

## 基于鲁棒优化的多无人机协同侦察任务规划

赵玉亮<sup>1</sup>, 宋业新<sup>1</sup>, 赵金超<sup>2</sup>, 任涛<sup>2</sup>

(1.海军工程大学 基础部, 武汉 430033; 2.海军工程大学 作战运筹与规划系, 武汉 430033)

**摘要:** 针对多无人机协同侦察任务规划问题,考虑由环境因素或机动操作引起的无人机飞行油耗等参数的不确定性和随机性,以侦察目标信息价值最大化为目标、以团队定向问题模型为基础,建立了多无人机协同侦察随机规划模型。针对飞行油耗的分布律难以精确预测的特点,考虑用其名义值及预测偏离来描述飞行油耗的不确定区间,利用鲁棒线性优化方法构建原模型的鲁棒对等形式,建立了多无人机协同侦察鲁棒线性优化模型。数值分析结果表明:基于鲁棒优化的多无人机协同侦察任务规划模型能够有效应对参数不确定性的影响,实现了任务规划系统的鲁棒性和最优性之间的有效平衡。

**关键词:** 多无人机; 协同侦察; 不确定性; 鲁棒优化

中图分类号: V279

文献标志码: A

文章编号: 1009-3486(2021)01-0048-07

### Multi-UAV cooperative reconnaissance mission planning based on robust optimization

ZHAO Yu-liang<sup>1</sup>, SONG Ye-xin<sup>1</sup>, ZHAO Jin-chao<sup>2</sup>, REN Tao<sup>2</sup>

(1.Dept. of Basic Courses, Naval Univ. of Engineering, Wuhan 430033, China; 2.Dept. of Operational Research and Programming, Naval Univ. of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** The problem of multi-UAV cooperative reconnaissance mission planning was studied. By considering the uncertainty and stochastic of parameters such as flight fuel consumption caused by environmental factors or maneuvering operations, and taking the maximum value of reconnaissance target information as the objective, the stochastic programming model of multi-UAV cooperative reconnaissance was established based on the team orientation problem model. Considering the difficulty in accurate prediction of distribution law of flight fuel consumption, the uncertain interval of flight fuel consumption was described by its nominal value and forecast deviation. Then, the robust counterpart of the original model was constructed by using the robust linear optimization method, and the robust linear optimization model of multi-UAV cooperative reconnaissance was established. The numerical results show that multi-UAV cooperative reconnaissance mission planning model based on robust linear optimization can effectively deal with the influence of parameter uncertainty, and achieve an effective balance between the robustness and optimality of mission planning system.

**Key words:** multi-UAV; cooperative reconnaissance; uncertainty; robust optimization

近年来,无人机的可靠性、持久性和多功能性已经得到普遍证实<sup>[1]</sup>。相比有人机,无人机具有

更快的响应时间,当任务环境恶劣时或者当信息收集对有人机过于危险时,无人机可以用来快速

收稿日期:2019-07-16; 修回日期:2020-01-16。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71171198, 41631072, 41771487)。

作者简介:赵玉亮(1991—),男,博士生,主要研究方向为无人机任务规划、不确定优化。

通信作者:赵玉亮,yl.zhao0811@gmail.com。

地捕捉任务区域内静止或运动目标的实时图像,因此,无人机在战场上执行侦察任务受到越来越多的关注<sup>[2]</sup>。

基本的多无人机协同侦察任务规划问题可以表述为一个团队定向问题(team orienteering problem, TOP)<sup>[3]</sup>。由于环境未知或信息缺乏,多无人机协同侦察任务规划问题中往往存在许多不确定性参数。在实际应用中,如果忽略不确定性,所有模型的解都可能是不可行的或次优的,任务执行的质量可能会变得相当差。目前,常用的不确定优化方法有随机规划<sup>[4]</sup>、模糊规划<sup>[5]</sup>和鲁棒优化<sup>[6-7]</sup>等。应用随机规划的前提是估计概率必须与实际概率足够接近,但有些情况下,这些不确定性事件发生的概率分布是难以获得的。模糊规划虽只需根据先验知识选取不确定变量的隶属函数即可,但存在置信水平不容易确定的问题。鲁棒优化同样对参数没有分布性假设,且需要的参数信息更少,其目的是找到一个对所有不确定输入都有良好性能的解,能较好地控制解的可行性和最优性。鲁棒优化理论有多种框架,例如文献<sup>[6-7]</sup>将鲁棒线性优化方法应用于无人机协同任务规划中,但该方法假设所有参数同时达到最坏情况值,而在实际应用中,同时达到最坏情况值的概率较低。文献<sup>[8-9]</sup>应用框架技术来构建新的基于定向问题的单无人机侦察问题模型,将Fenchel对偶纳入鲁棒优化模型的一般框架中,使得鲁棒对偶模型较容易推导出来,但该鲁棒对偶模型是非线性的,这导致了计算复杂度显著提升。文献<sup>[10]</sup>提出了一种新的鲁棒线性优化方法,保留了文献<sup>[7]</sup>所提框架的线性优点,更重要的是该方法为每个约束提供了对保守程度的控制,允许最优解以一定的概率违反部分约束以权衡解的可行性和最优性,非常适用于研究多无人机协同侦察任务规划问题。

