

## 实验题目：用三线摆测刚体的转动惯量

学号：205071 姓名：葛有 班级：计2003 成绩：\_\_\_\_\_  
同组人：\_\_\_\_ 实验日期、时段：5月26日 第四时段 教师签名：\_\_\_\_

### 一、实验目的与要求

1. 学习三线摆的构造原理和使用方法。

2. 学习用三线摆扭摆测刚体的转动惯量，将实验值与理论值进行比较。

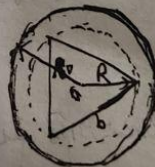
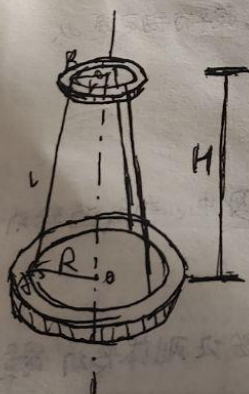
3. 验证转动惯量的平行轴定理。

### 二、实验仪器

三线摆实验仪，气泡水准器，游标卡尺，米尺，电子秒表以及铁圆环、铁圆柱体各两个。

### 三、实验原理(用自己语言组织)

三线摆是一个匀质圆，以等长的三条线对称地悬挂在一个水平固定的微小圆盘下面。下圆盘可绕两圆盘的中心轴线作扭转摆动。扭转的过程也就是圆盘势能与动能的转化过程，扭转的周期由下圆盘(包括置于“摆”上的待测物体)转动惯量决定。根据摆动周期和摆的有关几何参数就可以测定摆的转动惯量。



由机械能守恒, 如果摆角较小  $\theta \leq 5^\circ$ , 下圆盘可看作简谐运动, 结合有关几何关系, 可得以下公式。

① 下圆盘绕中心  $O'$  轴  $OO'$  作扭转时的转动惯量

$$I_0 = \frac{m \cdot g R r}{4\pi^2 H} T_0^2$$

$m$  是圆盘质量,  $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ ,  $r, R$  是上、下圆盘中心到各悬线点的距离,  $H$  是上下圆盘之间的距离,  $T_0$  是圆盘转动周期, 此时, 悬线上张力相等, 上下圆盘均水平, 盘面是绕中心轴  $OO'$  扭转摆动,  $H \approx l$ 。

② 把质量为  $M_A$  的圆环放在圆盘上, 使两者圆心重合, 组成一个系统。测得它们绕  $OO'$  轴扭动的周期为  $T_A$ , 根据推导, 该系统的转动惯量

$$I_1 = \frac{(m_0 + M_A) g R r}{4\pi^2 H} T_A^2 - I_0$$

③ 根据刚体转动惯量平行轴定理, 若刚体绕某轴转动惯量为  $I$ , 当该转轴平行移动距离为  $d$  时, 则刚体绕新轴的转动惯量变为  $I' = I + md^2$ 。

将两个质量为  $M_C$  的相同圆柱体对称地放置在下圆盘的两边, 并使其边缘与圆盘上圆心圆刻槽线相切。若实验测得扭摆周期为  $T_C$ , 则两圆柱体的转动惯量为  $I_C = \frac{(m_0 + 2M_C) g R r}{4\pi^2 H} T_C^2 - I_0$ 。

$T_C$  为下圆盘  $m_0$  与两个圆柱体  $2M_C$  共同的摆动周期。按平行轴定理, 理论上求得每个圆柱体对  $OO'$  轴的转动惯量。

$$I_C' = \frac{1}{2} M_C \left(\frac{D}{2}\right)^2 + M_C d^2$$

$D$  为圆柱体的直径,  $\frac{1}{2} M_C \left(\frac{D}{2}\right)^2$  为圆柱体绕通过其自身中心轴线的转动惯量。

将实验所得  $I_C$  与理论上所得  $I_C'$  进行比较, 即可验证刚体转动惯量平行轴定理。



周期由周期测定仪或机械秒表来测量。

用水准仪调平上圆盘，使悬丝比悬盘半径大很多，用水准仪调平下圆盘。

物理实验报告

#### 1. 几何量的测量和质量的记录

① 测下盘直径  $D_0$ ，圆环 A 的内外直径  $D_{A外}$ 、 $D_{A内}$ ，圆柱体直径  $D_C$ ，圆柱体中心到悬盘中心  $d$ 。

四、实验内容与步骤

② 测上下盘距离  $H$ ，上下盘悬点之间的距离  $a$ 、 $b$ ；求  $\bar{a}$ 、 $\bar{b}$ ， $\bar{r} = \frac{a}{2}$ 、 $\bar{R} = \frac{b}{2}$ 。

