河北工业大学考试试卷

2022-2023 学年《线性代数》期末试卷

班级________　　姓名_______　　学号_______　　成绩 ________

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，总分 15 分）

1、$a_{1i}a_{23}a_{44}a_{35}a_{5j}$ 是五阶行列式展开式中带正号的一项，则 i=_____, j=_____

2、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2=A$，则 A+E 可逆且 $(A+E)^{-1}$=_______________(E 为 n 阶单位阵)

3、已知向量组 $\alpha_1=(1,\ 1,\ 2,-2)'$, $\alpha_2=(1,\ 3,-k,-2k)'$, $\alpha_3=(1,-1,\ 6,\ 0)'$ 若该向量组的秩为 2，则 k =_________

4、已知四阶方阵 A 相似于 B，A 的特征值为 2，3，4，5，E 是单位阵，则 $|B-E|=$ ________

5、 向量α=（4，0，5）′ 在基 $\eta_1=(1,\ 2,\ 1)'$, $\eta_2=(1,\ 1,\ 0)'$, $\eta_3=(1,\ -1,\ 1)'$ 下的坐标为 _________

二、单项选择题（每小题 2 分，共 5 小题，总分 10 分）

1、 设 $|A|$ 是三阶方阵 A 的行列式，A 的三个列向量以 α, β, γ 表示，则 $|A|=$（　　）

(A) $|\gamma \quad \beta \quad \alpha|$　　(B) $|-\alpha \quad -\beta \quad -\gamma|$

(C) $|\alpha+\beta \quad \beta+\gamma \quad \gamma+\alpha|$　　(D) $|\alpha \quad \alpha+\beta \quad \alpha+\beta+\gamma|$

2、设 A, B，C 为 n 阶方阵, 若 AB = BA, AC = CA, 则 ABC=(　　　)

(A) BCA　　(B) ACB　　(C) CBA　　(D) CAB

3、 A, B 均为 n 阶方阵, A* 为 A 的伴随矩阵， $|A|=2$, $|B|=-3$，则

$|2A^*B^{-1}|$ = (　　　)

(A) $-\frac{2^{2n-1}}{3}$　　(B) $-\frac{2^{n-1}}{3}$　　(C) $-\frac{3^{2n-1}}{2}$　　(D) $-\frac{3^{n-1}}{2}$

4、已知向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，则向量组（　　　）

(A) $\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_2+\alpha_3$，$\alpha_3+\alpha_4$，$\alpha_4+\alpha_1$线性无关

(B) $\alpha_1-\alpha_2$，$\alpha_2-\alpha_3$，$\alpha_3-\alpha_4$，$\alpha_4-\alpha_1$线性无关

(C) $\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_2+\alpha_3$，$\alpha_3+\alpha_4$，$\alpha_4-\alpha_1$线性无关

(D) $\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_2+\alpha_3$，$\alpha_3-\alpha_4$，$\alpha_4-\alpha_1$线性无关

5、若 A ～ B，则 有 (　　　)

(A) A 、B 有相同的特征矩阵　　　(B) $|A| = |B|$

(C) 对于相同的特征值λ，矩阵 A 与 B 有相同的特征向量

(D) A 、B 均与同一个对角矩阵相似

三、计算下列行列式　　　　　（13 分）

3、$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

4、$D_n=\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1+x \\ 1 & 1 & \cdots & 1+x & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1+x & \cdots & 1 & 1 \\ 1+x & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$

a) 设 B= $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，C= $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,且矩阵 A 满足

$A(E-C^{-1}B)'C'=E$，试将关系式化简并求 A (12 分)

b) 求向量组 $\alpha_1=(1,\ 2,-1,\ 4)'$，$\alpha_2=(0,\ 1,\ 3,\ 2)'$，$\alpha_3=(3,\ 7,0,\ 14)'$，

$\alpha_4=(2,\ 5,\ 1,\ 10)'$，$\alpha_5=(1,\ 2,\ -2,\ 0)'$的一个极大无关组，并将其余向量

用该极大无关组线性表示 （13 分）

六、k 为何值时，线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + x_4 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + (k+5)x_4 = 3 \\ x_1 - 5x_2 - 10x_3 + 9x_4 = k \end{cases}$有无穷多个解并求出通解 （14 分）

七、用正交变换化二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_3$ 为标准形，并写出相应的正交变换　　（16 分）

八、若矩阵 A= $\begin{pmatrix} 0 & x & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & y & 0 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量，证明：$x - y = 0$

（7 分）