文章编号：1000-6788(2007)02-0027-09

基于不同偏好信息的评价专家水平研究

陈　侠[1,2]，樊治平[1]
(1. 东北大学 工商管理学院，沈阳 110004；2. 沈阳航空工业学院 理学系，沈阳 110034)

摘要： 针对不同偏好信息给出了一种分析方法．首先，给出有关效用值、序关系值、互反判断矩阵、互补判断矩阵和语言判断矩阵的定义及其相关性质；然后，通过定义不同偏好信息之间的转换公式，将不同偏好信息都转换为互补判断矩阵的偏好信息，得出各个专家的方案排序值向量，进而利用因子分析法，通过SPSS 软件找出方案集相关系数矩阵的公共因子，计算出每个专家的因子得分及因子总得分．根据各个专家的因子总得分的大小，对各个专家的评价水平进行排序；最后，通过一个算例说明了本文提出的分析方法．

关键词： 群决策；判断矩阵；专家评判水平；因子分析；排序

中图分类号： N945.25；C945　　**文献标志码：** A

Study on the Assessment Level of Experts based on Difference Preference Information

CHEN Xia[1,2], FAN Zhi-ping[1]
(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Deportment of Science, Shengyang Institute of Aeronoutical Engineering, Shengyang 110034, China)

Abstract: It is an important research topic how to analyze the assessment level of experts in group decision analysis. In this paper, an analytic method is proposed to solve the problem for ranking of experts based on difference preference information. First, several concepts and characters of utility function, preference ordering of the alternatives, fuzzy judgment matrix, multiplicative judgment matrix and linguistic judgment matrix are introduced. Then, based on transforming formula between difference judgment matrices, difference preference information is changed fuzzy judgment matrix and alternative ranking vectors are also obtained, furthermore, factor solution to correlation matrix of alternatives, factor scores of expert and total factor score of expert are given based on factor analysis and SPSS software, a ranking approach to assessment level of experts is also obtained based on total factor score of expert. Finally, a numerical example is given to illustrate the use of the proposed approach.

Key words: group decision-making; judgment matrices; assessment level of expert; factor analysis; ranking

群决策就是由多个决策者参与的决策，也是一个决策群体如何进行一项联合行动抉择．由于群决策在社会、经济、管理及工程等各个领域有着广泛的实际背景，所以有关群决策理论与方法一直是群决策分析中的一个很重要的研究方向．二十多年来，有关群决策理论与方法的研究一直受到国内外学者的广泛重视，研究成果已十分丰富[1~10]．但需要指出的是，虽然关于群决策问题的研究已取得了丰硕成果，但在理论与方法研究方面仍面临着新的挑战．在实际的群决策过程中，由于群决策中每个专家对于复杂问题有各种不同的信念(看法)，以及群体中的成员对包含在复杂问题中各种因素的重要性的感知不同，同时又受到群体中每个成员的知识结构、评判水平和个人偏好等众多因素的影响，群体几乎不可能对所有问题达成共识，而只可能是大部分讨论的问题基本达成共识．目前，关于这方面的研究已取得了一些进展[11~14]．但从已有的成果来看，大多是针对基于互反判断矩阵、互补判断矩阵和语言判断矩阵的群决策评价专家水平的

收稿日期：2005-12-06

资助项目：国家杰出青年科学基金(70525002)；国家自然科学基金(70371050)；教育部高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划(教人司[2002]123)；教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20040145018)．

作者简介：陈侠(1962－)，女，辽宁新民人，教授，东北大学博士后研究人员；樊治平(1961－)，男，江苏镇江人，教授，博士生导师．

研究，而基于不同偏好信息的情况研究尚不多见．本文则是给出一种基于不同偏好信息形式的评判专家水平的分析方法．

1 有关不同判断矩阵的若干定义及性质

记 $I=\{1,2,\cdots,n\}(n\geqslant 2)$ 和 $J=\{1,2,\cdots,m\}(m\geqslant 2)$ 及 $U=\{0,1,2,\cdots,T\}$．在考虑的群决策问题中，设一个有限方案集为 $X=\{x_i|i\in I\}$，其中 x_i 表示为第 i 个决策方案；专家集为 $E=\{e_k|k\in J\}$，其中 e_k 表示为第 k 个专家；语言短语评价(或语言符号)集合 $S=\{s_i|i\in U\}$．例如，一个由 9 个元素构成的有序语言短语集 S 可描述为 $S=\{s_0=$ I(Impossible)，$s_1=$ EU(Extremely Unlikely)，$s_2=$ VIC(Very Low Chance)，$s_3=$ SC (Small Chance)，$s_4=$ IM(It May)，$s_5=$ MC(Meaningful Chance)，$s_6=$ ML(Most Likely)，$s_7=$ EL(Extremely Likely)，$s_8=$ C(Certain)$\}$．可见，集合 S 中有 $T+1$ 个元素，根据人们的习惯，一般 $\frac{T}{2}\leqslant 8$[1]，并要求 S 具有如下性质：①有序性：当 $i<j$ 时，有 s_i“$<$”s_j 或 s_j“$>$”s_i，即表示 s_i 劣于 s_j 或 s_j 优于 s_i；②存在一个逆运算 neg：$neg(s_i)=s_j$，$j=T-1$；③极大化运算：当 s_i“$\geqslant$”s_j 时，有 $\max\{s_i,s_j\}=s_i$；④极小化运算：当 s_i“$\leqslant$”s_j 时，有 $\min\{s_i,s_j\}=s_i$．