③ 测下盘质量  $m_0$ ，圆环质量  $m_A$ ，和 2 个相同圆柱体的质量  $m_C$ 。

#### 2. 测量各刚体的扭转摆动周期

① 待下盘静止，扭动上圆盘， $\theta \leq 5^\circ$ ，使圆盘扭动，其质心只能上下动，如果左右动，重新扭摆。

② 用周期测定仪测出 50 次全振动时间，重复 5 次，求  $\bar{T}$ 。

③ 在下盘放圆环，使重心与下盘中心重合，按①测出两者一起摆动的周期  $T_A$ 。

④ 取下圆环，将实验仪器中的两圆柱体对称放于圆盘上，按①测出共同摆动的周期  $T_C$ 。

#### 五、数据记录(数据表格自拟)

测量项目	下圆盘 $m_0 = 1071$ (g)	圆环 $m_A = 395$ (g)	小圆柱 $m_C = 139$ (g)
测量周期次数	30	30	30
总时间 t/s	1	42.823	41.761
	2	42.458	42.023
	3	42.408	41.941
	4	42.617	41.877
	5	42.599	41.929
平均时间 $\bar{T} = 50\bar{T}/5$	42.681	41.907	42.672
平均周期/s	1.423	1.397	1.496

测量项目	$D_0$	$D_{A内}$	$D_{A外}$	$D_C$	$2d$
次数	1	191.2	100.2	149.8	24.38
	2	191.0	100.1	149.6	24.45
	3	191.2	99.9	149.2	24.36
	4	191.6	100.2	150.2	24.40
平均值	191.3	100.1	149.7	24.4	161.5

河北工业大学物理实验中心网址: <http://wlzx.hebut.edu.cn>  
网上选课地址: <http://202.113.124.190>

测量项目	H	a	b	$r = \frac{\sqrt{a}}{2}$	$\bar{r} = \frac{\sqrt{b}}{2}$
次数	1	428.8	76.2	157.2	
	2	429.2	76.0	157.1	90.6
	3	428.9	75.9	157.3	
平均值	429.0	76.0	157.2		

## 六、数据处理(要有详细过程,包括不确定度计算等)

## ① 理论值

下圆盘:  $I_p = \frac{1}{8} m_0 d_0^2 = \frac{1}{8} \times 1.071 \text{ kg} \times (191.3 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \approx 4.899 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$

圆环:  $I_A' = \frac{1}{8} M_A (d_{\text{内}}^2 + d_{\text{外}}^2) = \frac{1}{8} \times 0.395 \text{ kg} \times [(100.1 \times 10^{-3} \text{ m})^2 + (149.7 \times 10^{-3} \text{ m})^2]$   
 $\approx 1.601 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$

两个圆柱:  $2I_C' = \frac{1}{4} M_C D^2 + 2M_C d^2 = \frac{1}{4} \times 0.139 \text{ kg} \times (24.41 \times 10^{-3} \text{ m})^2 + 2 \times 0.139 \text{ kg} \times$   
 $(\frac{161.5}{2} \times 10^{-3})^2 \approx 1.883 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$

一个圆柱:  $I_C' = \frac{0.47}{2} \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$

## ② 实验值:

下圆盘:  $I_0 = \frac{m_0 g R \bar{F}}{4\pi^2 \bar{H}} \quad \bar{T}_0^2 = \frac{1.071 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 90.6 \times 10^{-3} \text{ m} \times 42.9 \times 10^{-3} \text{ m}}{4 \times \pi^2 \times 429.0 \times 10^{-3} \text{ m}} \times (1.423 \text{ s})^2$   
 $= 4.991 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$

圆环:  $I_A = I_A' - I_0 = \frac{(m_0 + M_A) g R \bar{F}}{4\pi^2 \bar{H}} \times \bar{T}_A^2 - I_0 = \frac{(1.071 \text{ kg} + 0.395 \text{ kg}) \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 90.6 \times 10^{-3} \text{ m}}{4 \times \pi^2 \times 429.0 \times 10^{-3} \text{ m}} \times 43.9 \times 10^{-3} \text{ m} \times (1.423 \text{ s})^2$   
 $= 1.594 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$