基于以上分析,本文针对无人机执行任务飞行油耗的不确定性,基于TOP模型建立了多无人机协同侦察随机规划模型,然后引入文献<sup>[10]</sup>提出的鲁棒线性优化方法,构建了多无人机协同侦察鲁棒优化模型,并给出相应的鲁棒对等模型。

## 1 无人机协同侦察随机规划模型

本章以一组具有不同航程能力的异构无人机在已知的地面目标上执行一组预设侦察任务为场

景,基于TOP模型建立了无人机协同侦察任务规划问题的数学模型。与传统的无人机协同侦察任务规划模型不同,本文研究的是不确定参数信息条件下的多无人机协同侦察问题。无人机协同侦察任务环境的不确定性是一个复杂的概念,本文主要研究因气压、气温、大气密度、风向、雨雪雷电等环境因素或无人机的飞行速度、高度、俯冲、跃升、转向等机动动作引起的无人机飞行油耗的不确定性。任务环境的不确定性对整个多无人机系统的任务规划可能有明显的影响,如果在任务规划时忽略不确定性,任务完成的质量可能会变得相当低。因此,考虑由环境因素或机动操作引起的无人机飞行油耗的不确定性,对准确评价无人机协同侦察任务规划的性能具有重要意义。

### 1.1 问题描述

为了对多无人机协同侦察任务规划问题进行简化,首先做出了以下合理的假设:①无人机在不同的高度飞行,以保证它们各自拥有无碰撞的飞行路径;②传感器角度可以调整,以保证无人机从任意方向进入目标都可以获取相应的侦察信息;③目标的位置已知且目标静止,并对侦察无人机不构成威胁;④无人机在各目标点之间的飞行油耗是不确定的,采用随机变量描述。

根据上述假设,将多无人机协同侦察任务规划问题描述如下:设战场环境中存在 $N_U$ 架异构无人机从基地出发,对 $N_T$ 个目标执行侦察任务。记 $U = \{U_1, U_2, \dots, U_{N_U}\}$ 为异构无人机集合, $T = \{T_1, T_2, \dots, T_{N_T}\}$ 为侦察目标点集合, $T_0$ 为基地,并记 $T^+ = TU \cup \{T_0\}$ , $I = \{1, 2, \dots, N_U\}$ , $J = \{1, 2, \dots, N_T\}$ , $J^+ = \{0, 1, 2, \dots, N_T\}$ 。每个目标都有一个侦察信息价值 $c_j, j \in J$ ,则多无人机协同侦察任务规划问题可以由完全图 $G = (T^+, A)$ 表示,其中每个边 $\text{arc}(i, j) \in A$ 被赋予一个权值 $f_{i,j}^k$ ,代表无人机 $k$ 在 $i$ 和 $j$ 两点间的飞行油耗。每架无人机的最大载油量被记为 $F^k$ 。

定义决策变量 $x_{i,j}^k, \forall i, j \in J, \forall k \in I$ 满足

$$x_{i,j}^k = \begin{cases} 1, & U_k \text{ 从 } T_i \text{ 飞到 } T_j \text{ 执行任务;} \\ 0, & U_k \text{ 不从 } T_i \text{ 飞到 } T_j \text{ 执行任务。} \end{cases}$$

多无人机协同侦察任务规划的目标是为无人机分配目标,并确定侦察顺序,使得侦察收益最大化。当然在实际战场中,要考察的目标不止侦察收益,需要综合各方面得失,但多目标优化不在本文的研究范围之内,将在以后的工作中进行研究。

