河北工业大学《线性代数》2019-2020学年

第一学期期末试卷A

题目	一	二	三	四	总成绩
得分					

一、填空题(每空3分，共3×6=18分).

1. 设多项式 $f(x)=x^4+5x^3+10x^2+10x+4$，则 $f(x)$ 的有理根为_________.

2. 多项式 $f(x)$、$g(x)$ 互素的充要条件是存在多项式 $u(x)$、$v(x)$ 使得______________

3. 设A、B为3阶方阵，若 $|A|=2$，$|B|=4$,则 $|2A^*B^{-1}|=$_______

4. 设 A 为 3×3 矩阵，$|A|=-2$，把 A 按列分块为 $A=(A_1,A_2,A_3)$。其中 $A_j(j=1,2,3)$ 是 A 的第 j 列。则 $|A_3-2A_1,3A_2,A_1|=$______

5. 已知4元非齐次线性方程组系数矩阵的秩为3，η_1,η_2,η_3 是该方程组的3个解向量，

$$\eta_1+\eta_2=(2,2,0,4)^T,\ \eta_3=(0,1,1,3)$$ 则方程组的通解为______________

6. 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&3&0&0\\0&0&1&1\\0&0&4&3\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$____________

二、选择题（每题3分，共3×6=18分）

1. 设 A 为 n 阶可逆矩阵，k 为任意常数，且 $k\neq0$，则必有 $(kA)^{-1}=$（　）

A. k^nA^{-1}　　B. $k^{n-1}A^{-1}$　　C. kA^{-1}　　D. $\frac{1}{k}A^{-1}$

2. 设 η_1,η_2 为非齐次线性方程组(I)的两个特解，ξ 为方程组(I)导出组的解，则以下不是方程组(I)的解的是　（　　）

A. $\eta_1+k(\eta_1-\eta_2)$；B. $\eta_1+\xi$；C. $\eta_1+k\eta_2$；D. $\frac{\eta_1+\eta_2}{2}+k\xi$，参数 k 不为零.

3. 关于多项式的根，以下结论不正确的是　（　　）

A. α 是 f(x)的根的充分必要条件是(x-α)|f(x)

B、若 f(x)没有有理根，则 f(x)在有理数域上不可约

C、每个次数≥1的复数系数多项式，在复数域中有根

D、一个三次的实系数多项式必有实根

4. 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，若（　　），则 n 元线性方程组 $AX=0$ 有非零解。

(A) $m<n$　　(B) $r(A)=n$　　(C) $m>n$　　(D). $r(A)=m$

5. 设矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$AX=0$ 仅有零解的充分必要条件是（　）

A. A 的行向量组线性相关　　B. A 的行向量组线性无关

C. A 的列向量组线性相关　　D. A 的列向量组线性无关

6. 设行列式 D= $\begin{vmatrix}7&2&1&3\\8&1&4&3\\9&1&0&2\\2&2&0&3\end{vmatrix}$，其中 A_{ij} 为行列式中元素 a_{ij} 的代数余子式，则

$2A_{11}+3A_{21}+2A_{31}+3A_{41}$ 的值为　（　　）

(A) 0　　(B) 1　　(C) -4　　(D) 4

三、计算题（每题 10 分，共 50 分）.

1.设 $f(x)=x^3+x+2$，$g(x)=x^2+x+1$， 求 $(f(x),g(x))$，并求 $u(x),v(x)$ 使

$(f(x),g(x))=u(x)f(x)+v(x)g(x)$

2（10 分）计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & -a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & -a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n & -a_n \end{vmatrix}$

3 （10 分）求解矩阵方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{X}$，其中 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

4.（10 分）a,b 为何值时，方程组 $\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3-3x_4=3 \\ x_1+3x_2+3x_3-5x_4=5 \\ 2x_1+6x_2+2x_3-2x_4=a \\ 3x_1+9x_2+x_3+x_4=b \end{cases}$ 有解？有解时求其通解。

5．(10分)已知向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\\4\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\1\\5\\6\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\2\\5\\2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\\0\end{pmatrix},\alpha_5=\begin{pmatrix}3\\0\\7\\14\end{pmatrix}$

求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5$ 的**秩**和一个**极大无关组**,并将其余向量用这个极大无关组表示.

四、证明题（每题7分，共14分）

1.设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2-A-E=O$,证明 $A-2E$ 可逆

2. 设 η^* 是非齐次线性方程组 $AX=b$ 的一个解，$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{n-r}$ 是对应的齐次线性方程组的一个基础解系,证明：η^*，$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{n-r}$ 线性无关。