

文章编号: 1674-6864(2010)03-0092-05

# 复杂网络可靠性评价指标

杨孝平, 尹春华

(北京信息科技大学 信息管理学院, 北京 100192)

**摘 要:** 可靠性评估是复杂网络研究的重要组成部分, 可靠性指标是进行可靠性评估的前提和基础。通过借鉴实际网络和复杂网络可靠性的研究成果, 总结和筛选出适合复杂网络可靠性评估的可靠性指标, 从而建立了复杂网络可靠性的评价指标体系。评价指标体系包括 4 个一级指标 (即抗毁性、生存性、有效性、同步性), 每个一级指标包括若干二级指标。评价指标体系为今后复杂网络可靠性评估奠定基础 and 提供参考。

**关 键 词:** 复杂网络; 可靠性指标; 抗毁性; 生存性; 有效性; 同步性

**中图分类号:** N 94-0

**文献标志码:** A

## Research of reliability indexes of complex network

YANG Xiaoping YN Chunhua

(School of Information Management Beijing Information Science and Technology University Beijing 100192 China)

**Abstract:** The evaluation of reliability is an important part in the complex network study, and the index of reliability is the premise and the basis of such evaluation. Based on both real network and relative findings, the reliability indexes for evaluating the reliability of complex network are collected and summarized. The index system includes four first-grade indexes (the invulnerability, survivability, availability, and synchronism) and some second-grade indexes. The evaluation indexes are expected to be the basis and the reference for the reliability evaluation of complex network in the future.

**Key words:** complex network; reliability Indexes; invulnerability; survivability; availability; synchronism

## 0 引言

复杂网络可靠性是指: 复杂网络在自然或人为破坏的作用下, 自身仍然保持其原有网络功能的能力。

在现实世界中, 存在着许多巨大而复杂的系统, 例如 WWW 网络、Internet 电力网络、交通网、新陈代谢网、演员合作网等, 这些复杂系统都可以用复杂网络来表示。复杂网络可靠性研究历史不长, 学者们从不同的角度考察复杂网络的可靠性, 取得了许多研究成果。但由于大家研究的侧重点不同, 没有形成一个统一的复杂网络可靠性的评价指标。本文首先在研究和分析了现实网络可靠性评价指标的基础上, 结合复杂网络的研究特点, 建立了一种复杂网络可靠性的评价指标, 对于评价不同复杂网络拓扑结构的可靠性, 了解网络拓扑的特性及动态性行为

研究提供了参考。

## 1 建立的原则

建立复杂网络可靠性评价指标的目的是为复杂网络可靠性评估提供依据。为了确保建立的指标能够尽可能的反映复杂网络的可靠性, 就需要按照一定的原则选取可靠性指标。复杂网络可靠性指标的选取应该遵循以下的原则:

1) 可测性。可测性是指指标的定量表示。即指标能够通过数学公式、测试仪器或试验统计等方法获得, 指标本身便于实际使用和度量; 指标的含义明确, 具备现实收集渠道, 便于定量分析, 具有可操作性。

2) 完备性。完备性是指影响复杂网络可靠性的所有指标均应在指标集中, 指标集应具有广泛性、综合性和通用性。尽管有些指标不能完全评价复杂网

收稿日期: 2009-11-05

作者简介: 杨孝平 (1976-), 男, 山东济宁人, 硕士研究生, 主要从事复杂网络可靠性研究。

络的可靠性,但只要能够反映复杂网络可靠性的某一方面,应该积极地加以采用,为以后的研究提供参考。

3)指标组合的不唯一性。对于复杂网络可靠性的研究由于还处于探索阶段,用于可靠性的指标就更少了。我们可以充分利用现有的同一指标进行复杂网络可靠性不同方面的研究,在研究中积累成果,筛选和探索出符合复杂网络可靠性的指标。例如:在现阶段对于复杂网络的抗毁性和生存性的评价指标就可以使用部分相同的评价指标进行网络可靠性的研究。