## 1.2 随机规划模型

根据以上假设和定义,建立多无人机协同侦察随机规划模型为

$$(\text{CRSPM}) \max z = \sum_{k=1}^{N_U} \sum_{i=0}^{N_T} \sum_{j=1}^{N_T} c_j x_{i,j}^k. \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=0}^{N_T} \sum_{j=0}^{N_T} \tilde{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k \leq F^k, \forall k \in I; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{N_T} \sum_{k=1}^{N_U} x_{i,j}^k \leq 1, \forall j \in J; \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{N_T} \sum_{k=1}^{N_U} x_{i,j}^k \leq 1, \forall i \in J; \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{N_T} x_{0,j}^k = \sum_{i=1}^{N_T} x_{i,0}^k = 1, \forall k \in I; \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^{N_T} x_{i,j}^k - \sum_{l=0}^{N_T} x_{j,l}^k = 0, \forall j \in J, \forall k \in I; \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^{N_T} x_{i,i}^k = 0, \forall k \in I; \quad (7)$$

$$\mu_i^k - \mu_j^k + 1 \leq (1 - x_{i,j}^k) N_T, \forall i \neq j \in J, \forall k \in I; \quad (8)$$

$$1 \leq \mu_i^k \leq N_T, \forall i \in J, \forall k \in I. \quad (9)$$

目标函数式(1)表示侦察收益最大化;约束式(2)为每架无人机的油耗约束,其中 $\tilde{f}_{i,j}^k$ 是不确定变量;约束式(3)(4)保证每个目标最多侦察一次,避免重复侦察;约束式(5)确保每架无人机从基地出发并返回基地;约束式(6)为流保护,即保证无人机从其他目标进入一个目标后,又从该目标离开;约束式(7)防止无人机重复访问目标;约束式(8)(9)为 Miller-Tucker-Zemlin 公式<sup>[11]</sup>,目的是消除子链,其中 $\mu_i^k$ 为目标 $i$ 在无人机 $k$ 的侦察路径中的次序。总的来说,约束式(2)为航程约束,约束式(3)–(9)是为了保证所有无人机的飞行路径是连通且可行的。

## 2 无人机协同侦察鲁棒优化模型

本章主要采用文献[10]提出的鲁棒线性优化方法,针对无人机协同任务规划模型的结构特点进行建模。首先,假设各无人机在各目标点之间的飞行油耗是不确定的。对每个不确定参数有如下区间估计:其取值于有界的对称区间上,也称为“盒子”,即 $[\bar{f}_{i,j}^k - \hat{f}_{i,j}^k, \bar{f}_{i,j}^k + \hat{f}_{i,j}^k]$ ,其中 $\bar{f}_{i,j}^k$ 为名义值,即在一般情况下无人机 $k$ 从 $i$ 飞到 $j$ 所需油耗, $\hat{f}_{i,j}^k$ 表示因为环境影响或机动操作,油耗关于均值的最大偏离值。

接下来处理带有不确定参数的约束式(2)。对 $\forall k$ ,定义 $J_k$ 为其中不确定系数所组成的集合,即 $J_k = \{i, j | \tilde{f}_{i,j}^k, \forall i, j \in J\}$ 。考虑到约束中不确定参数之间的相互独立性,即参数的随机性是不受其他参数影响的,文献[10]引入了一个参数 $\Gamma_k$ 表示“不确定预算”,且 $\Gamma_k \in [0, |J_k|]$ ,而 $\Gamma_k$ 不一定是整数,其作用是调节模型的鲁棒水平、控制解的保守性,即平衡模型的鲁棒性和最优性。直观地讲,不是所有的 $\hat{f}_{i,j}^k$ 都会变动,该鲁棒方法的目标是当集合 $J_k$ 中在给定范围内变化的不确定性系数的个数为 $\lfloor \Gamma_k \rfloor$ ( $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整函数),还有一个系数 $\hat{f}_{i,j}^k$ 的油耗扰动量为 $(\Gamma_k - \lfloor \Gamma_k \rfloor) \hat{f}_{i,j}^k$ ,且其他的 $\hat{f}_{i,j}^k$ 都取均值时,鲁棒解仍然是可行解。

为了保证得到的解为可行解,需要定义保护函数

$$\beta(x^k, \Gamma_k) = \max_{\{S_k \cup \{t_k\} | S_k \subseteq J_k, |S_k| = \lfloor \Gamma_k \rfloor, t_k \in J_k \setminus S_k\}} \left\{ \sum_{(i,j) \in S_k} \hat{f}_{i,j}^k \cdot x_{i,j}^k + (\Gamma_k - \lfloor \Gamma_k \rfloor) \hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k \right\}, \forall k. \quad (10)$$

由此,可将约束式(2)转化为

$$\sum_{(i,j) \in J_k} \bar{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k + \beta(x^k, \Gamma_k) \leq F^k, \forall k. \quad (11)$$