考虑各专家在群决策中可能提供效用值、序关系值、互反判断矩阵、互补判断矩阵和语言判断矩阵的各种偏好信息．下面给出各种形式偏好信息的简单描述[1~10]．

①效用值(或评价值)．设专家 e_k 针对方案集 X 给出的偏好信息形式为效用值向量，即 $u^k=(u_1^k,u_2^k,\cdots,u_n^k)^{\mathrm{T}}$，其中，$u_i^k$ 是一个实数型数值，且满足：$u_i^k\geqslant 0$，$\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^k=1$．不失一般性，效用值 u_i^k 越大，对应的方案越优．②序关系值．设专家 e_k 针对方案集 X 给出的偏好信息形式为序关系值向量，即 $o^k=(o_1^k,o_2^k,\cdots,o_n^k)^{\mathrm{T}}$，其中，$o_i^k\in I$，表示专家 e_k 认为方案 x_i 在所有方案中的位置次序．不失一般性，假定序值 o_i^k 越小，对应的方案越优．③互反判断矩阵．设专家 e_k 针对方案集 X 给出的偏好信息由一个矩阵表示为 $A_k=(a_{ij}^k)_{n\times n}$，其中元素 a_{ij}^k 表示方案 x_i 与方案 x_j 的相对重要程度，一般地，a_{ij}^k 采用 Satty 提出的 1～9 标度法表示[1]．④互补判断矩阵．设专家 e_k 针对方案集 X 给出的偏好信息由一个矩阵 $P_k\subset X\times X$ 来描述，相应的隶属函数 $\mu_p:X\times X\rightarrow[0,1]$，其中 $\mu_P(x_i,x_j)=p_{ij}^k$，p_{ij}^k 可以被理解为方案 x_i 优于方案 x_j 的程度．⑤语言判断矩阵．设专家 e_k 针对方案集 X 给出的偏好信息由一个矩阵 $P_k\subset X\times X$ 来描述，相应的隶属函数 $\mu_p:X\times X\rightarrow S$，其中 $\mu_P(x_i,x_j)=p_{ij}^k\in S$，$p_{ij}^k$ 可以被理解为从预先定义好的语言短语集 S 中选择一个元素作为对方案 x_i 优于方案 x_j 的程度的描述．

定义 1[1~3] 若矩阵 $A_k=(a_{ij}^k)_{n\times n}$ 满足：①非负性，即 $a_{ij}^k>0$，$\forall\, i,j\in I$；②互反性，$a_{ij}^k=1/a_{ji}^k$，$a_{ii}^k=1$，$\forall\, i,j\in I$，则称矩阵 A_k 为互反判断矩阵．

定义 2[1~3] 1)对于互反判断矩阵 $A_k=(a_{ij}^k)_{n\times n}$，若满足

$$a_{ij}^k=a_{il}^k/a_{jl}^k,\quad \forall\, i,j,l\in I, \tag{1}$$

则称矩阵为 A_k 一致性互反判断矩阵；若对于 $\forall\, i,j,l\in I$，满足：①当 $a_{il}^k\geqslant 1$，$a_{lj}^k\geqslant 1$ 时，有 $a_{ij}^k\geqslant 1$；②当 $a_{il}^k\leqslant 1$，$a_{lj}^k\leqslant 1$，时，有 $a_{ij}^k\leqslant 1$，则称矩阵 A_k 具有弱一致性或 A_k 是弱一致性的互反判断矩阵．

定义 3[4,9,10] 若矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$ 满足：①$p_{ii}^k=0.5$，$\forall\, i\in I$；②$p_{ij}^k+p_{ji}^k=1$，$\forall\, i,j\in I$，则称矩阵 P_k 为互补判断矩阵．

定义 4[9,10] 1)对于模糊互补判断矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$，若满足

$$p_{il}^k p_{lj}^k p_{ji}^k=p_{li}^k p_{jl}^k p_{ij}^k,\quad \forall\, i,j,l\in I, \tag{2}$$

则称 P_k 为乘性一致性互补判断矩阵或具有乘性完全一致性；2)若对于 $\forall\, i,j,l\in I$，满足：①当 $p_{il}^k\geqslant 0.5$，$p_{lj}^k\geqslant 0.5$ 时，有 $p_{ij}^k\geqslant 0.5$；②当 $p_{il}^k\leqslant 0.5$，$p_{lj}^k\leqslant 0.5$，时，有 $p_{ij}^k\leqslant 0.5$，则称矩阵 P_k 具有弱一致性或 P_k 是弱一致性的模糊互补判断矩阵．

根据文献[7]，下面给出语言短语下标函数及其反函数．

定义 5　设 $S=\{s_0, s_1, \cdots, s_{T/2}, s_{(T/2)+1}, \cdots, s_T\}$ 为有序语言短语集，$s_i \in S$ 表示第 i 个语言短语，它所对应的下标 i 和序数 i 所对应的有序语言短语分别可由下面的函数 I 及函数 I^{-1} 来得到：

$$I: S \rightarrow N, \tag{3a}$$

$$I(s_i) = i, s_i \in S, \tag{3b}$$

$$I^{-1}: N \rightarrow S, \tag{3c}$$

$$I^{-1}(i) = s_i, i \in U. \tag{3d}$$

定义 6[6~8]　若矩阵 $P=(p_{ij})_{n\times n}$ 满足：① $p_{ij}\in S$；② $p_{ii}=s_{T/2}$；③ $p_{ij}=s_k, p_{ji}=neg(s_k)$，则称矩阵 P 为语言判断矩阵.

定义 7[6,7]　设专家 e_k 的语言判断矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$，若对于 $\forall i, j, l \in I$，其元素满足下列关系：

$$I(p_{il}^k) + I(p_{lj}^k) = I(p_{ij}^k) + T/2, \tag{4}$$

则称矩阵 P_k 是完全一致的. 若对于 $\forall i, j, l \in I$，当 p_{il}^k“$\geqslant$”$s_{T/2}$，p_{lj}^k“$\geqslant$”$s_{T/2}$ 时，有 p_{ij}^k“$\geqslant$”$s_{T/2}$；或当 p_{il}^k“$\leqslant$”$s_{T/2}$，p_{lj}^k“$\leqslant$”$s_{T/2}$ 时，有 p_{ij}^k“$\leqslant$”$s_{T/2}$，则称矩阵 P_k 具有满意一致性.

2　不同判断矩阵偏好信息的评价专家水平的分析方法

首先将各种偏好信息均转换为互补判断矩阵的形式，然后根据各个专家的方案排序值向量，利用因子分析方法给出群决策的评判专家水平的分析方法.