4)客观性。客观性是指指标能真实地反映复杂网络可靠性的某一特性。

5)灵敏性。在利用指标对复杂网络的可靠性进行研究时,当网络发生变化,相应的可靠性的评价指标的值就应相应的发生变化,从而为可靠性的研究提供定量或定性的科学依据。

6)一致性。各个指标应与分析的目标相一致,

所分析的指标间是不相互矛盾的。

## 2 可靠性评价指标

建立复杂网络可靠性的评价指标,需要综合考虑影响复杂网络可靠性的各种因素,同时要积极借鉴现实中网络可靠性指标和已有的复杂网络可靠性指标的研究成果。

影响复杂网络可靠性的因素主要包括:内部因素、外部因素、拓扑结构和网络同步。现实中网络(如:通信网)的可靠性指标主要包括:抗毁性、生存性和有效性。

已有的复杂网络可靠性指标主要包括:最大集团尺寸和子集团平均最短路径、全网效能、连通系数、平均最短路径、平均聚集系数、介数、耦合矩阵特征值等等。

综合以上因素,并结合复杂网络研究的特点,建立复杂网络可靠性的评价指标,如图 1 所示。

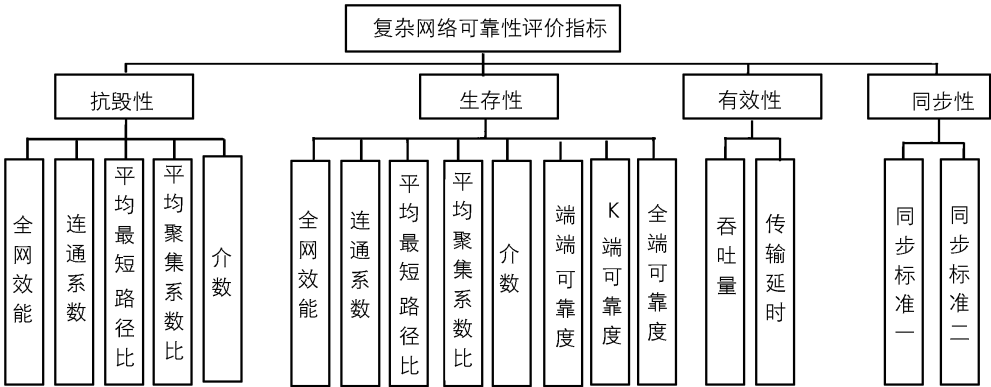


图 1 复杂网络可靠性评价指标

我们将指标分为两级,一级指标包括:抗毁性、生存性、有效性和同步性共四个方面。需要特别指出的是,对于抗毁性和生存性的部分测度中,我们使用了相同的指标。对于网络来说,抗毁性是指网络在受到人为攻击时所表现出来的特征,而生存性是指网络在受到随机故障时所表现出来的特征。二者的差异主要是在攻击的方式不同,而有些指标可以同时体现网络在受到不同攻击时的特性。因此,我们在建立指标时,对于网络的抗毁性和生存性,我们选取了部分相同的指标测度。在每个一级指标下有数个二级指标。二级指标是对一级指标的细化。在二级指标中,根据前人的研究成果,我们尽可能的给出了指标的相关的测度,用以对网络可靠性的定量评价。但是有的复杂网络可靠性指标的测度目前还

没有找到有效的计算方法,仅仅是提出了复杂网络可靠性研究的思路,如:吞吐量和传输时延。尽管如此,我们还是把他们作为可靠性的评价指标,为以后复杂网络的可靠性研究提供一些参考。

### 2.1 抗毁性

抗毁性描述了在一定攻击策略破坏作用下的复杂网络的可靠性。攻击的策略可分为:点攻击和边攻击。通过对复杂网络进行策略性的去点或去边后,利用全网效能等五项指标检测网络的可靠性。

1)全网效能。假定网络可以由邻接矩阵来表示,如果节点  $i$  和节点  $j$  之间有边存在,则该矩阵的元  $\tau_{ij}$  为 1。如果没有边存在,则  $\tau_{ij}$  为无穷大。 $\tau_{ij}$  也可以看成是将一个数据包从节点  $i$  传送到节点  $j$  所用的时间。网络中任意两点间通路所用的最短时间的

