

多属性群决策中权重自适应调整的方法

刘业政, 徐德鹏, 姜元春

(合肥工业大学管理学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 在已知专家和属性主观权重的基础上, 提出了一种多属性群决策中权重自适应调整的方法。该方法根据专家个体决策与群体决策之间的偏离程度计算专家权重并用熵权系数法计算属性的权重, 以新的权重重新计算出专家个体决策与群体决策, 并以此对权重做进一步调整。重复以上步骤, 直至计算出稳定的综合权重和决策结果。给出算例说明了该方法的可行性。

关键词: 专家系统; 自适应调整; 综合权重; 智能决策

中图分类号: C934

文献标识码: A

Method of adaptive adjustment weights in multi-attribute group decision-making

LIU Ye-zheng, XU De-peng, JIANG Yuan-chun

(School of Management, Hefei Univ. of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Based on giving subjective weights of experts and attributes, an adaptive adjustment weights method in multi-attribute group decision-making with is proposed. This method employs entropy coefficient theories and compares the difference between individual decision results and the group's to adjust weights in order to get more reliable weights. Firstly, the initial decision results of individual experts can be got according to the subjective weights. Secondly, the new weights of experts and attributes can be calculated through comparing the difference between individual decision results and the group's. Finally, the above process will be repeated to get steadily weights. Numerical example shows that the adaptive method is feasibility.

Keywords: expert system; adaptive adjustment; combination weighting; intelligent decision

0 引言

在社会、经济、科技迅速发展的今天, 决策者面临的决策环境往往错综复杂, 要想尽可能做出正确的决策, 除改进决策方法之外, 还必须依靠集体的智慧进行决策, 即进行群体决策。多属性群决策问题作为群决策的一类代表性问题, 它主要解决具有多个属性(指标)的有限方案的排序和优选问题, 因其涉及到各属性评价的综合及个体判断的集结而使得决策群体很难对方案进行直接的评价选优。

求解多属性群决策问题的一个很重要的步骤是确定专家和属性的权重。目前的群决策方法要么没有考虑专家的权重, 要么根据专家的能力水平、知名度、对决策问题的熟悉程度等来确定专家的主观权重^[1], 这必然会影响到决策结果的准确性。属性权重的确定有多种方法, 大致可分为两类: 一类是主观赋权法, 评价人员根据主观上对各属性的重视程度来决定权重系数, 如层次分析法、德尔菲法等^[2]; 另一

类是客观赋权法, 即根据各属性间的相关关系或各属性值的变异程度来确定权重, 如主成分分析法、离差最大法^[3]等。运用主观赋权法确定各属性间的权重, 反映了决策者的意向, 决策结果具有很大的主观随意性。而运用客观赋权法确定各属性间的权重, 决策结果虽然具有较强的数学理论依据, 但有时会与各属性的实际重要程度相悖, 而且解释性较差, 对所得的结果难以给出明确的解释。因此, 主观、客观赋权法均具有一定的局限性, 在此基础上提出了将这两种综合起来的方法——主客观综合赋权法^[4-6], 即分别计算出属性的主、客观权重, 然后再用各种方法把主、客观权重结合起来, 得到综合权重。

本文提出一种多属性群决策中属性和专家权重自适应调整的方法。使用主观赋权法得到属性和专家的权重, 用简单线性加权法将个体决策集结成一次群决策结果, 该方法在此基础上, 运用相似度的思想比较个体决策与群体决策之间的偏离程度, 对专家的权重进行调整, 由专家的权重

收稿日期: 2006-04-13; 修回日期: 2006-07-06。

基金项目: 国家自然科学基金(70471046, 70672097); 教育部博士点基金(20040359010)资助课题

作者简介: 刘业政(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数据挖掘、智能决策支持系统、电子商务。E-mail: jsyzxdp@tom.com