引理 1[5]　设专家 e_k 和专家 e_l 针对方案集 X 给出的偏好信息形式分别为效用值向量和序关系值向量，即 $u^k=(u_1^k, u_2^k, \cdots, u_n^k)^{\mathrm{T}}$ 和 $o^k=(o_1^k, o_2^k, \cdots, o_n^k)^{\mathrm{T}}$，其中 u_i^k 是一个实数型数值，且满足：$u_i^k\geqslant 0$，$\sum_{i=1}^{n} u_i^k = 1$；$o_i^k \in I$，表示专家 e_k 认为方案 x_i 在所有方案中的位置次序，令矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$ 和 $P_l=(p_{ij}^l)_{n\times n}$，其中 p_{ij}^k 和 p_{ij}^l 分别由下面式(5a)和式(5b)给出：

$$p_{ij}^k = (u_i^k)^2/((u_i^k)^2 + (u_j^k)^2), \tag{5a}$$

$$p_{ij}^l = (1/2)(1 + (o_j^l - o_i^l)/(n-1)). \tag{5b}$$

定理 1　设 $A_k=(a_{ij}^k)_{n\times n}$ 和 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$ 分别为互反判断矩阵和互补判断矩阵，则它们的相互转换公式由式(6a)和式(6b)给出：

$$p_{ij}^k = \frac{a_{ij}^k}{a_{ij}^k + a_{ji}^k}, \quad \forall i, j \in I, \tag{6a}$$

$$a_{ij}^k = \sqrt{p_{ij}^k / p_{ji}^k}, \quad \forall i, j \in I. \tag{6b}$$

证明　显然由式(6a)和式(6b)确定的矩阵分别为互补判断矩阵和互反判断矩阵. 下面只需证明式(6a)和式(6b)相互转换. 由式(6b)可知，$(a_{ij}^k)^2 = p_{ij}^k/p_{ji}^k = \dfrac{p_{ij}^k}{1-p_{ij}^k}$，$\forall i, j\in I$，所以有 $p_{ij}^k=(a_{ij}^k)^2(1-p_{ij}^k)$，即有 $p_{ij}^k=\dfrac{(a_{ij}^k)^2}{1+(a_{ij}^k)^2}$，分子和分母同除以 a_{ij}^k，于是，有 $p_{ij}^k=\dfrac{a_{ij}^k}{1/a_{ij}^k+a_{ij}^k}$，由于两个元素 a_{ji}^k 和 a_{ij}^k 具有互反性，因此可得：$p_{ij}^k=\dfrac{a_{ij}^k}{a_{ji}^k+a_{ij}^k}$.

反之，由式(6a)可得：$p_{ij}^k=\dfrac{a_{ij}^k}{a_{ij}^k+a_{ji}^k}$，$p_{ji}^k=\dfrac{a_{ji}^k}{a_{ji}^k+a_{ij}^k}$，$\forall i, j\in I$，两式相比可得到：$\dfrac{p_{ij}^k}{p_{ji}^k}=\dfrac{a_{ij}^k}{a_{ji}^k}$，由于两个元素 a_{ji}^k 和 a_{ij}^k 具有互反性，即有 $\dfrac{p_{ij}^k}{p_{ji}^k}=\dfrac{a_{ij}^k}{1/a_{ij}^k}$，因此可得：$a_{ij}^k=\sqrt{p_{ij}^k/p_{ji}^k}$，$\forall i, j\in I$.

可以看出，式(6a)和式(6b))互为反函数，且容易得出 a_{ij}^k 与 p_{ij}^k 有着如下一一对应的关系，由式(6b)可知，当 p_{ij}^k 变大，由元素的互补性，p_{ji}^k 值变小，则 a_{ij}^k 的值变大，特别地当 $p_{ij}^k=1$ 时，有 $p_{ji}^k=0$，则 $a_{ij}^k=\infty$，$a_{ji}^k=0$；当 p_{ij}^k 值变小，p_{ji}^k 值变大，a_{ij}^k 的值变小，特别地当 $p_{ij}^k=0$ 时，有 $p_{ji}^k=1$，则 $a_{ij}^k=0$，$a_{ji}^k=\infty$. 反之，由式(6a)可

知，当 a_{ij}^k 变大，由元素的互反性，a_{ji}^k 值变小，则 p_{ij}^k 值变大，特别地当 $a_{ij}^k=\infty$ 时，有 $a_{ji}^k=0$，则 $p_{ij}^k=1$，$p_{ji}^k=0$；当 a_{ij}^k 变小，a_{ji}^k 值变大，则 p_{ij}^k 值变小，特别地当 $a_{ij}^k=0$ 时，有 $a_{ji}^k=\infty$，则 $p_{ij}^k=0$，$p_{ji}^k=1$．因此 $p_{ij}^k=\dfrac{a_{ij}^k}{a_{ij}^k+a_{ji}^k}$ 和 $a_{ij}^k=\sqrt{p_{ij}^k/p_{ji}^k}$ 可以视为互补判断矩阵 P_k 和互反判断矩阵 A_k 的一种相互转换形式．

定理2 若互反判断矩阵 A_k 或互补判断矩阵 P_k 具有完全一致性的充要条件是其相互转换而得的互补判断矩阵 P_k 或互反判断矩阵 A_k 具有完全一致性．

证明 若互反判断矩阵 $A_k=(a_{ij}^k)_{n\times n}$ 具有完全一致性，由式(1)，对于 $\forall\, i,j,l\in I$，有 $a_{il}^k=a_{ij}^k a_{jl}^k$，$a_{li}^k=a_{lj}^k a_{ji}^k$，由元素的互反性质可得：$a_{il}^k a_{ji}^k a_{lj}^k=1$，$a_{li}^k a_{ij}^k a_{jl}^k=1$，即有 $a_{il}^k a_{ji}^k a_{lj}^k=a_{li}^k a_{ij}^k a_{jl}^k$，等式两边同除以 $(a_{il}^k+a_{li}^k)(a_{lj}^k+a_{jl}^k)(a_{ji}^k+a_{ij}^k)$，可得到：

$$\frac{a_{il}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}\cdot\frac{a_{lj}^k}{a_{lj}^k+a_{jl}^k}\cdot\frac{a_{ji}^k}{a_{ji}^k+a_{ij}^k}=\frac{a_{li}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}\cdot\frac{a_{jl}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}\cdot\frac{a_{ij}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k},$$