即

$$\sum_{(i,j) \in J_k} \bar{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k + \max_{\{S_k \cup \{t_k\} | S_k \subseteq J_k, |S_k| = \lfloor \Gamma_k \rfloor, t_k \in J_k \setminus S_k\}} \left\{ \sum_{(i,j) \in S_k} \hat{f}_{i,j}^k \cdot x_{i,j}^k + (\Gamma_k - \lfloor \Gamma_k \rfloor) \hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k \right\} \leq F^k, \forall k. \quad (12)$$

保护函数 $\beta(x^k, \Gamma_k)$ 保证了在油耗允许变化的范围内,求得的解决方案可行。

由于约束式(12)是非线性的,下面通过引入辅助变量 $z_{i,j}^k$ ,将其等价变换为线性规划问题。

首先,保护函数 $\beta(x^k, \Gamma_k)$ 等价于优化问题 P1,即

$$\max \sum_{(i,j) \in J_k} \hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k z_{i,j}^k. \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \sum_{(i,j) \in J_k} z_{i,j}^k \leq \Gamma_k; \quad (14)$$

$$0 \leq z_{i,j}^k \leq 1, \forall \{i, j\} \in J_k. \quad (15)$$

对于问题 P1,考虑如下两个极端值的情况。

1) 当 $\Gamma_k = 0$ 时,最多有 0 个油耗参数同时偏离名义值,即所有 $\tilde{f}_{i,j}^k$ 均取名义值 $\bar{f}_{i,j}^k$ 。由问题 P1 可知,对于 $\forall \{i, j\} \in J_k, z_{i,j}^k = 0$ ,即 $\beta(x^k, \Gamma_k) = 0$ ,此时约束式(12)与约束式(2)等价,则鲁棒问题转化为确定问题。

2) 当 $\Gamma_k = |J_k|$ 时,最多有 $|J_k|$ 个油耗参数

同时偏离名义值,也就是所有  $\tilde{f}_{i,j}^k$  取最大值  $\bar{f}_{i,j}^k + \hat{f}_{i,j}^k$ 。由问题 P1 可知,对于  $\forall \{i,j\} \in J_k$ ,  $z_{i,j}^k = 1$ ,即  $\beta(x^k, \Gamma_k) = \sum_{\{i,j\} \in J_k} \hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k$ ,此时约束式 (12) 等价于  $\sum_{\{i,j\} \in J_k} (\bar{f}_{i,j}^k + \hat{f}_{i,j}^k) x_{i,j}^k \leq F^k$ 。也就是说,当  $\Gamma_k = |J_k|$  时,该鲁棒方法转化为文献[8]提出的鲁棒方法,即油耗都取最大值的情形。虽然该方法求得的解在需求的任何变动下均为可行解,但是会对目标函数值造成较大的影响。显然,此时得到的解过于保守,而采用本文方法,决策者可以通过控制  $\Gamma_k$  的值来调节解的鲁棒性,从而避免对目标函数值造成较大的影响。

接下来,问题 P1 可进一步转化为问题 P2,即

$$\begin{aligned} \min & \left\{ - \sum_{\{i,j\} \in J_k} \hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k z_{i,j}^k \right\}. \\ \text{s.t.} & \sum_{\{i,j\} \in J_k} z_{i,j}^k \leq \Gamma_k; \\ & 0 \leq z_{i,j}^k \leq 1, \forall \{i,j\} \in J_k. \end{aligned} \quad (16)$$

其拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(x^k, z^k, \lambda^k, \mu^k, \nu^k) = & \sum_{\{i,j\} \in J_k} \{ - \hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k z_{i,j}^k \} + \\ & \lambda^k \left( \sum_{\{i,j\} \in J_k} z_{i,j}^k - \Gamma_k \right) + \sum_{\{i,j\} \in J_k} \mu_{i,j}^k (-z_{i,j}^k) + \\ & \sum_{\{i,j\} \in J_k} \nu_{i,j}^k (z_{i,j}^k - 1). \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $\lambda^k, \mu_{i,j}^k, \nu_{i,j}^k$  为拉格朗日乘子,满足  $\lambda^k \geq 0$ ,  $\mu_{i,j}^k \geq 0, \nu_{i,j}^k \geq 0$ 。

则求解拉格朗日对偶函数为问题 P3,即

$$\begin{aligned} g(\lambda^k, \mu^k, \nu^k) = & \inf_{\{z_{i,j}^k\}} L(x^k, z^k, \lambda^k, \mu^k, \nu^k) \\ = & \inf_{\{z_{i,j}^k\}} \sum_{\{i,j\} \in J_k} (-\hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k + \lambda^k - \mu_{i,j}^k + \\ & \nu_{i,j}^k) z_{i,j}^k - \lambda^k \Gamma_k - \sum_{\{i,j\} \in J_k} \nu_{i,j}^k. \end{aligned} \quad (18)$$