综合出各属性的加权评价价值,用熵权系数法计算出属性的权重。根据调整后的权重可以计算出新的个体决策和群决策结果。将新算出的群决策结果与上次结果进行比较,最终的群决策结果应该趋于稳定,当结果不稳定时继续比较个体决策与群决策的差异,重复以上步骤对专家和属性权重进行自适应调整,最终计算出稳定的综合权重和决策结果。

1 权重自适应调整的方法

1.1 问题描述

设多属性群决策中决策(专家)群体为 $D=\{d_1, d_2, \dots, d_s\}$, 专家 d_k 的权重为 ω_k , 满足

$$0 \leq \omega_k \leq 1, \sum_{k=1}^s \omega_k = 1, k = 1, \dots, s$$

多属性群决策问题的备选方案集为 $C=\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, 方案的评价属性集为 $F=\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, 属性 f_j 的权重为 λ_j , 满足

$$0 \leq \lambda_j \leq 1, \sum_{j=1}^m \lambda_j = 1, j = 1, \dots, m$$

属性通常可以分为效益型和成本型两类。效益型属性值越大越好,成本型属性值越小越好,在进行决策前应对属性值进行数据规范化处理^[7]。有关规范化的方法已有不少文献进行研究,在此不再讨论。本文为简便起见,假设不论效益型或成本型属性均以专家打分值的大小来衡量方案的优劣,属性值越大方案越优。专家 d_k 对评价方案属性的规范化打分矩阵记为

$$A_k = (a_{ij}^k)_{n \times m}, k = 1, \dots, s; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

式中: a_{ij}^k —— 专家 d_k 对方案 c_i 的第 j 个属性的打分值。

设专家 d_k 对方案进行评价的个体决策结果为

$$Y_k = (y_{k1}, \dots, y_{kn})^T$$

Y_k 可由属性评价值 a_{ij}^k 和属性权重 λ_j 经简单线性加权法^[8]求得,即

$$\text{专家 } k \text{ 对方案 } i \text{ 的评价} \quad y_{ki} = \sum_{j=1}^m a_{ij}^k \lambda_j \quad \text{属性加权} \quad (1)$$

由专家的权重 ω_k 以及属性值 a_{ij}^k , 可得属性的加权评价矩阵 $B=(b_{ij})_{n \times m}$, 其中

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^s \omega_k a_{ij}^k \quad (2)$$

设群体决策结果为 $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, X 可由属性的加权评价矩阵 B 和属性权重 λ_j 经简单线性加权法计算出,即

$$x_i = \sum_{j=1}^m b_{ij} \lambda_j \quad (3)$$

本文自适应多属性群决策问题就是在已知专家规范化打分矩阵集 $\{A_k\}$ 、专家主观权重 ω_k 和属性主观权重 λ_j 的基础上,根据式(1)、(3)计算出初始专家个体决策结果 Y_k 和群决策结果 X ,运用相似度的思想比较 Y_k 与 X 之间的差异,对专家权重 ω_k 进行调整。根据调整后的专家权重 ω_k' 与 $\{A_k\}$ 由式(2)得新的属性加权评价矩阵 B ,用熵权系数法

计算出调整了的属性权重 λ_j' 。根据调整后的权重 ω_k', λ_j' 可以计算出权重调整后的专家决策结果 Y_k' 和群决策结果 X' 。将本次群决策结果 X' 与上次结果 X 进行比较。我们认为群决策是多位专家决策的集结,最终的群决策结果应该是由不同专家的决策结果集结成的稳定的结果,即 X' 与 X 的差异应该足够小使 X' 趋于稳定。当群决策结果不稳定时重复以上步骤,对专家和属性权重进行自适应调整,直至计算出稳定的权重和决策结果。