由式(6a)，对于 $\forall\, i,j,l\in I$，有 $p_{il}^k=\dfrac{a_{il}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}$，$p_{lj}^k=\dfrac{a_{lj}^k}{a_{lj}^k+a_{jl}^k}$，$p_{ji}^k=\dfrac{a_{ji}^k}{a_{ji}^k+a_{ij}^k}$，$p_{li}^k=\dfrac{a_{li}^k}{a_{li}^k+a_{il}^k}$，$p_{jl}^k=\dfrac{a_{jl}^k}{a_{jl}^k+a_{lj}^k}$，$p_{ij}^k=\dfrac{a_{ij}^k}{a_{ij}^k+a_{ji}^k}$，于是，有：$p_{il}^k p_{lj}^k p_{ji}^k=p_{li}^k p_{jl}^k p_{ij}^k$，$\forall\, i,j,l\in I$，由式(2)，因此有矩阵 P_k 为一致性互补判断矩阵或具有完全一致性．

反之，若由式(6a)确定的互补判断矩阵 P_k 具有完全一致性，由式(2)可得：$p_{il}^k p_{lj}^k p_{ji}^k=p_{li}^k p_{jl}^k p_{ij}^k$，$\forall\, i,j,l\in I$，由式(6a)可得：

$$\frac{a_{il}^k}{a_{il}^k+a_{li}^K}\cdot\frac{a_{lj}^k}{a_{lj}^k+a_{jl}^k}\cdot\frac{a_{ji}^k}{a_{ji}^k+a_{ij}^k}=\frac{a_{li}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}\cdot\frac{a_{jl}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}\cdot\frac{a_{ij}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k},$$

即有 $a_{il}^k a_{ji}^k a_{lj}^k=a_{li}^k a_{ij}^k a_{jl}^k$，即有 $a_{il}^k a_{li}^k a_{ji}^k a_{ij}^k a_{lj}^k a_{jl}^k=(a_{li}^k a_{ij}^k a_{jl}^k)^2$，由元素的互反性质可得：$1=(a_{li}^k a_{ij}^k a_{jl}^k)^2$，即有 $1=a_{li}^k a_{ij}^k a_{jl}^k$，同样有 $a_{il}^k a_{ji}^k a_{lj}^k=1$，所以有 $a_{il}^k=a_{ij}^k a_{jl}^k$，$a_{li}^k=a_{lj}^k a_{ji}^k$，$\forall\, i,j,l\in I$，由式(1)，因此有矩阵 A_k 为一致性互反判断矩阵或具有完全一致性．

若 P_k 为完全一致性互补判断矩阵，由式(6b)可得：$a_{ij}^k=\sqrt{p_{ij}^k/p_{ji}^k}$，$a_{li}^k=\sqrt{p_{li}^k/p_{il}^k}$，$a_{jl}^k=\sqrt{p_{jl}^k/p_{lj}^k}$，于是，有 $\dfrac{a_{il}^k}{a_{jl}^k}=\dfrac{\sqrt{p_{il}^k/p_{li}^k}}{\sqrt{p_{jl}^k/p_{lj}^k}}=\sqrt{\dfrac{p_{il}^k p_{lj}^k}{p_{jl}^k p_{li}^k}}$，由式(2)可得：$\dfrac{p_{il}^k p_{lj}^k}{p_{li}^k p_{jl}^k}=\dfrac{p_{ij}^k}{p_{ji}^k}$，再由式(6b)，所以有 $\dfrac{a_{il}^k}{a_{jl}^k}=\sqrt{\dfrac{p_{il}^k p_{lj}^k}{p_{jl}^k p_{li}^k}}=\sqrt{\dfrac{p_{ij}^k}{p_{ji}^k}}=a_{ij}^k$，即 $\dfrac{a_{il}^k}{a_{jl}^k}=a_{ij}^k$，$\forall\, i,j,l\in I$，由式(1)，因此有矩阵 A_k 为一致性互反判断矩阵或具有完全一致性．

反之，若由式(6b)确定的互反判断矩阵 A_k 具有完全一致性，由式(1)可得：$\dfrac{a_{il}^k}{a_{jl}^k}=a_{ij}^k$，$\forall\, i,j,l\in I$，由式(6b)可得：$\dfrac{a_{il}^k}{a_{jl}^k}=\sqrt{\dfrac{p_{il}^k p_{lj}^k}{p_{jl}^k p_{li}^k}}=\sqrt{\dfrac{p_{ij}^k}{p_{ji}^k}}=a_{ij}^k$，即有 $\sqrt{\dfrac{p_{il}^k p_{lj}^k}{p_{jl}^k p_{li}^k}}=\sqrt{\dfrac{p_{ij}^k}{p_{ji}^k}}$，即有 $\dfrac{p_{il}^k p_{lj}^k}{p_{jl}^k p_{li}^k}=\dfrac{p_{ij}^k}{p_{ji}^k}$，所以有 $p_{il}^k p_{lj}^k p_{ji}^k=p_{li}^k p_{jl}^k p_{ij}^k$，$\forall\, i,j,l\in I$，由式(2)，因此有矩阵 P_k 为一致性互补判断矩阵或具有完全一致性．

定理3 若互反判断矩阵 A_k 或互补判断矩阵 P_k 具有弱一致性的充要条件是其相互转换而得的互补判断矩阵 P_k 或互反判断矩阵 A_k 具有弱一致性．

证明 这里仅证明互反判断矩阵 A_k 具有弱一致性的充要条件是其相互转换而得的互补判断矩阵 P_k 具有弱一致性，而关于互补判断矩阵 P_k 的情形同理易证．

若 $A_k=(a_{ij}^k)_{n\times n}$ 为弱一致性互反判断矩阵，对于 $\forall\, i,j,l\in I$，当 $a_{il}^k\geqslant 1$，$a_{lj}^k\geqslant 1$ 时，有 $a_{ij}^k\geqslant 1$，由元素互反性质可知，当 $a_{li}^k\leqslant 1$，$a_{jl}^k\leqslant 1$ 时，有 $a_{ji}^k\leqslant 1$，由式(6a)，有 $p_{il}^k=\dfrac{a_{il}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}$，$p_{lj}^k=\dfrac{a_{lj}^k}{a_{lj}^k+a_{jl}^k}$，$p_{ij}^k=\dfrac{a_{ij}^k}{a_{ij}^k+a_{ji}^k}$，于是，有：$p_{il}^k=\dfrac{a_{il}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}\geqslant\dfrac{a_{il}^k}{a_{il}^k+a_{il}^k}=\dfrac{1}{2}=0.5$，同样有 $p_{lj}^k\geqslant 0.5$，$p_{ij}^k\geqslant 0.5$．

同理可证，若对于 $\forall\, i,j,l\in I$，当 $a_{il}^k\leqslant 1$，$a_{lj}^k\leqslant 1$ 时，有 $a_{ij}^k\leqslant 1$，则当 $p_{il}^k\leqslant 0.5$，$p_{lj}^k\leqslant 0.5$ 时，有 $p_{ij}^k\leqslant 0.5$，

$\forall\ i,j,l\in I$. 因此，矩阵 P_k 具有弱一致性或 P_k 是弱一致性的互补判断矩阵.

