媒质1中的场分布

$$\bar{E}_1 = \bar{E}_i + \bar{E}_r = \hat{y}(E_i + E_y) = \hat{y}E_1$$

$$E_1 = E_{i0}e^{-jk_1(x\sin\theta_1 + z\cos\theta_1)} + R_\perp E_{i0}e^{-jk_1(x\sin\theta_1 - z\cos\theta_1)}$$

$$= E_{i0}(e^{-jk_1(x\sin\theta_1 + z\cos\theta_1)} + e^{j2\phi_\perp}e^{-jk_1(x\sin\theta_1 - z\cos\theta_1)})$$

$$= 2E_{i0}\cos(k_1 z\cos\theta_1 + \phi_\perp)e^{-j(k_1 x\sin\theta_1 - \phi_\perp)}$$

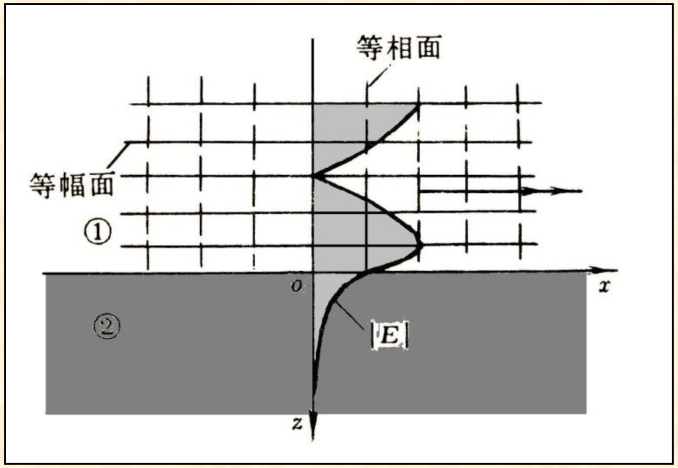


图6.4-3 全反射时垂直极化波电场的场分布

(1) 波的幅度**沿z向呈驻波分布**

(2)波**沿x向传播**，且沿x向的幅度没有变化。

(3)场强沿z向变化，所以它**是非均匀平面波**。

(4)等幅面（z=const）与等相面（x=const）相互垂直。

媒质2中的场分布

透射系数 $$T_\perp = |T_\perp| e^{j\phi_t} = \frac{2\cos\theta_1}{\cos\theta_1 - j\sqrt{\sin^2\theta_1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}$$

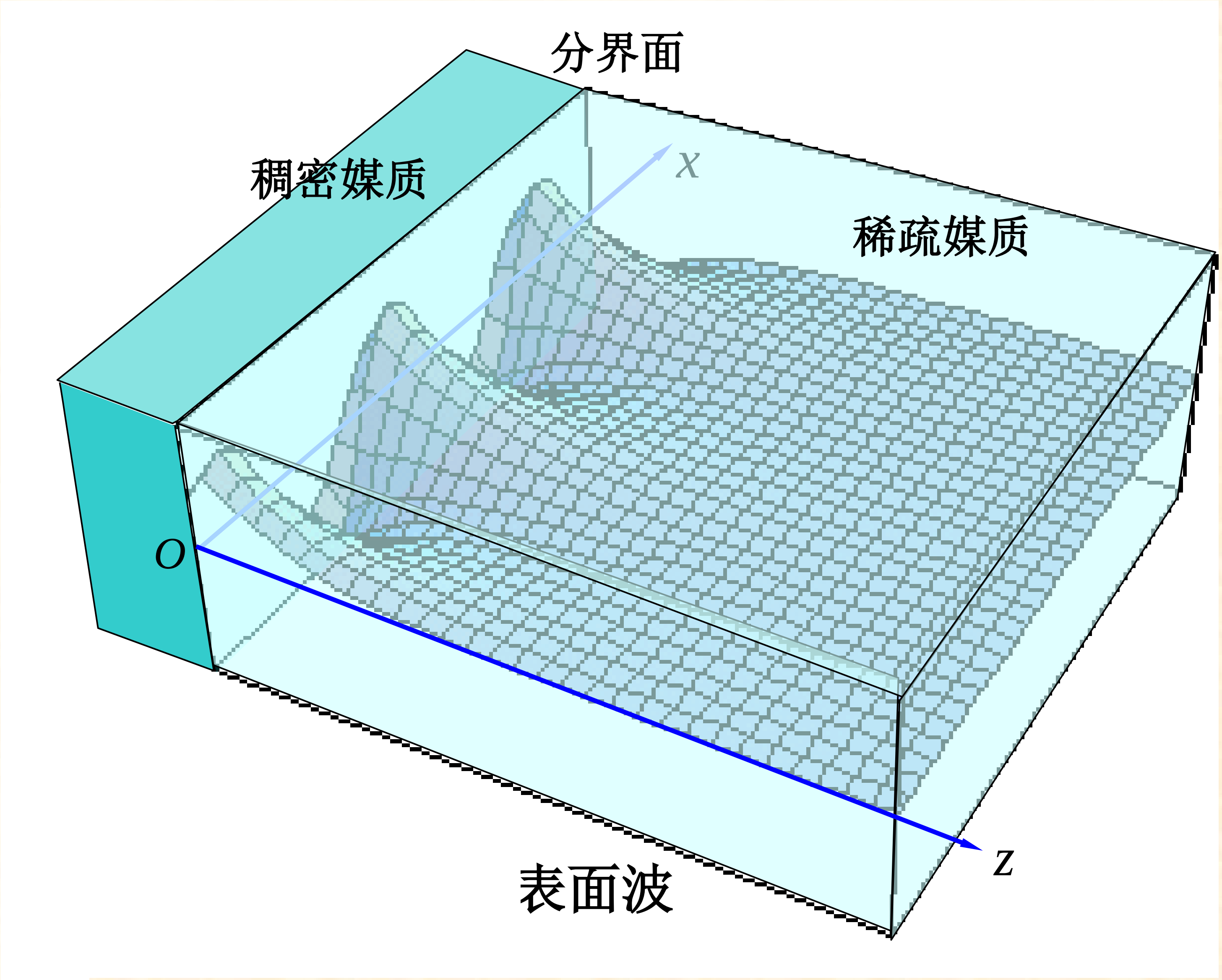
代入 $$k_2 = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} k_1 \qquad \sin\theta_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \sin\theta_1$$