1.2 熵权系数法计算属性权重

在群决策中,专家对方案的评价属性打分,通过计算各方案的得分对方案进行评价。这些属性对评价结果有不同的要度,属性的重要度可以用属性的熵权来衡量^[9]。

熵的概念源于热力学,后由香农引入信息论。根据信息熵的定义与原理,当系统可能处于几种不同状态,每种状态出现的概率为 $p_i (i=1, \dots, n)$ 时,则系统的熵为

$$E = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (4)$$

熵值 E 实际是系统不确定性的一种量度。由式(4)可知,熵具有极值性;当系统处于各种状态概率为等概率 $p_i = 1/n$ 时,其熵值最大,即

$$E(p_1, p_2, \dots, p_n) \leq E(1/n, 1/n, \dots, 1/n) = \log(n) \quad (5)$$

可以用熵来计算属性代表的信息量的多少。由熵的极值性可知,每个属性值在不同方案上的水平值越接近,其熵值越大。不难看出,属性 f_j 的熵 E_j 越大,说明该属性在各方案上的取值与该属性的最优值间的差异程度越小,即越接近最优值。

需要说明的是,专家对属性值差异程度的大小有不同的认同度。如果认为差异程度越小的属性越重要,则可将熵值进行归一化后作为该属性的客观权重(熵值小表示属性的不确定性强);反之,如果认为差异程度越大的属性越重要,则可用熵的互补值进行归一化处理后作为属性的客观权重。这里假定差异越大的属性越重要。

在自适应多属性群决策中,利用熵权系数法^[10]调整各属性的权重。

由属性评价矩阵 B 计算各属性的熵值

$$E_j = - \sum_{i=1}^n \left(b_{ij} \setminus \sum_{i=1}^n b_{ij} \right) \times \log \left(b_{ij} \setminus \sum_{i=1}^n b_{ij} \right) \quad j = 1, \dots, m \quad (6)$$

式中,若 $b_{ij}=0$, 则

$$\left(b_{ij} \setminus \sum_{i=1}^n b_{ij} \right) \times \log \left(b_{ij} \setminus \sum_{i=1}^n b_{ij} \right) = 0$$

根据式(5),当 $b_{ij} / \sum_{i=1}^n b_{ij} (i=1, \dots, n)$ 相等时,熵值最大。最大熵 $(E_j)_{\max} = \log(n)$ 。

用 $(E_j)_{\max}$ 对式(6)进行归一化处理,得表征属性 f_j 重要性的熵值为

$$e_j = \frac{1}{\log(n)} E_j \quad (7)$$

各属性的权重可通过对 $1-e_j$ 归一化计算得出,即属

性 j 的权重

$$\lambda_j' = \frac{1 - e_j}{m - \sum_{j=1}^m e_j} \quad (8)$$

式中: $0 \leq \lambda_j' \leq 1$, $\sum_{j=1}^m \lambda_j' = 1$, $j = 1, \dots, m$ 。

1.3 相似度计算专家权重

群决策是多位专家决策的集结,发挥了集体的智慧,代表了专家的共同意愿。群决策是一个专家协商的过程,最终的决策结果反映了专家意见的妥协,应当趋于一致。因此可以根据专家个体决策与群体决策结果的偏离程度对专家的权重加以调整。假设与群体决策差异越大的专家,与群体的共同意愿偏离越远,对偏离较大的专家赋予较小的权重,从而减弱该专家决策对群体决策的影响,通过对专家权重自适应的调整,使决策结果趋于稳定。由模糊隶属度思想,我们提出一种计算专家决策和群体决策相似度的方法,通过计算专家决策与群体决策之间的距离^[11],判断专家个体决策与群体决策之间的偏离程度。