此时  $z_{i,j}^k$  无约束,故问题 P3 可写成问题 P4,即

$$g(\lambda^k, \mu^k, \nu^k) = \begin{cases} -\lambda^k \Gamma_k - \sum_{\{i,j\} \in J_k} \nu_{i,j}^k, & -\hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k + \lambda^k - \mu_{i,j}^k + \nu_{i,j}^k = 0; \\ -\infty, & \text{其他。} \end{cases} \quad (19)$$

由于  $\beta(x^k, \Gamma_k)$  为问题 P2 最优值的最好下界,利用式(19)求解可得

$$\begin{aligned} \beta(x^k, \Gamma_k) = & \max g(\lambda^k, \mu^k, \nu^k) \\ = & \max \{ -\lambda^k \Gamma_k - \sum_{\{i,j\} \in J_k} \nu_{i,j}^k : -\hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k + \\ & \lambda^k - \mu_{i,j}^k + \nu_{i,j}^k = 0, \lambda^k \geq 0, \\ & \mu_{i,j}^k \geq 0, \nu_{i,j}^k \geq 0 \} \\ = & \min \{ -\lambda^k \Gamma_k + \sum_{\{i,j\} \in J_k} \nu_{i,j}^k : -\hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k + \end{aligned}$$

$$\lambda^k + \nu_{i,j}^k \geq 0, \lambda^k \geq 0, \nu_{i,j}^k \geq 0 \}. \quad (20)$$

又由于  $\beta(x^k, \Gamma_k)$  的拉格朗日对偶函数可行且有界,因此  $\beta(x^k, \Gamma_k)$  与其拉格朗日对偶函数(问题 P4)的目标函数值一致。由此,约束式(12)可转化为以下线性约束:

$$\sum_{\{i,j\} \in J_k} \bar{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k + \lambda^k \Gamma_k + \sum_{\{i,j\} \in J_k} \nu_{i,j}^k \leq F^k, \forall k; \quad (21)$$

$$\lambda^k + \nu_{i,j}^k \geq \hat{f}_{i,j}^k x_{i,j}^k, \forall k, \forall \{i,j\} \in J_k; \quad (22)$$

$$\lambda^k \geq 0, \forall k; \quad (23)$$

$$\nu_{i,j}^k \geq 0, \forall k, \forall \{i,j\} \in J_k. \quad (24)$$

综上,模型 CRSPM 的鲁棒对等形式为

$$(\text{CRROM}) \max \sum_{k=1}^{N_U} \sum_{i=0}^{N_T} \sum_{j=1}^{N_T} c_j x_{i,j}^k, \quad (25)$$

其约束条件为式(3)–(9)以及式(21)–(24)。

### 3 仿真实验

为了评估本文所开发的 CRROM 模型的性能和适用性,本章拟对 CRROM 模型进行仿真实验。所有实验都在 GAMS 中实现(GAMS Development, 2015),并利用 CPLEX 12.6.2 (IBM, 2015)求解。实验硬件配置为 Intel Core, CPU: i3-2350、内存 4 GB、主频 2.3 GHz 的计算机。

仿真实验的任务设定及参数设置如下:3 架异构无人机对 12 个目标进行协同侦察。无人机的载油量: UAV1 为 210 kg; UAV2 为 220 kg; UAV3 为 230 kg。无人机基地 T0 及侦察目标 T1–T12 的坐标和信息价值如表 1 所示。

表 1 无人机基地 T0 及侦察目标 T1–T12 的坐标和信息价值

Tab.1 Coordinates and information value of UAVs base T0 and reconnaissance targets T1–T12

基地或目标	x/km	y/km	价值系数
T0	0	0	
T1	14	37	30
T2	32	35	30
T3	45	15	30
T4	70	28	60
T5	55	42	60
T6	45	55	60
T7	35	60	60
T8	16	80	60
T9	42	76	60
T10	85	47	90
T11	63	70	90
T12	52	90	90

为简化模型,假设两目标坐标间的欧氏距离即为其飞行油耗名义值  $\bar{f}_{i,j}$ ,而关于均值的最大

偏离值为  $\hat{f}_{i,j}^k = \varepsilon \bar{f}_{i,j}$ ,  $\varepsilon$  为油耗偏离扰动。由模型 CRROM 及给定的实验参数可知, 当各架无人机在各目标点间的飞行油耗都取均值时, 每架无人机最多可以侦察 7 个目标, 即最多途径  $G=(T^+, A)$  中的 8 个弧。又由约束式 (12) 可知,  $\Gamma_k \geq 8$ ,  $k=1, 2, 3$  时, 解决方案中对应的每架无人机在各目标点间的飞行油耗都将在  $[\bar{f}_{i,j}^k - \hat{f}_{i,j}^k, \bar{f}_{i,j}^k + \hat{f}_{i,j}^k]$  内变化。因此, 对于每个不确定预算  $\Gamma_k$  ( $k=1, 2, 3$ , 下文同) 的有效调节范围为  $[0, 8]$ 。另外, 为方便对比, 在接下来的实验中,  $\Gamma_k$  均取相同的值, 即  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3$ 。