$\times (1.397 \text{ s})^2 - 4.991 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 = 6.585 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 - 4.991 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 = 1.594 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$



两个圆柱体: 
$$I_C = \frac{(m_0 + 2m_C)gR}{4\pi^2 R} \times \bar{T}_C^2 - I_D = \frac{(1.71 \text{ kg} + 2 \times 0.137 \text{ kg}) \times 9.8 \text{ kg/m}^3 \times 0.6 \times 10^{-3} \text{ m}}{4\pi^2 \times 429.0 \times 10^{-3} \text{ s}} \times 1.4765^2 - 1.491 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

$$= \frac{1.4765^2}{4\pi^2 \times 429.0 \times 10^{-3}} \times 1.4765^2 - 1.491 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 = 1.957 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

$$I_C = 0.979 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

②

$$\Delta I_D = |I_D - I_D'| = 0.092 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 \quad \Delta I_A = |I_A - I_A'| = \frac{1.594 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 - 1.601 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2}{1.601 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2} = 0.07 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

$$E_D = \frac{|I_D - I_D'|}{I_D} \times 100\% = \frac{0.092 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2}{1.491 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2} \times 100\% \approx 1.88\%$$

$$E_A = \frac{|I_A - I_A'|}{I_A} \times 100\% = \frac{1.594 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 - 1.601 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2}{1.601 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2} \times 100\% \approx 0.44\%$$

$$E_C = \frac{|I_C - I_C'|}{I_C} \times 100\% = \frac{0.979 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2 - 0.979 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2}{0.979 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2} \times 100\% \approx 3.38\%$$

$$I_D = (4.991 \pm 0.092) \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

$$E_D = 1.88\%$$

$$I_A = (1.594 \pm 0.007) \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

$$E_A = 0.44\%$$

$$I_C = (0.979 \pm 0.032) \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

$$E_C = 3.38\%$$

## 七、实验分析

1. 待测物体的转动惯量比下圆盘转动惯量小得多时, 不宜用三线摆测量。因为如果待测物体质量很小, 误差会很大。

2. 三线摆在摆动中受到空气阻力, 振幅会越来越小, 周期不会变化。

$$mL\theta'' = -mg\sin\theta$$

$$\theta'' + \frac{g\sin\theta}{L} = 0$$

这一等时性原理最早由伽利略在教堂中发现。

当微小摆动时  $\theta = \sin\omega$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\theta'' + \omega^2\theta = 0$$

$$\theta = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

思考题与思维拓展:

1. 当下圆盘静止后, 在转角不超过3%的前提下轻轻碰动上圆盘, 迅速复位, 可以使质心不动。

2. 如果下圆盘不在水平面内, 三线摆启动后会产生晃动, 已经不是一个简谐运动, 周期会比用公式算出的理论值有很大误差。

3. 三线摆在中间位置时, 速度最快, 误差最小。





# 河北工业大学

HEBEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

5-1 质量与周期的测量

测量项目	下圆盘 $m = 1071 (g)$	圆环 $M_A = 395 (g)$	小圆柱 $M_C = 395.13 (g)$
测量周期次数	30	30	30
总时间 $t/s$	1	41.823	41.767
	2	42.438	42.023
	3	42.908	41.941
	4	42.617	41.871
	5	42.599	41.929
平均时间 $\bar{t} = 50 T/s$	42.681	41.907	41.872
平均周期 $1/s$	1.4228	1.3978	1.496

表 5-2 圆环、圆柱的几何参数 单位: mm

测量项目	$D_0$	$D_{内}$	$D_{外}$	$D_C$	$2d$
次数	1	191.2	100.2	149.8	24.38
	2	191.0	100.1	149.6	24.45
	3	191.2	99.9	149.2	24.36
	4	191.6	100.2	150.2	24.44
平均值	191.3	100.1	149.7	24.41	161.55

5-3 三棱摆的几何参数 单位: mm

测量项目	$H$	$a$	$b$	$\bar{r} = \frac{1}{3}a$	$\bar{r} = \frac{1}{3}b$
次数	1	42.88	76.2	157.2	
	2	42.92	76.0	157.1	
	3	42.89	75.9	157.3	
平均值	42.90	76.0	157.2	43.9	90.6

三棱摆是测量转动惯量的一种装置。可以测定摆(或"摆"上物体)的转动惯量。

图1: 三棱摆结构示意图