反之，若由式(6a)确定的矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$ 具有弱一致性，由定义 4 可知，若对于 $\forall\ i,j,l\in I$，当 $p_{il}^k\geqslant 0.5$，$p_{lj}^k\geqslant 0.5$ 时，有 $p_{ij}^k\geqslant 0.5$，由式(6a)可得：$p_{il}^k=\dfrac{a_{il}^k}{a_{il}^k+a_{li}^k}\geqslant\dfrac{1}{2}$，即有 $2a_{il}^k\geqslant(a_{il}^k+a_{li}^k)$，所以有 $a_{il}^k\geqslant a_{li}^k$，同样有 $a_{lj}^k\geqslant a_{jl}^k$，$a_{ij}^k\geqslant a_{ji}^k$，由元素的互反性质可知，当 $a_{il}^k\geqslant 1$，$a_{lj}^k\geqslant 1$ 时，有 $a_{ij}^k\geqslant 1$，$\forall\ i,j,l\in I$.

同理可证，若对于 $\forall\ i,j,l\in I$，当 $p_{il}^k\leqslant 0.5$，$p_{lj}^k\leqslant 0.5$ 时，有 $p_{ij}^k\leqslant 0.5$，则当 $a_{il}^k\leqslant 1$，$a_{lj}^k\leqslant 1$ 时，有 $a_{ij}^k\leqslant 1$，$\forall\ i,j,l\in I$. 因此，矩阵 A_k 具有弱一致性或 A_k 是弱一致性的互反判断矩阵.

定义 8　设专家 e_k 的语言判断矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$，矩阵 $Q_k=(q_{ij}^k)_{n\times n}$ 中的元素由下式给出：

$$q_{ij}^k=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}},\quad \forall\ i,j\in I,\tag{7}$$

则称矩阵 Q_k 为判断矩阵 P_k 的导出矩阵.

不难看出，矩阵 Q_k 为互补判断矩阵，即对于 $\forall\ i,j\in I$

$$q_{ij}^k+q_{ji}^k=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}+\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}=1,\ q_{ii}^k=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ii}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ii}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ii}^k)}{T/2}}}=0.5.$$

定理 4　矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$ 为一致性语言判断矩阵的充分必要条件是：其导出矩阵 $Q_k=(q_{ij}^k)_{n\times n}$ 为一致性互补判断矩阵.

证明　若 P_k 是完全一致的，由式(4)，有 $I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)=I(p_{ij}^k)+T/2$，$\forall\ i,j,l\in I$，由式(7)及 P_k 元素的互补性，可得：

$$\begin{aligned}
q_{il}^kq_{lj}^kq_{ji}^k&=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}}*\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}}*\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}\\
&=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}{\left((T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}\right)}\\
&=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)+I(p_{ji}^k)}{T/2}}}{\left((T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}\right)}\\
&=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)+T/2+I(p_{ji}^k)}{T/2}}}{\left((T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}\right)}\\
&=\frac{3}{\left((T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}\right)},
\end{aligned}$$

同理，

$$q_{li}^kq_{jl}^kq_{ij}^k=\frac{3}{\left((T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}\right)\left((T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}\right)},$$

所以有 $q_{il}^kq_{lj}^kq_{ji}^k=q_{li}^kq_{jl}^kq_{ij}^k$，$\forall\ i,j\in I$. 因此，由式(2)，矩阵 P_k 的导出矩阵 Q_k 为一致性互补判断矩阵或矩阵 Q_k 具有完全一致性.

反之，若矩阵 P_k 的导出矩阵 Q_k 为一致性互补判断矩阵，由式(2)和式(7)，对于 $\forall\ i,j\in I$，有

$$q_{il}^kq_{lj}^kq_{ji}^k=q_{li}^kq_{jl}^kq_{ij}^k=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}}*\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}}*\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}}$$

$$=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}}*\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}}*\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}},$$

即$(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}=(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}$，由指数性质可得到：

$$I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)+I(p_{ji}^k)=I(p_{li}^k)+I(p_{jl}^k)+I(p_{ij}^k),$$

等式两边同时加上$(I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)+I(p_{ij}^k))$，可得：

$$I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)+I(p_{ji}^k)+I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)+I(p_{ij}^k)=I(p_{li}^k)+I(p_{jl}^k)+I(p_{ij}^k)+I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)+I(p_{ij}^k),$$

再由语言判断矩阵元素的互补性，整理可得到：$2(I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k))+T=2T+2I(p_{ij}^k)$，即 $I(p_{il}^k)+I(p_{lj}^k)=I(p_{ij}^k)+T/2$，$\forall\, i,j,l\in I$，因此，由式(4)，矩阵 P_k 为完全一致性语言判断矩阵或矩阵 P_k 具有完全一致性．

定理 5 矩阵 $P_k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$ 为满意一致性语言判断矩阵的充分必要条件是：若对于$\forall\, i,j,l\in I$，当 $q_{il}^k\geqslant 0.5$，$q_{lj}^k\geqslant 0.5$ 时，有 $q_{ij}^k\geqslant 0.5$；或当 $q_{il}^k\leqslant 0.5$，$q_{lj}^k\leqslant 0.5$ 时，有 $q_{ij}^k\leqslant 0.5$．