### 3.1 不同不确定预算下无人机侦察最优路径

为考察不同不确定预算下的无人机侦察最优

路径,  $\Gamma_k$  分别取 0, 3, 5, 8, 油耗偏离扰动  $\varepsilon = 0.4$ 。求解结果如表 2 所示, 无人机的最优路径如图 1 所示。

表 2 不同不确定预算下无人机侦察收益和最优路径  
Tab.2 Reconnaissance benefits and optimal path of UAVs under different uncertain budgets

不确定 预算	侦察 收益	最优路径		
		UAV1	UAV2	UAV3
0	720	T0-T2-T7-T9-T11-T6-T0	T0-T10-T4-T5-T3-T0	T0-T8-T12-T1-T0
3	390	T0-T5-T0	T0-T3-T4-T0	T0-T2-T6-T9-T7-T1-T0
5	330	T0-T7-T1-T0	T0-T6-T5-T0	T0-T2-T4-T3-T0
8	330	T0-T7-T0	T0-T3-T4-T0	T0-T1-T6-T5-T2-T0

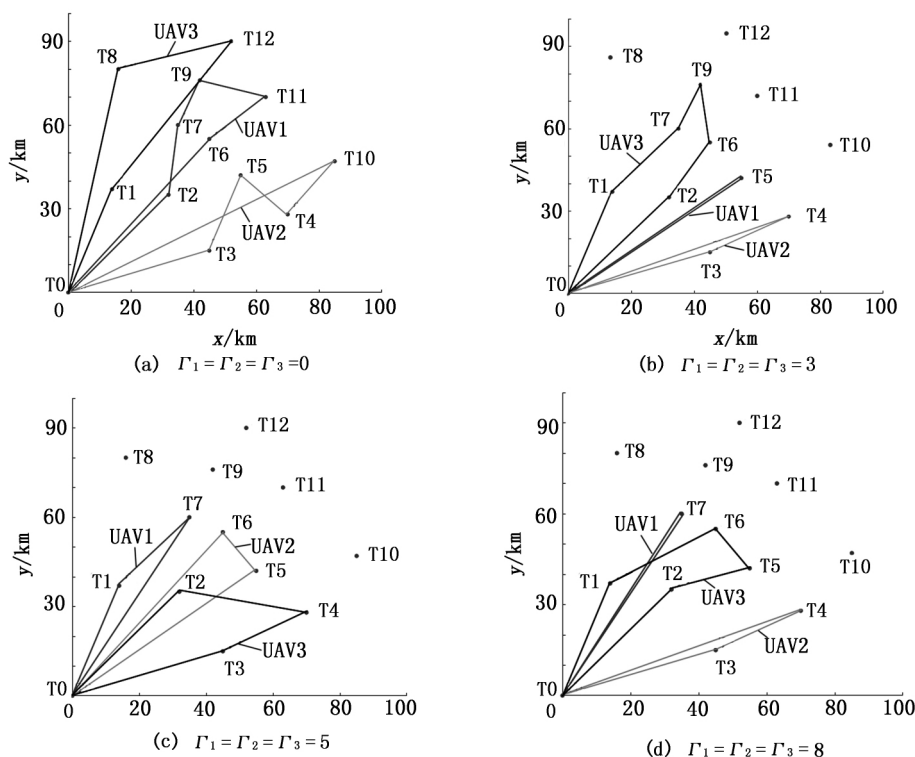


图 1 不同不确定预算下无人机的最优路径

Fig.1 Optimal path of UAVs under different uncertain budgets

图 1(a) 表示所有飞行油耗都取均值时, 3 架无人机的飞行路径, 即确定模型下无人机的最优飞行路径, 此时 3 架无人机完成了对所有目标点的侦察, 侦察收益为 720 (见表 2)。图 1(b) 表示最多有 3 个弧的飞行油耗同时关于均值向上最大偏离时的无人机的最优飞行路径, 此时共侦察 8 个目标点, 分别为 T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T9, 侦察收益为 390 (见表 2)。图 1(c) 表示