倒数 ( $\epsilon_{ij} = \frac{1}{t_{ij}}$ ) 与网络中节点间所有通路的比值即为网络全网效能<sup>[1]</sup>。即

$$E(G) = \frac{\sum_{i \neq j \in G} \epsilon_{ij}}{N(N-1)} = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j \in G} \frac{1}{t_{ij}} \quad (1)$$

按照不同的比例对网络进行点或边的攻击 (去除), 可以得到全网效能随点攻击变化的情况, 并且可以得到网络最终被完全破坏时的点攻击的阈值。从而可以评价某一网络模型对点攻击的耐受情况。我们可以用这个指标作为复杂网络抗毁性指标测度。

## 2) 连通系数。

$$C = \frac{1}{\omega \sum_{i=1}^{\omega} \frac{N_i}{N} l_i} \quad (2)$$

C 为网络的连通系数, 其中  $\omega$  为网络连通分支数,  $N_i$  为第  $i$  个连通分支中节点数目,  $N$  为网络中节点总数目,  $l_i$  为第  $i$  个连通分支的平均最短路径, 即该连通分支中任意两个节点之间最短连接距离的平均值。

从上述定义可知, 连通系数的实质就是各连通分支平均最短距离加权平均与连通分支数乘积的倒数。连通分支数越少, 各分支的平均最短路径越小, 网络的连通性越好, 连通系数  $C$  就越大。当全网连通 ( $\omega = 1$ ) 并且  $l = 1$  时,  $C$  取最大值 1。连通系数充分地考虑到了复杂网络在受到节点的随机攻击下, 所有子网络的分支和每一个子网的平均最短路径, 较为全面地反映了复杂网络受到攻击时网络的变化。因而, 我们可以选用连通系数作为复杂网络抗毁性的指标<sup>[2]</sup>。

3) 平均最短路径比。复杂网络可以由无向无权图  $G = (V, E)$  来表示, 其中  $V$  是节点 (节点) 集合,  $E$  为边 (或链接) 集合。平均最短路径定义如下

$$l = \langle d(v, w) \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{v \in V} \sum_{w \neq v \in V} d(v, w) \quad (3)$$

其中  $v, w \in V$ ,  $d(v, w)$  为节点  $V$  和  $W$  间的路径长度。为了对不同平均最短路径的网络进行对比, 引入平均最短路径比的概念。 $l$  表示网络受到攻击后的平均最短路径,  $l_0$  表示网络受到攻击前的平均最短路径,  $l/l_0$  作为衡量网络攻击效果的尺度, 简称为平均最短路径比。网络不受攻击, 则  $l/l_0 = 1$  是恒定的; 如果网络受到攻击, 则  $l/l_0 < 1$ , 说明网络的连通性变好, 而且  $l/l_0$  越远离 1, 说明网络的连通性越好, 网

络越可靠; 反之,  $l/l_0 > 1$ , 则说明网络连通性变差, 而且  $l/l_0$  越远离 1, 则说明网络连通性越差, 进而说明网络的可靠性下降<sup>[3]</sup>。

4) 平均聚集系数比。设无向网络的节点为  $i$ , 其连接度为  $k_i$ , 它与其它  $k_i$  各邻近节点相连接构成一个子网络 (集群)。其实有边的数量为  $E_i$ , 加入全部  $k_i$  个邻近节点完全互相连接的总边数  $k_i(k_i - 1)/2$  可定义为节点  $i$  的聚集系数

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (4)$$

平均聚集系数  $C$  是对网络上全部节点  $i$  的聚集系数  $C_i$  进行平均所得到的平均值, 表征了整个网络平均的“聚集性质”, 也可以衡量整个网络的连通性。同样, 为了比较不同平均聚集系数网络的可靠性, 引入平均聚集系数比的概念。用  $c$  表示网络受攻击后的平均聚集系数, 用  $c_0$  表示网络受攻击前的平均聚集系数,  $c/c_0$  作为衡量网络攻击效果的尺度, 简称为平均聚集系数比。网络不受攻击,  $c/c_0 = 1$  是恒定的; 如果网络受到攻击,  $c/c_0 > 1$ , 说明网络连通性变好, 而且  $c/c_0$  越远离 1, 说明网络连通性越好, 网络越可靠; 反之,  $c/c_0 < 1$ , 而且  $c/c_0$  越远离 1 则说明网络连通性越差, 进而说明网络的可靠性下降。

