Assume a matrix M can be block-partitioned in the form:

$$M = \begin{pmatrix} E & F \\ G & H \end{pmatrix}$$

To zero out the upper-right block, one can do:

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ -GE^{-1} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & F \\ G & H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & F \\ 0 & -GE^{-1}F + H \end{pmatrix}$$

To zero-out the lower-left block of the above matrix, one can do:

$$\begin{pmatrix} E & F \\ 0 & -GE^{-1}F + H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & -E^{-1}F \\ 0 & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & H - GE^{-1}F \end{pmatrix}$$

$\therefore$

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ -GE^{-1} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & F \\ G & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & -E^{-1}F \\ 0 & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & H - GE^{-1}F \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} I & 0 \\ -GE^{-1} & I \end{pmatrix}}_{X} \underbrace{\begin{pmatrix} E & F \\ G & H \end{pmatrix}}_{M} \underbrace{\begin{pmatrix} I & -E^{-1}F \\ 0 & I \end{pmatrix}}_{Z} = \underbrace{\begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & H - GE^{-1}F \end{pmatrix}}_{W}$$

$$Z^{-1}M^{-1}X^{-1} = W^{-1} \quad \Rightarrow \quad M^{-1} = ZW^{-1}X$$

Define $M/E \equiv H - GE^{-1}F$

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} E & F \\ G & H \end{pmatrix}^{-1} &= \begin{pmatrix} I & -E^{-1}F \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^{-1} & 0 \\ 0 & (M/E)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ -GE^{-1} & I \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} E^{-1} & -E^{-1}F(M/E)^{-1} \\ 0 & (M/E)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ -GE^{-1} & I \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} E^{-1} + E^{-1}F(M/E)^{-1}GE^{-1} & -E^{-1}F(M/E)^{-1} \\ -(M/E)^{-1}GE^{-1} & (M/E)^{-1} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$