最多有 5 个弧的飞行油耗同时关于均值向上最大偏离时的无人机的最优飞行路径, 此时共侦察 7 个目标点, 分别为 T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, 侦察收益为 330 (见表 2)。图 1(d) 为每架无人机所有要途经的弧的飞行油耗同时关于均值向上最大偏离时的无人机的最优飞行路径, 即所有的弧按照飞行油耗的最大值来进行任务规划, 此时共侦察 7 个目标点, 分别为 T1, T2, T3, T4,

T5, T6, T7, 侦察收益为 330(见表 2), 此时所有的约束都能得到满足。综上所述, 不同不确定预算下的无人机最优路径不尽相同, 随着不确定预算的增加, 无人机侦察的目标点个数逐渐减少, 无人机的侦察收益也随之减少, 即不确定预算能平衡规划系统的鲁棒性和最优性。

### 3.2 不确定预算的敏感性分析

下面进行多无人机协同侦察鲁棒线性优化模型关于不确定预算  $\Gamma_k$  的敏感性分析,  $\Gamma_k$  分别取 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15。图 2 和图 3 分别为油耗偏离扰动  $\epsilon$  取 0.2 和 0.01 时, 鲁棒线性优化模型在不同  $\Gamma_k$  下的侦察收益和相对于  $\Gamma_k=0$  时的侦察收益变化。

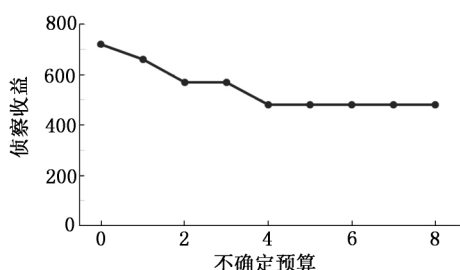


图 2  $\epsilon=0.2$  时不同不确定预算下的侦察收益  
Fig.2 Reconnaissance benefits under different uncertain budgets when  $\epsilon=0.2$

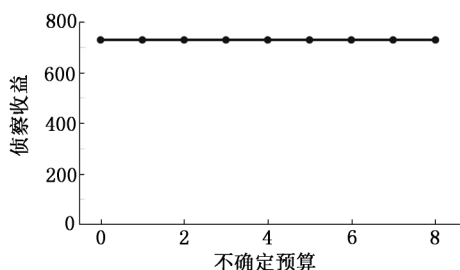


图 3  $\epsilon=0.01$  时不同不确定预算下的侦察收益  
Fig.3 Reconnaissance benefits under different uncertain budgets when  $\epsilon=0.01$

由图 2 可见, 油耗偏离扰动  $\epsilon=0.2$  时, 侦察收益随着不确定预算的增大而减少。当不确定预算  $\Gamma_k=0$  时, 即所有飞行油耗都取均值时, 侦察收益最大; 当不确定预算  $\Gamma_k=4$  时, 侦察收益取得最小值, 此时侦察收益减少了 240; 此后, 随着  $\Gamma_k$  的增大, 侦察收益保持不变, 即随着鲁棒性的增加, 规划系统安全性增加, 但收益不再减少, 因此该鲁棒模型具有较好的稳定性。由图 3 可见, 油耗偏离扰动  $\epsilon$  取较小值 0.01 时, 侦察收益对不确定预算的变化不再敏感, 这主要是由于不确定

预算  $\Gamma_k$  主要用来调节飞行油耗同时偏离均值的弧的个数, 较小的扰动取值, 使得不确定性对模型的影响较小, 因此  $\Gamma_k$  对侦察收益的影响大大降低, 这个结果符合实际情况。

对比图 2 和图 3 可知, 不确定预算  $\Gamma_k$  受油耗偏离扰动  $\epsilon$  的取值影响, 随着扰动量的增加,  $\Gamma_k$  对模型的控制也明显增强, 这虽然减少了侦察收益, 但保证了解的鲁棒性。

### 3.3 油耗偏离扰动的敏感性分析

对油耗偏离扰动  $\epsilon$  做敏感性分析,  $\Gamma_k$  分别取 5 和 0, 扰动量分别取 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0。图 4 和图 5 分别为鲁棒线性优化模型在不同  $\epsilon$  下的侦察收益和相对于  $\epsilon=0$  时的侦察收益变化。

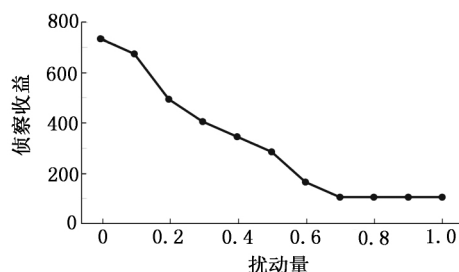


图 4  $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma_3=5$  时不同扰动量下的侦察收益  
Fig.4 Reconnaissance benefits under different  $\epsilon$  when  $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma_3=5$