5) 介数。介数分为节点介数和边介数。在网络的所有最短路径中, 通过节点  $i$  的最短路径的条数称之为节点  $i$  的介数。在网络的所有最短路径中, 通过某条边的最短路径的条数称之为该边的介数。节点  $v \in V$  的介数  $C_B(v)$ , 定义如下

$$C_B(v) = \sum_{w \neq w' \in V} \frac{\sigma_{ww'}(v)}{\sigma_{ww'}} \quad (5)$$

其中,  $\sigma_{ww'}$  表示  $w$  和  $w'$  之间的最短路径数;  $\sigma_{ww'}(v)$  表示经过点  $v$   $w$  和  $w'$  之间的所有最短路径的个数。

同样, 我们定义边  $e \in E$  的介数  $C_B(e)$

$$C_B(e) = \sum_{w \neq w' \in V} \frac{\sigma_{ww'}(e)}{\sigma_{ww'}} \quad (6)$$

其中,  $\sigma_{ww'}(e)$  表示  $w$  和  $w'$  之间的最短路径中包含边  $e$  的个数。

通过介数的定义可以看出, 介数高的节点在网络中的集中性比较高。很自然的想到移除高集中性的节点会比移除度大的节点更易破坏网络的性能 (度: 表示某节点连接边的数目)。在一些情况下, 低度节点可能会有高的集中性。因此, 移除高集中性节点来攻击网络可能导致与度攻击不同的效果。我们可以把节点介数和边介数作为衡量复杂网络抗

毁性可靠性指标。

## 2.2 生存性

生存性给出了复杂网络在随机性破坏作用下的可靠性,反映了随机性破坏和网络拓扑结构对复杂网络可靠性的影响。抗毁性和生存性的区别在于:复杂网络对于点和边的策略攻击和随机攻击情况下所表现出的不同的反映。对于考察复杂网络的抗毁性和生存性的可靠性时,可以使用部分相同的指标,如全网效能、连通系数、平均最短路径比、平均聚集系数比、介数。但是,也有一些指标可以单独的考察复杂网络的生存性,如端端可靠度、K端可靠度、全端可靠度。

端端可靠度是指网络中任意两节点之间存在一条通路的概率<sup>[4-6]</sup>。作为任何一个完整的网络,最不希望出现的就是孤立点或分离的子网络。因此端端可靠度是一个能够体现复杂网络中连通性的指标。

k端可靠度是指网络保持 k 个端点之间连通的概率,即网络中任意给定的节点子集 k 中各节点均处于工作状态,且各节点之间至少存在一条路径的概率<sup>[7-8]</sup>。K端可靠度由于体现的是网络中 k 个点之间的连通性,从而可以反映复杂网络中 k 个节点间的联系,特别是能够反映出复杂网络 k 个节点间的能量、信息的互通有无。

全端可靠度是指整个网络所有断点之间保持连通的概率。可以衡量整个网络在部件故障情况下的生存能力。作为一个完整的网络,所有节点之间保持互相连通是我们大家所希望。在复杂网络研究中,还是有必要衡量整个网络的连通性<sup>[9-13]</sup>。

## 2.3 有效性

有效性是一种基于业务性能的可靠性指标,它指出了复杂网络在网络部件失效的条件下满足业务性能要求的程度。它是衡量网络利用效率的重要测度。复杂网络研究的最终目的就是要研究网络最终对人类的可用性,即有效性。因而基于网络吞吐量和传输时延的完成度指标可以作为复杂网络可靠性的指标。