及全反射 $$\cos\theta_2 = -j\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sqrt{\sin^2\theta_1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

得到 $$E_2 = E_t = E_{i0} |T_\perp| e^{-az} e^{-j(k_1 x \sin\theta_1 - \phi_\perp)}$$

式中衰减系数 $$a = jk_{2z} = jk_2\cos\theta_2 = k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sqrt{\sin^2\theta_1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

透射波沿着z向按照指数规律衰减，电磁波集中在界面附近，称为表面波。


分界面
稠密媒质
x
稀疏媒质
O
z
表面波

由于沿x方向相位常数　$\beta = k_1 \sin\theta_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r1}} \sin\theta_1$

在全反射时　$\theta_c < \theta_1 < 90^\circ$

所以　$k_2 = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r1}} \sin\theta_c < \beta < k_0 \sqrt{\varepsilon_{r1}} = k_1$

$$\omega / k_2 > \omega / \beta > \omega / k_1$$

故相速　$\upsilon_{p2} > \upsilon_p > \upsilon_{p1}$

沿传播方向x向的相速小于媒质2中的相速，总是小于光速，因此称为**慢波**。
该波沿界面方向传播，是一种“**导行电磁波**”，
光纤通信正是利用这种导波传输的。

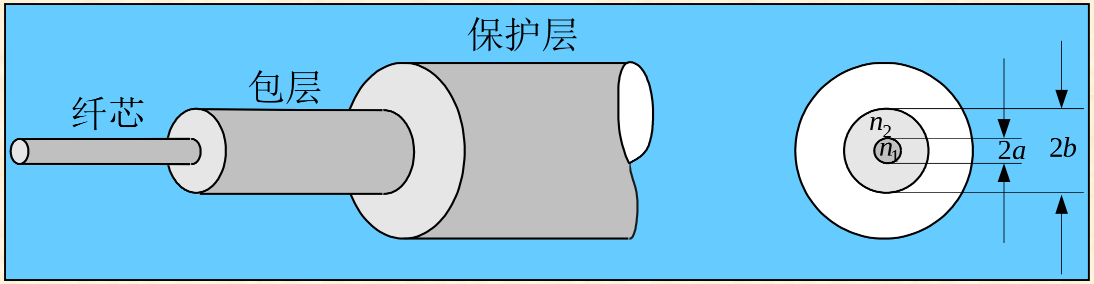


图6.4-5 光纤结构简图

例6.3.3 一平面波从介质1 斜入射到介质与空气的分界面，试计算：（1）当介质1分别为水$\varepsilon_r = 81$、玻璃$\varepsilon_r = 9$ 和聚苯乙烯$\varepsilon_r = 1.56$ 时的临界角θ_c；（2）若入射角$\theta_i = \theta_b$，则波全部透射入空气。上述三种介质的$\theta_i = ?$

解：

介质	临界角 $\theta_c = \arcsin(\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1})$	布儒斯特角 $\theta_b = \arctan(\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1})$
水	6.38°	6.34°
玻璃	19.47°	18.43°
聚苯乙烯	38.68°	32°

例6. 4-1 图6.4-6中 n1=1.468，n2=1.464，问：入射光波的入射角θ多大，可使入射光波在纤芯界面间来回全反射而形成导波？

[解] 为在纤芯界面处产生全反射，要求

$$\theta_i \geq \theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1}$$

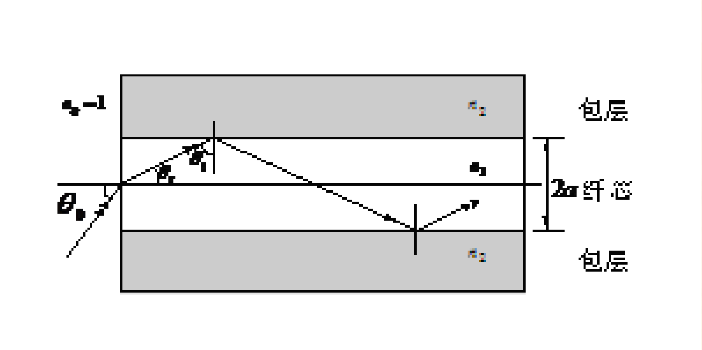


图6.4-6 光纤中的子午射线

由折射定律，

$$\sin\theta_0 = \frac{n_1}{n_0}\sin\theta_t = \frac{n_1}{n_0}\cos\theta_i = \frac{n_1}{n_0}\sqrt{1-\sin^2\theta_i}$$

临界值 $\theta_i = \theta_c$，得

$$\sin\theta_{o\max} = \frac{n_1}{n_0}\sqrt{1-(\frac{n_2}{n_1})^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0.108, \qquad \theta_{o\max} = 6.2^\circ$$