证明 这里仅证明必要条件，充分条件同理易证．

若矩阵 P_k 为满意一致性语言判断矩阵，由定义 7 可知，对于$\forall\, i,j,l\in I$，当 p_{il}^k“$\geqslant$”$s_{T/2}$，p_{lj}^k“$\geqslant$”$s_{T/2}$时，有 p_{ij}^k“$\geqslant$”$s_{T/2}$，由式(3b)可得：当 $I(p_{il}^k)\geqslant T/2$，$I(p_{lj}^k)\geqslant T/2$ 时，有 $I(p_{ij}^k)\geqslant T/2$，由元素的互补性有：当 $I(p_{li}^k)\leqslant T/2$，$I(p_{jl}^k)\leqslant T/2$ 时，有 $I(p_{ji}^k)\leqslant T/2$，即当$\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}\geqslant 1$，$\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}\geqslant 1$ 时，有$\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}\geqslant 1$；当$\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}\leqslant 1$，$\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}\leqslant 1$ 时，有$\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}\leqslant 1$，再由式(7)可得：

$$当\ q_{il}^k=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{li}^k)}{T/2}}}\geqslant\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}}=0.5,$$

$$q_{lj}^k=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{jl}^k)}{T/2}}}\geqslant\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{lj}^k)}{T/2}}}=0.5\ 时,$$

$$有\ q_{ij}^k=\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ji}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}}\geqslant\frac{(T/2)^{\frac{I(p_{il}^k)}{T/2}}}{(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}+(T/2)^{\frac{I(p_{ij}^k)}{T/2}}}=0.5,$$

即当 $q_{il}^k\geqslant 0.5$，$q_{lj}^k\geqslant 0.5$ 时，有 $q_{ij}^k\geqslant 0.5$．

若对于$\forall\, i,j,l\in I$，当 p_{il}^k“$\leqslant$”$s_{T/2}$，p_{lj}^k“$\leqslant$”$s_{T/2}$时，有 p_{ij}^k“$\leqslant$”$s_{T/2}$，同理可证当 $q_{il}^k\leqslant 0.5$，$q_{lj}^k\leqslant 0.5$ 时，有 $q_{ij}^k\leqslant 0.5$．

定义 9 设向量 $V^k=\{v_1^k,v_2^k,\cdots,v_n^k\}$为专家 e_k 的互补判断矩阵 P_k 的方案排序值向量，其中 v_j^k 为专家 e_k 的 x_j 方案排序值，$\forall\, k\in J$，则称由下面式(8a)表示的 $\bar{v}_j$ 为专家群体对 x_j 方案排序值的平均值．令矩阵 $D=(d_{ij})_{m\times n}$，其中元素 d_{ij} 由下面式(8b)表示，则称矩阵 D 为专家群体方案排序值的离差矩阵．

$$\bar{v}_j=\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}v_j^k, \tag{8a}$$

$$d_{ij}=v_j^i-\bar{v}_j,\quad \forall\, i\in J,\forall\, j\in I. \tag{8b}$$

定义 10 设矩阵 $D=(d_{ij})_{m\times n}$为由式(8b)确定的专家方案排序值的离差矩阵，令矩阵 $S=(s_{ij})_{n\times n}=\frac{1}{n}D'_{n\times m}D_{m\times n}$，则称矩阵 $S=(s_{ij})_{n\times n}$为专家群体方案相关系数矩阵．

根据文献[15]和文献[16]，下面给出因子分析法的简单描述．

因子分析法是多元统计中降维的一种分析方法．在多个随机变量中，通过样本数据的相关系数矩阵，找出少数的几个公共因子，例如，在经济项目评估中，常常有多个方案可供选择，且每个方案各有其特点．多个备选方案可视为多个随机变量，这多个方案基本上可归结为方案的效益、成本等几个方面，每一个方

面都称为一个因子.因子分析法就是用少量几个公共因子来研究变量(或方案)的内部相关(或相似)结构,这些公共因子也可视为一些随机变量,且事先是无法观察的.由于因子分析法在变量降维之后更容易得到解释,所以它在实际中有着广泛的应用.

设 X 为 $n\times 1$ 维随机变量,F 为 $l\times 1$ 维公共因子,因子分析法的数学模型由下面式(9)给出:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}f_1 + a_{12}f_2 + \cdots + a_{1l}f_l + \varepsilon_1 \\ x_2 = a_{21}f_1 + a_{22}f_2 + \cdots + a_{2l}f_l + \varepsilon_2 \\ \quad\vdots \\ x_n = a_{n1}f_1 + a_{n2}f_2 + \cdots + a_{nl}f_l + \varepsilon_n \end{cases}, \tag{9}$$

其中 ε 为 $n\times 1$ 维特殊因子,即变量 X 所特有的因子,各特殊因子之间以及特殊因子与所有公共因子之间都是相互独立的,矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times l}$ 为因子负荷矩阵,其中元素 a_{ij} 的绝对值越大($|a_{ij}|\leqslant 1$),表明 x_i 与 f_j 的相依程度越大,或称公共因子 f_j 对 x_i 的载荷量越大,所以 a_{ij} 称为公共因子的载荷量,简称载荷.

根据上面分析,评价专家水平的判别方法可按如下步骤进行:

步骤1 根据式(5)~(7)及定理2~定理5,将效用值、序关系值、互反判断矩阵和语言判断矩阵的各种偏好信息转换为互补判断矩阵,并验证该判断矩阵具有弱一致性,否则,转换为一致性或弱一致性的判断矩阵.

步骤2 根据文献[9],计算出专家 e_k 的互补判断矩阵 P_k 的方案排序值向量,$\forall k\in J$.

步骤3 根据式(8a)和式(8b)及定义10,计算出专家群体的方案相关系数矩阵 $S=(s_{ij})_{n\times n}$,然后利用SPSS软件,再计算相关系数矩阵 S 的所有特征值 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$,若 $\dfrac{\sum_{i=1}^{l}\lambda_i}{\sum_{k=1}^{n}\lambda_k}\geqslant 85\%(75\%)$,则 l 就是公共因子的个数.

步骤4 利用SPSS软件,计算出公共因子 $f_1,f_2,\cdots,f_l$,再利用方差最大化的旋转方法,得出因子载荷矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times l}$.

步骤5 根据载荷矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times l}$,计算出专家 e_k 的各个因子得分 f_i^k,$\forall i\in\{1,2,\cdots,l\}$,$\forall k\in J$,再利用各个因子的方差贡献 v_i,$i=1,2,\cdots,l$,根据公式

$$f^k = \frac{v_1}{\sum_{i=1}^{l} v_i}f_1^k + \frac{v_2}{\sum_{i=1}^{l} v_i}f_2^k + \cdots + \frac{v_l}{\sum_{i=1}^{l} v_i}f_l^k,$$

计算出各个专家的因子总得分 f^k,$\forall k\in J$.