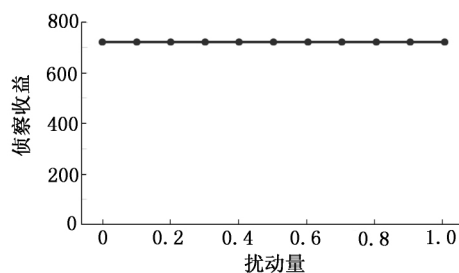


图 5  $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma_3=0$  时不同扰动量下的侦察收益  
Fig.5 Reconnaissance benefits under different  $\epsilon$  when  $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma_3=0$

由图 4 可见,  $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma_3=5$  时, 随着扰动量的增大, 无人机的侦察收益逐步减少, 这主要是因为不确定预算  $\Gamma_k=5$  使得有 5 个弧的飞行油耗同时关于均值向上最大偏离, 而随着扰动量的增大, 关于均值的偏离变大, 不确定性对规划结果的影响随之变大。由图 5 可见,  $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma_3=0$  时, 油耗偏离扰动的变化对侦察收益没有影响, 这主要是因为此时所有的弧都取均值, 即为确定模型, 油耗偏离扰动将对模型不产生影响。综上可知, 规划模型对扰动量较为敏感, 随着扰动量的增加,

$\Gamma_k$  对模型的控制也明显增强,这样虽然减少了侦察收益,但保证了解的鲁棒性。

## 4 结束语

本文在团队定向问题的基础上,考虑了无人机飞行油耗的不确定性,给出了同时考虑模型鲁棒性和最优性的、以侦察收益最大化为目标的多无人机协同侦察鲁棒优化模型。该模型根据飞行油耗的区间参数信息即可实现不确定模型到确定模型的转化过程,克服了对飞行油耗概率分布的依赖性,仿真实验结果验证了该模型的有效性和实用性。故本文为解决含不确定参数的多无人机协同侦察问题提供了一种可行的方案。在接下来的研究中,将进一步考虑带有时间窗和时敏目标的无人机协同侦察任务规划问题,或者同时考虑以无人机飞行油耗和侦察收益为目标,研究基于多目标优化的鲁棒侦察任务规划问题。

## 参考文献 (References):

- [1] 宗群,王丹丹,邵士凯,等.多无人机协同编队飞行控制研究现状及发展[J].哈尔滨工业大学学报,2017,49(3):1-14.  
ZONG Qun, WANG Dan-dan, SHAO Shi-kai, et al. Research status and development of multi UAV coordinated formation flight control [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017,49(3):1-14. (in Chinese)
- [2] 侯岳奇,梁晓龙,何吕龙,等.未知环境下无人机集群协同区域搜索算法[J].北京航空航天大学学报,2019,45(2):124-133.  
HOU Yue-qi, LIANG Xiao-long, HE Lü-long, et al. Cooperative area search algorithm for UAV swarm in unknown environment [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019,45(2):124-133. (in Chinese)
- [3] GUSTAVO A, GUILHERME P, LUCIANO P, et al. Multi-UAV routing for area coverage and remote sensing with minimum time [J]. Sensors, 2015,15(11):27783-27803.
- [4] VURAL D, DELL R F, KOSE E. Locating unmanned aircraft systems for multiple missions under different weather conditions [J]. Operational Research, 2019,19(1):1-20.
- [5] WANG J, GUO J, ZHENG M, et al. Uncertain multi-objective orienteering problem and its application to UAV reconnaissance mission planning [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2018,34(4):2287-2299.
- [6] BERTUCCELLI L F, ALIGHANBARI M, HOW J P. Robust planning for coupled cooperative UAV missions [C]// 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Nassau: IEEE, 2004:2917-2922.
- [7] SOYSTER A L. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming [J]. Operations Research, 1973,21(5):1154-1157.
- [8] EVERS L, DOLLEVOET T, BARROS A I, et al. Robust UAV mission planning [J]. Annals of Operations Research, 2014,222(1):293-315.
- [9] BEN T A, DEN H D, VIAL J P. Deriving robust counterparts of nonlinear uncertain inequalities [J]. Mathematical Programming, 2015,149(1-2):265-299.
- [10] BERTSIMAS D, SIM M. The price of robustness [J]. Operations Research, 2004,52(1):35-53.
- [11] MILLER C E, TUCKER A W, ZEMLIN R A. Integer programming formulation of traveling salesman problems [J]. Journal of the ACM, 1960,7(4):326-329.