设专家 d_k 的决策结果为 $\mathbf{Y}_k = (y_{k1}, \dots, y_{km})^T$, 群体决策结果为 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。根据式(9)、(10)可将各个专家对方案的决策结果 \mathbf{Y}_k 转换成专家个体决策结果与群体决策结果的相似度向量 $\mathbf{R}_k = (r_{k1}, \dots, r_{kn})^T$ 。

$$r_{ki} = y_{ki} / x_i, \quad y_{ki} \leq x_i \quad (9)$$

$$r_{ki} = x_i / y_i, \quad y_i > x_i \quad (10)$$

由式(9)、(10)可以看出,如果 \mathbf{Y}_k 与 \mathbf{X} 的第 i 个值相同,则 $r_{ki}=1$,这表示在第 i 个方案上专家 d_k 与群体的决策结果完全相同没有偏离;如果 \mathbf{Y}_k 对第 i 个方案的评价小于 \mathbf{X} 中第 i 个方案的评价,这表示专家 d_k 与群体对第 i 个方案评价负相似。如果 \mathbf{Y}_k 对第 i 个方案的评价大于 \mathbf{X} 中第 i 个方案的评价,这表示专家 d_k 与群体对第 i 个方案评价正相似。

将计算出的群决策结果 \mathbf{X} 看成是理想决策结果 \mathbf{X}^* , 从式(9)、(10)的定义中可以获得 \mathbf{X}^* 的理想相似度向量 $\mathbf{R}^* = (1, 1, \dots, 1)^T$ 。 \mathbf{R}^* 描述的是理想决策结果 \mathbf{X}^* 的 n 个方案的相似度。根据模糊集理论中互补集合的定义,完全非理想群决策结果 \mathbf{X}^{*c} 的相似度向量为 $\mathbf{R}^{*c} = (0, \dots, 0)^T$ 。为了选择与群体决策结果偏离最小的专家,当然要选择与 \mathbf{X}^* 尽量接近,与 \mathbf{X}^{*c} 尽可能远的专家决策评价方案。可以用距离来衡量专家个体决策与群体决策之间的关系。与模糊距离相似,本文的距离定义为

$$D(\mathbf{R}_k, \mathbf{X}^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_{ki} - r_i^*)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_{ki} - 1)^2} \quad (11)$$

$$d(\mathbf{R}_k, \mathbf{X}^{*c}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_{ki} - r_i^{*c})^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n r_{ki}^2} \quad (12)$$

式中: $D(\mathbf{R}_k, \mathbf{X}^*)$, $d(\mathbf{R}_k, \mathbf{X}^{*c})$ ——专家个体决策结果与完全理想决策结果和完全非理想结果之间的距离。如果将专家 d_k 的决策结果 \mathbf{Y}_k 相对于 \mathbf{X}^* 的相似度记为 u_k ,那么相应

地,其相对于 \mathbf{X}^{*c} 的相似度记为 $1 - u_k$,则专家 d_k 的综合权重距离定义如下。

$$F(u_k) = [u_k D(\mathbf{R}_k, \mathbf{X}^*)]^2 + [(1 - u_k) d(\mathbf{R}_k, \mathbf{X}^{*c})]^2 = u_k^2 \sum_{i=1}^n (r_{ki} - 1)^2 + (1 - u_k)^2 \sum_{i=1}^n r_{ki}^2 \quad (13)$$

令 $dF(u_k)/d(u_k) = 0$, 则可以获得专家 d_k 的决策结果对 \mathbf{X}^* 的相似度函数

$$u_k = 1 \left\{ 1 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (r_{ki} - 1)^2}{\sum_{i=1}^n r_{ki}^2} \right] \right\} \quad (14)$$

相似度最大的专家的决策结果与群体决策结果最相似,他所做决策的偏离程度最小,其权重也最大。将相似度归一化作为专家的权重,即

$$\alpha_k' = u_k / \sum_{k=1}^s u_k \quad (15)$$

2 算法描述

综合上述方法,本文提出一种群决策中权重自适应调整的方法,具体过程如下。

步骤1 用主观方法(AHP, Delphi法)^[2]求得专家权重 α_k 和 λ_j 属性权重;

步骤2 已知 α_k' , λ_j , 和专家 d_k 对评价方案的属性打分 $\mathbf{A}_k = (a_{ij}^k)_{n \times m}$, 由式(1)、(3)计算出专家个体决策结果 \mathbf{Y}_k 和群体决策结果 \mathbf{X} ;