步骤6 结束.

综上分析,首先,通过各个专家的方案排序值向量,计算出专家群体的方案相关系数矩阵;然后,利用SPSS软件,计算出各个专家的各个因子得分;最后,再计算出各个专家的因子总得分,根据各个专家因子总得分大小,给专家进行排序.

3 算例

假设有5位专家(即 e_1,e_2,e_3,e_4,e_5)针对6个方案(即 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)分别给出如下形式的偏好信息:

$$u^1=\{0.3,0.9,0.4,0.2,0.7,0.5\},\quad o^2=\{2,1,3,6,4,5\},$$

$$P_3=\begin{bmatrix} 0.50 & 0.70 & 0.75 & 0.95 & 0.60 & 0.85 \\ 0.30 & 0.50 & 0.55 & 0.80 & 0.40 & 0.65 \\ 0.25 & 0.45 & 0.50 & 0.70 & 0.60 & 0.45 \\ 0.05 & 0.20 & 0.30 & 0.50 & 0.85 & 0.40 \\ 0.40 & 0.60 & 0.40 & 0.15 & 0.50 & 0.75 \\ 0.15 & 0.35 & 0.55 & 0.60 & 0.25 & 0.50 \end{bmatrix},\quad A_4=\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 1/3 & 1/4 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 1 & 7 & 6 & 9 \\ 1/4 & 4 & 1/7 & 1 & 1/2 & 3 \\ 1/3 & 1/4 & 1/6 & 2 & 1 & 1/3 \\ 1/5 & 1/6 & 1/9 & 1/3 & 3 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_5=\begin{bmatrix} IM & SC & MC & ML & ML & MC \\ MC & IM & ML & ML & ML & MC \\ SC & VIC & IM & MC & ML & MC \\ VIC & VIC & SC & IM & SC & VIC \\ VIC & VIC & VIC & MC & IM & SC \\ SC & SC & SC & ML & MC & IM \end{bmatrix},$$

其中，u^1 为效用值[5]，o^2 为序关系值向量[5]，P_3 为互补判断矩阵[5]，A_4 为互反判断矩阵[5]，A_5 为语言判断矩阵．首先，根据式(5)～(7)，将不同偏好信息转换为互补判断矩阵的形式，即

$$P_1=\begin{bmatrix} 0.500 & 0.400 & 0.600 & 0.900 & 0.700 & 0.800 \\ 0.600 & 0.500 & 0.700 & 1.000 & 0.800 & 0.900 \\ 0.400 & 0.300 & 0.500 & 0.800 & 0.600 & 0.700 \\ 0.100 & 0.900 & 0.200 & 0.500 & 0.300 & 0.400 \\ 0.300 & 0.200 & 0.400 & 0.700 & 0.500 & 0.600 \\ 0.200 & 0.100 & 0.300 & 0.600 & 0.400 & 0.500 \end{bmatrix},$$

$$P_2=\begin{bmatrix} 0.500 & 0.100 & 0.360 & 0.690 & 0.160 & 0.260 \\ 0.900 & 0.500 & 0.840 & 0.950 & 0.620 & 0.760 \\ 0.640 & 0.160 & 0.500 & 0.800 & 0.250 & 0.390 \\ 0.310 & 0.050 & 0.200 & 0.500 & 0.080 & 0.140 \\ 0.840 & 0.380 & 0.750 & 0.920 & 0.500 & 0.660 \\ 0.740 & 0.240 & 0.610 & 0.860 & 0.340 & 0.500 \end{bmatrix},$$

$$P_4=\begin{bmatrix} 0.500 & 0.200 & 0.100 & 0.941 & 0.900 & 0.961 \\ 0.800 & 0.500 & 0.100 & 0.059 & 0.941 & 0.973 \\ 0.900 & 0.900 & 0.500 & 0.980 & 0.973 & 0.988 \\ 0.059 & 0.020 & 0.059 & 0.500 & 0.200 & 0.900 \\ 0.100 & 0.027 & 0.027 & 0.800 & 0.100 & 0.941 \\ 0.039 & 0.012 & 0.900 & 0.027 & 0.059 & 0.500 \end{bmatrix},$$

$$P_5=\begin{bmatrix} 0.500 & 0.333 & 0.667 & 0.800 & 0.800 & 0.667 \\ 0.667 & 0.500 & 0.800 & 0.800 & 0.800 & 0.667 \\ 0.333 & 0.200 & 0.500 & 0.667 & 0.800 & 0.667 \\ 0.200 & 0.200 & 0.333 & 0.500 & 0.333 & 0.200 \\ 0.200 & 0.200 & 0.200 & 0.667 & 0.500 & 0.333 \\ 0.333 & 0.333 & 0.333 & 0.800 & 0.667 & 0.500 \end{bmatrix},$$

根据文献[9]，计算求得各个专家的方案排序值向量分别为

$$V_1=\{0.3250,0.2500,0.1830,0.0830,0.1500,0.1167\},$$
$$V_2=\{0.1150,0.2539,0.1520,0.0710,0.2250,0.1828\},$$
$$V_3=\{0.2417,0.1778,0.1639,0.1278,0.1556,0.1333\},$$
$$V_4=\{0.2001,0.1874,0.2912,0.1456,0.1348,0.0409\},$$
$$V_5=\{0.2093,0.2352,0.1759,0.0981,0.1167,0.1648\},$$

然后，利用 SPSS 软件，输入数据，计算得到方案相关系数矩阵的特征值、方差、方差累计贡献率、共因子提取、因子旋转结果、各个因子得分、各个专家因子总得分、专家因子总得分排序分别为：

从上述计算结果可以看出，公共因子为两个，提取两个公共因子累加贡献率达 82.043%＞75%，从各个专家因子总得分来看，说明专家 e_1 的评判水平最高；其次是专家 e_5；最差的是专家 e_4，其中专家 e_1、专家 e_2、专家 e_3 和专家 e_4 的评判水平排序结果与文献[5]完全一致，显然该方法计算更简便．

表 1　相关系数矩阵有关性质和共因子提取结果

序号	相关系数矩阵初始性质			共因子提取及因子旋转		
	特征值	方差(%)	累加贡献率(%)	特征值	方差(%)	累加贡献率(%)
1	3.658	60.965	60.965	3.307	55.112	55.112
2	1.265	21.078	82.043	1.616	26.931	82.043
3	0.682	11.358	93.402			
4	0.369	6.598	100.000			
5	2.55E-16	4.257E-15	100.000			
6	7.381E-17	1.230E-15	100.000			