1)吞吐量。为了能够体现吞吐量在复杂网络某些点或边失效条件下满足业务性能要求,我们选用指标——加权端到端连通概率作为吞吐量的测度。设  $R_{ij}$ ,  $P_{ij}$  分别为复杂网络端到端的信息流量和连通概率,其中:  $i, j=1, 2, \dots, n$ ,  $R_{ij}=0$ ,  $P_{ij}=0$ ,  $n$  为网络的节点数,则加权的网络端到端连通概率为

$$P_c = (\sum_{i,j} R_{ij} P_{ij}) / R \quad (7)$$

其中,  $R = \sum_{i,j} R_{ij}$ , 加权的结果可用于比较不同拓扑结构和流量分布的复杂网的可靠性。

2)传输时延。用完成度来表示传输时延的测度。假设可容忍的网络端端最大时延为  $T_m$ ,  $D_{ij}(S_k, T_m)$  为网络处于状态  $S_k$  时,报文由节点  $i$  传输到节点  $j$  而使得时延大于  $T_m$  的概率。则网络端  $i$  到端  $j$  的完成度为<sup>[14]</sup>

$$P_{s_{ij}} = \sum_{S_k \in \Omega} [1 - D_{ij}(S_k, T_m)] P(S_k) \quad (8)$$

假设  $r_{ij}$  为在路径  $i-j$  上的业务平均到达率,令状态  $S_k$  下传输时延大于  $T_m$  的全网概率为

$$D(S_k, T_m) = \frac{\sum_{i,j} r_{ij} D_{ij}(S_k, T_m)}{\sum_{i,j} r_{ij}} \quad (9)$$

那么,基于传输时延的全网完成度为

$$P_s = \sum_{S_k \in \Omega} [1 - D(S_k, T_m)] P(S_k) \quad (10)$$

基于传输业务性能的可用性指标——完成度描述了在复杂网络故障或损伤的情况下,网络能够完成规定业务的程度<sup>[15]</sup>。

## 2.4 同步性

同步性是度量复杂网络可靠性的重要指标。在复杂网络中有网络同步的现象,我们要研究发现有益的同步和有害的同步,特别是在复杂网络某些点或边去除后(受到人为攻击或随机故障),研究同步性的变化情况以其对复杂网络可靠性的影响<sup>[16]</sup>。通过建立和利用同步性的两个测度——同步性标准 1 和同步性标准 2 来研究复杂网络在同步性方面的可靠性。

1)同步性标准 1。如果对应的同步化区域为  $S_1 = (-\infty, a_1)$ ,  $a_1$  为有限非正实数。且耦合强度和耦合矩阵的特征值满足

$$c\lambda_2 < a_1 \quad (11)$$

$$\text{即 } c > \frac{a_1}{\lambda_2} > 0 \quad (12)$$

则同步态稳定。因此,网络的同步化能力可以用对应的耦合矩阵  $A$  的第二大特征值  $\lambda_2$  来描述。 $\lambda_2$  值越小,则网络的同步化能力越强。

为了便于不同网络间的比较,我们用  $\lambda'_2$  表示网络受到攻击后的第二大特征值,用  $\lambda_2$  表示受到攻击前的第二大特征值,  $\lambda'_2 / \lambda_2$  作为衡量网络攻击对网络同步影响效果的尺度,暂时定义这个测度为同步性标准 1。不管是随机攻击还是智能攻击都适用。网络没有受到攻击时,  $\lambda'_2 / \lambda_2 = 1$ ; 受到攻击时,  $\lambda'_2 / \lambda_2 < 1$ , 则  $\lambda'_2 > \lambda_2$  ( $\lambda'_2 < 0$ ,  $\lambda_2 < 0$ ), 这时网络的第二大特征值变大了,说明网络的同步能力下降了。相反,

$\lambda'_2/\lambda_2 > 1$ , 则  $\lambda'_2 < \lambda_2$  ( $\lambda'_2 < 0$ ,  $\lambda_2 < 0$ ), 这时网络的第二大特征值变小了, 说明网络的同步能力提高了。