步骤3 由式(15)根据每个专家个体的决策结果 \mathbf{Y}_k 和已知群体的综合决策结果 \mathbf{X} 用相似度方法计算新的专家权重 α_k' ;

步骤4 由专家权重 α_k' 和专家打分矩阵 $\{\mathbf{A}_k\}$ 根据式(2)计算属性新的综合得分,得到属性加权评价矩阵 \mathbf{B} ;

步骤5 使用熵系数法从属性加权评价矩阵 \mathbf{B} 计算属性的熵权,根据式(8)得到属性的权重 λ_j' ;

步骤6 根据式(1)、(3)已知新的专家权重 α_k' 和属性权重 λ_j' 求出新的决策综合决策结果 \mathbf{X}' ;

步骤7 比较本次群决策结果 \mathbf{X}' 跟上次结果 \mathbf{X} 之间的差距,我们同样以距离来衡量他们之间的差异。距离定义为

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mathbf{X}' - \mathbf{X})^2} \quad (16)$$

当 $d \leq 0.0001$ 时则两次群决策结果偏差很小,结果趋于稳定,转步骤8;否则 $\mathbf{X} = \mathbf{X}'$, $\mathbf{Y}_k = \mathbf{Y}_k'$, $\alpha_k = \alpha_k'$, $\lambda_j = \lambda_j'$, 转步骤3继续对权重和群决策结果进行调整;

步骤8 输出本次群决策结果 \mathbf{X}' , 算法结束。

3 实例分析

下面就某柴油发动机零部件制造公司供应商的选择过程^[12]给出具体的决策方案。该公司欲选择优秀的供应商开展进一步合作,邀请行业内的3位专家对5家候选供应商进行打分评价。专家们对供应商的质量保证能力(f_1)、

生产能力(f2)、产品的研发能力(f3)、环境建设与历史业绩(f4)这些指标进行打分,运用本文介绍的方法做出群决策结果,最终选择合适的供应商。专家打分如表 1 所示。其中 d 表示专家, c 表示方案,专家对属性的打分值为 d_{ij}^k 。

表 1 专家打分表

	d1				d2				d3			
	f1	f2	f3	f4	f1	f2	f3	f4	f1	f2	f3	f4
c1	5	3	3	3	5	2	3	4	4	2	3	2
c2	4	5	4	5	4	3	4	5	5	4	5	4
c3	3	2	2	3	3	3	2	1	2	3	3	3
c4	2	4	4	3	2	4	3	3	3	2	4	5
c5	3	4	3	4	3	3	3	4	4	3	2	2

首先,用 AHP 和 Delphi 法确定专家权重和属性权重(具体过程略)。

得到专家的主观权重 $\omega=(0.314\ 1, 0.408\ 2, 0.278\ 3)$, 属性的权重 $\lambda=(0.243\ 4, 0.270\ 1, 0.215\ 1, 0.272\ 2)$, 由式(1)、(3)求得群体决策结果为

$$X=(3.268\ 6, 4.298\ 3, 2.470\ 5, 3.222\ 9, 3.213\ 3),$$

对结果排序得: $c2 > c1 > c4 > c5 > c3$ 。

使用本文提出的权重自适应调整的方法,对权重进行自适应调整。由式(8)、(15)计算出新的属性权重 λ' 和专家权重 ω' , 并根据式(1)、(3)计算出新的群体决策结果 X' 。将本次结果 X' 与 X 进行比较,当存在差异较小即两次决策结果之间的距离 $d \leq 0.000\ 1$ 时,令 $X=X'$, $\omega=\omega'$, $\lambda=\lambda'$ 。使用本文介绍的方法重新计算专家权重 ω' 、属性权重 λ' 和群决策结果 X' ,继续将新求出的群决策结果 X' 与上一次决策结果 X 进行比较,直至群决策结果趋于稳定。