表 2　因子标准得分表

专家	因子 1	因子 2	总得分	排序
专家 e_1	0.71506	1.21427	0.88	1
专家 e_2	0.81906	−1.52708	0.05	3
专家 e_3	−0.34684	0.04518	−0.22	4
专家 e_4	−1.59182	−0.14522	−1.12	5
专家 e_5	0.40454	0.41285	0.41	2

4　结束语

本文研究了基于不同偏好信息的评判专家水平问题. 首先通过转换公式将不同偏好信息转换为互补判断矩阵，然后根据各个专家方案排序值向量，利用因子分析方法针对不同偏好信息的评价专家水平问题给出了一种合理的分析方法. 该方法操作简单，便于在计算机上操作. 需要指出的是，评判专家水平问题的研究值得重视，相信还会有更多的其它分析方法出现.

参考文献：

[1] Saaty T L. The Analytic Hierarchy Process [M]. New York: McGraw-Hill, 1980.
[2] Warfield J N. Spreadthink: Explaning ineffective groups [J]. System Research, 1995, 12(1): 5−14.
[3] Saaty T L. Physics as a decision theory [J]. European Journal of Operational Research, 1990, 48(1): 98−104.
[4] Orlorski S A. Decision-making with a fuzzy preference relation [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1: 155−167.
[5] Herrera-Viedma E, Herrera F, Chiclana F. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2002, 32(3): 394−402.
[6] Xu Zeshui. Incomplete linguistic preference relations and fusion [J]. Information Fusion, 2005, 1.
[7] 陈岩，樊治平. 语言判断矩阵的一致性及相关问题研究[J]. 系统工程理论与实践，2004，24(4)：136−141.
Chen Y, Fan Z P. Study on consistency and the related problems for judgment matrix with linguistic assessment infomation [J]. Systems Engineering − Theory & Practice, 2004, 24(4): 136−141.
[8] 樊治平，肖四汉. 基于自然语言符号表示的比较矩阵的一致性及排序方法[J]. 系统工程理论与实践，2002，22(5)：87−91.
Fan Z P, Xiao S H. The consistency and ranking method for comparison marix with linguistic assessment [J]. Systems Engineering − Theory & Practice, 2002, 22(5): 87−91.
[9] 姚敏，张森. 模糊一致矩阵及其在决策分析中的应用[J]. 系统工程理论与实践，1998，18(5)：78−81.
Yao M, Zhang S. Fuzzy consistent matrix and its application in decision making [J]. Systems Engineering − Theory & Practice, 1998, 18(5): 78−81.

(下转第 91 页)

[3] Wyatt J K. Optimal fleet size[J]. Operations Research Quartely, 1961, 12: 186—187.
[4] Gould J. The size and composition of a road transport fleet[J]. Operations Research Quartely, 1969, 20: 81—92.
[5] Mole R H. Dynamic optimization of vehicle fleet size[J]. Operations Research Quartely, 1975, 26: 25—34.
[6] Liu F H, Shen S Y. The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows[J]. Journal of the Operational Research Society, 1999, 50(7): 721—732.
[7] Dullaert W, Janssens G K, Sörensen K, Vernimmen B. New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows[J]. Journal of the Operational Research Society, 2002, 53(11): 1232—1239.
[8] Gheysens F, Golden B, Assad A. A comparison of techniques for solving the fleet size and mix vehicle routing problem[J]. Operations Research Spektrum, 1984, 6: 207—216.
[9] Pyung H K, Woon S L, Dong W J. Fleet sizing and vehicle routing for container transportation in a static environment[J]. Operations Research Spektrum, 2004, 26(2): 193—210.
[10] Renaud J, Boctor F F. A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 140(3): 618—628.
[11] Etezadi T, Beasley J E. Vehicle fleet composition[J]. The Journal of the Operational Research Society, 1983, 34(1): 87—91.
[12] Wassan N A, Osman I H. Tabu search variants for the mix fleet vehicle routing problem[J]. Journal of the Operational Research Society, 2002, 53(7): 769—784.
[13] Achuthan N R, Caccetta L, Hill S P. An improved branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem[J]. Transportation Science, 2003, 37(2): 153—170.
[14] Laporte G, Nobert Y. A branch and bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem[J]. Operations Research Spektrum, 1983, 5: 77—85.
[15] Lysgaard J, Letchford A N, Eglese Richard W. A new branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem[J]. Mathematical Programming, 2004, 100(2): 423—446.

(上接第 35 页)

[10] 肖四汉，樊治平，王梦光. Fuzzy 判断矩阵的一致性研究[J]. 系统工程学报，2001, 16(2): 142—145.
Xiao S H, Fan Z P, Wang M G. Study on consistency of fuzzy judgement matrix [J]. Journal of Systems Engineering, 2001, 16(2): 142—145.
[11] 刘万里. 关于 AHP 中逆判问题的研究[J]. 系统工程理论与实践，2001, 21(4): 133—136.
Liu W L. Study on the problem of adverse judgment in AHP [J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2001, 21(4): 133—136.
[12] 江文奇，胡达沙，汪传书. AHP 中逆判问题的研究[J]. 运筹与管理，2003, 12(1): 106—110.
Jiang W Q, Hu D S, Wang C S. Study on the problem of adverse judgement in AHP [J]. Operations Research and Management Science, 2003, 12(1): 106—110.
[13] 陈岩，樊治平. 关于语言判断矩阵群决策逆判问题研究[J]. 系统工程学报，2005, 20(2): 211—215.
Chen Y, Fan Z P. Study on the adverse judgement problem for group decision making based on linguistic judgement matrices [J]. Journal of Systems Engineering, 2005, 20(2): 211—215.
[14] 陈侠，樊治平. 关于互补判断矩阵的群决策的专家评判水平研究[J]. 系统工程，2005, 23(6): 211—215.
Chen X, Fan Z P. Study on the assessment level of experts in group decision making based on reciprocal judgment matrices [J]. Systems Engineering, 2005, 23(6): 211—215.
[15] 张尧庭，方开泰. 多元统计分析引论[M]. 北京：科学出版社，1982.