2) 同步性标准 2。如果对应的同步化区域为  $S_2 = (a_2, a_1)$ ,  $a_2$  和  $a_1$  为有限非正实数且  $a_2 < a_1$ 。且当耦合强度和耦合矩阵的特征值满足

$$c\lambda_N > a_2, c\lambda_N < a_1 \quad (13)$$

$$\text{由上式可得 } \frac{a_1}{\lambda_2} < c < \frac{a_2}{\lambda_N} \quad (14)$$

$$\text{可以得到 } \frac{\lambda_N}{\lambda_2} < \frac{a_2}{a_1} \quad (15)$$

为方便起见, 我们设  $\beta = \frac{\lambda_N}{\lambda_2}$ 。  $\beta$  值越小, 网络的同步能力越强。用  $\beta_1$  表示网络受到攻击后的  $\beta$  值, 用  $\beta_0$  表示网络受到攻击前的  $\beta$  值。我们用  $\beta_1/\beta_0$  作为衡量网络攻击对网络同步能力影响的尺度。暂时定义这个测度为同步性标准 2。网络不受攻击的情况下,  $\beta_1/\beta_0 = 1$ ; 如果网络受到攻击,  $\beta_1/\beta_0 < 1$ , 说明网络的同步能力增强; 反之,  $\beta_1/\beta_0 > 1$ , 则网络的同步能力减弱。

### 3 结束语

复杂网络可靠性的评价指标是进行复杂网络可靠性评估的基础, 是复杂网络可靠性研究中亟待解决的问题之一。在确定复杂网络可靠性评价指标时, 应充分考虑到复杂网络的研究特点, 同时吸取现实中各种网络 (通信网, 路网等等) 可靠性研究的积极成果。本文建立的复杂网络可靠性评价指标, 可为今后复杂网络可靠性的进一步发展提供参考。

### 参考文献:

- [1] Vito Latora Massimo Marchiori Efficient behavior of small-world networks [J]. Physical Review Letter 2001, 87(19): 198701-1~198701-4
- [2] 吴俊, 谭跃进. 复杂网络抗毁性测度研究 [J]. 系统工程学报, 2005, 20(2): 128-131
- [3] 刘全龙. 复杂网络可靠性研究 [D]. 北京: 北京邮电大学, 2007
- [4] Sy-Yen Kuo Shyue-Kung Lu Fu-in Yeh Determining terminal pair reliability based on edge expansion diagrams using OBDD [J]. IEEE Transactions on Reliability 1999, 48(3): 234-246
- [5] Ke W J Wang S D. Reliability evaluation for distributed computing network with imperfect nodes [J]. IEEE Transaction on Reliability, 1997, 46(3): 342-349
- [6] Hachem N. Bedi J. Network reliability evaluation with link dependency failure [C]// Southeastcon '96, 'Bringing Together Education Science and Technology'. Tampa FL USA: IEEE Reliability Society, 1996: 591-595
- [7] Wood R K. Factoring algorithms for computing k-terminal network reliability [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1986, 35(3): 269-278
- [8] Ayoub J N. Saafin W H. Kahhaleh B Z K-terminal reliability of communication networks [C]// Waykou The 7th IEEE International Conference on Electronics Circuits and Systems Knoxville USA: IEEE Reliability Society, 2000: 374-377
- [9] Gilbert E N. Random graphs [J]. Annals Of Math Statistics 1959, 30(4): 1141-1144
- [10] Kermans A K. Connectivity of probabilistic networks [J]. Automatic Remote Control 1967, 29(2): 444-460
- [11] Frank O. Gaul W. On reliability in stochastic graphs [J]. Networks 1982, 12(1): 119-126
- [12] Srivaree R C. Smith A E. Estimating all-terminal network reliability using a neural network [C]// Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics San Diego USA: IEEE Reliability Society, 1998: 4734-4739
- [13] Sawionek Wojciechowski J Arabas J. Synthesis of reliable networks in the presence of line failures [J]. Circuits and Systems 2000, 40(1): 649-652
- [14] Bonaventura V. Service availability of communication networks [J]. Proceedings of IEEE NTC'80, 1980, 1(session-15. 2): 876-899
- [15] 武洁. 保障网络可靠性指标研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2003
- [16] Wang X F. Chen G. Synchronization in small-world dynamical networks [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos 2002, 12(1): 187-192