本实例中,在经过 6 次迭代自适应调整后,决策结果趋于稳定。此时计算出专家的综合权重为

$$\omega'=(0.335\ 1, 0.333\ 4, 0.331\ 5),$$

属性的综合权重为

$$\lambda'=(0.338\ 6, 0.169\ 6, 0.241\ 9, 0.249\ 9),$$

群决策结果

$$X'=(3.452\ 8, 4.359\ 8, 2.502\ 6, 3.157\ 7, 3.173\ 1)$$

对结果排序得: $c2 > c1 > c5 > c4 > c3$ 。

如表 2 所示,可以看到专家的权重和指标的权重都发生了变化。从专家的权重变化可以看出,三位专家之间的权重相差不是太大,这与现实的打分情况有些类似,因为通常情况下邀请的专家都应该是能力水平、知名度相当的,他们的重要性应该大致相同。从属性权重的变化可以看到,原先主观给出的属性权重相差很小,通过计算属性值的熵权,揭示了打分值之间隐含的属性客观重要度的信息,对属性的主观权重进行了调整,所得到的属性综合权重更加合理。最后在新的综合权重的基础上得出新的决策结果,这个结果是在考虑了单个专家决策与群体决策之间的差异,对专家权重和属性权重进行客观调整,得到更加符合实际的综合权重基础上计算出来的。该方法在主观确定权重的基础上,引入客观自适应调整的方法,

更具有合理性。

表 2 权重变化

	专家权重				属性权重			
主观	0.314	1	0.408	2	0.278	3	0.243	4
综合	0.335	1	0.333	4	0.331	5	0.338	6

4 结束语

在现实生活中,同一个问题可能会出现多种解决方法,不同的决策方法各有其特点和优缺点。目前没有(也不可能有一种十全十美可以代替其他任何方法的方法。对于一种具体的多人多属性决策问题,最好是采用几种方法进行求解,以求得一个比较可靠的最终结果,这种结果肯定比单一方法得到的结果更加合理,更加令人信服。本文在根据主观方法进行决策的基础上引入对权重进行自适应调整的客观方法,通过对权重的自适应调整,得到主观与客观相结合的稳定综合权重,最终计算出群决策结果。综合权重自适应调整及其计算方法的提出,有助于提高群决策的科学性和有效性。

参考文献:

- [1] 宋光兴,邹平. 多属性群决策中决策者权重的确定方法[J]. 系统工程, 2001, 19(4): 84—89.
- [2] 陈卫,方廷健,马永军,等. 基于 Delphi 法和 AHP 法的群体决策研究及应用[J]. 计算机工程, 2003, 29(5): 18—20.
- [3] 陈华友. 多属性决策中基于离差最大化的组合赋权方法. 系统工程与电子技术, 2004, 26(2): 194—197. (Chen Huayou. Combination determining weights method for multiple attribute decision making based on maximizing deviations[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(2): 194—197.)
- [4] Ma Jian, Fan Zhiping, Huang Lihua. A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights[J]. European Journal of Operational Research, 1999(112): 397—404.
- [5] 徐泽水,达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(2): 84—87.
- [6] 樊治平,张全,马建. 多属性决策中权重确定的一种集成方法[J]. 管理科学学报, 1998, 1(3): 50—53.
- [7] 刘树林,邱苑华. 多属性决策理论基础研究[J]. 系统工程理论与实践, 1998, 18(1): 38—43.
- [8] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 204—209.
- [9] 张文泉,张世英,江立勤. 基于熵的决策评价模型及其应用[J]. 系统工程学报, 1995, 10(3): 69—74.
- [10] 丁开盛,梁雄健. 本地电话网可靠性综合评价的熵权双基点法[J]. 电子学报, 1999, 27(10): 116—118.
- [11] Cheng Chuntian, Chau K W. Three-person multi-objective conflict decision in reservoir flood control. European Journal of Operational Research, 2002(142): 625—631.
- [12] 陈静杰,王扶东,朱云龙,等. 基于群决策的供应链伙伴选择与评价过程[J]. 控制与决策, 2002, 17(增刊): 687—693.